

第9回 マスフェスタ

〈全国数学生徒研究発表会〉



日時 平成 29 年 8 月 26 日 (土)

場所 関西学院大学上ヶ原キャンパス
中央講堂・B号館

巻頭言

大阪府立大手前高等学校
校長 柴 浩司

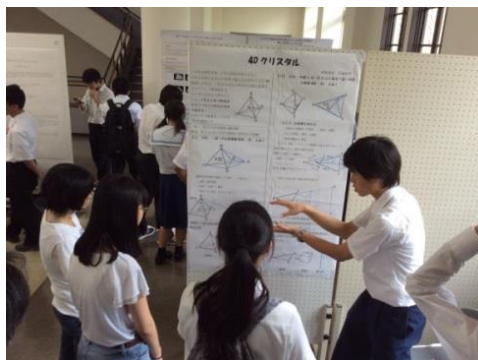
平成 29 年 8 月 26 日（土）本年度も無事にマス・フェスタ（全国数学研究発表会）を開催させていただきました。マス・フェスタは、文部科学省のSSH（スーパーサイエンスハイスクール）事業のうちで、本校が「『数学』の分野に特化した能力開発プログラムの共同研究開発」として科学技術人材育成重点校の指定を受けて実施しているものです。

さて、今年で、第9回を迎えるマスフェスタ、今年度は、関西学院大学の全面的なご協力があり、会場を関西学院大学上ヶ原キャンパス中央講堂で実施することができました。

第1回は、平成 20 年に大阪府立高校4校でスタートしました。各高校の課題研究において、「数学」をテーマとする発表事例が少ないことから、「数学」に興味・関心があり、意識の高い生徒が発表・議論し、交流する場が必要との思いから「マス・フェスタ」を企画しました。

年々、参加校が増え、今年度は北海道から沖縄県まで、全国のSSH校等61校の参加があり、高校生の「数学」に関する研究発表会としては、全国規模、もしかしたら、世界に類のない規模の大会となりました。

今回は、女性の発表者・参加者が増え、会場のあちこちで理系女子（リケジョ）同士の交流が見られました。本校の代表発表も女子生徒で、『等式・・・9999=-1をめぐって』という題で堂々と発表を行い、指導助言の先生からも高い評価を受けていました。今回の発表会を視察された文部科学省の方も、「推薦・AO入試等、さまざまな高大接続の仕組みを活用して、さらに意欲・能力を高めてほしい。」と発言されていました。参加生徒からは、「全国レベルの大会で、課題研究の内容の深さ、質の高さを感じた。」「大学や大学院生の方々の発表が刺激になった。将来は、大学でもっと数学の研究をしたい。」「数学の研究をとおして、たくさんの高校に仲間ができたことがうれしい。」など喜びの声が聞かれました。全国の「数学好き」の高校生が、将来、大学や研究機関などで再会することを誓い合って発表会は終了しました。



この冊子は、その内容についてまとめたものですが、忌憚のないご意見をいただければ幸いに存じます。

来年度もマス・フェスタをさらに充実させながら開催している予定です。今回、会場等でご協力いただいた関西学院大学の理学研究科北原和明教授をはじめとする関係者の皆様、指導助言に関わっていただいている京都大学理学研究科の森脇淳教授をはじめとする大学の関係者の皆様、「さきがけ」の研究者の方々、これまで本校のSSHやこのマス・フェスタを支えていただいた数多くのSSH指定校の先生方や大学等研究者及び関係者の皆様、またSSH運営にご指導・ご助言をいただいた運営指導委員の皆様、ご支援いただいていた大阪府教育庁の関係者の皆様に心からのお礼を申し上げますとともに、なお一層のご支援をお願い申し上げますとさせていただきます。



マスフェスタに向けての大手前高校の取り組み

－「のぞみ」(数学課題研究授業)－

大手前高校では、マスフェスタに向けて、授業と行事を効果的に配置し教育効果を高めるよう工夫をしています。2年生の前期に実施するSSH科目「のぞみ」についてご紹介いたします。

【概要】

大手前高校では、SSH科目の一つとして「のぞみ」を実施しています。この科目は、①数学に対する興味関心を高め、②数学的論理力・思考力・表現力を養い、③科学への探究心を高める、ことを目的としています。具体的には、1単位に相当する時間を利用して、科学する上で必要となる統計学を学んだり、数学に関する課題研究を行っています。研究内容は、純粋数学、身の回りの数学など多岐にわたっています。そして、研究の成果を発表しあうプレゼンテーション大会を、毎年7月に実施する研修「サマースクール」で実施します。

【ねらい】

①数学に対する興味関心を高める

数学は日々の授業の中でも学習が進められていますが、その特徴である抽象化のためにだんだんと日常から遠くに追いやられていくように感じられます。数学をもう少し身近なものに感じることをめざします。

②数学的論理力・思考力・表現力を養う

人の営みの中で、数学的論理力・思考力・表現力を養うことはとても重要なことだと考えています。色々な場面でその力が問われています。特に、科学する上でこれらのスキルを習得することは必要不可欠です。課題研究の取り組みの中で総合的な力として養っていきます。

③科学への探究心を高める

文理を問わず、各分野への課題研究を進めるにあたってのプレ研究と位置づけています。ここで得た経験を踏まえ次の課題研究へステップアップします。

【発表テーマ例】

ガチャポンの確率と期待値、二階から目薬、はやく決着をつけよう(じゃんけん)、郵便切手の問題、立体の最短経路とパスカルの三角形、フェルマー点、空間充填立体、多角形の拡張、散歩でみつけた平面充填、四次元におけるパスカル三角形 他

美しい解決ではなくとも
自分で考え抜く経験は
必ず力になります。たくさん
考えてみて下さい
萩原 哲平

学校の勉強で大切にして、
ぜひおぼけておぼけて、自分のペースで
やりかたにこだわって下さい！

Mathematics is beautiful.
You can do anything if you can
do math!
S. Seirin Lee
数学を愛し続けて下さい

「数学」精神の
足音！
重松 良之
数学がくれた出会いに感謝。
いつかまたどこかで ☆☆☆
めぐり会えることを楽しみに...
☆ 鈴木 咲衣

学ぶ喜びを
忘れない!!
早水 礼子
数学は大事
勉強家
楽しく苦しく
やりがい楽しく!
鍛治 静雄

スペースで
数学を楽しんで
高野 啓

第9回 マス・フェスタ Math 2017. 8.26

数学がどっぷりはまって
どどんと世の中に広めて
ついでに... 中岡 慎治

数学の未来は
明るい
未来は
どこから
始めて
どこまでやるか
河内 明夫

数学を愛せ
楽しんで続けて下さい
真田 誠
数をかぞえて図をえがいて
おおいに楽しんで下さい
中西 伸剛

自分のペースで考える
美意識を育んで下さい。
大崎 浩一
自分の数学に対する熱意に
敬意を表します。素晴らしい
発表もありかとうございます
[国分 竜司]
北原 和明

北原の喜びと大分に
これからも数学の楽しさ
宇野 勝博

ゆっくりマイペースで
数学を楽しんで下さい
入江 幸右衛門
熱い数学！ 高橋 太
楽しいお話を多く聞かせて下さい
佐賀 謙一
藤田 山太郎
数学を楽しんで下さい

河内 明夫

2017年度 第9回全国数学生徒研究発表会

マス・フェスタ

全国SSH連携校による数学研究発表会

JST さきがけ研究者によるミニセミナー（発表者のみ対象）

日時：平成29年8月26日（土） 9:20～16:30(9:00受付)

場所：関西学院大学上ヶ原キャンパス中央講堂・B号館
(兵庫県西宮市上ヶ原一番町1番155号)

高校生によるポスター発表 発表校

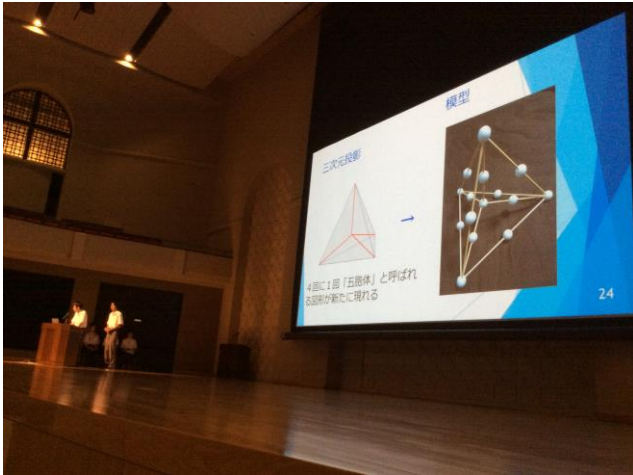
青森県立八戸北高等学校
札幌日本大学高等学校
立命館慶祥中学校・高等学校
北海道旭川西高等学校
北海道北見北斗高等学校
東海大学付属高輪台高等学校
筑波大学附属駒場高等学校
東京学芸大学附属高等学校
横浜サイエンスフロンティア高等学校
市川学園市川高等学校
茨城県立竜ヶ崎第一高等学校
茨城県立並木中等高等学校
茗溪学園
茨城県立緑岡高等学校
清真学園高等学校・中学校
栃木県立足利高等学校
さいたま市立大宮北高等学校
群馬県立高崎高等学校
長野県屋代高等学校
長野県飯山高等学校
長野県諏訪清陵高等学校
山梨英和高等学校
静岡県立清水東高等学校

愛知県立岡崎高等学校
愛知県立刈谷高等学校
名城大学附属高等学校
愛知県立明和高等学校
名古屋大学教育学部附属高等学校
名古屋市立向陽高等学校
愛知県立豊田西高等学校
滋賀県立彦根東高等学校
大阪市立東高等学校
大阪府立大手前高等学校
大阪府立天王寺高等学校
大阪府立住吉高等学校
大阪府立千里高等学校
大阪府立四條畷高等学校
大阪府立生野高等学校
大阪府立三国丘高等学校
大阪府立岸和田高等学校
奈良女子大学附属中等教育学校
奈良県立青翔高等学校
兵庫県立神戸高等学校
兵庫県立尼崎小田高等学校
清心中学校・清心女子高等学校
岡山県立岡山一宮高等学校

安田女子高等学校
広島大学附属高等学校
山口県立徳山高等学校
山口県立宇部高等学校
高松第一高等学校
香川県立観音寺第一高等学校
愛媛県立松山南高等学校
福岡県立香住丘高等学校
熊本県立熊本北高等学校
大分県立大分舞鶴高等学校
沖縄県立球陽高等学校
富山県立富山中部高等学校
新潟県立長岡高等学校
新潟県立新潟南高等学校
新潟県立新発田高等学校



科学人材育成重点事業
主催：大阪府立大手前高等学校
協力：関西学院大学



平成29年度 科学人材育成事業
マスマフェスタ（数学生徒研究発表会）企画書

日 時 平成29年8月26日（土） 午前9時20分～午後4時30分
場 所 関西学院大学上ヶ原キャンパス（西宮市上ヶ原一番町1番155号）
目的 数学に関する生徒の取り組み等（課題研究、部活動等）の研究発表を行うことにより、数学に対しての興味・関心を高め、今後の数学教育活動の発展に資する。
内 容 生徒による数学研究（課題研究等）についての発表会（ポスター・口頭）
研究者による講演会

時 程

■ 8月26日（土）

9:00 一般入場開始

<第一部> 9:20～12:20

9:20 開会式（中央講堂大ホール）

- ・ 校長挨拶、来賓挨拶、来賓紹介等
- ・ スケジュール確認

9:45 口頭発表（中央講堂大ホール）

11:10 ミニ講演（B号館1F）（事前に申込をした発表者のみ参加可）

12:20 昼食休憩

<第二部> 13:10～16:30

13:10 ポスター発表①およびアピールタイム①（B号館2F・3F）

14:30 ポスター発表②およびアピールタイム②（B号館2F・3F）

16:15 閉会式（中央講堂大ホール）・記念撮影

●指導助言・講演・ポスター

森脇 淳 先生 京都大学	國府 寛司 先生 京都大学	鈴木 咲衣 先生 京都大学
Daniel Packwood 先生 京都大学	宇野 勝博 先生 大阪大学	高橋 太 先生 大阪市立大学
河内 明夫 先生 大阪市立大学	佐官 謙一 先生 大阪市立大学	中西 康剛 先生 神戸大学
町頭 義朗 先生 大阪教育大学	入江 幸右衛門 先生 大阪府立大学	小林 毅 先生 奈良女子大学
藤田 岳彦 先生 中央大学	北原 和明 先生 関西学院大学	大崎 浩一 先生 関西学院大学
昌子 浩登 先生 関西学院大学	三浦 佳二 先生 関西学院大学	川端 豪 先生 関西学院大学
中岡 慎治 先生 東京大学	李 聖林 先生 山形大学	鍛冶 静雄 先生 山口大学
早水桃子 先生 統計数理研究所	荻原 哲平 先生 統計数理研究所	伊師英之 先生 名古屋大学

ポスタータイトル

ポスター No.	ブース	発表	都道府県	校名	ポスタータイトル
1		前半	福岡	福岡県立香住丘高等学校	混雑解消方法の数理モデル～効率のよい入退場を目指して～
2	A①	前半	新潟	新潟県立新潟南高等学校	Make10の拡張
3		前半	長野	長野県 諏訪清陵高等学校	歩きスマホの危険性の検証 いろいろな進数で計算～n進数での九九の表上の一の位が0である数の有無について～
4	B①	前半	茨城	茨城県立竜ヶ崎第一高等学校	「ギリシア数学史」と「数学集成第4巻」命題33における通径の相違点の検討
5		前半	栃木	栃木県立足利高等学校	立体における最短経路の総数
6		前半	香川	高松第一高等学校	乱数を用いた発言権の与え方～果たしてそれは公平なのか？～
7		前半	愛媛	愛媛県立松山南高等学校	ルーローの三角形の数式的考察
8	C①	前半	茨城	茨城県立並木中等高等学校	ギルプレス予想
9		前半	山梨	山梨英和高等学校	多面体についての研究
10	A②	前半	熊本	熊本県立熊本北高等学校	アフィン暗号を応用する
11		前半	群馬	群馬県立高崎高等学校	二枚の長方形から立体的なケースをつくる
12	D①	前半	富山	富山県立富山中部高等学校	1/pの不思議(注:1/pは普通の分数表記で)
13		前半	茨城	清真学園高等学校・中学校	石けん膜の不思議
14		前半	沖縄	沖縄県立球陽高等学校	3×nのすべてのマス目を通る道順の総数について
15		前半	青森	青森県立八戸北高等学校	柱の間の見かけの距離についての考察
16		前半	北海道	札幌日本大学高等学校	データ見える化
17		前半	長野	長野県飯山高等学校	オイラー余関数の評価式について
18		前半	北海道	北海道北見北斗高等学校	出入国者割合が日本の人口推計に与える影響
19	全体	前半	山口	山口県立徳山高等学校	補間多項式列と係数の極限
20		前半	北海道	立命館慶祥中学校・高等学校	セツケンの泡とシュタイナー点
21	B②	前半	香川	香川県立 観音寺第一高等学校	スポーツデータ解析における主成分分析 ～FIFA ワールドカップ 2014の日本代表選手の選出は間違っていた!!～ スポーツデータ解析における主成分分析 ～データから見るセリーグ各チームが勝つための強化ポイント～
22		前半	新潟	新潟県立長岡高等学校	星形正n角形の性質
23		前半	北海道	北海道旭川西高等学校	How to Draw a Regular Heptadecagon(正十七角形の作図)
24		前半	山口	山口県立宇部高等学校	偶然の確率
25		前半	茨城	茗溪学園	ファレイ数列による接する3円の作図とその一般化
26	C②	前半	長野	長野県屋代高等学校	Nature with math ～私たちと太陽の関係～
27	A③	前半	千葉	市川学園市川高等学校	Prefix Reversal ガウス素数と幾何学的視点
28		前半	大分	大分県立大分舞鶴高等学校	理想的な議席配分方法～各議席配分方法により配分される議席数の比較～
29		前半	埼玉	さいたま市立大宮北高等学校	パバ抜きの数学的考察
30	B③	前半	新潟	新潟県立新発田高等学校	地球上の直線とは？～カテナリーからカテナロイドへ～
31	D②	前半	茨城	茨城県立緑岡高等学校	流体現象の数学的考察について パターン形成の数学的考察について
32	A⑤	後半	神奈川	横浜市立横浜サイエンス フロンティア高等学校	様々な形から折る折り鶴と形の変化 正M角形の中にある最大の面積の正N角形 ある物体の全体をカメラで撮るのに必要な写真の最小枚数とその方法 三次元ビリヤードの周回軌道

No.	ブース	発表	都道府県	校名	ポスタータイトル
33		後半	大阪	大阪府立岸和田高等学校	グラフィック・アニメーション Riemann面上の数の合理的な定義 ~ A reasonable definition of number on Riemann surface ~
34		後半	愛知	名古屋市立向陽高等学校	複素数平面上のべき乗移動 楕円によって描かれるサイクロイド
35	B⑤	後半	大阪	大阪府立天王寺高等学校	三次元における半正多面体と四次元におけるその拡張について
36	C⑤	後半	東京	東海大学付属 高輪台高等学校	二次元から三次元へ 流れの正体
37		後半	兵庫	兵庫県立尼崎小田高等学校	正方形 $\times\infty$ ~ポリオミノ~
38		後半	愛知	愛知県立岡崎高等学校	4Dクリスタル
39		後半	愛知	名古屋大学教育学部附属	階差数列による一般項と展開式について
40		後半	奈良	奈良県立青翔高等学校	ハノイの塔の規則性
41	D⑤	後半	大阪	大阪府立生野高等学校	3を底に持つ完全数の定義 ~一般化に向けて~
42		後半	大阪	大阪府立三国丘高等学校	ルービックキューブと神の数字について
43	A⑥	後半	滋賀	滋賀県立彦根東高等学校	ハノイの塔における各棒間の円盤の移動回数 頂点の対面への正射影が三角形の五心になる四面体の形状
44	B⑥	後半	愛知	愛知県立刈谷高等学校	制限された無限血縁数列の存在可能性。
45		後半	岡山	清心女子高等学校	正四面体の極小曲面の面積について
46	全体	後半	大阪	大阪府立大手前高等学校	等式 $\dots\dots 99999=-1$ をめぐって 天秤問題
47	C⑥	後半	大阪	大阪市立東高等学校	せやかて、ヘロン数!
48		後半	岡山	岡山県立岡山一宮高等学校	666の魔方陣
49	D⑥	後半	愛知	愛知県立豊田西高等学校	コラッツ予想とその応用
50		後半	奈良	奈良女子大学附属中等教育学校	三角形の垂心とトロコイド 最短経路問題
51	全体	後半	東京	筑波大学附属 駒場高等学校	ピュフオンの針 1の平方因子を持たない半素数を分母とする単位分数の有限和による表現
52	A⑦	後半	大阪	大阪府立四條畷高等学校	チェーンズリング
53		後半	大阪	大阪府立住吉高等学校	ブラックジャックの勝率とカウンティング法の関係性について
54		後半	兵庫	兵庫県立神戸高等学校	フラクタル次元による表面粗さの定量化と放射率の関係
55	全体	後半	東京	東京学芸大学附属高等学校	パスカルの三角形の次元拡張による四次元についての考察
56		後半	大阪	大阪府立千里高等学校	フラクタル
57		後半	静岡	静岡県立清水東高等学校	倍数の判定法から
58	B⑦	後半	広島	安田女子高等学校	本当に自然界にフィボナッチ数列は多いのか?
59		後半	広島	広島大学附属高等学校	ドローンによる効率的な被災者の探索のシミュレーション
60	C⑦	後半	愛知	愛知県立明和高等学校	円陣スライドパズル・立体スライドパズル 因数分解と図形
61		後半	愛知	名城大学附属高等学校	方陣算の規則性

<発表順とブース場所及び時刻の目安>

A : 201 教室、B : 202 教室、C : 203 教室、D : 204 教室

- ① 13:20~13:35 ② 13:35~13:50 ③ 13:50~14:05 ④ 14:05~14:20
⑤ 14:40~14:55 ⑥ 14:55~15:10 ⑦ 15:10~15:25 ⑧ 15:25~15:40

◆ 講演 (11:10~12:20) B号館1階

A. 数学と材料科学の連携により次世代の材料へ(101 教室)

Daniel Packwood (京大・講師) 数理材料科学

低消費電力のスマートフォンや長寿命の電池のようなテクノロジーを開発するには、新たな材料を発見することが不可欠です。そこへ、数学の様々な分野(確率論、統計的学習理論など)が材料科学と連携するよう強く推進されており、新たな材料の発見過程を加速することが期待されています。この講演では、数学がどのような形で材料科学と連携するかを説明し、次世代の電気材料として期待されているグラフェンナノリボンを実現するための数理的理論を紹介します。

B. 数学は魔法の言葉 (102 教室)

李聖林 (広島大・准教授) 数理モデル・数理生物学

皆さんは、数学が美しいと思ったことがありますか?数式や記号で書かれている白黒の文字を見てそれが生きていると感じたことはありますか?本講演では、数学が単なる数式ではなく、生き生きと世の中の生物や社会現象を描き出して、その問題を解決する魔法の言葉であることを紹介します。今まで想像したことのない数学の力と美しさを感じたい人は聞きに来てみてください。

C. 数学で知る腸内環境 (103 教室)

中岡慎治 (東大・さきがけ専任研究者) 数理生物学

遺伝子を調べる技術が発達したことで、これまで調べることのできなかった腸内には、100種類を超える細菌が存在することがわかってきました。同時に、腸内細菌の変化が、糖尿病といった生活習慣病に深く関わっていることもわかってきました。病気になる過程で腸内細菌の構成がどのように変化するかを知ることができれば、未然に防ぐことで病気の進行を止めたり、発症そのものを阻止することができます。腸内環境を知り操作することで、健康を管理する時代が訪れつつあります。細菌データの解析、数理モデルと呼ばれる刻々と時間変化する状態を記述する数学手法、コンピューターによるシミュレーションなど、腸内環境を知るための数学について、最新の研究を紹介します。

D. グラフで考える組合せ問題 (104 教室)

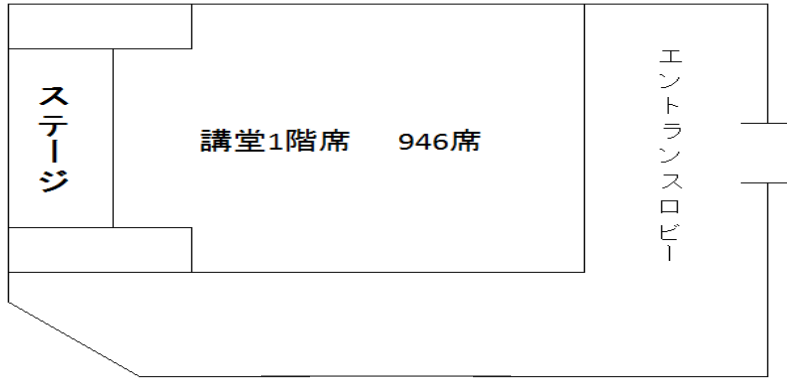
伊師英之 (名大・准教授) 解析学

関数のグラフとは別に、いくつかの点を線や矢印で結んだ図形も、現代数学ではグラフと呼びます。このようなグラフは、様々な物事の間を記述するために使われます。そして、この記述によってある種の組み合わせ問題は非常に見通しよく考えることができます。この講演では、「日本数学コンクール」で過去に出題された問題を題材にして、一見グラフとは関係ない問題が、グラフを利用して鮮やかに解ける様子を紹介합니다。

会場図

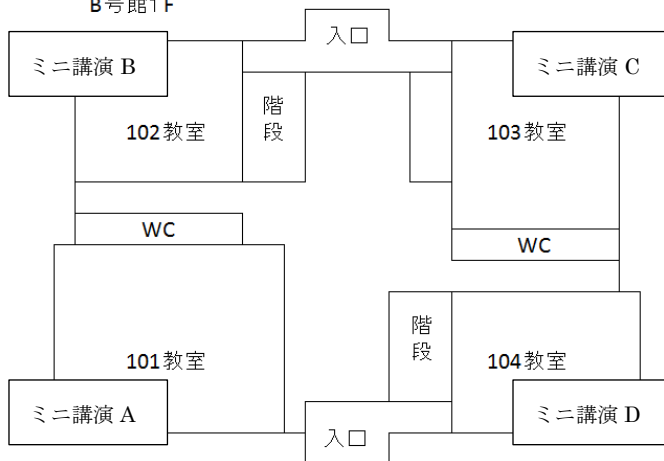
【中央講堂平面図】

中央講堂 1F

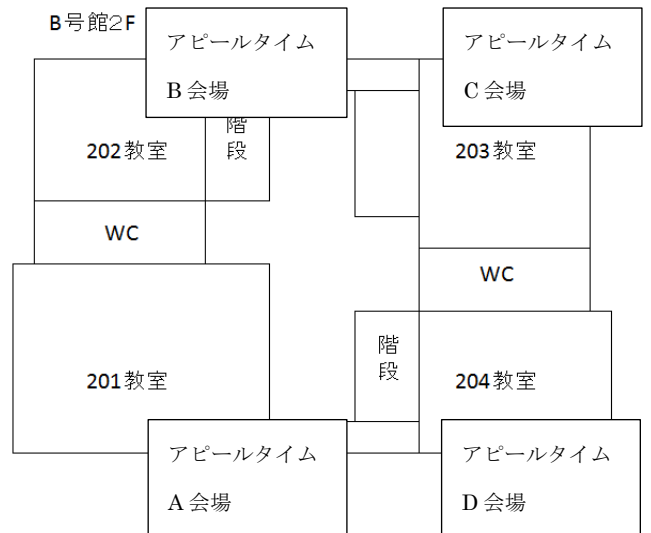


【B号館平面図】

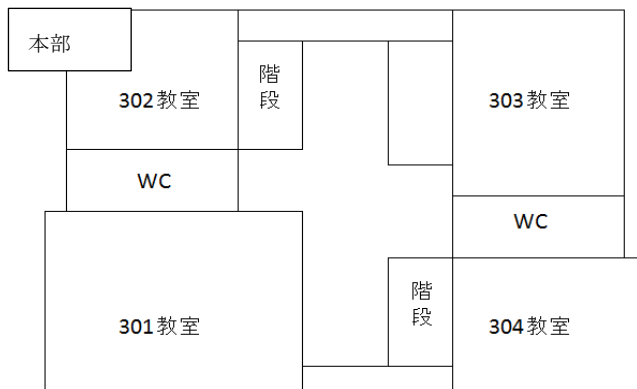
B号館1F



B号館2F



B号館3F



2F にはパネル No. 1～13、32～44 及びさきがけ研究者のポスターを設置予定です。

3F にはパネル No. 14～31、45～61 及び関西学院大学学生のポスターを設置予定です。

パネル右上のナンバーを確認してポスター掲示をお願いします。

混雑解消方法の数理モデル ～効率のよい入退場を目指して～
Mathematical model of method for relieving congestion ~the road to efficient access~

木山 恵裕 仙波 拓人 城山 未帆 松下 詩織
Keisuke Kiyama Takuto Senba Miho Shiroyama Shiori Matsushita

Abstract

We want to relieve a problem of congestion in access to a gym in our school by "jutaigaku". First, we made various "cell-automaton models". Next, we counted time, density, the average speed of movement and the number of moving people. Third, we made graphs of relationships between density and the number of moving people and classified these relationships into four categories. Then, we counted the number of dots in each category and calculated how largely the dots occupied each category. Finally, we made a solution of congestion, based on these results.

