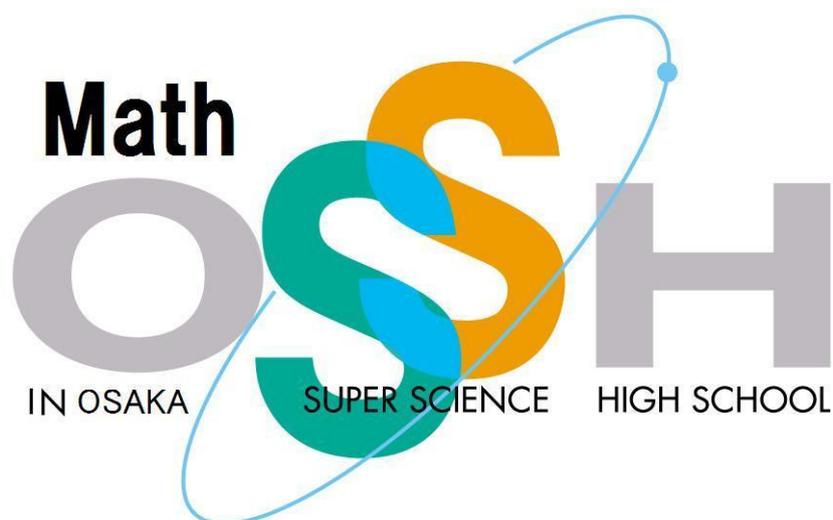


第11回 マスフェスタ

〈全国数学生徒研究発表会〉



日時 2019年8月24日(土)

場所 関西学院大学上ヶ原キャンパス
中央講堂・B号棟

2019年度 マスフェスタ（数学生徒研究発表会）

日時 2019年8月24日（土） 午前9時20分～午後4時20分
場所 関西学院大学上ヶ原キャンパス（西宮市上ヶ原一番町1番155号）
目的 数学に関する生徒の取り組み等（課題研究、部活動等）の研究発表を行うことにより、数学に対する興味・関心を高め、今後の数学教育活動の発展に資する。
内容 生徒による数学研究（課題研究等）についての発表会（ポスター・口頭）
時程

■8月24日（土）

9:00 一般入場開始

<第一部> 9:20～11:25

9:20 開会式（中央講堂大ホール）

- ・校長挨拶、来賓挨拶、来賓紹介等
- ・スケジュール確認

9:40～11:25 口頭発表（中央講堂大ホール）

大手前高校、筑波大学附属駒場高等学校、旭丘高校、飯山高校、
東京学芸大学附属高等学校、大手前高校、竜ヶ崎第一高校

11:25～12:30 昼食休憩

<第二部> 12:30～16:00

12:30～13:15 ポスター発表①グループA、C（B号棟2F・3F）

13:15～14:00 ポスター発表②グループB、D（B号棟2F・3F）

14:00～14:45 ポスター発表③グループA、B（B号棟2F・3F）

14:45～15:30 ポスター発表④グループC、D（B号棟2F・3F）

中央講堂へ移動

15:50～ 閉会式（中央講堂大ホール）・記念撮影

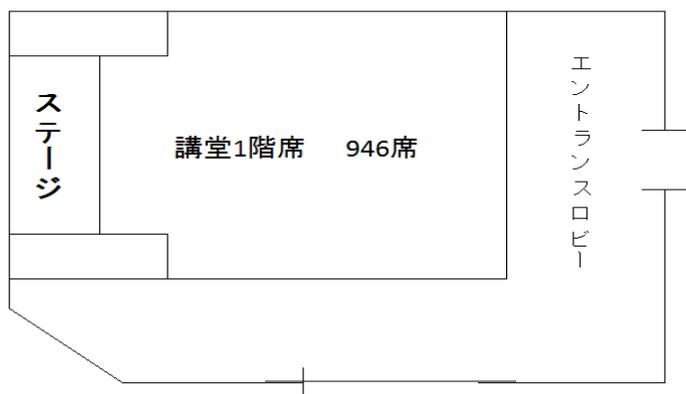
●指導助言

宇野 勝博 先生	大阪大学	藤田 岳彦 先生	中央大学	町頭 義朗 先生	大阪教育大学
河内 明夫 先生	大阪市立大学	佐官 謙一 先生	大阪市立大学	高橋 太 先生	大阪市立大学
小林 毅 先生	奈良女子大学	鈴木 咲衣 先生	東京工業大学	入江 幸右衛門先生	大阪府立大学
北原 和明 先生	関西学院大学	大崎 浩一 先生	関西学院大学	昌子 浩登 先生	関西学院大学
藤原 司 先生	関西学院大学	山根 英司 先生	関西学院大学	三浦 佳二 先生	関西学院大学