1. 目的

本校では体育館に生徒が集合・解散するときに、廊下で混雑してしまい、集合・解散予定時刻を大幅に超えてしまう状況にある。そこで、渋滞学を用いることで混雑を解消しようと考えた。

2. 仮説

東京大学大学院工学系研究科の西成教授が解明した渋滞のメカニズムに沿って、人々の距離を一定以上空け、歩く速さを調節すれば、混雑の解消につながると予想した。

3. 方法

- ①ルールを決めて、色々なセルオートマトンモデルを作る。
- ②①から時刻や密度（＝幅内の人数÷セルの数）、平均速度（＝幅内の動いた人数÷セルの数）、流量（＝密度×平均速度）を計算し、密度と流量のグラフを作る。
- ③各時刻の状態を進捗・メタ安定・混雑・それ以外の4つに分類し、各モデルにおける割合を算出する。
- ④モデル同士を比較し改善点を探す。

4. 実験 I

ルール：モデルは1×10マスとし、入口でスリッパを脱ぐ時間を10マス目に設け、これをstayと呼ぶ。

[モデル1]・2マス空けて入る。・前が空いていれば進む。・10マス目で1stay

[モデル2]・10マス目で2stay・他はモデル2と同様にする。

[モデル3]・前に続いて入る。・前が空いているか、連続している場合前が進めば進む。

・1度止まったら、前が空いてから進む。・10マス目で1stay

[モデル4]・10マス目で2stay・他はモデル3と同様にする。

5. 結果 I

モデル	1	2	3	4
入場完了時刻 t	39	49	31	49

6. 考察 I

2stayの時には2マス空けてはいるか、連続して入るかはtに影響しない。モデルI-3では、連続して進むことで混雑も起きるがメタ安定もできるためtは短くなった。

7. 実験 II

前が2マス以上空いていれば、時刻1あたり2マス進める。他は実験Iと同様。

8. 結果 II

モデル	1	2	3	4
入場完了時刻 t	35	45	26	45

9. 考察 II

実験Iと同様に、2stayの時には2マス空けてはいるか、連続して入るかはtに影響しない。実験Iと比べると、2マス飛ばして進むことで、tは短縮されたと考えられる。モデルII-3,II-4でメタ安定が見られなくなったのは、2マス飛ばして進むことで密度が小さくなったため。

10. 実験 III

前が2マス以上空いている場合、2マス進む確率を20%、1マス進む確率を80%として、前が1マス空いている場合、1マス進む確率を50%、進まない確率を50%とする。他の条件は実験I、IIと同様とする。

11. 結果 III

モデル	1	2	3	4
入場完了時刻 t	36.4	48	36.8	53.3

12. 考察 III

モデルIII-1とIII-3では、tがほぼ一致したが、2マス空けて入った方が混雑は少なくなった。モデルIII-2とIII-4では、2マス空けた方がtが短くなった。これらにより、間隔を開けずに入ると、2マス空けて入った方が早く入場できる。

13. 実験 IV

実際に10人に1×10マスを歩いてもらい、次にルール通りに歩いてもらいtを比較する。

予備実験として、10人に10歩歩いてもらい、その結果からt=0.5(秒)、1マスの大きさを65(cm)とした。

[モデルIV-1]・前の人と5マス空けて入る。・前が空いていれば進む。・4stay

[モデルIV-2]・行動のルールを指示せず、いつも通りに前と距離を空けて入り、10マス分をいつもの速さで進みスリッパを脱いでもらう。

14. 結果 IV

モデルIV-1 t=67 (33.5 秒) モデルIV-2 t=61.6 (30.8 秒)

15. 考察 IV

混雑を起こさないために空けたマスが多く、1人目から10人目までの距離が長くなり、混雑は起こらなかったが時間がかかってしまった。

16. 課題

・混雑を抑えて速く入場できる方法を探す。人数や距離を拡大する。

17. 参考文献

西成活裕「渋滞学」新潮選書 広島大学附属高等学校数学研究班「セルオートマトンを用いた交通流の再現と渋滞の解消方法の考察」

18. キーワード

渋滞学 セルオートマトンモデル メタ安定 密度 流量 平均速度

(2518)新潟県立新潟南高等学校
Niigata Prefectural Niigata Minami High School
Make 10 の拡張
Expansion of Make10

阿部 聖弥 鈴木 俊博 山崎 晟嵩
Seiya Abe Toshihiro Suzuki Masataka Yamazaki

Abstract

We studied in “a question to make n with k natural numbers ($1\sim n-1$) and four fundamental rules of calculation” and searched for nature hidden in this question, and created a new crypt system as a practical use of this question.

1. 研究の背景と目的

Make10 とは、「4 つの $1\sim 9$ の自然数と、四則演算を用いて 10 を作る問題」であり、この条件下で考えうる組み合わせは既に全通りが確かめられている。また、自然数が相異なる場合は必ず 10 が作れることが確認されている。我々はこの問題を「 k 個の $1\sim (n-1)$ の自然数と四則演算を用いて n を作る問題」に拡張し、そこにある規則性を調べ、さらに実用的な活用法を模索した。

2. 方法

- (1) $2\leq k\leq 4, 5\leq n\leq 9$ のときに相異なる自然数の全通りで n が作れるか手計算で調べた。
- (2) (1) の作業を文字で一般化し、グラフを用いて全体を可視化することで、規則性を探した。
- (3) (2) の結果を受けて、Make10 の複雑さを実用的に利用する方法を模索した。

3. 結果

- (1) 全ての場合で n を作ることができた。また、 $k=4$ の時は計算の手順を 2 通りに分類することができた。
- (2) $k=2$ のとき、直線または曲線。 $k=3$ のとき、平面または曲面。 $k=4$ では、立体となった。また、一つ小さい k の値のグラフから性質を引き継ぐことが分かった。
- (3) 未完全ではあるが Make10 の複雑さを利用した自由演算暗号システムを考案した。

4. 考察

手計算とグラフの作成を通して、加減と乗除を同時に考えることが Make10 を難しくしていると考えられる。また、自由演算暗号の完成には、Make10 の性質をさらに明らかにする必要がある。

5. 結論

k や n に関わらず普遍的に成り立つ性質は明らかにできなかったため、今後の課題である。自由演算暗号の完成には、Make10 の性質をさらに明らかにする必要がある。

6. 参考文献

- 1) 「GRAPES」「3D-GRAPES」<http://www.osaka-kyoiku.ac.jp/~tomodak/grapes/>
- 2) 結城浩 (2015) 『暗号技術入門第 3 版 秘密の国のアリス』SB クリエイティブ

歩きスマホの危険性の検証

Verification the risk of using smart phone while walking

五味朱里
Akari GOMI

Abstract

I thought that quantifying the dangers of walking smartphones digitally would lead to prevention of smartphones and simulated. From the verification, it was found that the dangers of walking smartphones are high. Therefore, we established the avoidance method based on this data. As a conclusion, in order not to be restricted in motion without an accident, it turned out that it is a major premise not to use a smartphone while walking.

1. 目的

近年は歩きスマホによるトラブルが多発している。歩きスマホは自他ともに被害を及ぼすことがある。そこで、歩きスマホの危険性を数値化することが歩きスマホを防ぐことにつながると考えたため。

2. 方法

Squeak Etoys を利用し、シミュレーションを行う。【1】危険性の検証を調べた上で【2】回避法の確立を検証する。回避法については（Ⅰ）回避能力の追加（Ⅱ）移動距離の関係（Ⅲ）進行方向の関係について検証を行う。出た数値をもとに事故発生率を算出する。ここにおける事故発生率とは、モデル同士の衝突率のことを指す。

3. 結果

【1】危険性の検証…事故発生率は61.7%【2】回避法の確立（Ⅰ）回避能力の追加…回避能力を持つモデルが少ないほど事故発生率は高くなっている。（Ⅱ）移動距離の関係…回避能力の割合が減れば減るほど事故発生率は高くなっている。（Ⅲ）進行方向の関係…逆方向に進行しているモデルが多いほど事故発生率は高くなっている。

4. 考察

【1】危険性の検証…危険性は高いと考える。【2】回避法の確立（Ⅰ）回避能力の追加…回避能力の有無が大きくかかわっている（Ⅱ）移動距離の関係…移動距離が大きくかかわっている（Ⅲ）進行方向の関係…進行方向が事故発生率に大きくかかわっている

5. 結論

歩きスマホの危険性は高く、事故に遭遇する確率がきわめて高い。移動距離や進行方向は生活するにおいて制限できるものではない。そのため、事故に遭わず制限されないようにするためには、歩きスマホをしないことが大前提である。それができないのであれば、移動距離や進行方向に縛られることになる。

6. 参考文献

Squeak Etoys（子供向けのコンピュータ環境および教育で使用されることを想定したオブジェクト指向プロトタイプベースプログラミング言語）

7. キーワード

歩きスマホ、シミュレーション、プロトタイプベース

いろいろな進数で計算

Calculation numbers in various positional number system

～n進数での九九の表上の一の位が0である数の有無について～

～Relationship between presence and absence of 0 in n-ary and multiplication table～

小川 裕也

Yuya OGAWA

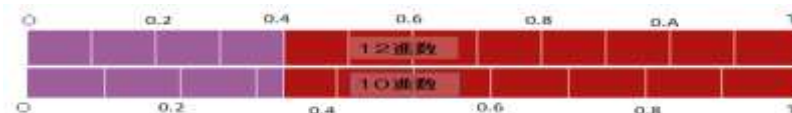
Abstract

Changing the base of the positional notation has a big influence on the multiplication. We examined whether to influence how it is. And we researched existence of 0 in the table of multiplication. In conclusion, It turned out that is important whether n is prime numbers or not.

1. 目的

進法の基底を変えることによってどのような違いを見せるのか調べる。

進法の基底を変えたときの最も単純で大きな違いが見られるのは、乗法除法の計算である。



具体例を挙げるならば、三分の一を進数を変えてあらわすことでその違いが分かる。10進数でいう0.333333……は、12進数でいう0.4である。

2. 方法

進法の基底を変えながら九九に相当する表を作成し数の様子を観察した。乗法除法と進法の基底との関連について、それぞれの基底での九九の表上の1の位が0である数字(青色の着色があるもの)の有無について着目した。左下の表は13進数、右下の表は12進数での九九の表である。(欄外の枠の数字は10進数)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108
10	A	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
11	B	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121	132
12	C	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B
2	2	4	6	8	A	10	12	14	16	18	1A
3	3	6	9	10	13	16	19	20	23	26	29
4	4	8	10	14	18	20	24	28	30	34	38
5	5	A	13	18	21	26	2B	34	39	42	47
6	6	10	16	20	26	30	36	40	46	50	56
7	7	12	19	24	2B	36	41	48	53	5A	65
8	8	14	20	28	34	40	48	54	60	68	74
9	9	16	23	30	39	46	53	60	69	76	83
10	A	18	26	34	42	50	5A	68	76	84	92
11	B	1A	29	38	47	56	65	74	83	92	A1

3. 考察 結果 課題

1の位が0である数字が13進数の九九の表の中にはない。それに対して、12進数の九九の表の中には、1の位が0である数字が規則性のあるような形で位置している。観察からn進数を用いて九九の表を作ったとき、1の位が0である数字が九九の表の中にあらわれるのはnが素数ではない数であり、1の位が0である数字が九九の表の中にあらわれないとき、nは素数である。ただし、nは正の整数であるものとする。という仮説を立て、証明した。

今後の課題として九九の表の中の一の位が0である数の個数と進法の基底nとの関係を調べたい

4. 参考文献

『これからレポート・卒論を書く若者のために』酒井聡樹 著共立出版(2007)

5. キーワード

進数 進法 素数

「ギリシア数学史」と「数学集成第4巻」命題33における通径の相違点の検討
Different point in the latus rectum between the Greek mathematical history
and the Book 4 of Pappus' Collection proposition 33

大熊 陸
Okuma Riku

Abstract

The purpose is to find the differences of the latus rectum between using the Greek mathematical history and using the concept of Book 4 of Pappus' Collection. The latus rectum was drawn different methods and different length.

1. 目的

これまでギリシャ数学の三大作図問題に興味を持ち研究してきた。その延長として、今回は二次曲線の通径に着目した。目的は、「ギリシア数学史」と「数学集成第4巻」命題33に記されている通径を、コンピュータ上で作図し、相違点を見つけることである。

2. 方法

双曲線の作図について「ギリシア数学史」、ならびに「数学集成第4巻」命題33を検討する。それらの通径を図形作成ソフト「Geogebra」を用いて作図し、それらの通径の違いを検討する。

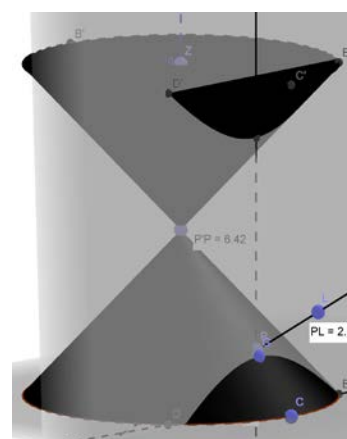


図1 「ギリシア数学史」の双曲線

3. 考察

「ギリシア数学史」は円錐を切断することで円錐曲線を作図し、それらの通径を円錐の辺の長さの比を使って求めていた。また、円錐の母線を漸近線と見ていた。一方、「数学集成第4巻」命題33では、通径を接線の2乗の長さとしていた。

4. 結論

考察より作図した二つの通径の長さは異なった長さとなった。

5. 参考文献

- 平田 寛(1959). ギリシャ数学史. 共立出版株式会社
Sefrin-Weis, Heike(2010). Pappus of Alexandria:
Book 4 of the Collection. Springer P146~152

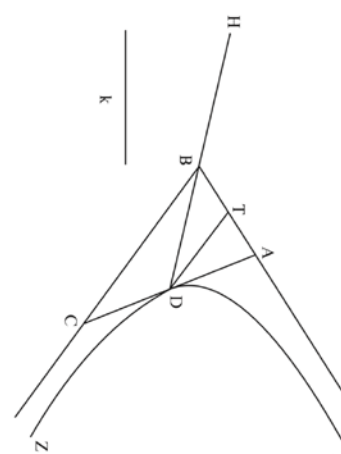


図2 「数学集成第4巻」命題33の双曲線

6. キーワード

ギリシャ数学, 数学集成, 円錐曲線, 通径, Geogebra

立体における最短経路の総数
The total number of the shortest course drawn on the solid

兵藤 輝 國政 裕也
Hyoudou hikaru Kunimasa yuya

Abstract

We had studied how to solve a math problem of the total number of the shortest courses in a plane when a line was drawn into a lattice form. So we wished to solve this type of problem combined with a cube.

1. 目的

格子状に線が引かれた平面における最短経路の総数の求め方を数学の授業で学習した。これを立体に発展させるとどのようになるかを研究する。

2. 方法

- ① 大学入試の過去問を解く。
- ② 得られた結果から立方体について考える。
- ③ 同様にして直方体について考える。

3. 結果

$m \times n \times l$ の直方体について道順の総数を求めることができた。

$$2 \left\{ \frac{(m+n+l)!}{m!(n+l)!} + \frac{(m+n+l)!}{n!(l+m)!} + \frac{(m+n+l)!}{l!(m+n)!} - \left(\frac{(m+n)!}{m!n!} + \frac{(n+l)!}{n!l!} + \frac{(l+m)!}{l!m!} \right) \right\}$$

4. 考察

現在までに習った知識を用いて、道順の総数を求めることができた。

5. 結論

立体の表面に引く直線の数が多くなれば多くなるほど道筋の総数は爆発的に増加する。

6. 参考文献

全国大学入試問題正解（旺文社）

7. キーワード

数学 道順 立体

乱数を用いた発言権の与え方

Using random numbers to choose students

～果たしてそれは公平なのか？～

Is it fair?

宮地皇河 藤井貴也 藤井愛巳 岡内佑太
Miyaji koga, Fujii Takaya, Fujii Ai and Okauti Yuta

Abstract (要旨)

When we choose one of 40 students using a scientific function calculator, the probability of the phenomenon is 1/40. But actually, the probability to be chosen is not fair because one student can be chosen much more times than other students in one year.

1. 目的

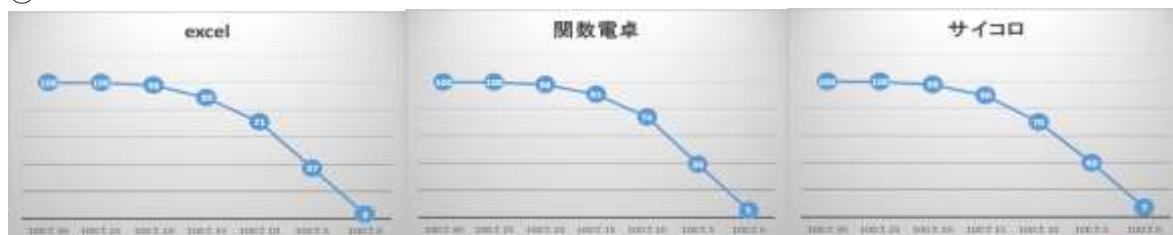
「大数の法則」を用いて、授業中に関数電卓の乱数（擬似乱数）で生徒 40 人から 1 人を当てるとき何回当てれば偏りがなくなるのかを具体的な方法と数値で表していく。

2. 方法

- ①. 関数電卓・excel・正二十面体さいころのそれぞれで出した乱数列に違いがあるのかどうかを調べる。
- ②. 調べた結果から excel と関数電卓で出す乱数列に違いがないので、excel の乱数を用いて、生徒 40 人を 1000, 10000, 100000, 1000000, 10000000 回ずつ実際に当ててみる。
- ③. 当てた結果をそれぞれまとめて、偏りがほとんどなくなる回数を調べる。
- ④. 高校 3 年間の大体の授業数から、授業の総時間を求めて、③から出た偏りがほとんどなくなる回数を総時間で割り、授業一時間あたりに何回あてなければ偏りがなくなるのかを調べる。

3. 結果

①



②～③

回数を増やすことで偏りが小さくなっていく
偏りがほとんどなくなるのが 0.04% の
10000000 回とする

* パソコンの性能上 100000000 回以上は難しい。

④ 高校 3 年間の総授業数 1 時間 = 50 分

平成 27 年度…936 時間 = 46800 分

28 年度…945 時間 = 47250 分

29 年度…909 時間 = 45450 分

$10000000 \div 2790 \text{ 時間} \approx 3584 \text{ 回/時間}$

$10000000 \div 139500 \text{ 分} \approx 71 \text{ 回/分}$

投げる回数	どれかが出る 回数の幅	全体に対する 回数の幅の 割合
1000	25 ± 15	3%
10000	250 ± 50	1%
100000	2500 ± 200	0.40%
1000000	25000 ± 600	0.12%
10000000	250000 ± 2000	0.04%

4. 考察

授業中に関数電卓の乱数で生徒 40 人から 1 人を当てるとき、約 1 千万回当てると偏りがほとんどなくなる
また、授業 1 時間に約 3584 回あてなければ偏りがなくなるということがわかった。

5. 結論

関数電卓の乱数機能を用いて公平に生徒を当てることは、現実的には不可能である。
よって、関数電卓の乱数機能を用いるのは適さない。

6. 参考文献

確率と乱数 杉田洋 大阪大学大学院理学研究科

7. キーワード

大数の法則…実験の回数を増やしていくとサンプル平均が真の平均に近づいていくこと。

ルーローの三角形の数式的考察

Consideration of Reuleaux Triangle with numerical expression

網矢 彪 伊藤 雅起 大内 翔太郎 福本 怜生
Amiya Hyuga Ito Masaki Ohchi shotaro Fukumoto Ren

Abstract

We studied about "Reuleaux Triangle (R.T.). How to draw R.T. is that repeat drawing an arc from one vertex of an equilateral triangle to the other vertices. Generally speaking, it requires three of numerical expression so that R.T. emerges.

The aim of this research is to combine the three into one of that.

1 目的

ルーローの三角形を数式的に考察し、式で表すことができるかを考える。

2 方法

ルーローの三角形を様々な式を用いて、図形を定式化することを考える。

- ①媒介変数で1つの式を表し原点中心で回転移動させる
- ②円の中心を決め3つの円を描く。
- ③ルーローの三角形に似た形を作る。
- ④①の方程式や極方程式さらにフーリエ級数展開を用いて表す。

3 結果

- ①、②の方法では3つの式での定式化に成功した。
- ②の方法を活用して、ルーローの三角形をルーローのn角形に拡張してn個の式での定式化ができた。
- ③の方法で1つの式でルーローの三角形にかなり近い形を作ることができた。
- ④の方法でルーローの三角形を表す一つの式を作ることができた。

4 考察

④の方法を利用してルーローのn角形を表す式を一つの式で表すことができるのではないかと考えている。

5 参考文献

パナソニック考えつくされたカタチ「ルーローの三角形とは」

(<http://panasonic.jp/soji/rulo/shape.html>)

Wolfram Math World(<http://mathworld.wolfram.com/ReuleauxTriangle.html>)

高校数学の美しい物語 (<http://mathtrain.jp/fourierseries>)

使用ソフト：Function View (グラフソフト)

助言者：松山南高校理数科メンター (紙田恵治さん、樋口裕二さん、藤原侃汰さん)

ギルブレス予想
Gilbreath's conjecture

古川真守
Mamoru FURUKAWA

Abstract

If you line up the prime numbers, in ascending order, and take number's remainder next to each other in sequence, the figure of Gilbreath's conjecture will be made[fig.1]. Gilbreath said the first term in each series except the first one seems to be 1. I researched its connection to the Sierpinski gasket and prime the gaps.

1. 目的

素数を小さいものから並べた数列をつくり、連続する値の大きい方から小さい方を引いた値で新しい数列をつくることを繰り返す。こうして次々とできる数列の先頭の数字は必ず1になるというギルブレスの予想を証明する。

2. 方法

図の中にシェルピンスキーのガasket形が現れることを利用し、図の中に現れるパターンを模索した。また、隣り合う素数同士の最大の差（素数間最大ギャップ）を使って何段目まで4以上の数が現れるか（最高段）について予測した。

3. 結果

ガasket形の特有の形により下に降りるにつれ小さくなる数の大きさを大まかに予測できた。また、素数の差と関連があることを裏付けし、そのあとの様相を予測できた。

4. 考察

ギルブレス予想が真である可能性は非常に大きい。研究による予測が完全に正しいと仮定すれば、ギルブレス予想が真であることを証明できると考えられる。しかし、仮定した条件が多いので完全な証明には不十分である。

5. 結論

ギルブレス予想は真である可能性は高いが、断定はできなかった。

6. 参考文献

プライムナンバーズ 魅惑的で楽しい素数の事典 David Wells オライリー・ジャパン

素数の世界 Paulo Ribenboim 共立出版

はじめての数論 Joseph Silverman ピアソン桐原

7. キーワード

最高段 素数間最大ギャップ シェルピンスキーのガasket

2	3	5	7	11	13	17	19	23	29	31	37	41	43	47	53	59	61	67	71	73	79	83	89	97	...
1	2	2	4	2	4	2	4	6	2	6	4	2	4	6	6	2	6	4	2	6	4	6	8	...	
1	0	2	2	2	2	2	2	4	4	2	2	2	2	0	4	4	2	2	4	2	2	2	...		

図1 ギルブレス予想

多面体についての研究

Research on polyhedron

眞野 暁子
Mano Akiko

長田 梨伽
Osada Rika

Abstract

I. We considered the result calculated by Euler's polyhedron theorem and the ratio of regular polygons gathered at the apex, which is composed of two or more kinds of regular polygons, and the kind and number of regular polygons gathered at the vertex are the same. Then we actually constructed them.

II. We constructed concave polyhedrons with a fractal structure on regular polyhedrons and considered how the volume increased.

1. 目的

- I) 2種類以上の正多角形(三, 四, 五, 六)で構成され, 頂点に集まる正多角形の種類と個数が等しい凸多面体が何種類あるか, 計算上成立するものを実際に作成し, 考察する。
- II) 正四面体と正六面体において, フラクタル構造を持つ多面体を実際に作成し, 体積の変化について考察する。

2. 方法

- I) 正多角形を正 S_i , S_j , S_k 角形, その三つの正多角形の面の数をそれぞれ m , n , l , 1つの頂点に集まるそれぞれの正多角形の数を x , y , z とすると, その多面体の面の数は $f = m + n + l$ となり, 辺の数は $e = (S_i \times m + S_j \times n + S_k \times l) / 2$, 頂点の数は $v = (S_i \times m + S_j \times n + S_k \times l) / (x + y + z)$ となる。オイラーの多面体定理 ($v - e + f = 2$) に代入した方程式を①とする。また, 多面体を作る個々の正多角形の頂点の数の和は, 1つの頂点に集まる正多角形の数の比に等しいから, $S_i \times m : S_j \times n : S_k \times l = x : y : z$ 。この式を②とし, ①, ②を満たす自然数 m , n , l を求め, 実際にその多面体を作成する。
- II) 正四面体に対して, 各辺の中点を結んでできる四つの三角形のうち, 中央の正三角形に対して正四面体を乗せる。正三角形を見つけるたびにこの作業を繰り返して行く。最初の正四面体を n_0 とし, n_0 のそれぞれの面に正四面体を乗せたものを n_1 , n_1 のそれぞれの面に正四面体を乗せたものを n_2 としていく。 n_4 まで実際に作成し, この作業を続けたときの体積を仮説, 検証する。正六面体に対して1つの面を9つの正方形に等分し, 中央の正方形に, 元の立方体の各辺を $1/3$ 倍した立方体をのせる。正四面体と同様に検証する。

3. 結果

- I) 上記の ①, ② を計算した結果, 自然数 m , n , l が存在したものは18種類, そのうち, 実際に作成できたものは15種類17個であった。自然数 m , n , l が存在したが, 実際に作成できなかったものは3種類あった。
- II) n_4 を作成したところ, n_0 の一辺の長さを面の対角線とする立方体に近い多面体となった。計算上も体積がその立方体の値になった。正六面体についても有限値となった。

4. 考察

- I) 自然数 m , n , l が存在したが, 実際に作成できなかった理由は, 組み合わせていく段階で正多角形の種類と個数を各頂点で保持できなくなったためと考えられる。このことからオイラーの多面体定理の逆は成立しないと考えられる。
- II) 正六面体は作成した段階で, 近づくと思われた多面体の体積と違う値になった。よく観察すると隙間が多く作られるためであると考えられる。

5. 結論

実物を作成することにより, 計算式を立てやすくなった。また説明する段階でも理解されやすくなると考えられる。

6. 参考文献

<https://ja.m.wikipedia.org/wiki/半正多面体>
創造性開発遊具ポリドロン 東京書籍
2015.8「数学セミナー」(多面体を見つめ直す) 日本評論社

7. キーワード

オイラーの多面体 正多面体 フラクタル

Kumamoto Prefectural Kumamoto-kita High School

アフィン暗号を応用する

Apply Affine Cryptography

梅木和哉, 賀川岳人

Kazuya Umeki, Taketo Kagawa

Abstract

We are interested in code, so we decided to study affine code, which is one kind of code. In this study, we mainly studied to strengthen the cryptographic strength from the viewpoint of deciphering the affine code. We would like to continue studying cryptographic strength of affine code.

1. 目的

アフィン暗号を応用し、元のアフィン暗号よりも暗号強度の強い暗号を作る。

2. 方法

アフィン暗号の暗号強度が弱い点について調べ、右のように鍵を応用する。そして、応用した鍵が使用可能かどうか解明する。

3. 結果

～①～ アルファベット26文字に#, %, &を加えた29文字を使って暗号化する。

～②～ mの次数上げを行い、mの3次式を使用して暗号化する。

4. 考察

① アフィン暗号に α と26は互いに素という条件があるため、26ではなく素数の29を用いることで α の制限が広がり暗号強度は強くなると考えられる。

② ①で暗号強度を強くしたが、アフィン暗号と同じ方法で解読されるため、式を変えることにより解読されにくくなると思える。mの次数上げは右より3次式について考えていくことで暗号強度は強くなると考えられる。

また、3次式の場合 α と β の組み合わせが29通りだった。

(γ は定数のため考えないでよいとする)。使用できる α と β の組み合わせを (α_1, β_1) , (α_2, β_2) ...とすると規則性が見つかった。mod 29や2乗が関連していることから3次式での α と β を使用できる条件について求められると予想される。

5. 結論

①では、アフィン暗号は α と β の組み合わせが $12 \times 26 = 312$ 通りに対し、作った暗号は $28 \times 29 = 812$ 通りの組み合わせとなり試行回数が増えるため暗号強度は強くなる。

②では、数式を変えることにより、アフィン暗号と同じ解読式を使うことが出来なくなる。また、解読式を作るとなると3次式を使ったので複雑な式になるため暗号強度は強くなる。また、29を用いても問題が無かったため①より29を用いる。

今後の展望は3次式の α と β の規則性を他にも見つけ、 α と β を使用できる条件を見つけることで暗号強度の強さを求める。

6. 参考文献

なし

7. キーワード

アフィン暗号 暗号強度 鍵

$$\text{Enc} \equiv \alpha m + \beta \pmod{26}$$

↓

$$\textcircled{1} \text{ Enc} \equiv \alpha m + \beta \pmod{29}$$

$$\textcircled{2} \text{ Enc} \equiv m^3 + \alpha m^2 + \beta m + \gamma \pmod{29}$$

$$1^2 \equiv (29-28)^2 \pmod{29} \quad 1^3 \equiv (29-28)^3 \pmod{29}$$

$$1^2 \equiv 28^2 \pmod{29} \quad 1^3 \equiv (-28)^3 \pmod{29}$$

$$1^3 \equiv 1^3 \pmod{29}$$

• α と β の規則性

$$\alpha_i^2 \equiv 3\beta_i \pmod{29} \quad (\alpha_2 \text{以降も同様})$$

• β の規則

$$1^2 \sim 28^2 \pmod{29} \text{ は使用出来ない}$$

• 2組の規則性

$$\alpha_1 \equiv n \alpha_2 \text{ のとき } \beta_1 \equiv n^2 \beta_2 \pmod{29}$$

(これらはすべての α 、 β において成り立つ)

二枚の長方形から立体的なケースを作る

Make a solid case with two rectangles

布施敦也 羽鳥勇人 富張聡祥 横島大樹 土屋翔舞

Fuse Atsuya ,Hatori Yuto, Tomihari Akiyoshi, Yokoshima Daiki and Tsuchiya Shoma

Abstract

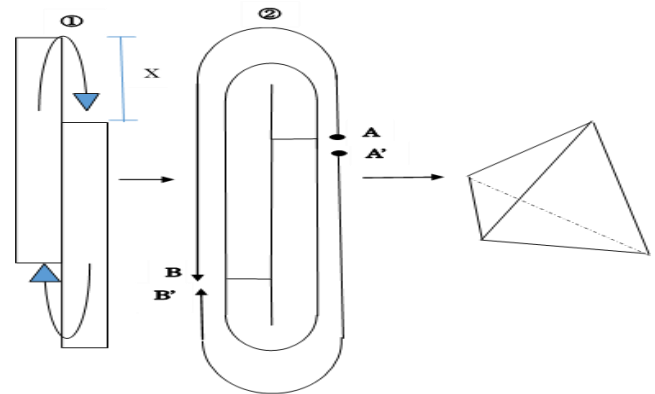
Two long strips of cloth and a zipper, they are the materials of the case. They can be various solids because we can combine them in various ways. So we wanted to find out the rules. For that, we made some models of the case and examined whether there are some rules or not. The rules turned out to be clear and easy to understand.

1. 目的

二枚の長方形から立体的なケース（四面体）を作ったとき、四面体のそれぞれの辺の長さや角度に関する規則性を調べ、公式を導く。

2. 方法

合同な二枚の長方形（ $a \times b$ ）の材料を用意し、①のように張り合わせ、②のように、 AB と $A'B'$ が重なるようにくっつけて、四面体を作る。①でのずれの長さ x を変えて繰り返し立体を作る。作った立体の辺の長さや角度を調べる。また、計算式によって公式を導く。

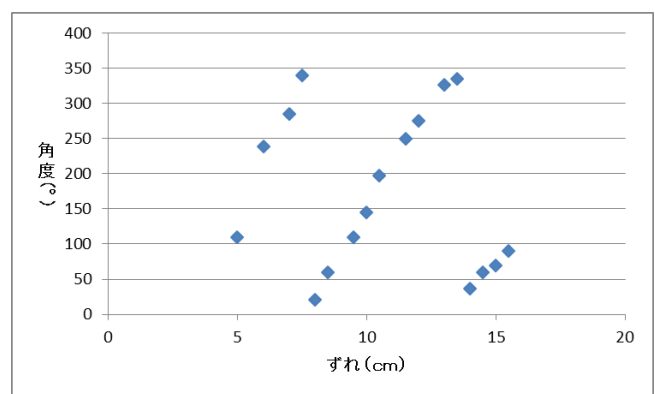


3. 結果

$a=2\text{cm}$ 、 $b=29.7\text{cm}$ のとき、右のグラフのような分布が現われた。また角度が 0° のとき、

a, b, x には $x = b \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4a^2(n+1)^2}}{n+1}$ という関係がある

と導くことが出来た。（ n は自然数）



4. 考察

ずらす長さや角度の間には周期があり、さらに強い関係があるとわかった。

今後さらに関係性を実測と理論的手法の両面で考えていきたい。

5. キーワード

四面体、ファスナー

(2606) 富山県立富山中部高等学校
Toyama Prefectural Tayama Chubu Senior High School

$\frac{1}{p}$ の不思議

The mystery of $\frac{1}{p}$

中村 圭吾 藏本 晋太郎 木下 寛之

Nakamura keigo, Kuramoto shintaro, Kinoshita Hiroyuki

Abstract

We researched the nature of cyclic decimal. Cyclic decimal has a lot of interesting natures, but we focused on what is called “Midy’s theorem”. In fact, this theorem is deeply related to ring, one of the algebraic structures. So, we talked about the proof of this theorem and the generalized contents.

1. 研究に至った理由

僕たちは数学部で日々数学を楽しんでいる。ある日部室で飯高 茂著「群論 これはおもしろい」を読んでいて、群を発展させた環という代数系を用いると循環小数の面白い性質を証明できるとあったので、同じく飯高 茂著「環論 これはおもしろい」を読むことでそれについて深く研究してみようと思った。

2. Midy の定理

自然数 a と素数 p からなる真分数 a/p が 10 進展開で循環小数となりかつその循環節が偶数桁であるとき、その 2 分割和には 9 が並ぶ。数式で表すと

$$\frac{a}{p} = 0.\overline{a_1 a_2 a_3 \dots a_n a_{n+1} \dots a_{2n}}_{(10)} \Rightarrow a_i + a_{i+n} = 9 \text{ となる。}$$

3. 考察

少数や分数は小学校の算数で習うことだが、そのうらには面白い性質があつてそれを研究すると大学で習う代数学に発展するのは驚くべきことだと思った。また代数学は抽象的だがそれを具体的に用いることで面白い結果が得られるのは素晴らしいことだと思った。

4. 参考文献

飯高 茂著「環論 これはおもしろい」共立出版

5. キーワード

Midy の定理 循環小数 剰余環 補数

石けん膜の不思議 Mystery of Soap Film

高林葉月

Takabayashi Hazuki

Abstract

A soap film will certainly be the smallest area. When I formed it on a installation using two acrylic boards, the shortest network through Fermat points was created. A pentagon has a network through three Fermat points. I drew it with geometric software and verified which was the shortest.

1. 目的

私はこれまで三角形や四角形における最短ネットワークについて研究してきた。そこで鍵となったのは、最短になるためにはフェルマー点を成した線分が作図されるということである。今回は五角形の時にどのようにフェルマー点を成してネットワークができ、最短になった時にはどのようなネットワークが作図できるのか検証した。

2. 方法

五角形のフェルマー点を3個持つネットワークが最短である証明をし、動的に動かすことの出来る幾何ソフトを使用して最短ネットワークを求める。

3. 結果

- (1) 五角形はまず1点を除いて出来る4点で考え、四角形のネットワークを作図する。
- (2) その際に、作図された2つの(1)の4点ではない、正三角形の点どうしを結んだ線分を一辺とし、(1)で除いた1点の反対側に頂点をとる正三角形を作図する。
- (3) (2)の正三角形の外接円と、その頂点と(1)で除いた1点を結んだ線分との交点をとる。
- (4) ここまでで出来たそれぞれの交点を結び合わせると、最短ネットワークが作図することができる。

4. 考察

長方形の場合ではネットワークは2通りあり、辺の長さでどちらが最短であるか、簡単に求めることが出来たが、五角形ではより複雑になるため、幾何ソフトで外形における最短ネットワークの、長方形のような判断基準を探したが困難であった。

5. 結論

五角形の最短ネットワークは三角形と四角形の最短になる証明を使って証明することが出来る。また、1つの五角形のうち5通り出来るネットワークのうちの最短であるネットワークは幾何ソフトで求めることが出来る。

6. 参考文献

矢崎成俊 (2016)『実験数学読本』 日本評論社

P. グリッツマン(著)・R. ブランデンベルク, 石田基広 (翻訳) (2012)『最短経路の本』丸善出版

7. キーワード

フェルマー点・最短ネットワーク・石けん膜

3× n のすべてのマス目を通る道順の総数についてTotal number of routes that visit each vertex exactly once in n rows by 3 columns matrix

金城重孝

Shigetaka kinjo

ABSTRACT

When we give 2-dimensional Euclidean space n rows by m columns matrix, we counted number of routes that visit each vertex exactly once in $m \times n$ matrix. In case of $m=3$, we used squares of $3 \times n$ matrix given the starting vertex and the ending vertex. Through these examples, we study Hamiltonian Path Problem.

1. 研究の目的

3× n のすべてのマス目を通る道順の総数を求めます。このような具体例を通して、Hamilton 閉路問題を学ぶことを目的とします。

2. 研究の方法

$R(n)$ は、3× n のすべてのマス目を通る道順の総数を表すことにする。このとき、3以上のすべての自然数 n において、次の定理が成り立つ。

定理 3× n のすべてのマス目を通る道順の総数について、次の(1)、(2)が成り立つ：

$$(1) R(n) = 2^{n-2}$$

(2) 最初の移動で下へ進む場合の道順の総数を $R_a(n)$ 、最初の移動で右に進む場合の道順の総数を $R_b(n)$ とすると、 $R_a(n) = R_b(n) = 2^{n-3}$.

3. 研究の成果

数学的帰納法を用いて、定理を証明することができた。その証明の概略を、ポスターで発表します。その一般化が難しいことを、図を描くことで学ぶことができた。

4. 参考文献

[1] K. L. Collins and .B. Krompart, The number of Hamiltonian paths in a rectangular grid, Discrete Math. 169(1997), 29-38.

[2] 日本数学コンクール 2015, 問題「ジャングルジムの最長経路問題」, pp18-pp29.

5. キーワード

Hamilton 閉路問題

柱の間の見かけの距離についての考察
Consideration on the apparent distance between poles

漆原 基志 大津 風人
Motoshi Urushibara Futo Otsu

Abstract

When riding a vehicle, the distance between objects, such as telephone poles and street lights, appears to increase or decrease. We called this distance the apparent distance, and worked out a mathematical formula to calculate it.

1. 目的

観測者が静止している場合や動いている場合に、2柱の間の見かけの距離を式で示す。

2. 方法

見かけの距離を、観測者が柱の方向へ両腕を広げた時の手の間の長さとし、その様子を座標平面上に示す。その後、観測者が規則的に動くことによって見かけの距離がどう変わるか調べ、式で示す。

3. 結果

観測者が静止している場合、2柱に平行に移動している場合、2柱を結ぶ線分の中点を中心とする円上を動く場合のそれぞれについて見かけの距離を式で示すことができた。また、円上と直線上を微小に動いたとき、見かけの距離の変化はほぼ等しい事を近似により示した。

4. 考察

観測者が直線上や円上だけでなく、他のさまざまな動き方をした場合についても同様に式を立て、各々に共通点を見いだすことができそうだと考えた。

5. 結論

観測者が静止していても、規則的に動いても、見かけの距離は式で示せる。

6. 参考文献

なし

7. キーワード

見かけの距離 三角比

データ見える化

発表者 友兼昂

Abstract

Using sensors which can measure the amount of nitrogen dioxide, humidity, temperature, and light levels, in my school, in order to conserve energy.

1 目的

学校に設置してある二酸化炭素量、照度、温度等を測るセンサーからとれるデータを数学的に処理、分析し、どのような要素がデータの相関関係に作用するのかを考察する。それをもとに数学を利用して学校生活が快適になる改善策を考察・発見する。

2 方法

- ①：本校には日本大学文理学部「電力エネルギー見える化プログラム」の研究用に温度・湿度・照度センサーと二酸化炭素センサーが設置され、2015年以降のデータをダウンロードできる。この大量のデータを分析する方法の研究を行う。
- ②：データ分析のねらいは「人が快適に過ごせる要素の数値」を設定し、実際のデータが理想値とどれほどのズレがあるのかを算出することにある。
- ③：データ分析のために、それぞれの要素間のグラフの相関から数式をつくる。
例： $Y = 2X$ (Y：二酸化炭素濃度 X：人口密度)
- ④：そして、その式を利用して、どのようなことをすれば理想値に観測値が近づくのかを考察・シミュレーションする。
- ⑤：①～④のアクションを、季節・月・日・時間ごとにそれぞれ区画分けして行い、統合的に分析する。

3 結果

・データの処理が追いついていないため、現状はデータ分析まで至っていない。「データ見える化」が達成できるよう処理を進めている。

4 考察

・現在での考察は、3で述べた理由で考察に至っていない。

5 結論

・現在での結論は、3で述べた理由で行ってない。

6 参考文献

・『数学 B』(数研出版),
『データ分析のための統計入門』岡太彬訓, 都築誉史, 山口和範 共著 (共立出版株式会社)

7 キーワード

ビックデータ 二酸化炭素濃度 人口密度 日照 照度

オイラー余関数の評価式について

On the evaluation formulas of Euler's cototient function

発表者 鈴木拓磨 富井海斗 平井皓陽 藤田源翔 山崎雅貴

Abstract

Euler's totient function $\varphi(n)$ is defined by the number of non-negative integers less than n that are relatively prime to n for any natural number n . Moreover, Euler's cototient function $co\varphi(n)$ is defined by $n - \varphi(n)$. We consider some equation including Euler's cototient function. In that case, the evaluation formulas of Euler's cototient function play an important role.

1. 目的

オイラー関数は自然数 n に対して、1 以上 n 以下の自然数の中で n と互いに素な自然数の個数を $\varphi(n)$ とすることによって定義される関数である。オイラー関数 $\varphi(n)$ に対して、オイラー余関数 $co\varphi(n) = n - \varphi(n)$ が考えられている。オイラー関数について方程式 $\varphi(n) = a$ (a は自然数) の自然数解を求める基本的な問題があるが、我々は方程式 $co\varphi(n) = a$ (a は自然数) の自然数解について考える。

2. 方法

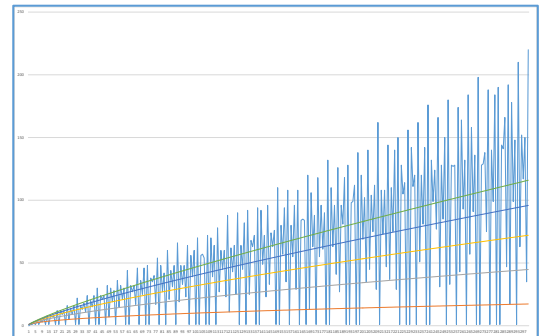
方程式 $co\varphi(n) = a$ の解を求めるために、オイラー余関数の挙動を知ることがまず重要であると考えたので、まず n が 1~300 までのオイラー余関数 $co\varphi(n)$ の値を求めた。

3. 結果と考察

オイラー余関数の値から得られたオイラー余関数のグラフが右図である。グラフ上のいくつかの点をよくみると、

曲線たち $y=1, y=n^{\frac{1}{2}}, y=n^{\frac{2}{3}}, y=n^{\frac{3}{4}}, y=n^{\frac{4}{5}}, \dots$

のどれかの上にある。



また、自然数 n とその素因数分解そしてオイラー余関数の値のリストをみることによって 2 以上の自然数 n に対して自

然数 n を素因数分解したときにあらわれる指数の和が 2 以上なら $n - \varphi(n) \geq n^{\frac{1}{2}}$, 指数の和が 3 以上なら $n - \varphi(n) \geq n^{\frac{2}{3}}$,

指数の和が 4 以上なら $n - \varphi(n) \geq n^{\frac{3}{4}}$, \dots ということが予想できた。

4. 結論

2 以上の自然数 n に対して、 n を素因数分解したときに指数の和が自然数 m 以上なら、 $n - \varphi(n) \geq n^{\frac{m-1}{m}}$ 。特に等号成立は $n = p^m$ のとき (p は素数)。これから、例えば方程式 $n^3 - \varphi(n^3) = n$ を満たす自然数解は存在しないことがわかる。

5. 参考文献

数学の研究をはじめよう (I) (II) (III), 飯高茂, 現代数学社

出入国者割合が日本の人口推計に与える影響
The influence of an entrant and departures ratio on a population of Japan

藤井麻希
Maki Fujii

Abstract

I studied a population decline of Japan using least squares method. I compared the value of the estimated population using the high mathematics model with the value performed by a deduction of an entrant and departures ratio based on Cohort factor method. And I considered an influence which an entrant and departures ratio give to the estimate of the population.

1. 目的

直近の日本の人口推移を予測するにあたって、コーホート要因法での出入国者数の影響の大きさを評価する。

2. 方法

数理モデルとして一次の最小二乗法を用い、日本の5歳階級毎の人口と生残率を推計した。コーホート要因法を用いる際、出入国者数を考慮せずに2025年の日本の人口を推計した。

3. 結果

今回求めた結果と統計局が公表している人口推計を比較すると、500万人ほどの差が生じた。

4. 考察

近年の出入国者の人数を平均すると約9万人であるため、今回の研究結果の500万人の差は出入国者が関係しているとは考えにくい。よって、今回の研究での500万人の差は出入国者数によるものではなく、統計局が人口と生残率の推計に用いている高度な数理モデルによるものと推測される。

5. 結論

500万人の差に対するコーホート要因法での出入国者の寄与分は約2%程度である。このため、人口推計はモデル依存度が高いことがわかった。今後の課題として、高度な数理モデルの必要性について理解を深める必要がある。

6. 参考文献

高校数学の美しい物語、統計局ホームページ

7. キーワード

近似曲線・人口減少・最小二乗法・2025年問題

補間多項式列と係数の極限

洞龍弥

Abstract

Any sequence can be expressed as series in a certain way. Sometimes its coefficient has correspondence with Maclaurin expansion. In that case, you can obtain an interesting equation.

1. 目的

数列を一般的に級数展開する方法を得る。さらに、その級数を形式的に冪級数に変形した時、その冪級数が連続関数を表すことがあり、その関数と元の数列の対応を考える。

2. 方法

マクローリン展開との類似を意識しながら、微分を差分に、冪を下降階乗冪に置き換えて数列の級数展開を得る。

3. 結果

数列の補間多項式の極限として級数表示を得た。その級数表示を、差分の概念を用いて表すことにより、級数の収束とその形の級数展開の一意性を示した。

また、級数展開を第一種スターリング数を用いて形式的に冪級数に変形すれば、連続関数を表すことがあると分かった。例えば自然数 n について $1/1+1/2+\dots+1/n$ で定義される数列を級数展開し n の冪級数に形式的に変形すると、 $-1 < n < 1$ で収束するような冪級数が得られる。面白いことに、この冪級数は元の数列を拡張するある解析関数のマクローリン展開になっている。このような現象が他の数列でも成り立つ例を見つけた。また、この現象から級数等式が得られることがある。例えば、先ほどの $1/1+1/2+\dots+1/n$ の例からは多重ゼータに関する等式が得られる。

4. 考察

2^n や $\sin(n)$ や $1/(1+n)$ でも似た現象が起きるが、 $n!$ や $\sin(n\pi)$ では起きないことが分かっている。どのような条件が必要なのかを調べる必要がある。また、定数でない周期数列ならこの現象が起きないことを示せば π の無理性を簡単に示せる。このような応用もできそうなのでそれも考える価値がある。

5. 結論

数列を一般的に級数に展開する方法を得た。その級数のある意味での係数を考えることにより、数列を冪級数に変換し、数列を拡張する連続関数を得ることができた。また、その変換を利用し、級数に関する等式が得られることが分かった。

6. 参考文献

多重ゼータ値入門

7. キーワード

数列 差分 補間多項式 級数展開

セッケンの泡とシュタイナー点

Steiner point and semi-regular tetradodecahedral of Kelvin

竹田晴輝

Haruki Takeda

Abstract

There are some solids which can fill square block. It used to be said that semi-regular tetradodecahedral of Kelvin can fill square block most efficiently. I wanted to research semi-regular tetradodecahedral of Kelvin' s filling rate.