会場図

【中央講堂平面図】

中央講堂 1F

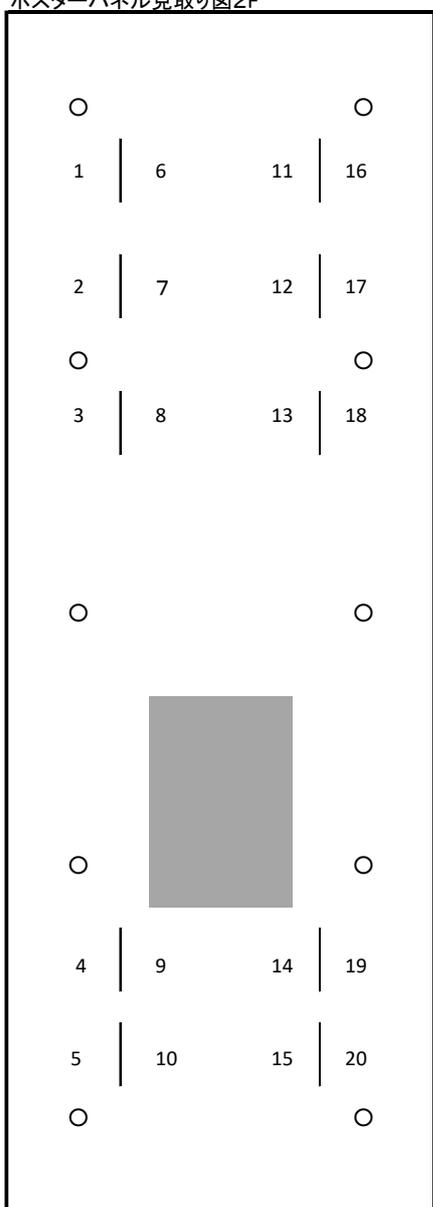


【B号館平面図】

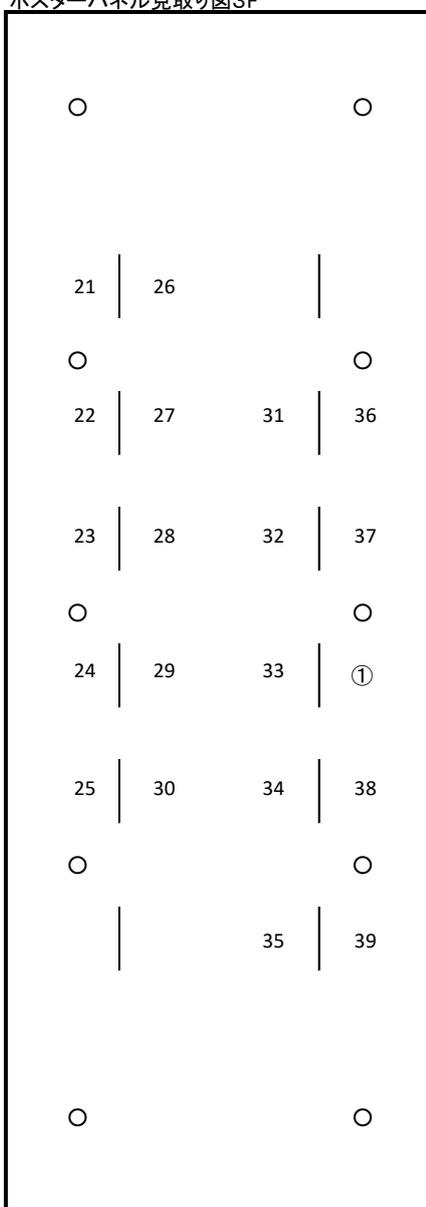
B号館1F



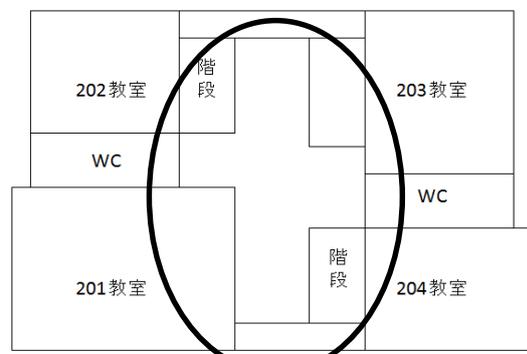
ポスターパネル見取り図2F



ポスターパネル見取り図3F

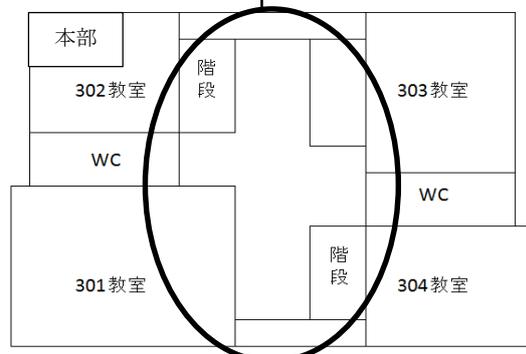


B号館2F



ポスター設置場所

B号館3F



ポスタータイトル

ポスターNo.	グループ	都道府県	校名	ポスタータイトル
1	A	北海道	市立札幌開成中等教育学校	ゲーム理論のゲームにおける均衡は真か
2	B	北海道	札幌日本大学高等学校	磁石間および磁石球/鋼球間に働く磁気力と距離の関係
3	C	東京	筑波大学附属駒場高等学校	特殊な内接多角形に関する研究 直角二等辺三角形による長方形の分割
4	D	大阪	大阪府立大手前高等学校	カオスゲームから生まれるフラクタルの美術 ラムゼー 再会数 連続数によるアンチ陣 3n-1問題
5	A	北海道	北海道釧路湖陵高等学校	xのx乗のはなし 座標における動点の変位
6	B	富山	富山県立富山中部高等学校	みんなで楽しいバドミントン ～理想の試合方式～
7	C	大阪	大阪府立千里高等学校	1/fゆらぎに迫る！～授業中に眠くなる理由とは～
8	D	東京	東京学芸大学附属高等学校	n次元空間における三角形の五心 'Solar Tracker'のための照度と角の関係を表す母関数の決定
9	A	栃木	栃木県立栃木高等学校	高さ無限大のテレレーションについて 信号をすべて青で通過するための速さについて
10	B	栃木	作新学院高等学校	ペル方程式と縮小写像 スライドパズルの数理論
11	C	大阪	大阪市立東高等学校	高次元のカタラン数
12	D	大阪	大阪府立生野高等学校	未解決問題について
13	A	島根	島根県立出雲高等学校	コラッツ予想について
14	B	東京	東海大学付属高輪台高校	政治家の声の大きさは人気に比例するのか 年代別に分けた少女漫画の顔の比率による違い
15	C	神奈川	横浜市立横浜サイエンスフロンティア高校	古紙の廃棄と再生利用の数学的比較 PYRAMINX（四面体ルービックキューブ）についての考察
16	D	千葉	市川高等学校	デカルト・グアの定理と三角形の中心
17	A	長野	長野県飯山高校学校	二元一次不定方程式の新たな解法の考察と特殊解の規則性
18	B	大阪	大阪府立天王寺高等学校	Fibonacci数列の拡張
19	C	広島	広島大学附属高等学校	落下する花卉の運動について
20	D	香川	香川県立観音寺第一高等学校	カットインからアシスト～香川を強くするために～ 配給のトレンドを統計的に調査する
21	A	新潟	新潟県立長岡高等学校	多角形における図形の比と計量に関する研究 図形上の動点に関する確率の研究
22	B	石川	石川県立金沢泉丘高等学校	4×4オセロの必勝法
23	C	京都	京都府立嵯峨野高等学校	加法的重み付きピロノイ分割による最適避難経路の考察 ゴブレットの必勝法
24	D	京都	京都府立洛北高校	放物線を球に写したときの形
25	A	岡山	岡山県立岡山一宮高等学校	a b法と魔方陣
26	B	青森	青森県立八戸北高等学校	正多角形における内接円と外接円の面積比 3次方程式を解の公式を使って解いてみた
27	C	愛知	愛知県立豊田西高校	ループという現象～コラッツ予想より～
28	D	愛知	名城大学附属高等学校	0言語を使って素数判定 無理数の連分数展開
29	A	茨城	茨城県竜ヶ崎第一高等学校	自然数の各位の総和について 数理モデルによる地域問題解決
30	B	香川	高松第一高等学校	1に収束する無限級数とその応用
31	C	愛知	愛知県立刈谷高等学校	月の裏側が見えない理由の数学的考察 n次元球の体積
32	D	愛知	名古屋市立向陽高校	掛谷問題 フィボナッチ素数は無限に存在するか
33	A	茨城	茨城県立水戸第二高等学校	ルービックキューブの数式化
34	B	茨城	私立清真学園高等学校・中学校	非平面的グラフの彩色多項式～四色問題の証明を目指す～
35	C	愛知	愛知県立旭丘高等学校	$x^2 + y^2 + z^2 = 3xyz$ と角のパーフェクトマッチング
36	D	愛知	愛知県立明和高等学校	BUFFONの針～格子への拡張～ パスカルの正多角錐とフラクタル図形
37	C	兵庫	神戸高校	Some Formulas for Max Nim
38	D	愛知	名古屋大学教育学部附属中・高等学校	ラングレーの問題と三角比の関係式

ポスター発表の時間帯

①12:30～13:20……グループ A、C

②13:20～14:10……グループ B、D

③14:10～15:00……グループ A、B

④15:00～15:50……グループ C、D

ゲーム理論におけるジレンマの検証

About Nash equilibrium on the prisoner's dilemma

田代 智夏、長谷川 千夏、土屋 日香

Chinatsu Tashiro, Chinatsu Hasegawa, and Haruka Tsuchiya

Abstract

“The prisoner's dilemma” is one of the most popular game theory in the world. This theory says if people make the best decision for each one's own, the benefit of society descend at last. This situation called as “Nash equilibrium”. We thought if we brake down this equilibrium, the benefit of society will be maximum even though people pursue each one's own benefit. Therefore, we researched about conditions for collapsing this dilemma.