1. 目的

立方体以外の単一多面体による空間分割で最も効率がよいと言われていたケルビンの14面体（切頂八面体）の充填率を調べる

2. 方法

ケルビンの14面体（切頂八面体）は体心立方格子のポロノイ図になっているので、その立方体に占める14面体の割合を計算する

3. 結果

ケルビンの14面体の充填率は
右の表の通り

	充填率
体心立方格子	68.01%
ケルビンの14面体（切頂八面体）	50.00%

参考) 六方最密格子の充填率：約74%

4. 考察・結論

体心立方格子の球をそれぞれ拡張するとケルビンの14面体ができるので、体心立方格子の充填率よりも低くなることは予想でき、ケルビンの14面体は体心立方格子に比べ3割ほど充填率が低いことが分かった

5. 参考文献

www2.hamajima.co.jp/~mathenet/f20/kelvin.htm

www.geocities.jp/ikuro_kotaro/koramu/4202_h1.htm

6. キーワード

シュタイナー点 ケルビンの14面体 空間分割

スポーツデータ解析における主成分分析

PCA principal component of analysis in Analyzing Sports Data

～FIFA ワールドカップ 2014 の日本代表選手の選出は間違っていた!!～

小野 弘貴 平田 瑞貴 三崎 奈々

Hiroki Ono, Mizuki Hirata, and Nana Misaki

Abstract

We started our data-based study in order to find problems about selecting Japanese internationals. To find the difference between players on the national team and Division 1 players, we used principal component analysis and compared players on a position basis. Therefore we could suggest new players.

1. 目的や動機

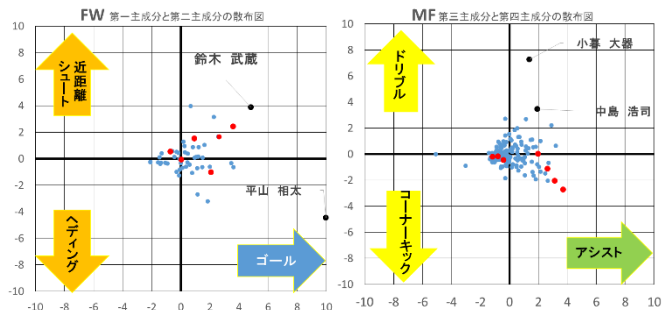
近年、日本のサッカーは世界大会で好ましい結果を残せていない。私たちはその選出方法に問題があると考えた。そこで、データ解析により 2014 年での有力選手を提案したいと思い研究を始めた。

2. 方法

選手間で差がつくプレーを見つけるためにシュート面、サポート面、守備面、パス面に分け、FW, MF, DF ごとに分析した。分析の方法には主成分分析を用いた。次に主成分分析で得られる、選手を評価する値（主成分得点）を FW はシュート面、MF はサポート面、DF は守備面において日本代表選手と J1 選手を比較した。パス面は全てのポジションで比較した。比較の差が明確なものについて散布図を作成した。

3. 結果

日本代表選手と J1 選手との違いが明確なのは FW では攻撃力、MF ではアシスト力だと分かったが、DF では違いを見つけることはできなかった。パスでは MF が日本代表選手の方がショートパス、ミドルパス、ロングパスのプレーで J1 選手よりも優れていると分かったが、FW、DF の代表選手と J1 選手との差は見られなかった。また、FW、MF の散布図を作成し比較することで、日本代表選手よりも有力な選手を見つけた。作成した散布図より、FW では日本代表選手より主成分得点の絶対値が大きい選手がいることが分かった。MF では日本代表選手よりドリブルに長けた選手がいることが分かった。



4. 考察

FW では、年齢に関係なくよりシュート力がある選手を選ぶ。MF では、パスばかりではなくドリブルがうまい選手も選ぶ。またこのことは、FIFA ワールドカップ 2014 後に言われていた日本代表の弱点と一致する。DF は違いが見られなかったため、提案できなかった。

5. 結論

2014 年のサッカー日本代表においてデータから選出方法の問題の発見と新たな選出方法の提案、有力な J1 選手の提案をすることができた。

6. 参考文献 引用文献

http://www.statistics.co.jp/reference/software_R/statR_9_principal.pdf 「主成分分析」

7. キーワード

「主成分分析」 「J1」 「分散」 「標準化」 「スポーツデータ解析」

スポーツデータ解析における主成分分析 ～データから見るセ・リーグ各チームが勝つための強化ポイント～

PCA principal component of analysis in Analyzing Sports Data
～Reinforcement Points for each team to Win by Data Analysis～

大西 裕基 滝 果音 竹安 美緒 吉田 理菜子

Ohnishi Yuki, Taki Kanon, Takeyasu Mio, and Yoshida Rinako

Abstract

The purpose of this study is to determine the effectiveness of data analysis. PCA is used and the data from 2015 and 2016 of NPB was analyzed for our study. it clarified the reinforcement points of each team and the effectiveness of the data analysis.

1. 目的

データ分析が多用されている今、データを通して物事を論理的に見ることが必要とされている。検証では、多変量データを処理する際に用いられる主成分分析という手法をスポーツデータ解析に応用し、日本プロ野球界の各チームの現状・弱点を明らかにし、高校生の視点からデータ分析の有用性を示そうとした。

2. 方法

- 1 日本プロ野球においてセ・パ、両リーグの各チームの勝率を調べ得点化する
- 2 チームが 2015 年に記録したデータを守備面と攻撃面に分けて基準化して主成分分析を行い、得られた主成分得点を散布図に示す
- 3 規定投球回・打席数を満たす選手を各チームから選び、2で得たチームの固有値を用いて各選手の主成分得点を求め、散布図に示し各チームの特徴をみる
- 4 2016 年の規定投球回・打席数をみたす選手を選び出し、2で得たチームの固有値を用いて3の散布図と比較する

表1 チーム名と2015年
→2016年の順位変化

ヤクルト	1→5
巨人	2→2
阪神	3→4
広島	4→1
中日	5→6
DeNA	6→3

3. 結果

表2 セ・リーグ各チームの特徴

ヤクルト	打力が高い
巨人	投手力が高い
阪神	個人投手力が高い
広島	投手力が高い
中日	投手力が比較的高い
DeNA	長打力が高い

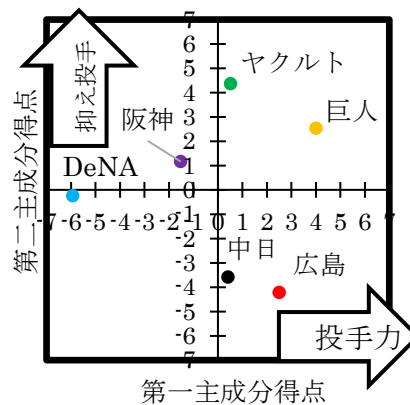


図1: 守備の第一・第二主成分得点

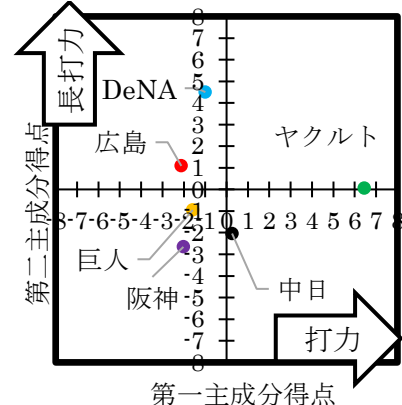


図2: 攻撃の第一・第二主成分得点

4. 考察

セ・リーグ各チームが勝つために必要な強化ポイントを表3のように導き出した。

表3 各チームの強化ポイント

ヤクルト	先発投手	広島	短打を打てる打者
巨人	優れた打者	中日	抑え投手
阪神	先発投手	DeNA	守備力

5. 結論

2015年度と2016年度の各チームの順位を比較したところ、私たちの導き出した強化ポイント

を補えたチームは順位が上がっていた。よって、主成分分析で各チームの強化ポイントを導き出すことは可能であり、データをきちんと分析することで客観的にチームを勝利に導くことができる。

6. 参考文献

『プロ野球スルデータ置き場』 Icom.sakura.ne.jp 『NPB.jp 日本野球機構』 npb.jp

星形正 n 角形の性質

The Property of star-shaped regular “n”-pointed polygons

間瀬口 秀斗・渡辺 大護

Shuto Maseguchi, Daigo Watanabe

Abstract

We were interested in common figures such as the pentagram and the hexagram. We began our research to find out what kind of properties appear in generalized star-shaped regular “n”-pointed polygons. As a result, we can prove several theorems concerning them.

1. 目的

五芒星や六芒星などの図形を一般化した星形正 n 角形についてどのような性質、特に n を正の無限大に近づけたときの極限がどのようなものなのかを調べることを目的に研究を始めた。

2. 方法

まず星形正 n 角形を定義し、星形正 n 角形の面積、外周、パスを n と、飛び数である m と三角関数を用いて表した。次に式変形を行い、極限について考察した。

3. 結果及び考察

m を n と無関係な定数として扱った場合、以下の値になった。

面積の極限… $\lim_{n \rightarrow \infty} S_{(n,m)} = \pi$ (円の面積に収束)

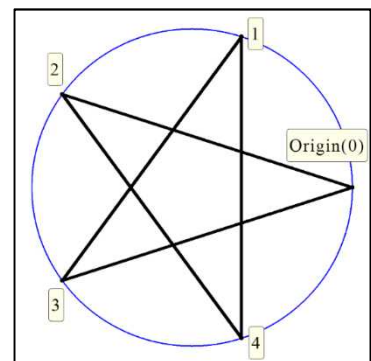
外周の極限… $\lim_{n \rightarrow \infty} l_{(n,m)} = 2\pi$ (円周の長さに収束)

パスの極限… $\lim_{n \rightarrow \infty} L_{(n,m)} = 2m\pi$ ((円周の長さ) × (飛び数) に収束)

n = am+b として計算したところ、以下の値となった。

面積の極限… $\lim_{n \rightarrow \infty} S_{(am+b,m)} = \{(a-2)/(a+2)\}\pi$ (円の面積に収束)

これは予想していた値とは異なったため、現在研究を続けている。 ↑ n=5, m=2 の場合



4. 結論

単位円に内接する星形正 n 角形に関する極限は、m を n と無関係な定数として扱った場合、視覚的に予想できるものと同じ結果になるが、m を n と関連させた場合、異なる結果となる。

5. 参考文献

課題研究(数学)研究テーマを探そう

www.shinko-keirin.co.jp/keirinkan/tea/kou/jissen/sugaku/201408/pdf/file02.pdf

6. キーワード

星形正 n 角形 飛び数 極限

正十七角形の作図

How to Draw a Regular Heptadecagon

高野賢人
Kento Takano

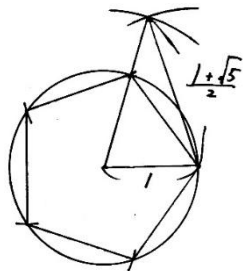
<Abstract>

Study about regular polygons that are able to draw by only using ruler and compass and try to draw a regular pentagon and a regular heptadecagon.

<目的>

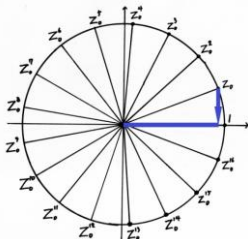
コンパスと定規のみを用いて作図可能な正多角形について学び、正五角形と正十七角形の作図に挑戦する。

<正五角形の作図>



円に内接する正五角形を描くには、中心角を 72° とすればよい。この角度は相似な二等辺三角形を用いて作図できる。

<正十七角形の作図>



正十七角形を描くには、左図の太線部の長さが分かればよい。それは、複素数平面や解と係数の関係を用いて方程式 $z^{17} = 1$ を解くと求めることができる。

<結果・考察・結論>

正五角形は実際に作図することができた。正十七角形については、理論上作図することのできる値が分かり実際に作図を試みたが、作図中に誤差が生じ、失敗した。

<参考文献>

- ・ 数学100の定理 東京セミナー編集部
- ・ 数学Ⅲ (教科書) 東京書籍
- ・ <http://ir.lib.osaka-kyoiku.ac.jp>
- ・ <http://mathtrain.jp>

<キーワード>

- ・ 正多角形
- ・ 中心角
- ・ 作図
- ・ 複素数平面
- ・ 高次方程式
- ・ 英語発表

偶然の確率

安達 優佳 尾崎 陽彦

Abstract

When we use shapes to think about probability, we test the relationships between probability and shapes.

1. 目的

確率は学習していく中で、単なる数値でしかなかった。図形を用いた事象から確率の数値を考えた場合、結果の数値と図形はどのような関わりがあるか調べてみる。

2. 方法

①正方形の中に、無作為に 1000 個のボールを投げる。

乱数表を用いてボールが形の内部に入った確率を求める。(モンテカルロ法)

② $2L$ 間隔で置かれた 3 本の直線に対し、無作為に長さ L の棒を投げる。

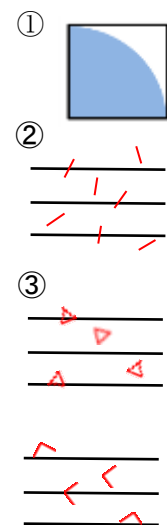
この棒を 1000 本投げ、平行線と何本交わったかを調べてその確率を求める。

(ビュフォンの針)

③ $2L$ 間隔で置かれた 3 本の直線に対し、無作為に一辺の長さ L の

正三角形と正方形を投げる。この正三角形と正方形を 500 回投げ、

平行線と何本交わったかを調べてその確率を求める。



3. 結果

①[ボール] 内部に入った回数:780、よって確率は $780/1000=0.780$

②[棒] 交わった回数:349、よって確率は $349/1000=0.349\cdots=1/\pi$

③[正三角形]交わった回数:233、よって確率は $233/500=0.466$

[正方形] 交わった回数:301、よって確率は $301/500=0.602$

4. 考察

①の図形の面積比を考えると

$$(\text{青色の扇形の面積}) \div (\text{正方形}) = (\pi/4) \div 1 = 0.785379\cdots$$

となり、ほぼ確率と同値となる。つまり面積の比と確率は同じになるのではないか。

また②の実験では分母が円周率に近づくことが分かる。

しかし、③の実験では計算した確率の近似値と確率の結果に誤差が生じてしまった。投げる図形が複雑になれば、交わる確率は投げる力や角度に大きく左右されると考えられる。

5. 結論

確率の数値は図形と関わりがあり、確率を用いて面積や円周率の近似値を求めることができた。しかし、図形が複雑化されれば、確率と図形の関係は一致しにくい。

6. 参考文献

「偶然の数学」 武隈 良一著 共立出版株式会社

7. キーワード

確率 円周率 モンテカルロ法

ファレイ数列による接する3円の作図とその一般化

On Creating and Generalizing Three Connected Circles by Using Fairy Sequence

高山 隼 郝 洋

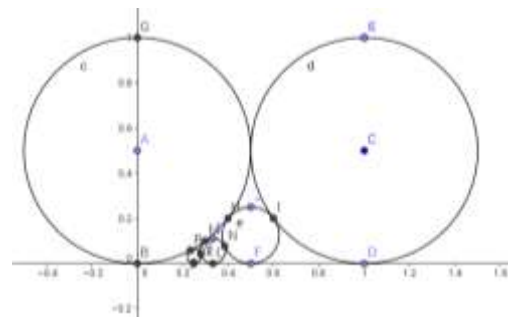
Shun Takayama Jayson Hao

Abstract

We discovered a way to create Ford circles unexpectedly when we were finding a way to explain Fairy Sequence by graphs for our club journal. That made us think about how to prove the graph is correct, and how Fairy Sequence is related to Ford circles.

1. 動機・目的

部誌でファレイ数列を説明するために、GeoGebra で作図をしようと思い、試行錯誤をしているなかで偶然ある作図法を見つけた。その作図法でファレイ数列が発生することの証明と、その一般化を行った。



2. 方法

この作図方法でファレイ数列が発生することを数式で証明する。GeoGebra で具体的に作図をしながら、一般的に成り立つ関係を探し、それを証明する。

3. 結果

この作図法によってフォード円の一部分が作図できることを証明した。m次とn次から(m+n)次のフォード円が作図できることを証明した。

4. 考察・結論

1次とn次に接するフォード円の作図には成功した。また、ファレイ数列を利用することによりm次とm次のフォード円の作図ができた。

5. 今後の課題

ファレイ数列を用いない、フォード円の作図を探る。

6. キーワード

ファレイ数列 フォード円 作図 GeoGebra

Nature with Math—私たちと太陽の関係—

Nature with Math—Relations with us and the sun—

飯島みなみ 風間莉子 清水秋月

IIJIMA Minami, KAZAMA Riko, SIMIZU Azuki

Abstract

The areas where we live in Nagano Prefecture are surrounded by a lot of mountains. We tried to measure the height of the nearest mountain with mathematics. We calculated the height of the mountain using a trigonometrical function. When we calculated it, we used the difference between the estimated time of sunrise at a certain point at sea land (0m above sea level) and the actual sunrise time above the mountain. Finally we compared the calculated value with that of the actual the height of the mountain, and considered whether we would derive an accurate value.

1. 目的

海拔 0m の時の日の出予測時刻と実際に観測した日の出時刻との差から、三角関数を用いて山の高さを計算し比較する。

2. 方法

2017/6/9、長野県上田市のある地点から 1130m の山を観測した。そのデータの値を用いる。

標高差としては山の標高(1130m)－観測地点の標高(437m)＝693m。

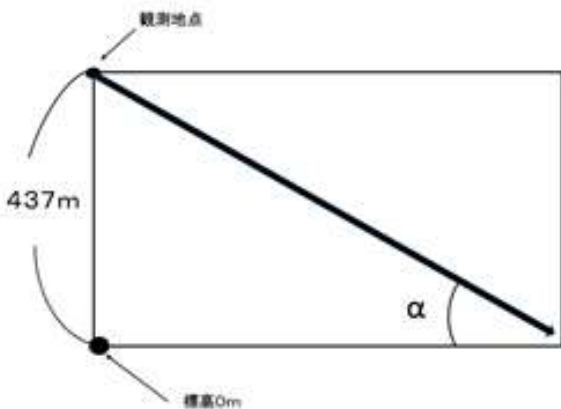
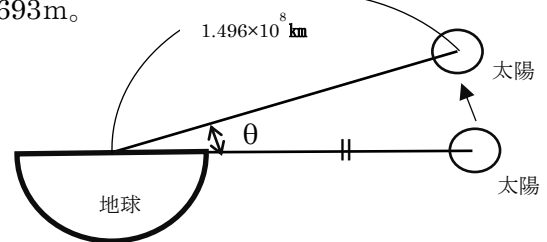
- ①観測地点から山までの距離を調べる。
- ②日の出予測時刻を計算する。
- ③実際に日の出時刻を観測し、②との差を求める。
- ④三角関数を用いて山の高さを計算する。

3. 結果

方法① 距離：9820m

方法②③ 予測時刻；4：29 実際の時刻；4：55 →差；26分

方法④ 下図より θ の角度を求める。



$$\frac{26\text{min}}{24\text{h}} = \frac{26}{24 \times 60} = 1.81 \times 10^{-2}$$

地球と太陽の距離は $1.496 \times 10^8 \text{km}$ であることを用いて

$360 : \theta = 2\pi \times 1.496 \times 10^8 : 1.81 \times 10^{-2} \times 2\pi \times 1.496 \times 10^8$ より

$\theta = 6.516$ また、観測地点の標高の関係から海拔 0m から

観測地点の標高(437m)までの観測地点からの角度は

$437 \div 9820 = 0.04450102 \doteq \tan 2.4$

よって $6.516(\theta) - 2.4(\alpha) = 4.116$

従って求める標高差の角度は $\theta' = 4.116$

ここで $\tan(4.116)^\circ$ の値を求めるために、

$\tan x$ を 3 回微分して近似値を出した。

$\tan(4.116)^\circ \doteq 0.071760193$ が得られたため、

観測地点と山の標高差を h とすると $h = 9820 \times 0.071760193$ より、およそ 705m となる。

次に、北緯 36.2° 地点で夏至に近い日に観測しているため太陽は水平方向に 77.2° 傾いて上っている。

$\sin 77.2^\circ$ を 5 回微分して、近似値を出した。

$$h = 705\text{m} \times \sin 77.2^\circ = 705 \times 0.976709092 \doteq 689\text{m}$$

4. 考察・結論

実際の山の高さと計算で求めた山との標高差は、約 4m の誤差があったが、真値に近い値が求められた。

今回は 1 日分のデータのみを用いたが、数日分のデータを収集し平均値を求めると、より近い近似値を出すことができると考える。

5. 参考文献

「微積分Ⅱ」大日本図書株式会社 田河生長、数研出版高等学校数Ⅲ、<http://koyomi.vis.ne.jp>

6. キーワード

太陽、日の出時刻、三角関数、微分

Prefix Reversal

屋代珠羅 青木愛珠
YASHIRO Jura, AOKI Manami

Abstract

Prefix Reversal is an operation that whatever the number on the top card is, count down that many in the deck and turn the whole block over on top of the remaining cards. As we repeated this operation, we research in the relation between any permutation and the number of times we operated.

1. 研究背景

パンケーキ問題などの整序問題に対し、様々なソーティングアルゴリズムが知られているが、私たちはその中でも Prefix Reversal という操作に着目し研究した。Prefix Reversal とは、1 から n までの数字が重複せずに書かれた n 枚のカードを横一列に並べたとき、一番左のカードに書かれている数字の枚数分だけ左から順にカードをとり、左右を逆順に並べ変える操作のことである。

例 : 2413 \rightarrow 4213 \rightarrow 3124 \rightarrow 2134 \rightarrow 1234

Prefix Reversal を1のカードが一番左にくるまで繰り返したとき、任意の初期配置に対して、その操作が高々何回かかるかという問題が、コンウェイの問題として未解決になっている。先行研究として、操作中に k 種類のカードが一番左にくる並べ方において、1のカードが一番左にくるまでの操作回数の最大値を $g(n, k)$ とおくと、以下の不等式が成立する。

$$g(n, k) \leq g(n, k-1) + g(n, k-2)$$

2. 研究結果

- 1 : Prefix Reversal を繰り返すと、必ず1のカードが一番上にくることを証明した。
- 2 : 操作回数がカードの枚数 n を用いた式で表せる特殊な初期配置を見つけた。
- 3 : 小さい n についての初期配置と操作回数を調べ、それらの関係性を調べた。

3. 参考文献

- 1 : Linda Morales and I. Hal Sudborough, A Quadratic Lower Bound for Reverse Card Shuffle, *preprint*
- 2 : William H. Gates and Christos H. Papadimitriou, Bounds for Sorting by Prefix Reversal, *Discrete Mathematics* 27(1979), 47-57

4. キーワード

パンケーキ問題, シャッフル, topswaps, prefix reversal, sorting algorithm

ガウス素数と幾何学的視点
Gaussian Primes and Geometric View

島田 恵佑
SHIMADA Keisuke

Abstract

A Gaussian integer $\alpha = a + bi (a, b \in \mathbb{Z})$ is represented as the product of Gaussian primes. Then, Gaussian primes is plotted on the complex plane, a polygon is formed by connecting them. We research the properties of it.

1. ガウス素数とは

定義：ガウス整数 $\alpha = a + bi (a, b \in \mathbb{Z})$ に対して， $\pm 1, \pm i, \pm \alpha, \pm ai$ 以外に約数をもたないものをガウス素数という。また，整数である素数を有理素数という。

2. ガウス素数の性質

① $\pi = a + bi$ がガウス素数であることと，次のことは同値である。

1) $a, b \neq 0$ のとき， $|\pi|^2$ が有理素数である。

2) $a = 0$ または $b = 0$ であるとき π は $|\pi| \equiv 3 \pmod{4}$ をみたす有理素数である。

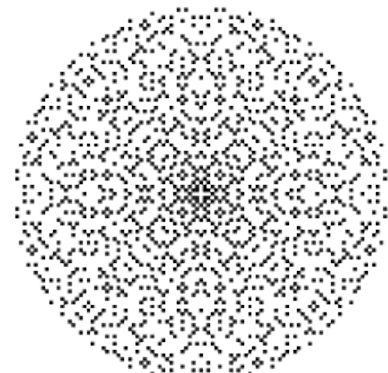
② ガウス素数 π に対して，

1) $-\pi, \pm \pi i$ はガウス素数である。

2) π の共役 $\bar{\pi}$ はガウス素数である。

③ 任意のガウス整数はガウス素数の積でただ1通りに決まる。

これをガウス整数の素因数分解の一意性という。



ガウス素数の分布（中央が原点）

3. 幾何学視点とは

あるガウス整数 $\alpha = \pi_1 \pi_2 \cdots \pi_n$ (π : ガウス素数) に対して，複素平面上に各素因数に対応する点を結んで出来た多角形についての性質を考察していきたいと考えている。

4. 参考文献

青木昇，『数学のかんどころ 15 素数と2次体の整数論』，共立出版，2012

5. キーワード

ガウス整数，ガウス素数，複素平面，素因数分解の一意性，初等幾何

理想的な議席配分方法～各議席配分方法により配分される議席数の比較～

渡邊主頼 児玉大輔 佐藤祐人 矢野正敏

Abstract

In 2016, The Public Office Election Law was revised, and the voting age was lowered to 18. Also, the method of distributing the seats of the House of Representatives elections has been discussed in the Diet.

1. 目的

選挙権年齢が18歳に引き下げられ、身近になった選挙であるが、そのうち国会でも議論されている議席配分方法を世界各国で採用されている各方式を比較することで、理想的な議席配分方法を考察した。

2. 方法

ハミルトン方式、ラウンズ方式、ドント方式、ディーン方式、衆議院小選挙区の5つの配分方式を次の観点で比較する。

- ① 人口に比例したものとなっているか。
- ② アラバマパラドックスは起こらないか。
- ③ 一票の格差を小さくすることができるか。

また、議席配分の理想値 V_i は、 $V_i = \frac{P_i}{S} \times A$ とした。《 i 市の人口: P_i 総人口: S 総議席数: A 》

3. 結果

各配分方式による議席配分結果

選挙区	有権者数 P_i	V_i	現在の定数	最小格差	Hum.	Low.	D'Hon.	Dea.	Rep.
大分	394,921	17.16	13	14	17	17	19	17	12
別府	99,766	4.34	5	5	4	4	5	4	4
中津	70,203	3.05	3	4	3	3	3	3	3
日田	57,330	2.49	3	3	3	2	2	2	2
佐伯	64,428	2.80	3	3	3	3	3	3	3
臼杵	34,474	1.50	2	2	2	2	1	2	2
津久見	16,542	0.72	1	2	1	1	0	1	1
竹田	20,356	0.88	1	1	1	1	1	1	1
豊後高田	19,851	0.86	1	1	1	1	1	1	1
杵築	26,084	1.13	1	1	1	1	1	1	2
宇佐	49,001	2.13	3	2	2	2	2	2	2
豊後大野	32,876	1.43	2	2	1	2	1	2	2
由布	29,667	1.29	2	1	1	1	1	1	2
国東・姫島	27,845	1.21	1	1	1	1	1	1	2
日出	23,622	1.03	1	1	1	1	1	1	2
玖珠・九重	22,653	0.98	1	1	1	1	1	1	2
合計	989,619	43	43	43	43	43	43	43	43
一票の格差		1.000	1.860	1.805	1.987	1.805		1.805	2.906

4. 結論

・人口比例、アラバマパラドックスの有無、一票の格差を考慮すると、理想的な議席配分方法は、ラウンズ方式、ディーン方式の2つとなった。

・ドント方式、衆議院小選挙区の配分方式は、人口比例となっておらず、一票の格差も大きくなり、今回の観点には合っていなかった。

ババ抜きの数学的考察

Mathematical consideration of old maid

増田康希 守屋幸祐

Masuda Koki Moriya Kosuke

Abstract

To find the probability of winning of players who do not have a joker in the first round.

1. 目的 2人でババ抜きをしているとき、初手にババを持っていない人が勝つ確率を知りたいため。
2. 方法

研究におけるトランプのルール

ババ抜きするプレイヤーは2人	初手の手札が少ない方からカードを引いていく	最終的にババを持っていた方の負け
----------------	-----------------------	------------------

① Aの手札が1枚(合計3枚)の場合

Aが $\boxed{2}$ のカード1枚、Bが $\boxed{2}$ と $\boxed{\text{ババ}}$ の2枚のカードを持っているとする。

- ・手札が1枚の人が勝つ確率を x とする。
- ・AがBから $\boxed{2}$ を引けばその時点でAの勝ち。この確率は $\frac{1}{2}$ である。
- ・Aがババを引けばAの手札は $\boxed{2}$, $\boxed{\text{ババ}}$ 、Bの手札が $\boxed{2}$, となって最初の状態から立場が入れ替わる。Aが $\boxed{\text{ババ}}$ を引く確率は $\frac{1}{2}$ である。手札が1枚の人が勝つ確率は x なので、この状況で手札が2枚のAが勝つ確率は $1-x$ 。このことから $x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}(1-x)$ 。よって $x = \frac{2}{3}$ 。

以上のことより、Aの勝つ確率は $\frac{2}{3}$ 。Bの勝つ確率は $\frac{1}{3}$ 。② 同様にして5枚の場合を考えると、Aの勝つ確率は $\frac{3}{4}$ 。Bの勝つ確率は $\frac{1}{4}$ 。

③ Aの手札が3枚(合計7枚)の場合

Aが $\boxed{1}, \boxed{2}, \boxed{3}$ の3枚のカード、Bが $\boxed{1}, \boxed{2}, \boxed{3}, \boxed{\text{ババ}}$ の4枚のカードを持っているとする。手札が3枚の人が勝つ確率を x 、手札が4枚の人が勝つ確率を $1-x$ とする。AがBからババ以外のカードを引いたとすると、①の状態になる。この確率は $\frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$ 。Aがババを引けばAとBの手札が最初の状況と立場が逆転する。この確率は $\frac{1}{4}(1-x)$ 。このことから $x = \frac{1}{2} + (1-x)$ 。よって $x = \frac{3}{5}$ 。

同様にして、9枚、11枚……の場合を考えると、次の表のようになる。

Aの手札の枚数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Aの勝率	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{6}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{6}{11}$	$\frac{7}{12}$	$\frac{7}{13}$	$\frac{8}{14}$	$\frac{8}{15}$

3. 結果と考察

表から、初手でババを持っていない方が勝率は高くなる。Aの手札が奇数のときと偶数のときに分けて考えると、分子と分母

それぞれが等差数列になっていて、奇数のときは、 $a_n = \frac{n+1}{2(n+2)}$ となり、偶数のときは $a_n = \frac{n}{2(n+2)}$ となることが分かった。

4. 結論と今後の課題

- ① 表から、ババを持っていない方が勝率は高い。
- ② この式を、数学的帰納法を用いて証明していきたい。

5. キーワード 確率 ババ抜き

地球上の直線とは？～カタナリーからカタナロイドへ～

A research of a straight line on the earth –with a catenary–

高橋潤 長谷川瑠巳 水澤友哉

Jun Takahashi Rumi Hasegawa Tomoya Mizusawa

Abstract

We consider the problem that a difference between a "straight" line and a mathematical straight line and assume that a catenary in a stationary state can be pulled with the infinitely large force, and a catenary shows how the limit equation changes. Also we could draw graphs of curves on the spherical surface.

1. 目的

感覚的な「まっすぐ」な線と数学的な直線の違いについて考える。平面上・球面上それぞれの静止状態のカタナリー曲線を、無限に大きな力で引っ張ることができるとして、その曲線の極限の式がどのように変化するのかを考察する。

2. 方法

まず、平面上のカタナリー曲線の両端に、極限まで大きな力をかけたときの極限がどのようなになるのかを求める。

次に、大きな球面上のカタナリー曲線（以後カタナロイド）を考察する。その際、極座標を用いるほか、重力は球面の中心方向へはたらくものとする（高さによる重力の変化は無視できるとする）。

3. 結果

平面上のカタナリー曲線の両端を固定して極限まで大きな力で引っ張ったとき、平面からの高さが等しい数学的な直線が得られる。またカタナロイドの導出では、次の2階微分方程式を導くことができる。

$$f''(\theta) = Be^{-f(\theta)} \sqrt{\{f'(\theta)\}^2 + 1} + \{f'(\theta)\}^2 + 1 \quad (Bは積分定数)$$

この微分方程式の近似解をオイラー法で求め、カタナリー曲線と比較すると、右図のようになる。

4. 考察

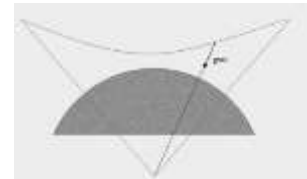
球面上のカタナロイドの形状を明らかにし、それを大きな力で極限まで引っ張ったときの曲線の形状を考察する。

5. 参考文献

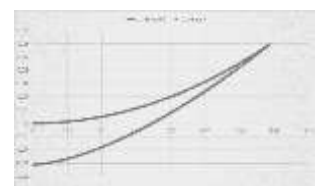
青空学園数学科 ; aozoragakuen.sakura.ne.jp

6. キーワード

直線 カテナリー 極座標 微分方程式 オイラー法



カタナロイドの概形



カタナロイド(下)とカタナリー(上)のグラフ

パターン形成の数学的考察について
Mathematical discussion on pattern formation

櫻井康貴 田中辰寅 濱田侑佳

Sakurai KOUKI, Tanaka TATSUHIRO, Hamada YUKA

Abstract

There exists a form with self-similarity called fractal in nature. Bacterial colonies form shapes called DLA patterns and Eden patterns depending on physical conditions. We performed a simulation of colony formation by computer, and show that transition of fractal dimension from changing of adhesion rate is the logistic equation.

1 目的

自然界には、フラクタルと呼ばれる自己相似性をもつ形が存在する。バクテリアのコロニーは物理的条件によって DLA パターンと呼ばれる形を形成する。本研究ではコンピュータでコロニー形成のシミュレーションを行い、フラクタルの次元を用いた解析を行った。

2 方法

GRAPES を用いて DLA パターンのシミュレーションを行った。吸着率を 100%、80%、60%、40%、20%、1% の 5 種類行い、シミュレーションで得られたパターンのフラクタル次元を算出した。

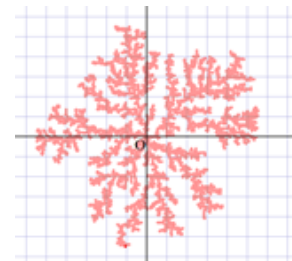


図 1：シミュレーションの様子

3 結果と考察

本シミュレーションによるフラクタル次元は、付着率 100% で 1.71 に近い値になり、付着率が 1% に近づくにつれ、Eden パターンの 2.00 に近づいていった。ロジスティック曲線によるあてはめを行った結果は図 2 のようになった。

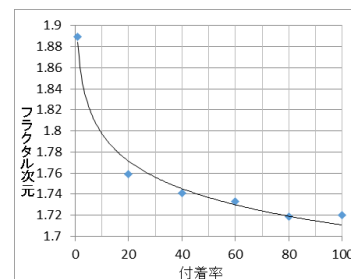


図 2：フラクタル次元の遷移

6 参考文献

フラクタルの物理 (I) 基礎編 松下貢 裳華房 (2014.2.25)

7 キーワード

フラクタル次元, DLA パターン, ロジスティック曲線

流体現象の数学的考察について

Mathematical discussion on Fluid phenomenon

石井優花 寺門偉音

Ishii Yuka, Terakado Ion

Abstract

If liquid drop collides with surface of liquid, crown-like structure is formed. Milk crown is famous one. When liquid drop collides with surface of deep liquid, crown-like structure becomes dome. We confirmed that the height of dome reaches peak with time. This study is result of regression analysis of the height of dome with logistic curve.

1.目的

液滴が液面に衝突するときに、滴下する条件によって形成されるリキッドドームを数理的に考察し、高さの時間的変化から、ロジスティック曲線への近似状況を考える。

2.方法

牛乳を滴下し、液滴の衝突の様子をハイスピードカメラで撮影した。撮影した動画を0.001秒ごとの静止画にしてドームの高さの時間変化の解析をおこなった。

3.結果

高さの時間変化のグラフは頭うちになった。図は $\frac{\Delta h}{h}$ と h のプロットと、ロジスティック曲線による直線回帰を行った結果である。

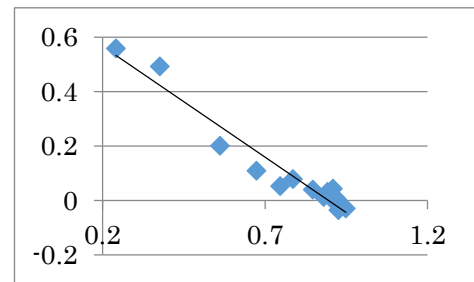


Fig.1 Linear regression of $\frac{\Delta h}{h}$ for h

5.結論

ドームの高さの、ロジスティック方程式表現できることが示唆された。

6.参考文献

石井秀樹・郡司博史・斉藤亜矢・酒井敏 ミルククラウンに関する研究 日本流体力学会ながれマルチメディア 2003

7.キーワード

ロジスティック曲線 リキッドドーム シグモイド関数

横浜市立横浜サイエンスフロンティア高等学校
Yokohama Science Frontier High school

様々な形から折る折り鶴と形の変化
Origami Crane Made into the Various Shapes and Change of Form

細沼 璃玖
Hosonuma Riku

Abstract

Generally, origami cranes are made into paper in the form of a square. However I thought how to fold origami cranes from the various shapes of paper. And I discover regularity in the change of origami cranes in the form of a case of changing the shapes of the paper.

1. 目的

任意の形の紙から折り鶴を折ることができるか調べ、また、紙の形を変化させたときの折り鶴の形の変化を調べる。

2. 方法

様々な形の紙から折り鶴を折る。また、様々な正多角形の形の紙から折り鶴を折り、その形に見られる規則性を見つける。

3. 結果

任意の形の紙から折り鶴を折ることができた。正多角形から折った鶴には、羽・頭・尾などのパーツの数やの大きさに規則が見られることが分かった。

4. 考察

正 n 角形の形の紙について、 n の値が大きいほど折り鶴のパーツの数は増えた。また、 n の値が大きいほど折り鶴の羽・頭・尾に比べ折り鶴の胴体の大きさが大きくなっていった。

5. 結論

任意の形の紙から折り鶴を折ることが出来た。

6. キーワード

折り鶴

正 M 角形の中にある最大の面積の正 N 角形
The Relationship of Polygons Within Polygons

川邊 和樹
Kawabe Kazuki

Abstract

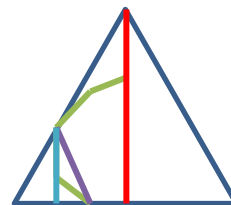
Find out the area of regular polygons whose side length is a cm using the cosine formula rule. Make the other regular polygon within that regular polygons but do not use same shape. Find out the length and area of inscribed polygon substituting the length of the inscribed polygon.

1. 目的

正 M 角形と正 N 角形の関係性を調査し正 N 角形の規則性をつかむ。ここでは、M=3 でその中に正 N 角形を入れた場合について調査。

2. 方法

正 M 角形の一辺の長さを a cm とする。右図のように三角形の頂点から垂線を引き側辺と正 N 角形の接するところからもう一つ垂線を引く。側辺と底辺の間にある正 N 角形の数を k 本とする。三角形の相似を使って正 N 角形の一辺の長さを求める。



3. 結果

面積は $\frac{3a^2 \sin^2 \frac{180^\circ}{n} \sin \frac{360^\circ}{n}}{4(1 - \cos \frac{360^\circ}{n})(1 + 2 \sin \frac{30(12k+m)^\circ}{n})^2}$ となった。

4. 考察

正 M 角形と正 N 角形が限りなく無限に近づくとき円周率が求まるのではないかと。

5. 参考文献

なし

6. キーワード

余弦定理 三角形の相似 和積の公式

ある物体の全体をカメラで撮るのに必要な写真の最小枚数とその方法

The Way to See all of An Object

堀 竜一

Hori Ryuichi

Abstract

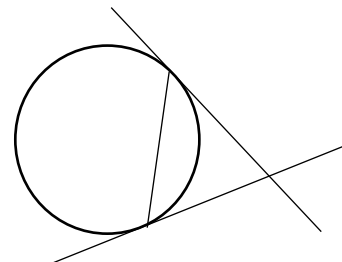
During traveling or eating dinner with friends, some photos are often taken. The photo shows the front of the objects but not the back of them. Most objects have complex shapes, so it is impossible to see all of any object by taking two photos from the front and back. There are countless shapes, so it is impossible to research it about all kinds of objects, but many kinds of objects are made of some simple ones, for example, balls, columns, and cubes.

1. 目的

物体全体を見るためには物体の正面と背面だけを見ればよいわけではないのは明白だが、実際どのように見ればよいか考えてみると意外と難しいと思った。そのような理由からすべての物体について、テーマのものを求める方法を調べるのが目的である。

2. 方法

カメラで撮る物体の外側にカメラのレンズの中心を表す観測点を取り、そこから物体に向かって接線を引く。それらを結ぶと観測点からカメラで物体を撮った時にカメラに映る部分分かる。観測点を移動させながらカメラに映る部分をうまく組み合わせてテーマのものを調べる。単純な立体図形から始めて、順次それらを組み合わせた少し複雑な立体について調べていく。



3. 結果

単純な立体図形（例えば球、円柱、ドーナツ型の立体図形）の場合、テーマのものは簡単に求まる。しかしそれらを組み合わせたものでは難しいこともある。

4. 考察

単純な立体図形を組み合わせた立体図形の場合、物体の影になって見えない部分と影にならずに見える部分との判別が難しい。また判別できてもどの方法が一番いいのか決定する方法が分からない。

5. 結論

どのような形の図形を優先的に写真で撮ればよいのかがわかれば、物体の影を気にせず一番良い物体の写真の撮り方が分かる。

6. 参考文献

なし

7. キーワード 立体図形 カメラ

() 岸和田高校
Affiliation

グラフィック・アニメーション Graphic Animation

発表者 森下宗一郎
Soichiro Morishita

Abstract

I made pictures or animations with GRAPES, which is useful to make a mathematical graph.

I made animations such as pendulum, juggling, Pikachu, and football juggling.

It is interesting to capture visually and I try to understand the world.

1. 目的

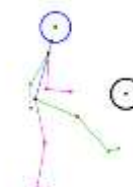
グラフを使用し、静止画やアニメーションを数学で記述する。

2. 方法

- ① 参考にする画像があれば、背景に挿入する。
- ② 変数を用いてパズルのように、グラフ（図形）を画像に合わせる。
- ③ 周期関数を用いて変数を規則的に変化させる。（③はアニメーションの過程。）

3. 結果

主に4つのアニメーションを作成。
ポスター発表とともに展示する予定。



(例1) ピカチュウ (例2) リフティング

4. 考察

物理法則に従って動きを記述したわけではないので厳密性には欠けるものである。
しかし、物理と数学のつながりや、学問の意味を考える良いきっかけになったと思う。

5. 結論

数学のグラフを使用することで擬似的な現象は記述できる。3Dで行うのも興味深い。

6. 参考文献

GRAPES の引用元 : <http://www.osaka-kyoiku.ac.jp/~tomodak/grapes/>

7. キーワード

図形と方程式 グラフ アニメーション GRAPES 物理 ピカチュウ

Riemann面上の数の合理的な定義

～A reasonable definition of number on Riemann surface～

藤原 真吾
Shingo Fujiwara

Abstract

Although the Riemann surface has good definition, its usage is undeniable, so I attempted to define the number on the Riemann surface and its operation newly. As a result, it created new laws and so, and it enabled us to calculate several complex multivalued functions.

1. 目的

Riemann 面は定義は良くても使い方が雑な感じが否めないのが新たに Riemann 面上の数及びその演算の定義を試みた。結果新たな法則等を生み出し、幾つかの複素多価関数の計算が可能になった。

2. 方法

勿論のこと well-defined な定義であることが必要である。基本的には Riemann 面上の多項演算 μ を定義するとき、複素変数に対し多価性を示す「関数」 f に対して、関数 $f \circ \mu$ が一価関数として問題なく定義されていればよい。これは本来の Riemann 面の使用方法に基づいていると言えよう。

3. 結果

本研究の定義により例えば複素対数関数や複素数の累乗などの多価性を解消でき、多価関数であったものの解析へと繋がる。この数値自体も解析の値があるだろう。

4. 考察

本研究で定義した新たな数及び演算が新たな法則を生み出したため、この数の解析は更なる存在意義を生み出すこととなるだろう。今後の発展に期待である。

5. 結論

本研究で定義した新たな数及び演算は妥当な定義であった。もっと他に色々確かめてみて well-defined であるかどうか見てみたいものである。

6. 参考文献

<http://www.f-denshi.com/000TokiwaJPN/12cmplx/adxcmp01.html>等(論文では全て書いています)

7. キーワード

Riemann 面 well-defined 多価関数 複素関数

「複素数平面上のべき乗移動」

Exponentiation On the Complex Plane

尾関 航平 小林 莉久 長谷川 翔哉

Ozeki Kohei, Kobayashi Riku, Hasegawa Shoya

Abstract

The complex plane has different features from normal one. We wondered how points, straight lines, and curves move on the complex plane when they are raised to the power. Our research is things about it.

1.目的

複素数平面において、点、直線、および曲線をべき乗させたときにどのような振る舞いをするか調べる。

2.方法

- ①2点の複素数をべき乗したとき、それらの軌道が一致するものを発見した。軌道が一致する条件を調べる。
- ②3点の複素数をべき乗したとき、3点が三角形を作らない（一直線上に並ぶ）ための条件を調べる。
- ③複素数平面上の直線および放物線を複素数で表し、それらをべき乗したとき、どのような図形を描くか調べる。

3.結果

① $z_1 = r_1(\cos \theta + i \sin \theta)$, $z_2 = r_2(\cos \varphi + i \sin \varphi)$ とする。このとき、

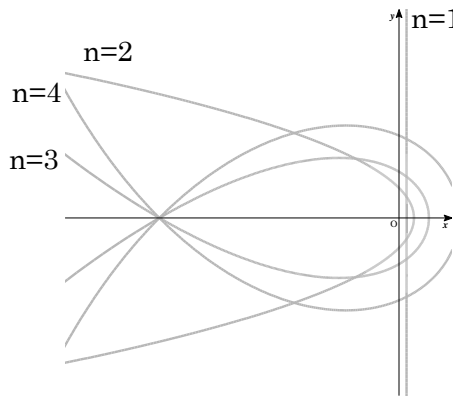
$$(z_1)^n \text{ と } (z_2)^m \text{ の軌道が一致する } \Leftrightarrow r_1^{\frac{m}{n}} = r_2$$

②具体的に3つの複素数 $\alpha = 2(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6})$, $\beta = 4(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3})$, $\gamma = 8(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2})$ に対して、 α, β, γ を n 乗させる。 $\frac{\beta^n - \alpha^n}{\gamma^n - \alpha^n}$ が実数であれば一直線上にあるので、 $\frac{\beta^n - \alpha^n}{\gamma^n - \alpha^n}$ の虚部が0となる n を調べる。計算すると、

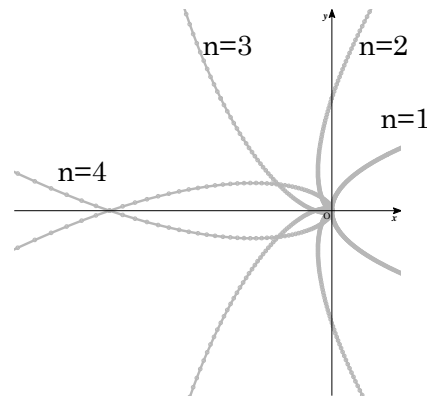
$$\alpha, \beta, \gamma \text{ の } n \text{ 乗が一直線上 } \Leftrightarrow 2^{3n} \sin(\frac{\pi}{6}n) + 2^{2n} \sin(-\frac{2}{3}\pi n) + 2^n \sin(\frac{\pi}{6}n) = 0$$

③以下の2つの直線および曲線について調べた。それぞれを n 乗したグラフを描き、その変形を見た。

(1) 虚軸に平行な直線 $2 + ti$



(2) 放物線 $t^2 + ti$



4.考察

①べき乗の軌道が一致するには、絶対値と偏角に関する条件があることがわかった。②条件を満たすような n は $0, \pm 6, \pm 12, \dots$ といった自明な解以外に、 $n \approx \pm 0.8303754192$ といった非自明な解が存在した。非自明な解は別の条件でも存在し、その個数についても決まっていない。③ n を変化させると、グラフが自分自身と交差する点が見つかった。このような点は有限個であり、 n によって何個あるかを求められることがわかった。

5.結論

複素数平面上で n 乗すると興味深い結果が得られた。③について、今後は他のグラフについても検証し、規則性を見つけていきたい。

6.参考文献 なし

7.キーワード 複素数平面 ド・モアブルの定理

「楕円によって描かれるサイクロイド」

The Cycloid Curve Of Ellipse

伊神 健汰 石黒 省吾

Igami Kenta , Ishiguro Shogo

Abstract

We know the cycloid curve. We want to verify the trajectory when we change circle into ellipse. If we know the parametric representation of the cycloid curve of ellipse, we verify the trajectory of it.