1. 目的

ゲーム理論「囚人のジレンマ」において、プレイヤー同士を協力させるような条件を見つけ出す。

(囚人のジレンマ…ある条件下において、プレイヤーがそれぞれにとって最善の選択をした結果、全体的な利益がかえって落ち込んでしまうというジレンマ。プレイヤー同士の最善の選択によって生まれるこのような均衡は、一般に「ナッシュ均衡」と呼ばれる。)

2. 方法

「囚人のジレンマ」と類似する状況を持つゲームを考え、報酬、罰則等の条件を変えて、それぞれの条件についてアンケートを実施した。

3. 結果

協力した場合のメリット、またはしなかった場合のデメリットが極端に大きい場合、均衡は崩壊した。

4. 考察

結果をグラフにまとめ、メリットまたはデメリットの増加によって選択が変遷することを確認した。

5. 結論

均衡を崩壊させるためには、選択に伴うメリット、デメリットを大きくすれば良いことが分かった。今後はアンケートのみではなく、実際の状況における選択がどうなるか、またメリットが効果的になる場合とデメリットが効果的になる場合の差異についても探求していきたい。

6. 参考文献

河合伸 『聖人の調和と囚人のジレンマ—利他性を考慮したゲーム理論分析』
http://www.abef.jp/conf/2018/common/doc/oral/D1_PR0004.pdf (参照 2019.6)

7. キーワード

ゲーム理論 囚人のジレンマ ナッシュ均衡

「磁石間および磁石球/鋼球間に働く磁気力と距離の関係」
Relationship between magnetic force and distance

今村 美咲 石黒 駿斗 宮本 悠史

Imamura Misaki Ishiguro Hayato Miyamoto Yushi

We created the relational expressions between magnetic force and distance theoretically based on Coulomb's law. The force between two magnets was found to be inversely proportional to the fourth power of distance between them. Moreover, the force between one magnetic ball and one steel ball was found to be inversely proportional to the seventh power of distance between them.

1. 目的

磁気力に関するクーロンの法則によると、単磁極間に働く磁気力は磁極間距離の 2 乗に反比例する。磁石間及び磁石球/鋼球間に働く磁気力と距離の関係式をクーロンの法則に基づき理論的に求めること、及びその関係式の妥当性を実験で証明することを目的とした。

2. 磁気力と距離の関係式

磁石が N 極及び S 極の二つの点磁極からなると考える(図 1)。磁石の磁気量をそれぞれ m_1 、 m_2 、磁極間距離を d_1 、 d_2 、球心間距離を x とし、磁石間に働く磁気力 F を $x \gg d_1, d_2$ の場合について求める。同じ磁石、 $m_1 = m_2 = m$ 、 $d_1 = d_2 = d$ のとき、磁石間に働く磁気力は、磁石の形状によらず次式で表される。

$$F \propto \frac{(md)^2}{x^4} \quad (1)$$

また、図 1 の上の球体を磁石球、下の球体を鋼球とし、 $m_1 = m$ 、 $d_1 = d$ とすると、磁石球/鋼球間に働く磁気力は次式で表される。

$$F \propto \frac{(md)^2}{x^7} \quad (2)$$

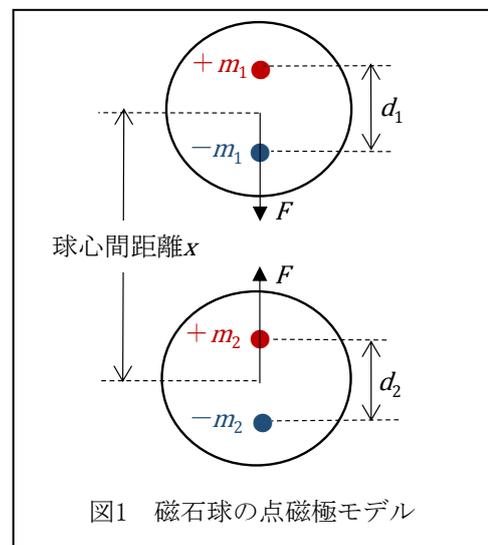


図1 磁石球の点磁極モデル

3. 結果および考察

式(1)と(2)の妥当性を調べるため、ネオジム磁石(球形($\phi 10\text{mm}$)及び円柱形($\phi 10\text{mm} \times 5\text{mm}$))及び鋼球($\phi 9\text{mm} \sim 20\text{mm}$)を用いて実験を行った。磁気力は距離の 4 乗 ($x > 15\text{mm}$) 及び 7 乗 ($x > 20\text{mm}$) にそれぞれ反比例した。ネオジム磁石を点磁極モデルで扱えることがわかった。

4. 結論

磁石間および磁石球/鋼球間に働く磁気力は中心間距離の 4 乗及び 7 乗にそれぞれ反比例する。これらの結果から得られる磁石の磁気モーメントは、地磁気水平分力の測定に応用できる。

5. キーワード

ネオジム磁石 鋼球 磁気力 磁気力に関するクーロンの法則

特殊な内接多角形に関する研究
Unique inscribed polygons and its fetures

発表者 茶田 和樹
Kazuki Chada

Abstract

There is a problem which called “Fagnano’s problem” : For a given shrap triangle, determine the inscribed triangle of minimal perimeter. Then we expand this problem as follows : For a given n-sided polygon, we determine the inscribed n-sided polygon of minimal perimeter and research the conditions that solutions exist. I found some unique relations about these polygons.

1. 目的

ファニャーノの問題「与えられた鋭角三角形に内接する三角形のうち、周長が最小となる三角形は何か」を拡張して、「与えられた凸 n 角形に内接する凸 n 角形で周長の長さが最短となる凸 n 角形が存在する条件とその時の特徴、性質は何か」(ただしそのような内接する凸 n 角形が存在しないとは、内接する凸 n 角形のある二点が限りなく近づいたときにのみ周長が最短になる場合のことである。)を調べる。

2. 方法

まず三角形のときの存在条件は鋭角三角形であり、条件を満たすような内接する三角形は垂足三角形である。また適当な凸 n 角形 P が解の一つとなるような P に外接する凸 n 角形を一意に定めることができる。そしてそのような外接凸 n 角形の性質を調べた。

3. 結果

2. の方法で $n = 4$ のときを調べた。このとき外接する四角形は常に対角の和が 180° であった。

これを $n \geq 3$ で一般化するために「内接多角形が条件を満たす」 \Leftrightarrow 「内接多角形の2辺それぞれと元の多角形の辺がなす角が等しい」より、各頂点の内角を θ_i としてなす角が0より大きく $\frac{\pi}{2}$ 未満であることに留意して連立 n 元方程式をたてると、問題の条件をみたす内接 n 角形が存在する必要条件は次のようになった。

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{\frac{n}{2}} \theta_{2i} = \frac{n-2}{2} \pi & (n \equiv 0 \pmod{2}) \\ \frac{n-2}{2} \pi > \sum_{i=1}^{\frac{n-1}{2}} \theta_{2i} > \frac{n-3}{2} \pi & (n \equiv 1 \pmod{2}) \end{cases}$$

辺の長さの条件も解の存在に影響しているが、研究中である。また $n \equiv 0 \pmod{2}$ のときは解が無数に存在し、 $n \equiv 1 \pmod{2}$ のときは解は一意に定まる。そして最小となる周の長さも元の辺の長さや内角の大きさから求めることができる。

4. 考察

$n \equiv 0 \pmod{2}$ のときに解が無数に存在するのは、一つ飛ばしの内角の和が等しいためである。

一方 $n \equiv 1 \pmod{2}$ のときは内角の和が等しくないため内角の大きさによって一意に定まる。

5. 参考文献

H. S. M. Coxeter, S. L. Greitzer, Geometry Revisited, Mathematical Association of America (1967)

6. キーワード

垂心 多角形 内接

school

直角二等辺三角形による長方形の分割
Partition a rectangle into isosceles right triangles
錦織広尚 米内山匠実
Hirotaka Nishikori Takumi Yonaiyama

Abstract

We wanted to partition a rectangle, the ratio between whose length and width is integer, into minimum number of isosceles right triangles. So we searched the pattern of division and counted the numbers by computer programs. Finally we found an almost correct solution.