1. 目的

円を転がした場合の定点の軌跡（サイクロイド曲線）について、円を楕円に変えた場合にどのような軌跡を描くのかを観察したい。楕円を転がしたときの定点を媒介変数表示することでその軌跡が調べられると仮定し、その媒介変数表示を図形的に求める。

2. 方法

<離心率を固定 ($a = 2, b = 1$)した場合の楕円上の定点の描く軌跡>

- ① 長軸 $2a$ 、短軸 $2b$ の楕円の媒介変数表示 $x = acost$, $y = bsint$ をもとに、この楕円を x 軸上で滑らせずに転がす。
- ② 楕円の中心から角 θ だけ転がした場合に、もともと原点にあった点について、媒介変数 θ を用いて媒介変数表示をする。このとき、離心率 $e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$ を用いる。
- ③ $a = 2, b = 1$ とした場合の媒介変数表示されたものを **Grapes** に入力し、軌跡を表示させる。
- ④ 離心率を変化させた場合のサイクロイド曲線の長さ（軌跡の長さ）を計算する。
- ⑤ 描いた曲線と x 軸で囲まれた面積を計算する（その後、離心率を変化させてみる）。

3. 結果

以下のように、媒介変数表示することができた。

$$x = a \int_0^\theta \sqrt{1 - e^2 \cos^2 t} dt - \frac{|\sin \theta|}{\sin \theta} \sqrt{2a^2 \left(1 - \cos \theta - \frac{1}{2} e^2 \sin^2 \theta\right) - \frac{b^2(1 - \cos \theta)^2}{1 - e^2 \cos^2 \theta}}$$
$$y = \frac{b(1 - \cos \theta)}{\sqrt{1 - e^2 \cos^2 \theta}}$$

4. 今後の展望

- ① 長軸の端点を定点にしていたものを、定点の位置を一般化して、その定点の描く軌跡を求める。
- ② エピサイクロイド・ハイポサイクロイドのように、楕円を転がす場所を円周上にするなど、 x 軸上ではない場所を転がした場合の定点の軌跡を求める。

5. キーワード

2次曲線 サイクロイド曲線 軌跡 微分・積分

三次元における半正多面体と四次元におけるその拡張について
**Semi-regular polyhedron in three-dimensional space and the expansion in
four-dimensional space**

藏下隼人 白須賀智哉 山口駿 吉田階

Hayato Kurashita, Tomoya Sirasuka, Shun Yamaguchi, and Kai Yoshida

Abstract

We formed all kinds of semi-regular polyhedron, focusing on the polygons around each vertexes. We confirmed there are 13 kinds of semi-regular polyhedron. Then, we expand the concept of semi-regular polyhedron to four-dimensional space. We found some kinds of semi-regular polytope by cutting each vertexes of regular polytopes.

1.序論

一種類の正多角形で成り立つ正多面体は五個しかないことが知られている。そこで正多角形を2種類以上使う場合を考えた。例えばサッカーボールは正五角形と正六角形で成り立っている立体である。このように数種類の正多角形で成り立つような立体を正多面体の拡張とみなして半正多面体と呼び、研究することにし、さらに四次元への拡張も試みた。

2.三次元について

三次元に存在する半正多面体を全て構成した。

まず頂点形状に関するいくつかの必要条件により頂点形状を絞り込む。

次に頂点数を各面の枚数で表した等式とオイラーの多面体定理より面の枚数を決定する。

最後に得られた情報に基づいて展開図を作成し、組み立てて半正多面体となることを確かめる。以上により、計13種類の半正多面体を得られた。

3.四次元について

四次元では三次元と同じ方法では構成することができない。そこで、三次元において正多面体の各頂点を切り落とすことで半正多面体を作ることができたことを、四次元の場合にも応用した。この方法により、計11種類の半正多胞体を構成できた。

4.参考文献

「高次元の正多面体」一松信 日本評論社 1983 p1~p76

「目で見える高次元の世界」Thomas F.Banchoff 東京化学同人 1994 p84~p107

5.キーワード

半正多面体 三次元 四次元 オイラーの多面体定理

佐藤 晴佳
Haruka Sato

Abstract

This research is to make mathematical formulas for volume by applying Pic's theorem.

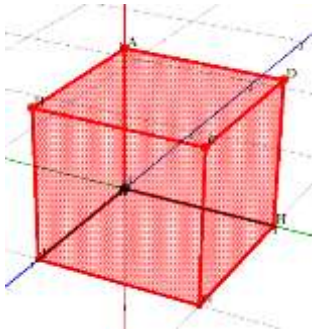
1. 目的

格子点の個数で面積を求められるピックの定理がある。これを3次元に拡張して立体の体積を格子点の個数で求める式を立てることだ。

2. 方法

PCソフト「grapes」を使い周上、内部、面上に分けて格子点の個数を数える。数えたものを一般化し、図形の一辺の長さから格子点数を数える式を立て、通常の数値を求める公式につなげる。

3. 結果



$$V = i + \frac{1}{2}f - \frac{1}{4}b - 1$$

V : 体積

i : 内部の格子点の数

f : 面上の格子点の数

b : 周上の格子点の数

4. 考察

立体の体積を考えるとときにもとになっているのは辺の長さなのでそれを考慮するのに時間がかかった。おそらく、錐体でも格子点を使い体積は求められると考える。

5. 結論

格子点を利用して、立方体や直方体の体積は求められる事が分かった。

6. 参考文献

「数と図形の歴史 70 話 数学ひろば」 著者：上垣渉、何森仁 出版社：日本評論社

「格子からみえる数学」 著者：柘田幹也、福川由貴子 出版社：日本評論社

7. キーワード

数学 代数学 ピックの定理

(2429) 東海大学附属高輪台高等学校
TOKAI UNIVERSITY TAKANAWADAI SENIOR HIGH SCHOOL
流れの正体
The true character of NAGARE

山本 祐弥
Yamamoto Masaya

Abstract

This research examined probability bias. This bias is called NAGARE.
I want to know the true character of NAGARE.

1. 目的

「流れ」と呼ばれる目に見えない偏りの存在を証明するために確率を利用した実験を、ビンゴマシンを用いて行った。

2. 方法

1 から 50 の番号が振られた球をビンゴマシン内で混ぜ、出てきた数字の内、偶数を●、奇数を○として記録し、実験 A では出てきた玉を 1 回 1 回ビンゴマシンに戻して 50 回。実験 B では出てきた玉を放置して 50 回の検証実験を行った。

3. 結果

実験 A

○●●○○●○○●●●○○●○○○○○●○○○○●●○
○○●●●●○○●○○●●●○○●○○●○○●●○○○

実験 B

●○○●●●○○●●○○●●○○●○○○○○●●○○●○○○
●○○●○○○○○○●○○●○○●●○○●●○○●○○○

4. 考察

実験 A 偏りが大きくみられる部分があった。
実験 B 偏りがあまりみられなかった。

5. 結論

実験 A は毎回玉を戻すため確率が変動しないため偏りが起きやすいが、次出る玉の確率が毎回 2 分の 1 のため予測ができない。

実験 B は玉を戻さないため前に出た球が出にくくなり、偏りが起きにくい、その確率の変動により、次出やすい球を予測できる。

6. キーワード

流れ 偏り 確率 予測

正方形×∞ ～ポリオミノ～

Square × ∞ ～polyomino～

田中 健太
Kenta Tanaka

Abstract

Our research hints at how to solve an unsolved problem in mathematics. We wanted to find a formula that can count the types of polyomino combinations. We contrived two ways. One way is to count the types of polyomino combinations by using points and lines. The second way is to find the regularity of increase in types of polyomino combinations with Excel. Based on the results of these methods, we derived a formula that can count types of polyomino combinations. Therefore, we were able to find the regularity of increasing types and a formula to count the types of combinations. These results can help to find a more accurate formula that can count the types of polyomino combinations in further research.

目的

数学的未解決問題に挑戦してみたかった。最終目的はポリオミノの組合せの数を求める式の発見すること。

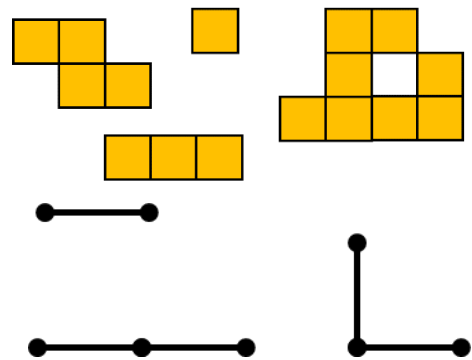
方法 条件: 点対称, 線対称なポリオミノは同じものとみなす。

[1] 公式を図を描いて見出していく方法

n 個の正方形で構成されたポリオミノの図をそれぞれ点と線で書き, 通り道の最短距離を求める式を応用しポリオミノの組合せの数を求められるような式を考える。

[2] Excel で計算する方法

n 個の正方形で構成されたポリオミノの組合せの数と $n-1$ 個の正方形で構成されたポリオミノの組合せの数の関係性を Excel で計算し調べていく。なお, 計算には自力で調べられたポリオミノの組合せの数と論文(参考文献参照)に書かれていたポリオミノの組合せの数を使用する。



結果 [1] 公式を図を描いて見出していく方法

ポリオミノを構成する正方形の数によってそれぞれポリオミノの組合せの数をある程度求められるような公式を見つけた。

[2] Excel で計算する方法

$(3.47 \pm n \times 0.015) \times a_n$ を計算すると a_{n+1} のおよその数が予測できる。

n : 正方形の数, a_n : n 個の正方形で構成されたポリオミノの組合せの数

a_{n+1} : $n+1$ 個の正方形で構成されたポリオミノの組合せの数

また, 0.015 の小数点第4位以下の数を無作為に当てはめると精度が増す数字があった。

正方形の数	組合せの数
$n=1$	1
$n=2$	1
$n=3$	2
$n=4$	5
$n=5$	12
$n=6$	35

考察 [1] 公式を図を描いて見出していく方法

正方形の数によって異なった公式を発見したが, 共通点が見られなかった。

高さ, 全体の正方形の数, 1段目の最初に置いた正方形から右に連なった正方形の数, これらを用いてポリオミノの組合せの数を求められるような公式を探している。

[2] Excel で計算する方法

0.015 の小数点第4位以下に適当な数を当てはめていくとより正確な結果が得られると推測される。

参考文献

<https://oeis.org/A000105> 『Number of free polyominoes (or square animals) with n cells.』

専門用語

ポリオミノ: n 個の正方形が辺でつながった図形。頂点のみまた辺のつながりがずれている場合はポリオミノとは言えない。

4D クリスタル
4 Dimensional Crystal

田邊裕明
Hiroaki Tanabe

Abstract

I researched how to display 4D figures. In the research, I sliced a 正五胞体 in a large number of 3D ones. And with connecting them, I made movies. Through these process, I succeeded in showing all of sliced one 2 functions of "time.

1. 目的

四次元立体の様子を三次元で表すこと。そして、四次元立体をより身近な存在として感じること。

2. 方法

三次元立体 S を平行にスライスし続けると、その断面図は規則性を持った二次元図形になる。その二次元図形をつなげて動画にすると、この動画は S を表している。

これと同様に四次元である正五胞体を三次元立体が動く動画で表した。ただポスター用に時刻 $x=h$ のときの断面図の様子を、 h を用いて表した。

3. 結果

【I】 一辺 $1-h/\alpha$ ($0 \leq h \leq \alpha$, $\alpha = \sqrt{10}/4$) の同心正四面胞と、【II】 底面の一辺 $1-h/\beta$, 高さ h/β ($0 \leq h \leq \beta$, $\beta = \sqrt{15}/6$) の同心正三角柱が得られた。

4. 考察、結論

正五胞体は【I】より正四面胞を底胞とする錐であり、また【II】より任意の辺を軸として 120 度回転しても変わらない図形であるとわかった。このように、四次元立体の性質の一部は、その三次元動画から導かれることが分かった。

6. 参考文献 なし

7. キーワード 胞 (=三次元図形)、体 (=四次元図形)、正五胞体

2815 名古屋大学教育学部附属中・高等学校
NAGOYA UNIVERSITY JUNIOR/SENIOR HIGH SCHOOL

階差数列による一般項と展開式について

A new way to get the general terms of some progressions and formula of expansion
using progressions of differences

新井 一希
Kazuki Arai

Abstracts

I invented a new way to get the general terms of some progressions. It uses multiplex progressions of differences. I named it "difference expansion" and researching its merits.

1. 研究の背景と目的

階差数列が等差数列である数列は、階差数列の和を利用することで元の数列の一般項を求めることができる。この性質を一般化し、階差数列の階差数列、その階差数列、と多重に階差数列を求めていくことで、それらの初項のみで元の数列の一般項が表せるのではないかと考えた。本研究では、このように数列の一般項を階差数列の初項を用いて表すことを「階差展開」と名付け、その性質について調査することが目的である。

2. 手法

例として「 $a_n = n^2$ 」を階差展開する。まず、 a_n の最初の数項を並べる。そして、階差数列を次々に取っていく。このとき、 k 回目の階差数列を k 階階差数列とし、 $a_n^{(k)}$ で表す。もとの数列は $a_n^{(0)}$ と表されることがある。さて、「 $a_n = n^2$ 」の場合、すべての $n, k (k \geq 3)$ について、 $a_n^{(k)} = 0$ となる(証明済)。ここで、 $a_1^{(0)}, a_1^{(1)}, a_1^{(2)}$ から右方向、斜め右上方向のみにす

$a_n^{(0)}$	1	4	9	16
$a_n^{(1)}$		3	5	7
$a_n^{(2)}$			2	2
$a_n^{(3)}$				0

すんで、 $a_n^{(0)}$ にたどりつくルートの数と考え、それぞれ ${}_{n-1}C_0, {}_{n-1}C_1, {}_{n-1}C_2$

通りとなる。これに $a_1^{(0)} = 1, a_1^{(1)} = 3, a_1^{(2)} = 2$ をかけると、

$a_n = n^2 = {}_{n-1}C_0 + 3{}_{n-1}C_1 + 2{}_{n-1}C_2$ と表せることがわかる。これが階差展開である。

3. 一般化

この手法を任意の数列 $\{a_n\}$ に適用すると、一般項 a_n は以下のように表すことができる。

$$a_n = \sum_{p=0}^{n-1} a_1^{(p)} \cdot {}_{n-1}C_p$$

4. 考察 階差初項 $a_1^{(p)}$ を n の式で表すことで、 a_n のさらなる一般化が可能である。

5. 結論 任意の数列を階差展開により二項係数を用いて表すことができる。

6. 参考文献 なし

7. キーワード 階差数列 二項係数 展開

ハノイの塔の規則性

The mystery of the Tower of Hanoi

小西雄大 金高晴生 吉村陸 横前光一

Konishi Yuta, Kanetaka Haruki, Yoshimura Riku and Yokomae Koichi

Abstract

We approached the mystery of the Tower of Hanoi when it has four poles. And we succeeded in discovering its rule. However, we were not able to find a formula which leads the smallest number of the moves. Instead, we happened to solve the number by another way.

1. 目的

ハノイの塔の杭が四本の場合、最小手数に規則性が存在するかを調べる。また、最小手数を求める式の一般化ができるかを調べる。

2. 方法

ハノイの塔のルールは、一番上の円盤を一回に一枚ずついずれかの杭に移動させていく。このときに小さな円盤の上に大きな円盤を移動させることはできない。これらのルールに従って、すべての円盤を異なる一本の杭に移動させることができれば完成。この試行を繰り返し、一番少なかった手数を表にまとめる。その表から規則性がないかを調べる。

枚数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10...
最小手数	1	3	5	9	13	17	25	33	41	49...
		2 1 2 1	2 2 2 2	2 2 2 2	2 3 2 3	2 3 2 3	2 3 2 3	2 3 2 3	2 3 2 3	2 ⁿ
		第一群	第二群	第三群						

3. 結果・考察

状態遷移図は、杭が三本の場合には平面図、四本の場合には立体図になる。また杭が四本の場合、最小手数が群数列になっている。杭が四本の場合、表にある10段以上も群数列で求めることが出来るのではないのか。

4. 結論

杭が四本の場合、規則性はあるが最小手数を求める式の一般化は出来なかった。しかし、(杭が4本で1段の最小手数) × 2 + (杭が3本で m 段の最小手数) = (杭が4本で n 段の手数) となることが分かった。(1 + m = n)

5. 参考文献

啓林館 数学活用「ハノイの塔を解く」

6. キーワード

杭が四本のハノイの塔、最小手数、状態遷移図

3 を底に持つ完全数の定義 ～一般化に向けて～

The definition of the perfect numbers with 3 as a base. ~Towards generalizing~

石床 悠人
Yuto Ishitoko

Abstract.

The definition of the perfect numbers with 3 as a base is known. In this paper, we try to obtain a condition that is equivalent to the definition of the perfect numbers with 3 as a base.

1. 目的

自然数 n の約数の和を $s(n)$ と表す. 一般的な完全数の定義は自然数 α が次の式を満たすものである.

$$s(\alpha) = 2\alpha$$

α を自然数とする.このとき, 次の式が成立することが知られている.

$$2^e - 1 \text{ が素数となる自然数 } e \text{ に対して, } \alpha = 2^{e-1}(2^e - 1) \Leftrightarrow \alpha \text{ は偶数で, } s(\alpha) = 2\alpha$$

このような α を2を底に持つ完全数という. 3を底に持つ完全数の定義を次で与える. $\frac{3^e-1}{2}$ という形で表せる素数を p とし, $a = 3^{e-1}p$ という形の自然数 a を3を底に持つ完全数という. 3を底に持つ完全数を特徴付ける式はどのような式になるかを調べることを目的とする.

2. 方法

自然数 a の最大素因数を $\maxp(a)$ とする. a について次が成り立つ.

$$a \text{ が } 3 \text{ を底に持つ完全数} \Rightarrow a \text{ は } 3 \text{ の倍数で, } 2s(a) = 3a + \maxp(a) \quad \dots \textcircled{1}$$

この逆を示せば, 3を底に持つ完全数を①で特徴付けできる. 様々な証明を試みたが行き詰っている. そこで, 仮定に条件を加えて, 証明を行った.

3. 結果

「 a は $a = 3^{e-1}p^m$ (p : 素数, m : 非負整数, e は2以上の自然数)で表せる自然数である。」
という条件を付け加えると証明できる.

4. 今後の課題

- $a = 3^{e-1}p_1^{m_1} \cdot p_2^{m_2} \cdot \dots \cdot p_l^{m_l}$ (p_1, p_2, \dots, p_l は素数かつ, $p_1 < p_2 < \dots < p_l$. m_1, m_2, \dots, m_l は非負整数.)
としたときの証明をする.
- 底を変えたときの完全数を特徴付ける式を考える.

5. キーワード

完全数 底

立体パズルの考察～神の数字を求める～

Examination of CUBIC PUZZLE ~to require God's Number~

発表者 松富太彦 西村海渡

Taichi Matsutomi, Kaito Nishimura

Abstract

We have studied about Rubik's Cube. And we want to prove that Rubik's Cube can be solved within 20 times moves in any cases.

1. 目的

ルービックキューブにおいて、どんな状態からでも 20 手の操作で全面そろえることができるということを数学的な方法で証明したい！

2. 方法

n 手の操作で作りに出すことのできる配置の総数を α_n と表し、数列 $\{\alpha_n\}$ における α_1 から α_n までの和を S_n と表し、 $S_{n-1} < (\text{全配置}) \leq S_n$ となる n の値を求める。

3. 結果

数列 $\{\alpha_n\}$ の一般項

$$i) n \leq 2 \text{ のとき} \quad \alpha_n = 18 \cdot 15^{n-1}$$

$$ii) n > 2 \text{ のとき}$$

$$\alpha_n = 18 \cdot 15^{n-1} - 18({}_{n-1}R_0 + {}_{n-2}R_1 + \dots + {}_2R_{n-3})$$

※ただし、 ${}_pR_q$ について

$$I) p \geq q + 2 \text{ のとき} \quad {}_pR_q = 3^p \cdot 12^q \cdot {}_{p+q}C_q$$

$$II) p < q + 2 \text{ のとき} \quad {}_pR_q = 3^p \cdot 12^q \cdot {}_{p+q}C_{q-q+1}C_p$$

この結果から $S_{n-1} < (\text{全配置}) \leq S_n$ より n の値が求められる。

4. 考察

この方法は α_n の値がこれまでの研究より小さくなるようにできているので、n の値はこれまで示されていた 18 よりも大きくなり、20 に近づくと考えられる。

5. 結論

扱う数の桁が多すぎて計算することができなかった。今後、計算を工夫したり、より性能のいい計算機をつかったりして答えを出したい。

6. 参考文献

<https://ja.wikipedia.org/wiki/ルービックキューブ>

7. キーワード

ルービックキューブ 神の数字 数列 組み合わせ 場合の数

ハノイの塔における各棒間の円盤の移動回数

How many times disks move between each pair of pegs in the Tower of Hanoi

柴田昌臣, 北河啓斗, 西山大稀, 堀喜仁

Shibata Masaomi, Kitagawa Keito, Nishiyama Daiki, and Horii Yoshito

Abstract

Tower of Hanoi is a kind of mathematical game. The purpose of this study is to get the number of disks' moves from one peg to another peg. There are 6 directions of disks' moves ; peg 1 to 2, 2 to 1, 2 to 3, 3 to 2, 3 to 1, and 1 to 3. We calculated the number of moves in all these directions.

1. 目的

ハノイの塔において, すべての円盤を他の棒へ移動させる最小手数, 円盤の枚数を n とすると, $2^n - 1$ 回である. 本研究では, その過程において各棒から棒への円盤の移動回数を, すべて n を変数とする式で表すことを目的とした.

2. 方法

n 枚の円盤を棒 1 から棒 3 へ移動させるとき, 棒 i から棒 j ($1 \leq i \leq 3, 1 \leq j \leq 3$) へ円盤が移動する回数を $f_{ij}(n)$ で表す. ハノイの塔における円盤の移動手順は,

- ① 棒 1 にある $n - 1$ 枚の円盤を棒 2 に移す
- ② 棒 1 にある最大の円盤を棒 3 に移す
- ③ 棒 2 に移した $n - 1$ 枚の円盤を棒 3 に移す

の 3 つの段階に分けられるが, それぞれの段階における円盤の移動に注目することによって, $f_{ij}(n)$ に関する漸化式を立てることができる. 例えば, $f_{21}(n)$ については,

$$f_{21}(n+1) = f_{31}(n) + 0 + f_{12}(n), \quad f_{21}(1) = 0$$

が成り立つ. 他の $f_{ij}(n)$ についても同様の漸化式を求め, それらを解くことにより一般項を求めた.

3. 結果

$$\left\{ \begin{array}{l} f_{12}(n) = \frac{1}{6} \left\{ 2^n + \frac{1}{3}(-2)^n + \frac{1}{2}(-1)^n + n - \frac{11}{6} \right\}, f_{21}(n) = \frac{1}{6} \left\{ 2^n - \frac{1}{3}(-2)^n + \frac{1}{2}(-1)^n - n - \frac{7}{6} \right\} \\ f_{23}(n) = \frac{1}{6} \left\{ 2^n + \frac{1}{3}(-2)^n + \frac{1}{2}(-1)^n + n - \frac{11}{6} \right\}, f_{32}(n) = \frac{1}{6} \left\{ 2^n - \frac{1}{3}(-2)^n + \frac{1}{2}(-1)^n - n - \frac{7}{6} \right\} \\ f_{31}(n) = \frac{1}{6} \left\{ 2^n + \frac{1}{3}(-2)^n + (-1)^{n-1} - 2n - \frac{1}{3} \right\}, f_{13}(n) = \frac{1}{6} \left\{ 2^n - \frac{1}{3}(-2)^n + (-1)^{n-1} + 2n + \frac{1}{3} \right\} \end{array} \right.$$

4. 参考文献

- [1] 一松信. 整数と遊ぼう, pp70-74. 日本評論社, 2006.
- [2] 伊藤大雄, 宇野裕之. 離散数学の進め, pp136-151. 現代数学社, 2010.

5. キーワード

ハノイの塔, 漸化式

頂点の対面への正射影が三角形の五心になる四面体の形状

The shape of the tetrahedron where the orthogonal projection of the vertices become five centers of a triangle

細井 星也, 柴田 昌臣
Hosoi Seiya, Shibata Masaomi

Abstract

In the entrance examination of Kyoto University in 2016, it was asked to prove that the tetrahedron becomes a regular tetrahedron when the foot of the perpendicular drawn down from the three vertices becomes the centroid or the circumcenter of the facing triangle. We generalize this problem, and decide the presence and shape of a tetrahedron such that the foot of the perpendicular from each vertex becomes one of five centers of a triangle.

1. 目的

四面体の各頂点から対面に下した垂線の足が、対面の三角形の五心のいずれかになるような四面体の有無と形状を決定すること。

2. 方法

まず、4つの頂点から下した垂線の足のうち1点が対面の三角形の五心になる場合に四面体の辺や角がどのような条件をみたすかを考察し、次に、4つの垂線の足のうち2点が五心になる場合、3点が五心になる場合と順に条件を強くし、四面体の形状にどのように影響するかを考察した。

3. 結果・考察・結論

四面体の各頂点から対面に下した垂線の足と、三角形の五心の組み合わせは形式的には70通りあり、本研究ではそのすべての場合において、条件をみたす四面体の有無と形状を決定することができた。70通りのうち、条件をみたす四面体が存在しない場合が33通り、正四面体になる場合が31通り、正三角錐になる場合が3通り、それ以外の特徴ある四面体（直辺四面体、傍心重心四面体、傍心内心四面体）になる場合が3通りあることが分かった。特に、4つの垂線の足に傍心が含まれる場合の四面体の形状は興味深く、面を構成する二等辺三角形の辺の比が黄金比になる美しい四面体（黄金四面体）が存在することが分かった。

4. 参考文献

JMO 夏季セミナー第40回問題解説 (<http://jmoss.jp/mon/solutions/b040.pdf>)

正四面体の幾何学（その2） (http://www.geocities.jp/ikuro_kotaro/koramu/421_t2.htm)

5. キーワード

四面体, 三角形の五心, 直辺四面体, 黄金比

制限された無限血縁数列の存在可能性。

The existence possibility of the constrained infinite Clan-sequence

竹内龍之介

森下航宇

持永大蔵

TAKEUCHI Ryunosuke

MORISHITA Wataru

MOCHINAGA Daizo

Consider the sequence such that difference between any of two terms equals the greatest common factor between them. For example, $\{6, 8, 9, 12\}$ satisfies the condition. We named it as the Clan-sequence. It is easy to show that there are Clan-sequences with infinite number of terms. However, let a_1 be an odd number, then the existence possibility of infinite Clan-sequence becomes non-trivial. We try to find the infinite Clan-sequence under some ad hoc constraints.