1. 目的

任意の整数比の長方形を直角二等辺三角形に分割するとき、その最小個数を求める。

2. 方法

図形を切り分けるパターンを列挙し、漸化式としてアルゴリズムを作成した。図形を切り分ける方法には無数のパターンがあるが、その中で比較的「効率が良い」と考えられるパターンについて考え、コンピュータを使ってアルゴリズムに従い計算した。

3. 結果

縦横比が1:1から999:999の長方形について、最小値に近いと思われる分割方法を得た。

4. 考察

コンピュータによる探索は計算回数の限界の問題により、あらゆる線で区切って比較するのではなく、辺をある程度簡単な整数比に分割するような線に限定して調査したため、得られた解は最小とは言えない。

5. 結論

6. 参考文献

なし

7. キーワード

長方形の最小分割問題 漸化式 アルゴリズム

カオスゲームから生まれるフラクタルの美術～確率論的反復関数系の研究～

Beautiful Fractals Generated by “Chaos game” — Research on Iterated function system(IFS) —

大道 かれん 鬼頭 太郎 佐藤 匠 村瀬 直人
Karen Omichi, Taro Kito, Sho Sato, Naoto Murase

Abstract

“Fractals Everywhere (Michael, Barnsley.) — If you observe nature carefully, you will be able to find many kinds of self-similar shapes called Fractals. We studied about a method of constructing them.

1. 研究の背景と目的

「カオスゲーム」と呼ばれるゲームから美しいフラクタル画像が得られることを知り、そのゲームの不思議な性質を解き明かしたいと思った。フラクタルが生成される原理を理解し、自然界に見られる複雑なフラクタルの生成に挑戦した。

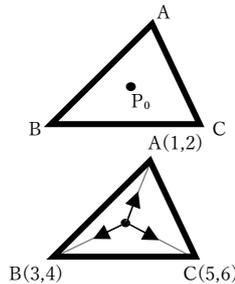
2. 方法

カオスゲームとは次のようなゲームである。

① 三角形 ABC の内部の任意の場所に初点 P_0 をとる。

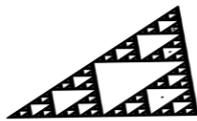
② さいころを振り

- (1, 2) が出たら AP_0 の中点
- (3, 4) が出たら BP_0 の中点
- (5, 6) が出たら CP_0 の中点を次の点 P_1 として定める。



③ 以下、②の操作と同様にして漸次的に点 P_n から点 P_{n+1} を定める。

この操作を数万回繰り返すと初点 P_0 の位置やさいころの目の出方の推移に関わらず右図のようなフラクタルが現れる。



このゲームを高速で行うコンピュータプログラムを作成し、次のように条件を変えて出力結果にどのような影響が現れるかを考察した。

ア) 三角形だけでなく一般の n 角形において、各頂点を選ばれる確率を $1/n$ に設定してカオスゲームを行った。

イ) 上の②における「中点をとる」とは「1:1 に内分する点をとる」ということであると解釈して、その内分比を様々に変化させた。

ウ) 「同じ点は二度続けて選ばない」など、点の選び方に制限をかけた。

以上の三つは先行研究を参考に行った。

エ) 内分比を複素数の範囲に拡張し複素平面上でカオスゲームを行った。内分比を $r:1-r$ と設定して、複素数 r を「絶対値」と「偏角」の観点から分類して法則を探求した。

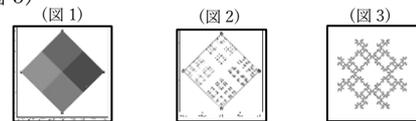
加えて、エ) の場合である特定の条件下において非常に興味深い図形が得られたため、それに関する研究も進めた。

3. 結果

ア) 例として、 $n=4$ の場合が(図1)

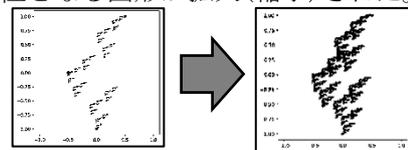
イ) $n=4$ で内分比を変えたものが(図2)

ウ) $n=4$ で「同じ点を二度続けて選ばない」としたものが(図3)



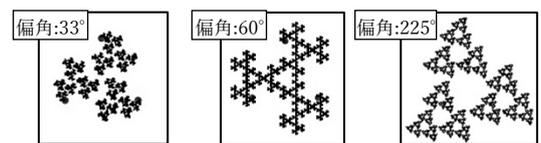
エ) (I) 内分比 r の絶対値について

単位となる図形が拡大(縮小)された。



(II) 内分比 r の偏角について

得られる図形が様々に変化した。



(*) r の絶対値がちょうど1のとき

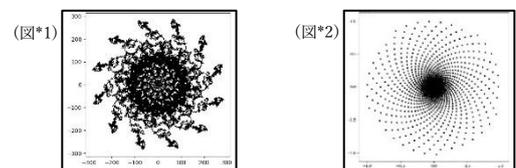
図の一例が(図*1)である。(偏角 30°)

試行ごとに得られる図形が異なった。

r の絶対値が1より僅かに大きいとき

絶対値 1.0021、偏角 74° のとき(図*2)

ひまわりの種と同じ並び方が見られた。



4. 結論

点対称なフラクタル図形(あるいはそれを引き延ばしたものは)カオスゲームによって生成することができる。一方で、私たちの知りうる範囲では、どのように条件を工夫してもカオスゲームではシダの葉のように点対称でない複雑なフラクタルは生成できない。

5. 参考文献

- Chaos Game – Numberphile <https://youtu.be/kbKtFN71Lfs>
 マルチメディアフラクタル画像圧縮—M.F.バーンスレイ・L.P.ハード=著
 蔡東生・江守正多=訳 株式会社トッパン
 離散的反復関数系の理論「マルチメディアフラクタル画像圧縮」理論編
 —マリオペルギア=著 柳原二郎・川瀬眞・陳啓浩=訳 株式会社トッパン
 キーワード・・・カオスゲーム、フラクタル、カオスとフラクタル、IFS

ラムゼーゲーム 必勝法研究から

松本 大樹

Abstract

I heard there is a winning strategy of the Ramsey Game, and I tried to find it. I played the Ramsey Game by six vertexes, the shape of which is similar to a complete graph, K_6 . I thought I can use the characteristics of complete graphs for finding a winning strategy, so I researched and proved them.