1. 目的

条件：任意の2つの元の差と最大公約数が等しい、という条件を満たす数列を考えてみる。例えば、 $\{6, 8, 9, 12\}$ などである。この数列は、これまでに数多くの数学コンテストの問題に出題されてきた興味深いものである。我々はこの数列を『血縁数列 (Clan-sequence)』と呼ぶことにした (clan は仏語で血縁を意味する)。この血縁数列についていくらかでも大きな項数を有するものが存在することが、簡単な議論で示されるのだが、その簡単な議論の下では、初項が必然的に偶数になってしまうのである。そこで今回の研究で我々は、初項を奇数に制限したときでも、血縁数列がいくらかでも大きな項数を持つことができるのかどうかを調べてみた。

2. 方法および結果

一般に、血縁数列は項数が増えると各項の数値も爆発的に大きくなってしまふ。従って血縁数列に関する議論を行うとき、その数列の項の値を求めていくという手法は、極めて困難を来す。そこで我々は、血縁数列の項を直接求める代わりに、ある条件Tを考えた。我々が示したことは、条件Tが成り立つときに必ずその条件に対応する一つの血縁数列が存在することをまず示し、次に帰納法で、ある項数の血縁数列を導く条件Tが成り立っているとき、さらにそれより項数が多い血縁数列を導く条件Tが成り立つことを示すことで、無限項を持つ血縁数列の存在可能性を示した。

3. 考察

帰納法を用いて、いくらかでも多い項数を持つ血縁数列が存在可能なことを示したが、議論がかなり複雑で難解なため、さらに細部のチェックが必要であろうと思われる。

4. 結論

初項がある素数以下の素因数を持たない (たとえば、初項が奇数である) などの制限下であっても、項数が n の血縁数列が存在すれば、項数が $n + 1$ である血縁数列は必ず存在する。すなわち、項数をいくらかでも多くすることができる。

5. 参考文献

特になし

6. キーワード

数論、最大公約数、最小公倍数、素数、素因数分解、無限数列、イデアル論

正四面体の極小曲面の面積について

The Area of the Regular Tetrahedron's Minimal Surface

佐藤 衣吹、平田 望紗
Ibuki Sato, Misa Hirata

Abstract

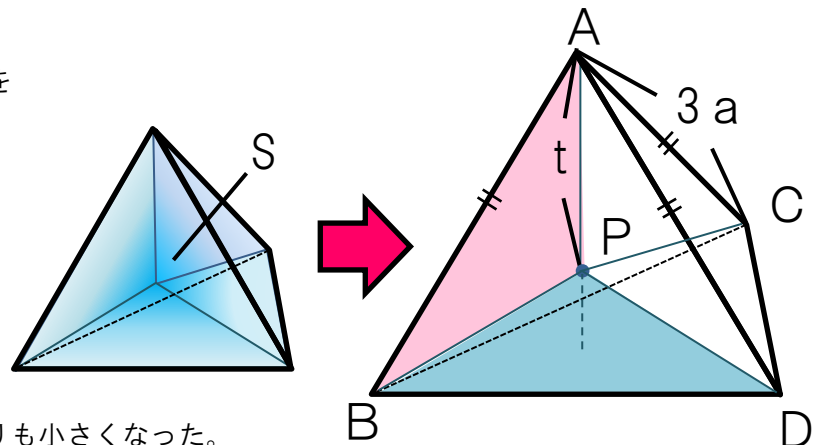
We studied the minimal surface of the regular tetrahedron. We proved that when we put the regular tetrahedron into soapy water, the area of soap surfaces made inside of the regular tetrahedron (We call this S) is smaller than its surface area. From this, we changed the length of edges on the base. We found that this change doesn't affect the position of the intersection point of S , which means S is the regular tetrahedron is minimal surface area, so we tried to prove this in a mathematical way.

1. 目的

石鹼水に正四面体を浸けたとき、内側にできた6つの面が現れた。この面積の和(S とする)が表面積(S_1 とする)よりも小さくなることを数学的に示し、さらに6つの面が交わった点 P の位置を決定する。

2. 方法

- 1: 正四面体の一辺を $3a$ とし、 S と S_1 をそれぞれ求め、比較する。
- 2: 点 P の位置を決定する。
- 3: 2で求めた点 P の位置が S が最小になる場所であることを示す。



3. 結果

$S = \frac{\sqrt{6}}{4} S_1 (\approx 0.6 S_1)$ となり、 S は S_1 よりも小さくなった。

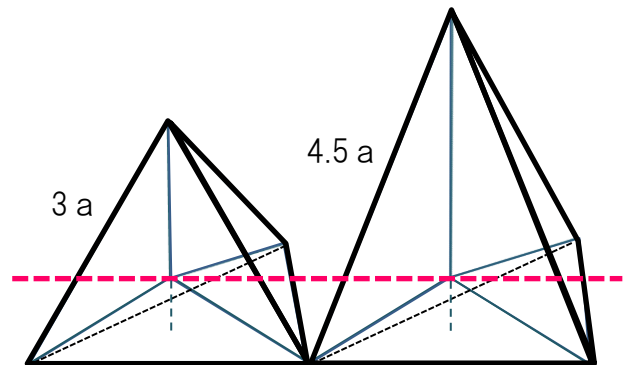
また、点 P は A から底面 BCD に降ろした垂線を $3:1$ に内分する点であることが分かった。

4. 考察

石鹼水に浸けたときに正四面体の内側にできる面は極小曲面であることが実験的にも数学的にもいえる。

5. 今後の課題

正四面体の底面以外の3本の辺の長さを底辺の1.5倍の長さにしたものを実際を作って石鹼水に浸けたところ、点 P の位置は正四面体のときと同じだったため、これを数学的に説明したい。



6. キーワード：正四面体、極小曲面

等式 $\dots 9999 = -1$ をめぐって

The calculation of 10-adic norm

吉田 悠夏

YOSHIDA Haruka

Abstract

$1=0.9999\dots$ is famous and familiar to us. Otherwise, $\dots 9999 = -1$ is insane and it seems so ridiculous. But, we present the latter equation is right in special new number system.

1.研究の背景と目的

9376, 90625 は 特別な性質を持っている。これらは

$$9376 \times 9376 = 9376 \pmod{10000}$$

$$90625 \times 90625 = 90625 \pmod{100000}$$

をみたく「2乗するとともに戻る数」である。こうした数(ペレリマン数)の探求をきっかけに、普段なじんでいる数の外部を探る。

2.方法

加藤文元・中井保行『天に向かって続く数』(日本評論社 2016)をテキストとして、週1~2回のセミナーを行なった。

3.結果

$\dots 9999 = -1$ が成立する数の世界があるとわかった。

4.考察

等式A: $\dots 9999 = -1$ は

等式B: $0.9999\dots = 1$ と類比的である。

5.結論

数を考える際に次の意識改革を行う。

「数とは10種類の数字 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 を並べたものであって、左に位置する数字ほど“大きさ”への寄与が少ない」

この見方を採用することが、 $\dots 9999 = -1$ が成立する数の世界への入り口である。

6.キーワード

数とは何か 整数論 ヘンゼルの補題 p進数 p進付値

天秤問題

Scale Problem

奥村 豊田 吉本 林 篠原

Okumura Toyoda Yoshimoto Hayashi Shinohara

Abstract

We wanted to find the forgery in coins by using a scale. If we have some coins, we look for the fewest uses of the scale to find the forgery. We tried to get the answer by the general expression.

1.目的

天秤を使って金貨の中から偽物 1 枚を見つけ出すという問題において、 m 枚の時に必要な天秤を使う回数 n 回を導く一般式を求める。

2.方法

偽物の重さが分かっていない場合を、金貨が重い可能性と軽い可能性にグループ分けできている場合とそうでない場合に分けて考え、1 回の時の最大枚数を求め、それを用いて漸化式を作り、一般式を作る。それらを合わせて、全体の一般式を求める。

3.結果

今回用いた方法では、 n 回で偽物を見つけ出せる最大の金貨 k 枚は
偽物の重さが分かっていないかつグループ分けできていない場合は $k=1+\sum_{i=0}^{n-1} 3^i$
偽物の重さが分かっていないかつグループ分けできている場合は $k=1+2\sum_{i=0}^{n-1} 3^i$
となった。

4.考察

偽物の重さが分かっている場合は $k=3^n$ であるので偽物の重さが分からない場合は $k=3^n/2$ となると予想したが(現に上記の場合分けの和は $3^n/2$ になる)今回の方法では必要な本物の数が多くなりすぎたため、それよりも少なくなった。もっと本物を使う数が少ない方法があれば、 k は大きくなるかもしれない。

5.結論

偽物の重さが分かっていない場合は $k=3^{n-2} + 3^{n-1}$ (n が偶数の時), $3^{n-2} + 3^{n-1} + 1$ (n が奇数の時) となった。 m 枚のときの n 回は、 n に $n-1$ と n を代入したもので m を挟むことができる n となる。

6.キーワード

天秤 偽物発見 アルゴリズム

せやかて、ヘロン数！ SEYAKATE, HERONSUU！

池原 悠, 氏本 勇輝, 大場 一, 神田 優, 金城 健太郎, 重政 彩花, 鈴木 真帆佳,
竹内 珠子, 竹内 蓮生, 田中 駿音, 樋上 舞, 森 英添, 山田 洋介, 横山 もも葉, 鷺根 健

Abstract

We studied Heron numbers. A Heronian triangle is a triangle whose side lengths and surface area are all integers. In addition, the combination of the lengths of the three sides which can make a Heronian triangle is called a Heron number. We found Heron numbers using Heron's formula and Pythagorean triangles, and researched their characteristics and properties.

1. 目的

- ・数学部の先輩達が2年前に研究した『原始ピタゴラス数』を引き継ぐ際に三角形の面積に興味を持った。『ヘロン数』の性質を調べ、見つける方法を探すことを研究目的とした。

2. 方法

①二つのピタゴラスの三角形を組み合わせてヘロンの三角形を作る。

②ヘロンの公式 $S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$ を

$a = x + y$, $b = x + z$, $c = y + z$ (x, y, z は自然数 $x \leq y \leq z$)に置き換えたときに導き出される $S = \sqrt{xyz(x+y+z)}$ の式 $x + y + z$ が6~100のときを手計算で、全員で手分けして探す

③確認のため、プログラミング言語「Java」を使ってプログラムを作成した。

3. 結果

- ・全部で146個の中でピタゴラスの三角形は14個、二等辺三角形は18個
- ・一番たくさん作ることができるのは、 $x + y + z = 81$ と 98 の8個
- ・一番たくさん登場する数は25
- ・ a, b, c が等差数列になるのは、9個

4. 考察

- ・ヘロン数、3辺と面積の関係の面白さを体験した。

5. 結論

ヘロン数の例示をすることにより、性質を調べやすくなるのではないかと考えられる。

6. 参考文献

- 「ピタゴラスの三角形とその数理」細矢治夫 共立出版
- 「連続辺のヘロン三角形について」村崎武明 群馬大学

7. キーワード

ヘロンの三角形, ヘロン数, 原始ピタゴラス数, JAVA

6 6 6 の魔方陣

戸川哲志 安井宏樹

Abstract

We studied to create 6th-order perfect magic cube whose sum of each rows, columns and diagonals are all 666. First, we studied how to create magic square. And we studied magic cube. We named a method which is used to create magic square, ‘*A, B method*’ . We have two future aims. First one is to create ‘*A, B, C method*’ which is developed from *A, B method* for magic cube. Second one is to make of 6th-order perfect magic cube as constant sum is 666.

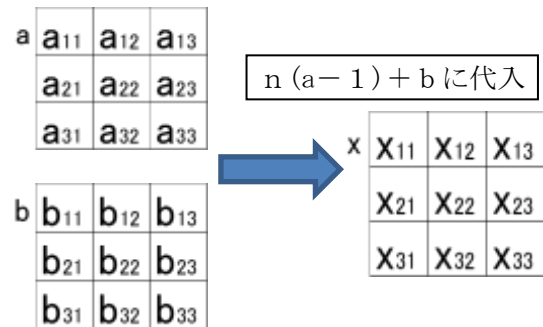
1. 目的

平面魔方陣および立体魔方陣の作成方法の研究をし、それらを用いて定和 6 6 6 の立体魔方陣を作成する。

2. 方法

立体魔方陣をつくろうと考え、立体方陣の格子に数字を当てはめていったが、うまくいかなかった。そこで、平面魔方陣の作り方の研究から立体魔方陣の作り方がわかるのではないかと考え、平面魔方陣を先に研究することとした。その結果、平面魔方陣の作り方がわかり、これを「a, b 法」とした。

a, b 法とは、a と b の 2 つの方陣の格子をかき、n 個の数で構成されるどの 1 列の和も $n(n+1) \div 2$ となるように、1 から n までの数字を入れる。その後、a と b の方陣の同じ位置にある数を $n(a-1) + b$ の式に代入すると平面魔方陣のその位置の数字が求められるというもので、これを繰り返すことで平面魔方陣が完成する。



3. 結果

a, b 法を見つけることができ、平面方陣の作成はできるようになった。立体方陣は 3 次、4 次、8 次が作れた。また、定和 6 6 6 の 4 次立体方陣もつくることのできた。

4. 考察

a, b 法を使った場合、必ず平面魔方陣ができるのはなぜかを調べようと考えた。

5. 結論

a, b 法において、3 次平面方陣では例外パターンが存在しないことの証明ができたが、4 次平面方陣に例外パターンが見つかった。その例外パターンとは斜め方向が想定していたものと異なるパターンのものである。

6. 参考文献

魔方陣-大同大学 www.daido-it.ac.jp/~oishi/TH5/ms.html

7. キーワード

a, b 法

コラッツ予想とその応用

Collatz problem and its application

古川 陽一 早田 結菜 上田 彩花 谷澤 勇希

Youichi Furukawa Yuna Hayata Ayaka Ueda Yuki Tanizawa

Abstract

Collatz problem is an unresolved issue advocated by Germany mathematician Lothar Collatz. We are interested in what we have not proved yet though it is simple arithmetic operation. We tried to prove Collatz problem from the number obtained in the operation process.

1. 目的

コラッツ予想とは、ドイツのローター・コラッツによって唱えられた未解決問題である。その方法は、任意の自然数に対して、奇数であれば3を掛けて1を足す、偶数であれば2で割るという操作で、どんな自然数も必ず1になるというものである。

先輩からこの研究を受け継いだ際、行う操作は「3を掛けて1を足す」「2で割る」という単純な四則計算でありながら、世界中の数学者を悩ませる問題であることに興味を持ち、操作過程などから証明への糸口が見つからないかと考えた。

2. 方法

- (1)コラッツ予想の操作において、計算回数について調査した。また、1から逆に辿るとどうなるかという計算過程の移り変わりについて調査した。
- (2)コラッツ予想の操作において、ある自然数を n とした時、「 $3n+1$ 」という操作を、「 $3n-1$ 」「 $5n+1$ 」「 $7n+1$ 」に変化させた場合の結果を比較した。

3. 結果・考察

操作回数は、1から10000までの自然数で調べたところ30~50回で1になる数字が多く、回数別では52回で操作を終える(1となる)数字が最多だった。計算回数が極端に多い数字はなかった。1から逆に辿るとどうなるかという計算過程の移り変わりについても調べたところ数字の変化に規則性があることが分かった。

「 $3n-1$ 」「 $5n+1$ 」については、ループという特有の性質(例えば、「 $3n-1$ 」の操作で「5でループする」というのは、 $5 \rightarrow 14 \rightarrow 7 \rightarrow 20 \rightarrow 10 \rightarrow 5$)が見られ、「 $3n-1$ 」では5と17、「 $5n+1$ 」では13と17でループするという性質があることが分かった。一方、「 $7n+1$ 」では1になる数字と計算過程で数字が10億を超える(これをオーバーフローと呼ぶことにする)数字の2種類のみで、ループという性質は見られなかった。

4. 結論・今後の展望

掛ける数や足す数を変化させると、ループという現象が起きる。ただし、「 $7n+1$ 」のようにループしない数もあるため、ループする理由やループする数の規則性、ループする数字とループしない数字の比較など、ループについての考察をより深めていきたい。

解の割合では「 $5n+1$ 」「 $7n+1$ 」のように調べる数字の範囲(1~100,1~1000,1~5000)を変えると1になるもの、ループするもの、オーバーフローするものの割合が変化するものと、「 $3n-1$ 」のように調べる数字の範囲を変えても解の割合の変化が少ないものがあった。 n の係数や足す数を変化させて調査するとともに、解の割合の変化についても調べたい。また得られた規則性やその他の類似の操作についても考察していきたい。

5. キーワード

コラッツ予想、 $3n+1$

三角形の垂心とトロコイド

Orthocenters of triangles and trochoids

古宮 昌典
FURUMIYA, Masanori

Abstract

A triangle $A_0B_0C_0$ is inscribed in a circle. We can make a new triangle with vertices A_1, B_1, C_1 , the intersections of the perpendiculars and the circle. By repeating this process, we obtain triangles $A_nB_nC_n$. I will consider the loci of orthocenters of these triangles and show that these loci are hypotrochoids.

1. 研究の背景と目的

円に内接する三角形 $A_0B_0C_0$ において、3本の垂線を描きそれらと円との交点をとることによって新たに円に内接する三角形 $A_1B_1C_1$ を作ることができる。この三角形の垂心を H_1 とする。再び三角形 $A_1B_1C_1$ において、垂線を引き円との交点をとることで三角形 $A_2B_2C_2$ およびその垂心 H_2 を作る。以下、これを繰り返すと垂心 H_1, H_2, H_3, \dots ができる。

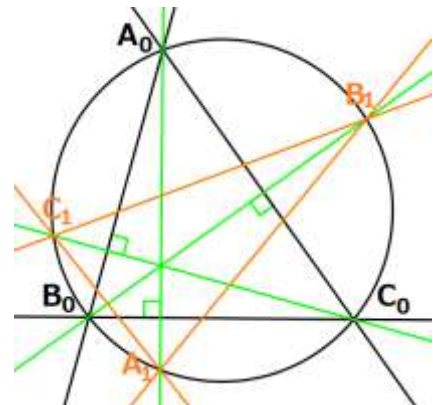
この独自に考えた操作において、辺 B_0C_0 を固定し点 A_0 を円周上で動かしたときの H_1, H_2, H_3, \dots の軌跡はそれぞれどうなるかについて、幾何学的な考察と解析的な考察を試みた。

2. 方法

実際に軌跡を調べてみると、ある曲線が描かれる。私はこの曲線がハイポトロコイドで表すことができるのではないかと考えた。

3. 結果

垂心の座標を極座標を用いて表現することにより、軌跡の曲線がトロコイドであることを確認することができた。



4. 考察

垂心の性質を考察することにより、幾何学的にも軌跡がハイポトロコイドになることを確認できた。

5. 結論

軌跡がすべてハイポトロコイドとして表されることはわかった。今後は、すべてのハイポトロコイドが円と垂心に関する操作として表現されるかどうかについて調べていきたい。

6. 参考文献

「曲線の事典—性質・歴史・作図法」

磯田正美 編, M. G. Bartolini Bussi 編, 田端毅 著, 讃岐勝 著, 共立出版

7. キーワード

円、垂心、軌跡、ハイポトロコイド

最短経路問題

羽田 圭吾

Abstract

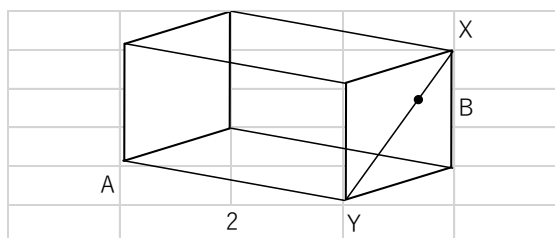
Sometimes, math especially figure tricks us, but we usually take interest in the figure. Because we want to know why we were tricked by that. Of course ,so I do.

1. 目的

「 $1 \times 1 \times 2$ の上の蟻」を一般化、発展させる

2. 方法

そもそも「 $1 \times 1 \times 2$ の上の蟻」とは、「1匹の蟻が $1 \times 1 \times 2$ の直方体の1つの角 A にいるとし、蟻は直方体の表面上を最短経路（測地線という）で B 地点まで移動するものとする。

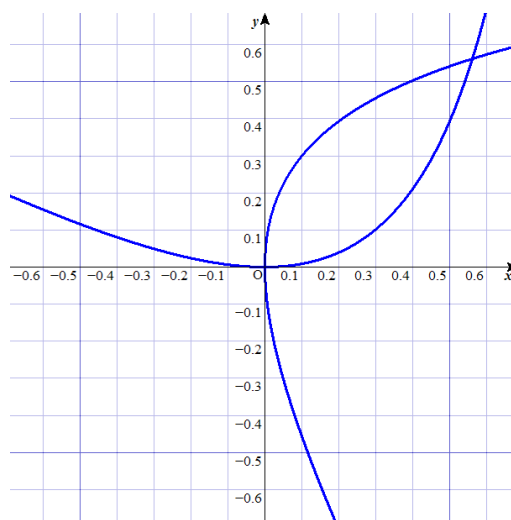


測地線を最も長くするには、B 点をどこに設定すればよいか。」という問題である。

このときの答えは、 $XB : BY = 1 : 3$ となるように B を置けばよいが、長さの比率が変わったときに B の位置はどのように変化するかを調べた。

3. 結果

$AY = 1$ と置いたとき、 $B = X$ とならないためには、右の図の2つの曲線に囲まれた範囲内に他の2辺の長さが収まればよい。



4. 考察

今回は辺の長さをもとに計算したが複雑で手間がかかったので、角度をもとにしたほうがよかったのではないか。

5. 結論

普通、空間的に最も離れている X の位置に B が必ず置けると考えるが、実際は違うという図形の意外性が確認できた。

6. 参考文献

「ガードナー傑作選集」 Martin Gardner 著 阿部剛久 井戸川知之 藤井康生 訳

ビュフォンの針

Buffon's needle

発表者 大坪 遼士郎

Ryojiro Otsubo

Abstract

Buffon's needle problem is well known nowadays, provided that it deals with parallel straight lines. However, in this study, I sought the answer to the question, "What will happen if we try to deal with this problem which includes not parallel straight lines but concentric circles?".

1. 目的

よく知られているビュフォンの針は平行線が広がっている平面での議論だが、平行線ではなく、同心円が広がっている平面において針を落としたときの確率はどうなるのか、ということ調べる。

2. 方法

方針としては平行線状での場合と同様に針の片方の端点を固定し、もう一方の端点を動かして、同心円と交わる確率を求めた。n番目の円と交わる確率を数列 $\{a_n\}$ として、すべての a_n の項を足した後に平均をとって、求める確率とした。

3. 結果

同心円の場合も、平行線の場合と同じ結果が得られた。

4. 考察

同心円の場合も、無数に多くの円を広げていけば、直線が並んでいる状況に近づくので、自然な結果であると思われる。また、同心円だけでなく、無数に並べた時に直線の連続に近似される曲線の場合は、直線のとおり同様の結果が得られると思われる。

5. 結論

同心円を並べたときも直線を並べたときと同様の結果が得られる。

6. 参考文献

特になし。

7. キーワード

ビュフォンの針、確率、 π

1 の平方因子を持たない半素数を分母とする

単位分数の有限和による表現

渡邊 樹

Abstract

The number 1 can be represented by the sum of unit fraction with semiprime as the denominator. I researched how much the largest denominator of the unit fraction would be reduced.