1. 目的

ラムゼーゲームの必勝法の発見を目的に研究を進めた。先生から頂いた文献により、完全グラフ K_6 の 15 本の辺をすべて塗り終わったときに一定の性質を示すらしいと知って手がかりになると思ったので、後半の活動はその性質の確認と証明を行うことを軸に進めた。

2. 方法

頂いた文献をもとに、公式の証明を行い、それをを用いることで性質の証明につなげた。また、 K_6 の任意の辺彩色において、示された性質が成り立つか、反例がないかを確認した。

3. 結果

ラムゼーゲームには必勝法が存在し、必勝法を持つのは後攻であること、また六角形の辺と対角線全体を K_6 の完全グラフと捉え、ラムゼーの定理から単三内在であるということを証明した。更に、任意の辺彩色において単色三角形を少なくとも 2 つ含んでいること、単色四角形が含まれること、単色四角形が少なくとも 2 つ含まれることを証明した。(ここでいう単色四角形には、辺がクロスしているものも含まれる。) また、Goodman の公式の証明を経て、辺を塗り分け終わった完全グラフにおける単色三角形の下限数の一般式を導出した。

4. 考察

今後、証明した性質をラムゼーゲームの必勝法の発見の手がかりの一つとして関係性を調べ、 K_6 において成り立つこれらの性質が、頂点数が変わることによってどのように変化するかを調べることで、頂点数の違うラムゼーゲームの必勝法の一般化につながる可能性があると思う。他にも、グラフ理論に関する定理や公式を道具として増やしていくことで、必勝法発見につなげられると思う。

5. 結論

K_6 における任意の辺彩色では、単色三角形と単色四角形が少なくとも 2 つずつ含まれることが証明できた。また、 N 頂点完全グラフに含まれる単色三角形の下限数について一般化ができた。

6. 参考文献

ラムゼー理論の話題から 寺垣内 政一 2011年
Goodman's theorem and beyond MICHAEL BEESON 1979年

7. キーワード

ラムゼーの定理 完全グラフ
Goodman's theorem 二人零和有限確定完全情報ゲーム

再会数

井上達貴 加藤優作 田中大智 眞鍋諒治

Tatsuki Inoue Yusaku Kato Daichi Tanaka Ryoji Manabe

Abstract

We researched on property of Restructure Number. (Restructure Number $\{=X\}$ is a natural number. Imagine all the divisors of X . Remove 1 and X from them. Then choose one number from the rest of them and make the chosen number negative. Then, sum up rest of the divisors including negative number.) We found various properties of Restructure Number.

1. 目的

約数について、深く研究する。

2. 方法

- ある自然数の正の約数のうち、1とその自然数を除く数を考える。そのうちの1つに負号をつけ、それらの総和がもとの自然数と等しくなる自然数を「再会数」と定義する。
- 数式を用いて再会数の性質について考察する。
- 再会数となる数の条件や再会数の法則性を探す。

3. 結果

再会数の性質を数式を用いて表現した。

4. 考察

現時点で見つけた2つの再会数から、再会数の法則性を推測することができる。

5. 結論

負号をつける数の範囲や再会数の性質を幾つか発見した。

6. 参考文献

特になし

7. キーワード

約数 約数の総和 完全数 婚約数

連続数によるアンチ陣

畑中 朝人 松村 美紅 眞弓 颯杜 向江 貴悠

Abstract

We have been researching the anti-magic-square. (Anti-magic-square: a square matrix whose sums or products of each row, column and diagonal make consecutive integers when put in order.) We have found there exists no anti-magic-square matrix whose sums of each row, column and diagonal make consecutive integers in 3×3 square when put in order. We also found that there exists no anti-magic-square matrix whose products of each row, column and diagonal make consecutive integers in any size of square when put in order.

1. 目的

連続数による積・和のアンチ陣についてそれらの存在や総数について研究する。

※アンチ陣：正方形に配置されたマスに数を入れ、その縦・横・対角線の各列の積や和の集合を昇順に並び替えるとそれらが公差1の等差数列をなすもの。

2. 方法

- ・偶数と奇数の列・マスの数の関係性より、連続数による積のアンチ陣の存在を考えた。
- ・コンピュータを用いて、連続数による和の 3×3 アンチ陣の存在を調べ、また考察した。

3. 結果

連続数による和の 3×3 アンチ陣・連続数による積のアンチ陣の非存在証明ができた。

4. 考察

連続数による積のアンチ陣について、陣内に存在する奇数の個数では必要な数の奇数列を構成できない。よって連続数による積のアンチ陣は存在しない。

5. 結論

連続数による和の 3×3 アンチ陣・連続数による積のアンチ陣は存在しない。

6. 参考文献

4次魔方陣を求めるプログラム <https://www.daido-it.ac.jp/~oishi/TH5/ms4/ms4prg.html>

7. キーワード

魔方陣 アンチ陣

3n - 1 問題

難波 大樹 吉野 将弘 重満 亮吾 安田 悠馬

Abstract

$$a_1 \in \mathbb{N} \quad a_{n+1} = \begin{cases} \frac{a_n}{2} & \text{If } a_n \equiv 0 \pmod{2} \\ 3a_n - 1 & \text{If } a_n \equiv 1 \pmod{2} \end{cases}$$

If we continue the same operation again and again, all natural numbers will become either 1 or the number you have already get while the calculation.

1. 目的

コラッツ予想 (3n+1 問題) は未解決問題として有名である。3n+1 を 3n-1 に変えたとき、結果がどう変わるかについて研究する。

2. 方法

- ・「任意の数において、奇数のときに 3 倍して 1 を引き、偶数のときに 2 で割るという操作を繰り返したとき、3n+1 予想と比べ少ない操作回数で 1 になる」という予想を「3n-1 予想」と呼ぶ。
- ・いくつかの数について、1 になるまでの操作回数を調べ、法則性を探る。

3. 結果

1 になる場合と、1 以外の数を繰り返す場合が存在した。

4. 考察

1 にならない場合、無限に大きくならずに不規則に変化し続けることはない。

5. 結論

1 にならない場合は、無限に大きくならない限り、1 以外の数を繰り返すことを示した。

6. 参考文献

特になし

7. キーワード

コラッツ予想 3n + 1 問題

X の X 乗根のはなし

A Tale of xth root of x

長尾 海星

Nagao Kaisei

Abstract

I studied about an outlook of a graph of xth root of x. The outlook was like a cylinder.

1. 動機および目的

土基善文の『x の x 乗根のはなし』を読み、x の x 乗という比較的簡単な式も、x の範囲を拡大していくと、複雑な様相をなすことが分かった。そこで、x の x 乗根という簡単な式について調べてみたが、x が正実数までの範囲でしか調べられておらず、x が負の数、複素数の範囲では調べられていなかった。そこで、x が実数全体、そして複素数を取る時に x の x 乗根はどのように変化していくのかを探りたいと思い、本研究を行った。

2. 方法

以下、x は 0 でないとし、x の x 乗根を $x^{\frac{1}{x}}$ とする。

① x が実数のとき

$x^{\frac{1}{x}} = e^{\frac{1}{x} \log x}$ であり、 $\log x = \log(|x|) + i \arg(x)$ (i は虚数単位、arg は偏角) となる。しかし、偏角は 2π の分だけ不定性がある。よって、k を整数として偏角を 2π ごとに区切り、 $\arg(x) = Arg(x) + 2k\pi$ ($0 \leq Arg(x) < 2\pi$) とした。以上より、 $x^{\frac{1}{x}} = e^{\frac{1}{x}(\log(|x|) + (Arg(x) + 2k\pi)i)} = e^{\frac{1}{x} \log(|x|)} \left(\cos\left(\frac{Arg(x) + 2k\pi}{x}\right) + i \sin\left(\frac{Arg(x) + 2k\pi}{x}\right) \right)$ である。

② x が複素数の時

$x = u + wi$ ($u, w \in \mathbb{R}$) とすると、 $x^{\frac{1}{x}} = e^{\frac{1}{u+wi}(\log|u+wi| + (Arg(u+wi) + 2k\pi)i)}$
 $= e^{\frac{1}{u^2+w^2}(u \log|u+wi| + w(Arg(u+wi) + 2k\pi))} \times$
 $(\cos(\frac{1}{u^2+w^2}(u(Arg(u+wi) + 2k\pi) - w \log|u+wi|)) + i \sin(\frac{1}{u^2+w^2}(u(Arg(u+wi) + 2k\pi) - w \log|u+wi|)))$ である。

3. 結果

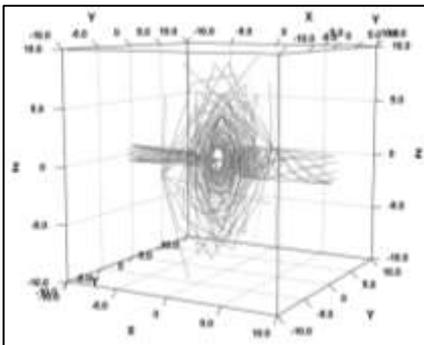


図 1 : x が正実数

x 軸: x y 軸: $x^{\frac{1}{x}}$ の虚部 z 軸: $x^{\frac{1}{x}}$ の実部

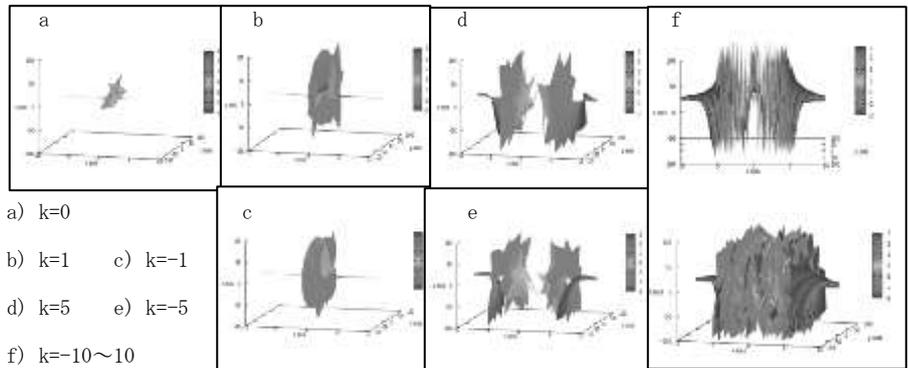


図 2 : x が複素数

x 軸: u(x の実部) y 軸: $x^{\frac{1}{x}}$ の虚部 z 軸: $x^{\frac{1}{x}}$ の実部 カラーズケール: w(x の虚部)

4. 考察

x が実数の時、x が 0 付近で不連続となっており、グラフの概形は筒が通っているように見える。また、x が複素数の時も異なる k を集めると筒のように見える。これらは三角関数の周期性に起因すると考えられる。

5. 結論

x の x 乗根のグラフは三角関数の周期性により筒のようなグラフになる。また、原点は特異点である。

6. 参考文献

- 1) 土基善文『x の x 乗の話』日本評論社、2002
- 2) 長岡亮介『総合的研究数学Ⅲ』旺文社

7. キーワード

累乗根 多価関数 周期性 複素数 特異点

座標における動点の変位 ～双六の拡張～

How the Piece Displaces on Coordinates?

大西 志の歩

Onishi Shinobu

Abstract

When playing a board game called Sugoroku, I consider how the point moves, or displaces, from where it was in the first place. To consider this, I fixed the amount of time a player rolled a dice and calculated the displacement on the board. I changed the numbers written on the dice.

1. 目的

サイコロを振った回数 (n) に関わらず、サイコロのコマ (動点) の変位のパターンを示すことができるようにする。

* 変位とは、動点の初期位置からの位置のずれを表す。

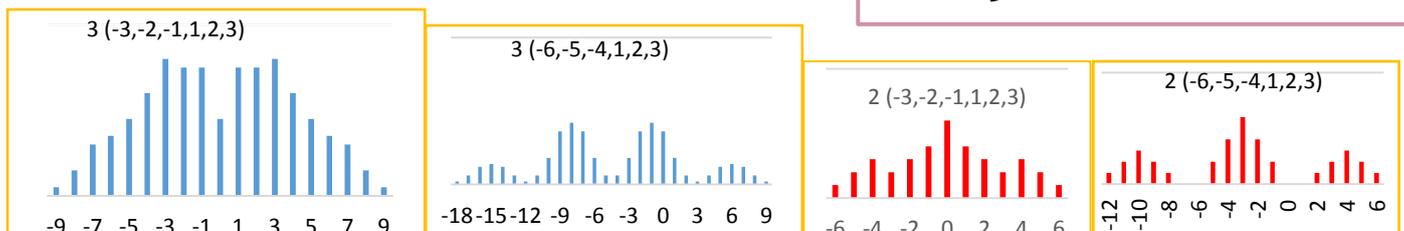
2. 方法

(a) サイコロをある決まった回数だけ振ったと仮定する

→サイコロに書かれている数値によって動点の変位のパターンがどのように変わるかを見る

(b) ゲームボードに指示を書き入れる

→指示の内容や頻度によって動点の変位のパターンがどのように変わるかを見る



(b) 進め方について

ゲームボード上のマスに、確率 p で 1 つ進む 確率 q で 1 つ戻ると指示を書き入れた場合

サイコロが示した通りに変位する確率 : $(1-p)(1-q)$

サイコロが示すより 1 つ多く変位する確率 : $p(1-q)$

サイコロが示すより 1 つ少なく変位する確率 : $q(1-p)$



3. 結果

(a) 上記の 4 種類のグラフで表すことができた。

(b) 1 回サイコロを振ったときの変位の平均は $p-q$ 分散は $p+q-\frac{11}{6}pq+3-(p^2+q^2)$ であった。

4. 考察

(a) 負の数を 3 つと正の数を 3 つ含むサイコロを振った場合には、奇数回振ると偶数個、偶数回振ると奇数個の山が現れている。また、サイコロに書かれた数字が一定の規則を満たすとき (サイコロの目の和が等しいペアのみを作ることができるとき、あるいは正負の数がそれぞれ等しい数ずつ書かれているとき) グラフは対称性を示すことが予想される。

(b) 変位の平均が、(ゲームボード上の指示が書かれた確率) \times (指示の内容) のそれぞれの和になっている。

5. 結論

(a) サイコロの面に書かれた数字の規則性とサイコロを振る回数 (n) によって、変位のパターンのグラフの形を論じることができる。

(b) ベン図を利用して、ゲームボードに書かれた指示が m マス進む (戻る) である場合の変位を論じることができる。

6. 参考文献

http://zakii.la.coccan.jp/enumeration/31_sugoroku.htm

7. キーワード

確率 変位 サイコロ ベン図

みんなで楽しいバドミントン ～ 理想の試合方式 ～
Let's enjoy badminton ～ Ideal match style ～

滝 大斗 澤井 美穂
Taki Taito , Sawai Miho

Abstract

As is often the case, students cannot enjoy playing games when there is an ability difference between both of them. In order to solve this problem, we propose a match style that enable students to play sports with fun. Analysis shows that "TAGA" is best.