1. 目的

一般に、1 を異なる素数 ω 個の積を分母とする単位分数の有限和で表現できるかという拡張が考えられるが、 ω が 3 以上の時はエルデシュ・グラハムによって証明済みである。平方因子を持たない半素数で同じことをしたい。

2. 方法

まず、分母が 901 までで利用できる分母のリストをつくる。(各半素数の最大素因数で場合分けし、その最大素因数の倍数だけで分母が 901 から徐々に分母の上限を下げていき、利用できる分数の候補を徐々に絞る。乗積表も使用した。

素因数は 2,3,5,7,11,13,17,19,23,29,31 である。

3. 結果

51 項で最大分母が 589 のものを発見した。他に 52 項、53 項で最大分母が 589 の解はそれぞれ 1 つずつ存在する。583 以下の異なる半素数の積の単位分数の和では 1 は表せなかった。よって、最大分母 589 が最小値である。

$$\begin{aligned} &1/6+1/10+1/14+1/15+1/21+1/22+1/26+1/33+1/34+1/35+1/38+1/39+1/46+1/51+ \\ &1/55+1/57+1/58+1/62+1/65+1/69+1/77+1/82+1/85+1/91+1/93+1/95+1/106+1/1 \\ &19+1/123+1/129+1/143+1/145+1/159+1/161+1/187+1/203+1/213+1/217+1/247+ \\ &1/265+1/287+1/299+1/341+1/355+1/403+1/473+1/493+1/497+1/559+1/583+1/5 \\ &89=1 \end{aligned}$$

4. 考察

今回の研究では、項数を度外視した場合、単位分数の最大分母がどこまで小さくなるかを求め、51 項で最大分母が 589 である展開を発見した。

5. 結論

今後の課題として、きちんとした判定法(数学的あるいは多項式時間)が存在するか。解を列挙せずに 589 の最小性を証明できるか。48 項が最小項数だということは確かめられるか。(現状では計算能力が足りないので PC)

2449 大阪府立四條畷高等学校

Osaka Prefectural Shijonawate Senior High School

チャイニーズリング

Chinese Ring

奥田 隆一 合川 舞 西野 翔哉

OKUDA Ryuichi AIKAWA Mai NISHINO Shoya

Abstract

We became interested in a kind of puzzle rings called "Chinese Ring". And we successfully generalized the ways to take off with the smallest number of moves.

1. 研究の背景と目的

私たちはチャイニーズリング（図 1）のはずし方の最小手数的一般化に成功した。この一般化を考える過程で、縦方向にリングを追加した新たな連環（図 2）が生まれた。今回その連環のはずし方の最小手数の研究を行うこととした。

2. 方法

図 1 のリングで、 C_1 から C_n までのすべてのリングを下げるのに必要な最小手数を a_n とする。 $a_1 = 1, a_2 = 2$ である。

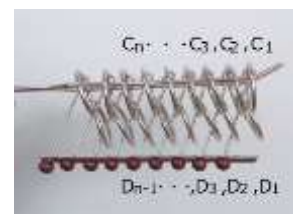
次に、図 2 のリングで、 C_1 から C_n のすべてのリングが上がっていて D_1 から D_{n-1} までのすべてのリングが下がっているとき、 C_1 から C_n までのすべてのリングを下げるのに必要な最小手数を b_n とする。 $b_1 = 1$ である。これを解くにはまず D_1 から D_{n-1} までの全てのリングを上げる必要がある。図 2 の状態のとき、 D_1 から D_{n-1} までの全てのリングを上げるのに必要な最小手数を e_n とする。 $e_1 = 1$ である。

(1) a_n の一般化 → (2) e_n の一般化 → (3) b_n の一般化
の手順で一般化を試みた。

図 1



図 2



3. 結果

次の漸化式が得られた。これ以降、特に断りがない限り、 n は自然数とする。

$$a_{n+2} = a_{n+1} + 2a_n + 1 \quad e_{n+1} = e_n + 4a_{n-1} + 1 \quad b_n = e_{n-1} + 4a_{n-2} + 2a_{n-1} + 1$$

(n は $n \geq 2$ の自然数) (n は $n \geq 3$ の自然数)

4. 考察と結論

$$a_n = \frac{2^{n+2} + (-1)^{n-1} - 3}{6} \quad e_n = \frac{2^{n+2} + (-1)^{n-1} - 3n - 3}{3} \quad b_n = 2^{n+1} - n - 2$$

5. 参考文献

パズル遊びへの招待・オンライン版, <http://www.torito.jp/puzzles/104.shtml>

6. キーワード

チャイニーズリング 連環 漸化式 一般化

発表テーマ
ブラックジャックの勝率とカウンティング法の関係性について

藤井 誠也 仲田 優也 平澤 駆 村井 圭吾
Fujii Seiya, Nakata Yuya, Hirasawa Kakeru and Murai Keigo

Abstract

I find the probability that winning rate and blackjack of the blackjack happen using the counting method. I understood that the incidence of blackjack was proportional to the increase and decrease of the positive value. I can raise winning rate by deriving the probability of a card making a hit from a positive value next.

1. 目的

先輩方の研究を参考にして、またカウンティング法を用いてブラックジャックの勝率をより精度を高くして求めるため。

2. 方法

カウンティング法を用いてブラックジャックの勝率、またゲーム内でブラックジャックが起こる確率を求めその結果をもとに考察する

3. 結果

プラス値の減増にブラックジャックの発生率が比例することが分かった。

4. 考察

カウンティング法にほかのやり方をまぜて、さらに勝率を上げる方法を模索しようと思う。

5. 結論

プラス値から次にヒットするカードの確率を導き出すことにより、勝率を上げることができる。

6. 参考文献

「カードカウンティング入門」オラフ・ヴァンクラ、ケン・フクス著 ライアン・モリス 田崎涼子 共訳 2012年 パンローリング株式会社

7. キーワード

ブラックジャック カウンティング法

フラクタル次元による表面粗さの定量化と放射率の関係

Relationship between Roughness and Emissivity

発表者 中川雄登 中嶋亮裕 藤本創太 武藤優真 ルックカイハイ 朱麗奈

Name Yuto Nakagawa, Ryosuke Nakajima, Sota Fujimoto, Yuma Muto, Luc Khai Hai, Reina Syu

Abstract

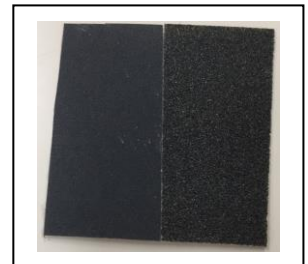
Height of emissivity mainly depends on kinds of objects, temperature and surface roughness. But, it is impossible to extrapolate emissivity from them in theoretical ways. That is why we tried to find a relationship between roughness and emissivity. And we used the fractal dimension for an index of roughness because we thought it enables us to evaluate the uniformity of the surface roughness.

1. 目的

物体の粗さをフラクタル次元で定量化することで、粗さ一様であるかどうかを確認し、粗さと放射率の関係を調べ、そこで得られた結果を粗さが一様でない場合についても適用できるかどうかを調べる。

2. 方法

沸騰水を用いて加熱した研磨紙の放射率と、その研磨紙の表面のフラクタル次元を測定し、その二つのデータの相関を調べる。この実験を、研磨紙を一枚用いる粗さが一様な場合と、二枚用いる一様でない場合それぞれで行う。なお、放射率の測定には放射温度計とデジタル温度計を用い、フラクタル次元はソフトウェアによる画像解析を行った。



3. 結果

粗さが一様な場合では、粗さと放射率の間に正の相関がみられた。粗さが一様でない場合について相関は見られなかった。

4. 考察・結論

フラクタル次元が大きいき、つまりより粗い表面では放射率も大きくなることがわかった。私たちはこれを、フラクタル次元が大きくなると表面はより複雑になり、表面上で乱反射した光がまた表面に当たる回数が多くなるために、放射量が多くなって起こると考えた。粗さが一様でないと、表面上での放射熱の違いによる温度勾配から、対流による風がおこり、温度が低下してしまうために結果が得られなかったと考えた。

5. 参考文献

- [1] http://www.tech-jam.com/top_images/item/tj-200/tj-200_housya.html, 2017/2/6
- [2] <http://www.japansensor.co.jp/products/thermos/more-about>, 2017/2/6
- [3] 高安秀樹, フラクタル新装版, 朝倉書店, 2010

6. キーワード

フラクタル 放射率 表面粗さ

パスカルの三角形の次元拡張による四次元についての考察
Study on four-dimensional space by dimensional extension of Pascal's triangle

相場 智輝, 平山 慶
Tomoki Aiba, Kei Hirayama

Abstract

Using the relation between Pascal's triangle and the multinomial theorem, we were able to know four-dimensional properties which we can't recognize.

1.目的

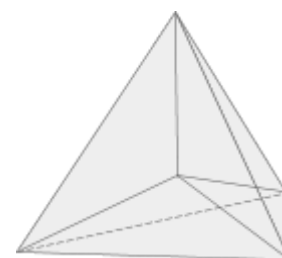
三次元に生きている我々には認識できない四次元の図形の性質について、パスカルの三角形と二項定理の関係を応用して考察する。

2.方法

$(a+b)^n$ (n は0以上の整数) を展開した式の係数がパスカルの三角形の格段の数の並びになる性質を利用して、 $(a+b+c)^n$ を展開した式の係数から数が三次元的に並ぶかを調べた。その後、 $(a+b+c+d)^n$ を展開した式の係数から数が四次元的に並ぶかを調べ、その性質を考察し、それを三次元投影した模型を作った。

3.結果

$(a+b+c)^n$ を展開した式の係数は三角錐の形に並ぶことが証明でき、多項定理とパスカル図形の関連がわかった。また、 $(a+b+c+d)^n$ を展開した式の係数は四次元的に並ぶことが証明でき、それは五胞体の形になると予想できる。



(五胞体)

4.考察

多項定理から $(a+b+c+d)^n$ の係数から $(a+b+c+d)^{n+1}$ の係数を求めるには4つの要素が必要である、つまり軸が4本必要ということになるため四次元の図形であるといえる。四次元図形を三次元投影すると異なる点と同じ位置にあるように見えることから、四次元図形を4本のうちのある1本の軸に沿って見ているといえる。

5.結論

$(a+b+c+d)^n$ 展開した式の係数は四次元的に並べられるといえる。また、四次元図形のある軸に沿って見ることで三次元に投影できる。(この発表は途中経過であるため、今後も四次元についての考察を進めていく。)

6.参考文献

なし

7.キーワード

パスカルの三角形, 四次元, 多項定理, 三角錐, 五胞体

フラクタル

Fractal

村井悠真 三由涼太 橋詰健人 大橋亮太

Yuma, M., Ryota, M., Kento, H., Ryota, O.,

Fractal is a concept of geometry introduced by French mathematician Benoit Mandelbrot.

A part of a figure of a fractal and its whole are self-similar.

We made a ‘ TAIGA set ‘ based on the Mandelbrot set which is one of the fractals.

1. 目的

フラクタルとは、幾何学の概念である。図形の部分と全体が自己相似になっているものなどをいう。フラクタルの独特の形や奇妙な性質に興味を持ち、調べてみた。さらにフラクタルの一つであるマンデルブロ集合という図形を基に、オリジナルの図形〈タイガ集合〉を作った。

2. 実験

(i) 漸化式

$$\begin{cases} Z_{n+1} = Z_n^3 + C \\ Z_0 = 0 \end{cases} \dots \textcircled{1}$$

で定義される数列 $\{Z_n\}$ が $n \rightarrow \infty$ で発散しない複素数 C の集合をタイガ集合と名付けた。

(ii) GRAPESというソフトを用いて条件を満たす複素数 C を求めた。

C の求め方

手順1：第1象限において適当な点 $C(a, b)$ (a, b は少数第3位まで)をとる。

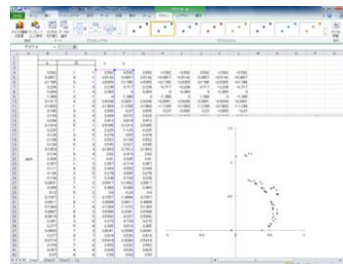
尚、このグラフは実軸、虚軸に関して対称と証明できたので第1象限のみ調べた。

手順2：この点 C を定義した漸化式①を基に計算し、発散するか収束するか調べる。

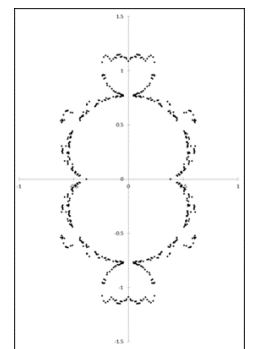
手順3：発散すれば少し C の値を調整して「手順2」に戻る。

発散しなければ1つの要素として加える。[図1]

(iii) 求めた複素数をExcelにプロットした。[図2]



[図1]



[図2]タイガ集合

3. 結果

条件を満たす複素数 C を約600個求め、

[図2]の様な図形が得られた。

4. まとめ

基にしたマンデルブロ集合と似通う点がいくつか見られたので、タイガ集合もフラクタルであると考えられる。厳密な証明は今後の課題とする。

5. 参考文献

石村 貞夫 (1990). フラクタル数学 東京出版

倍数の判定法から

A Study of Determination Methods of Multiples

伊藤 黎 照海 真子 望月 陸 永本 裕貴 平岡志哉

Ito rei, Terumi Mako, Motizuki Riku, Nagamoto yuki and Hiraoka Motoya

Abstract

We studied the determination method of multiples of all integers. As a result, We found a few determination methods, and we considered the nature of multiples. But we need a slightly more strict law.

1. 研究の動機 と目的

整数の規則性について興味を持ったこと。倍数の判定法を見つける。また、整数の性質も考察した。

2. 研究方法

帰納的に法則性を探す。

3. 研究成果

- ① $10^k + 1$ または、 $10^k - 1$ の約数を n とおいたとき、ある整数 R を k 桁ごとに区切って、加減した値が、 n の倍数ならば、もとの整数 R は n の倍数である。
- ② ある整数 R が s の倍数のとき、 R を一の位 m とそれ以外の部分 T に分けたとき、 $T - km = sn$ (n は整数) が成り立つ。
ただし、 $(10k+1) = sd$ を満たす。 d は任意の数
- ③ ある整数 R を n の倍数か判別するとき、 R を $\frac{kn+1}{10}$ ($= b$) 進数と表す。 * b, k は整数
 b 進数に表した各位の桁を、低い桁からずらして、10 進法で足す。その和が、10 進法で n の倍数ならば、もとの数 R は n の倍数である。
- ④ p を素数とする。 $p - 1 = m \cdot n$ とおく。 (m, n は自然数)
 $a^m \equiv 1 \pmod{p}$ ならば $x^n \equiv a \pmod{p}$ には解が存在する。

4. 考察

- ①、②の方法を組み合わせれば、どんな自然数でも段階的により小さい数で判定できる。

5. 今後の課題

他の判定法がないか考える。また、④の①への応用も考える。

6. キーワード

整数、倍数、フェルマーの小定理

2647 学校法人安田学園 安田学園中学高等学校
Yasuda Girls Junior High School, Yasuda Girls High School
自然界におけるフィボナッチ数列について
Fibonacci's sequence in the natural world

中村 真妃, 山本 愛梨
Maki Nakamura and Airi Yamamoto

Abstract

We are interested in Fibonacci's sequence and examine where those sequence are. As a result, we have found that Fibonacci's sequence are natural world. We examined with diverse plants.

1. 目的

私たちはフィボナッチ数列に興味を持ち、どの様な所にあるのか調べました。そして自然界に多く存在するという事を知り、いろいろな植物を調べて検証してみました。

2. 方法

本校の校庭や太田川の土手といった身近にある植物や、また広島市植物公園などに赴き、そこに咲いている色々な植物を写真に撮った。それらの写真を観察しながら、それらの植物がフィボナッチ数列の性質を持っているか検証する。



3. 結果

確かに多くの植物にフィボナッチ数列の性質を持っているものがあることが確認できた。その一方で、フィボナッチ数列の規則とは異なる規則を満たしている例も存在した。



4. 考察

どの例も、確かに存在することはわかるが「なぜ」かについては、分からないし、いずれの規則も満たしていないように思われる例も多い。

5. 結論

多くの植物がフィボナッチ数列の性質を持っていることが確認できた。

6. 参考文献

おとなの算数 日経おとなの OFF 特別編集 日経 BP 社

7. キーワード

フィボナッチ数列 自然界

ドローンによる効率的な被災者の探索のシミュレーション

Simulation to search for victims effectively by drone

秋山久遠 遠藤拓斗 國本純希 志垣理久

Akiyama Kuon Endo Takuto Kunimoto Yoshiki Shigaki Riku

Abstract

When disasters stroke, Japan Self-Defense Forces would search for the victims. Our purpose is to make it effective (high in detection rate) by using drones. To do this we carried out some simulations to analyze which algorithm is the best.

1. 目的と方法

シミュレーションにより 2 つのアルゴリズムを評価する。

アルゴリズム I

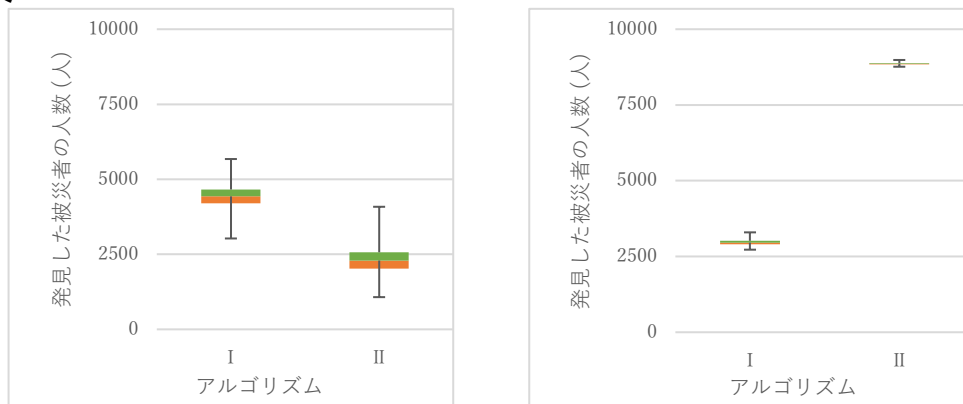
1 点から螺旋状に広がりながら被災者を探索する。

アルゴリズム II

1 点からそれぞれがランダムに広がりながら被災者を探索する。被災者を発見するとその場で螺旋状に進んでいき、条件で中断する。

被災者の配置が異なる 2 つの状況下で、50 台のドローンによる探索を想定し、速度を 16(m/s)*稼働時間を 25 分間*としてシミュレータを作成し、実験を行った。それぞれ 10000 回ずつ実験し、発見した被災者の人数の基本統計量を求めて比較した。

2. 結果



3. 考察と展望

被災者の配置方法によって最適なアルゴリズムは異なることが分かった。アルゴリズムを改良し、汎用性を高められるかを研究していきたい。またなぜ被災者の配置方法によって最適なアルゴリズムが異なるのか考察を深めていきたい。

4. 注

※ 「DJI Drones <http://www.dji.com/jp/mobile/products> (2016/11/01 閲覧)」より最大速度、最大稼働時間を引用した。

※ 使用したシミュレータは以下に公開しています。

<https://github.com/dsajgiouawj/DroneSimulator/releases/tag/v1-0>

5. キーワード

シミュレーション ドローン 被災者の探索

立体表面スライドパズル・立体内面スライドパズル Cubic Surface-sliding Puzzle · Cubic Inside-sliding Puzzle

杉山昇大 高田竜
SUGIYAMA Shodai TAKADA Ryu

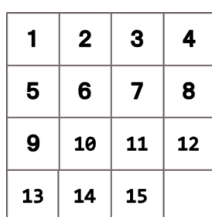
Abstract

We invented Cubic Surface-sliding Puzzle and Cubic Inside-sliding Puzzle. Then we researched whether these two puzzles have the impossible position to solve or not.

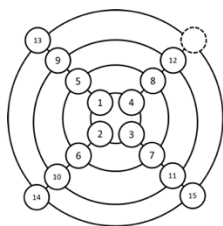
1.目的

一般的なスライドパズルには不可能配置が存在する。

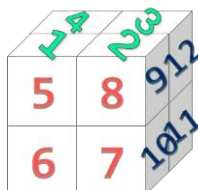
立体表面スライドパズル（ピースを立体の面上に並べたスライドパズル）・立体内面スライドパズル（立体を構成するブロックを1ピースとするスライドパズル）を考えた。この2つの立体スライドパズルにおいて、不可能配置が存在するかどうかを調べた。



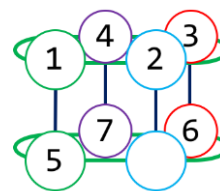
▲一般的なスライドパズル



▲円陣スライドパズル



▲立体表面スライドパズル



▲立体内面スライドパズル

※以下、円陣スライドパズルは円陣パズル、立体スライドパズルは立体パズルと言うことにする。

2.方法

- ・立体を円陣形に展開し、展開したものをさらに長方形に並び替える。
- ・一回のピースの移動について考える。

3.結果

一部の立体パズルにおいて、不可能配置は存在しないことが証明できた。また、立体内面パズルの円陣化には限界があることが分かった。

4.考察

円陣パズルと立体パズルには、深い関係があることが分かった。

ピースの移動の自由度が増えたため、円陣パズルや立体パズルにおいて、不可能配置が存在しない場合が出てきた。

5.今後の展望

円陣化できなかった立体パズルを、違う方法によって平面化することで、可能配置が存在するかどうかを確かめる。

因数分解と図形

Title Factorizations and Figures

藤井萌 伴有真

FUJII Moe BAN Yuma

Abstract

There is a method to explain factorizations with figures such as squares, cubes, and cuboids. For example, we can regard x^2 as the square which area is $x \times x$, and we can regard x^3 as the cubic which volume is $x \times x \times x$, because we can regard x as the length of the square or the cubic. There are some patterns in these methods which many people know. For example, $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$, $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = (a + b)^3$, and so on. However, there are other formulas or equations which are not known to people, so we studied them. This time we studied two equations which were developed by $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$ and $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$ to explain factorizations with figures.

1. 目的

因数分解を説明する方法に図形を用いる方法がある。式の各項を図形の面積や体積として考える方法で、いくつかの式について説明する方法が知られている。しかし、まだ知られていない式があるので、そのような式について、同じように図形を用いて説明する方法を考えた。今回は既存の公式を発展させた式について考えた。

2. 方法

自分たちで図を描いたり、立体の模型を製作したりして、それぞれの式をどのような手順で説明できるか考えた。

3. 結果

今までの研究と同じように、三次式の因数分解は立体を用いて、立体の体積として考えることができた。これまでの研究では、式の通りに図形の足し引きを行っていたが、今回は $a^3 + b^3$ や $a^3 - b^3$ という、公式にある図形の変形から変形することで簡単に変形することができた。

4. 考察

今回の二つの式は、 $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$ などの公式を元にして作った式なので、説明の中で元の式の因数分解の考えが利用できると考えられる。

5. 結論

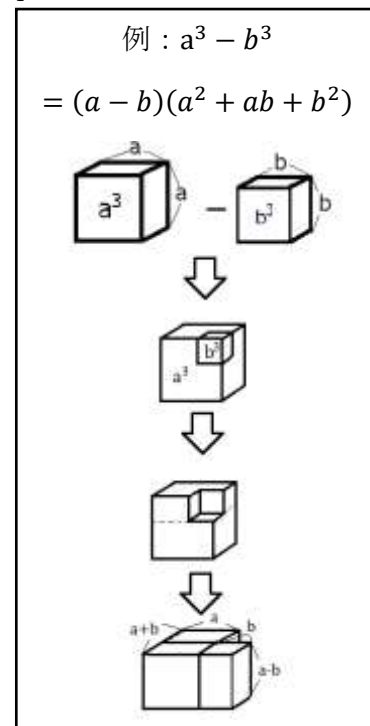
公式にはない三次式の因数分解は、公式にあるものと同じように立体を用いて、立体の体積として考えることができると分かった。

6. 参考文献

仲本正夫「新・学力への挑戦」

7. キーワード

因数分解 図形



方陣算の規則性 The Rules of Square Calculation

早崎真治 小山優真 白木文彬
Hayasaki Shinji Koyama Yuma Shiraki Humiaki

Abstract

We are learning mathematic in Japan. However the present mathematic was imported from the west in Meiji period. But , There were original math culture in Japan until the end of Edo period. It is “WASAN”. Then we make a study of “WASAN“.

1. 研究の目的

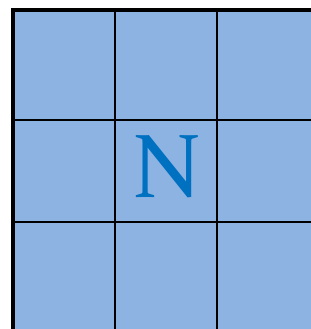
日本の伝統的な数学「和算」を自国の文化の一つとして捉え、「方陣算」の持つ規則性について考察を深める。

2. 方法

- (1) 「和算」の一つである「方陣算」の問題を解く。
- (2) 同じ問題を何度か解き、規則性を探る。
- (3) 規則性を見出した上で、数式化を試みる。

<問題>

右図において、中心を除く8つの空きに石を N 個置くとき、上下2行、左右2行の合計を全て7としたい。



3. 考察

四隅に注目すると、数字の変化に規則性があり、数式化できると考えられる。

また、この変化は N の値が増加すると減少するものであると考えられる。(二重線)

N=16			N=17			
3	1	3	3	1	3	
1	16	1	1	17	2
3	1	<u>3</u>	3	2	<u>2</u>	

4. 結論

四隅の合計を X とすると、 $N=28-X$ が成り立つ。

N の最小値は 16 (四隅 3,3,3,3)、最大値は 24 (四隅 1,1,1,1) となる。 ($16 \leq N \leq 24$)

5. 参考文献

例題で知る 日本の数学と算額 (著: 深川 英俊)

6. キーワード

和算 方陣算 規則性 数式化

平成29年度 スーパーサイエンスハイスクール
科学技術人材育成重点校「数学」

平成30年2月2日 初版第1刷

発行 大阪府立大手前高等学校 数学科

〒540-0008 大阪市中央区大手前 2-1-11

電話 06-6941-0051 FAX 06-6941-3163

HP <http://otemae-hs.ed.jp/>

本書を無断で複写・複製することを禁じる