1. 目的

体育の授業（バドミントン）において、実力差の大きい生徒同士の対戦では試合を楽しめないことが多い。そこで、生徒みんなが楽しむことのできる試合方式を提案することを目的とした。

2. 方法

リーグ方式、トーナメント方式、TAGA 方式の 3 つの試合形式について、不満度を算出し、箱ひげ図を基に、理想的な試合方式を提案する。

TAGA 方式とは、全参加者を 3 人ずつに分け、小リーグを行う。その結果に応じて小リーグ内でランク付けし、最上位であれば上位リーグへ、最下位であれば下位リーグへ移動し、再び小リーグ戦を行う。これは 1 クールとし、4 クール行う方式とする。

不満度は、各対戦の対戦者のランクの差の絶対値とする。

3. 結果

平均値、中央値、四分位数、分散等を求め、データの分析を行った。各参加者数のときの不満度の状況は以下のものであった。

参加者が 4 人のとき、リーグ ≒ トーナメント ≒ TAGA

参加者が 5 人のとき、リーグ > トーナメント > TAGA

参加者が 6 人のとき、リーグ ≒ トーナメント > TAGA

参加者が 7 人のとき、リーグ > トーナメント ≒ TAGA

4. 考察

平均値や中央値は TAGA 方式で不満度が低い傾向にあった。箱ひげ図等を用いると TAGA 方式では不満度の低い生徒が多くなると考えられる。

5. 結論

参加人数が多くなるにつれて、TAGA 方式の不満度が相対的に低くなる。

6. 参考文献 なし

7. キーワード トーナメント、リーグ、データの分析

1/fゆらぎに迫る！ ～授業中に眠くなる理由とは～

「What is 1/f fluctuation? Why do we become sleepy in class?」

犬童 一樹 大藏 岳飛 春木 陽太 藤原 佑貴 三原 佑樹 山口 堅翔

Kazuki Indo, Gakuhi Okura, Yota Haruki, Yuki Fujiwara, Yuki Mihara and Kensho Yamaguchi

Abstract

We want to know the phenomenon of 1/f fluctuation and we found that it makes us comfortable and sleepy. We found that there is a high possibility that 1/f fluctuation is related to the reason why I feel sleepy during the class.

1. 目的

みなさんも授業中に眠くなって寝てしまうことがあるでしょう。それは先生の声のせいかもしれない。そこで数学の事象である1/fゆらぎを用いて研究してみることにした。

2. 方法

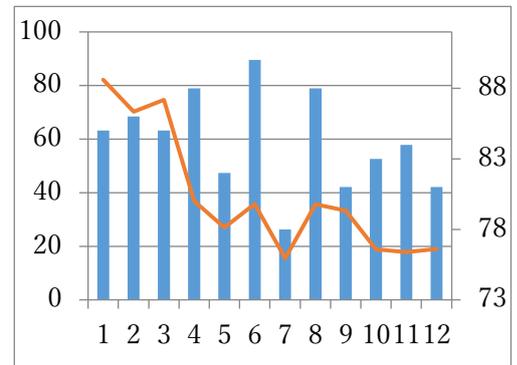
先生に教科書の一部を読んでいただき、音のゆらぎ解析君を用いて声を解析した。解析にフーリエ変換が使用されていると知り実際にフーリエ変換の式 $F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt$ を用いて右図のように声の成分を定義したものを代入して計算しフーリエ変換の理解を深めた。

$$f_n(t) = \begin{cases} 0 & (t < -1) \\ \cos \frac{n\pi t}{2} & (-1 \leq t < 1) \\ 0 & (t \geq 1) \end{cases}$$

3. 結果

棒グラフ; ゆらぎ解析くんが解析した声の点数(点数が高ければ高いほど1/fゆらぎに近くなる。

折れ線グラフ; 生徒にどの先生の授業で眠たくなるのかをアンケートした結果(眠たいと答えた人数÷授業を受けた人数)



4. 考察 結論

生徒のその日の睡眠状況、教科への興味も関係しているため一概に先生の声のせいとは言い難いが授業中に眠たくなる理由の一つとして1/fゆらぎが関係している可能性が高いと考えた

5. 参考文献

迫佑樹 「1/f ゆらぎを宇宙一わかりやすく」

物理のかぎしっぽ 「フーリエ変換の実例」 <http://hooktail.sub.jp/fourieranalysis/fourierExample/>

音楽研究所 「音のゆらぎ解析君」

<http://www.asahi-net.or.jp/~HB9T-KTD/music/Japan/Soft/Yuragi.html>

6. キーワード

1/f ゆらぎ フーリエ変換

1軸ソーラートラッカのための照度と角の関係を表す母関数の決定
About the generating function of the relation
between illuminance and solid angle for "Single-axis Solar Tracker"

宮本脩平
Miyamoto Shuhei

Abstract

Single-axis Solar Tracker is a sunlight tracking system for solar cells. It is most effective to use time information to know the position of the sun. However, since it is always necessary to drive the oscillator, it is not suitable for small-scale power generation. Therefore, I researched a new sun detection method using only an light sensor. This research is useful for satellites, or rover.

1. 目的

光センサを用いた照度比較による太陽検知について、1軸ソーラートラッカへの有効性を分析する。

2. 方法

東西それぞれに向けた2つの光センサを太陽電池に固定し、明るい方向に太陽電池を傾けるようにマイクロコントローラによって制御する装置を作る。この装置を取り付けた太陽電池と、南向きに固定した太陽電池の発電量と消費電力を比較する。

3. 結果

製作した1軸ソーラートラッカを取り付けた太陽電池は固定した太陽電池に比べ、右図のように発電量は5.7%上昇した。しかし、その時の1軸ソーラートラッカの消費電力は上昇量より多かった。

4. 考察

消費電力が多かった原因として、照度比較では太陽を検知できるまで常に光センサとモータを駆動し続ける必要があることが挙げられる。そこで、3個以上の地面に固定した光センサによって照度と角の関係を表す母関数を求めることで、より小電力で太陽検知ができると考えた。

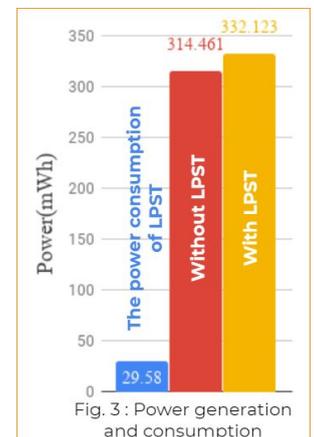
5. 結論

6. 参考文献

- ・トランジスタ技術SPECIAL編集部(2011).『太陽光発電のしくみと実例(グリーン・エレクトロニクス No.5)』. CQ出版社.
- ・トランジスタ技術編集部(2011).『太陽電池活用の基礎と応用』. CQ出版社.
- ・Salsabila Ahmad, Suhaidi Shafie, Mohd Zainal Abidin Ab Kadir. (2013). Power Feasibility of a Low Power Consumption Solar Tracker. Procedia Environmental Sciences, 17, 494-502.

7. キーワード

Solar generation, Solar Tracker, Light sensor



n 次元空間における三角形の五心

Five Centroids of Triangle in n -dimensional Space

青柳俊吾

Aoyagi Shungo

This study is focused on five centroids (center of gravity, circumcenter, orthocenter, inner center, excenter) of triangle in n -dimensional space — simplex — by using linear algebraic approach. By extending the definition naturally, We proved that the centers other than orthocenter or excenter always exist for all simplex. Orthocenter exists only if the simplex satisfies special conditions, so is the Euler Line.

1. 目的

中学, 高校の初等幾何における一つの到達点に三角形の五心についての性質がある. それぞれの点を n 次元空間に拡張したときについて調べ, 変化する性質と変化しない性質を見出す.

2. 方法

三角形の n 次元への拡張(単体)を定義し, 2次元における五心を自然に拡張することで定義したそれぞれの点について, n 次元ベクトル方程式や線形代数の知識を用いた.

3. 結果

三角形の五心のうち, 外心, 重心, 内心については単体に対して一意に定まることが示された. さらに, 重心, 内心についてはその位置ベクトルも導出された. また, 垂心はねじれの位置にある任意の2辺が直交していれば存在することが分かり, このときオイラー線も定まることが示された. 傍心は内心同様と考え, 今回は調べなかった.

4. 参考文献

A Note on the Volume of a Simplex, P.Stein, *The American Mathematical Monthly*, March 1966

『線形代数 基礎と応用』飯高茂著, 朝倉書店, 2001年9月初版

『ベクトル解析 30講』志賀浩二著, 朝倉書店, 1989年5月初版

5. キーワード

n 次元空間, 単体, 三角形の五心, オイラー線

高さ無限大のテトレーションについて

Tetration of the infinity of height

木村裕人

Kimura Hiroto

Abstract

We examined about tetration defined as $x^{x^{\dots}} = {}^n x$ and the relationship between the limit value and x

1. 目的

$\lim_{n \rightarrow \infty} {}^n \alpha$ が収束する α の範囲と、 $\lim_{n \rightarrow \infty} {}^n \alpha$ の値と α の値の関係を調べる。

2. 方法

数列の極限を考えることで $\lim_{n \rightarrow \infty} {}^n \alpha$ が収束する α の範囲をできる限り証明し、その後 $\alpha^{\alpha^{\dots}} = k$ とおくことで得られる $\alpha = k^{\frac{1}{k}}$ を満たす収束値 α を考える。

3. 結果

前年度は、 $1 \leq \alpha \leq e^{\frac{1}{e}}$ において $\lim_{n \rightarrow \infty} {}^n \alpha$ は収束することが示せた。今年は、 $0 < \alpha < e^{-e}$ において $\lim_{n \rightarrow \infty} {}^n \alpha$ が収束しないことを証明することができた。しかし、 $e^{-e} \leq \alpha < 1$ において $\lim_{n \rightarrow \infty} {}^n \alpha$ が収束することを証明することができなかった。しかし、このことを認めると、 $e^{-e} \leq \alpha \leq e^{\frac{1}{e}}$ の範囲で $\lim_{n \rightarrow \infty} {}^n \alpha$ は収束し、また収束値 k は、 $\frac{1}{e} \leq k \leq e$ であることがわかった。

4. 考察

$e^{-e} \leq \alpha < 1$ において $\lim_{n \rightarrow \infty} {}^n \alpha$ が収束することの証明方法を考えようと思った。また、 $0 < \alpha < e^{-e}$ において $\lim_{n \rightarrow \infty} {}^n \alpha$ が収束しないことの証明を数学的帰納法を用いずに証明しようと考えた。

5. 結論

高さ無限大のテトレーションが収束する範囲とその収束値を調べることが出来た。

。

6. 参考文献

米子高専 <https://sites.google.com/site/yonagonctmath/home/shu-xue-tong-hao-hui>

7. キーワード

テトレーション

信号をすべて青で通過するための速さについて

About the speed to pass all the signals in blue

大出 遥 黒田 裕太 塚原 善斗
Oide Yo Kuroda Yuta Tsukahara Yoshito

Abstract

The graph was used to determine how quickly all signals can pass in blue.

1. 目的

一定区間の信号機をすべて青で通過できる速さを求める。

2. 方法

横軸を青信号の周期、縦軸を信号間の距離とするグラフを作成する。横軸を時間、縦軸を距離とするグラフにおいて、直線の傾きは速さを表すので、その直線が青信号の周期を示す直線を通過するものを求める速さとする。始点を栃木高校正門、終点を栃木駅北口とし、始点から終点への道中にある信号の周期を計測し、この間の信号がすべて青であるときに通過できる速度を求める。すべての信号が出発と同時に青になるとする。

3. 結果

検証の結果、 $0 < v \leq 57.82999999999998, 1.217003367 \leq v \leq 1.215515903801396\dots (v=x/t$ [m/s])が求まった。

4. 考察

歩行の速度を考慮すると、 $0 < v \leq 57.82999999999998$ は不適であるので、 $1.217003367 \leq v \leq 1.215515903801396\dots$ が唯一の解となる。

5. 結論

本校から最寄り駅である栃木駅へ行く際に、信号をすべて青で通過するための速さを求めることができた。

6. 参考文献

通常歩行の速度 <http://www.yspc-ysmc.jp/ysmc/column/health-fitness/walking-2.html>

スライドパズルの数理

Mathematics of slide puzzle

福田柊弥 田口夢香 埴満愉 水上景埜 長江諒

Toya Fukuda, Yumeka Taguchi, Mayu Hanawa, Keino Mizukami, Makoto Nagae

Abstract

We mathematically examine whether a slide puzzle made under some conditions can be solved or not.

1. 目的

ある条件のもとで作られたスライドパズルが解けるか解けないかを数理的に検証する。

2. 方法

下記のように、置換、関節型、無関節型を定義して、スライドパズルが解けるか解けないかを考える。

【定義】

- ・(n次)置換 …… n個の文字を並べかえる規則
- ・関節型 …… ある1つのマスを除くと分離してしまう形
- ・無関節型 …… どの1つのマスを除いても分離しない形



【スライドパズル】

3. 結果

$m \times n$ 型 ($m \geq 3$, $n \geq 3$) のスライドパズルでは、置換の個数と空きマスが移動した回数の偶奇が一致しているとき、スライドパズルが解けることがわかった。

4. 考察

今回の研究で、 $m \times n$ 型 ($m \geq 3$, $n \geq 3$) のスライドパズルが解けるか解けないかが判明した。スライドパズルの形状や、関節型・無関節型のスライドパズルの中には、上記の結果が当てはまらない場合がある。

5. 参考文献

『群論入門 対称性をはかる数学』 芳沢光雄 講談社

6. キーワード

スライドパズル 置換 関節型 無関節型

ペル方程式と縮小写像

Pell's equations and contraction mapping

菅原翼 鈴木涼子 高橋那々世 高橋萌寧 山口悠

Tsubasa Sugawara, Ryoko Suzuki, Nanase Takahashi, Mone Takahashi, Haruka Yamaguchi

Abstract

A Pell's equation is the diophantine equation in the form of $x^2 - Dy^2 = 1$ where D is a given natural number which is not a square. The purpose of this study is to discuss the existence of solutions of this Pell's equations and its solution method as well as the relationship with the contraction mapping.

1. 目的

ペル方程式 $x^2 - Dy^2 = 1$ (D は平方数でない自然数) の解の存在性, 求め方, 縮小写像との関連性について考える。

2. 方法

まず, $D=2, 7$ のとき, 連分数展開を用いて解を求める。次に, 行列や1次分数変換を用いて, 一般の D でも解が求められるかを考察する。さらに, その1次分数変換が縮小写像になっているかを検証する。

3. 結果

ペル方程式の解の存在性や求め方について, 一般の D においても証明した。また, $D=7$ のとき解を求める過程で出てきた1次分数変換は, 縮小写像になることがわかった。

4. 考察

$D=2$ において, 証明の過程で出てくるある式変形が, 一般の D ではできない。しかし, 式変形を工夫することにより解決できた。また, 証明中で得られた1次分数変換の不動点についても考えていく。

5. 参考文献

『はじめての数論』 ジョセフ・H・シルヴァーマン著 鈴木 治郎訳 岩波書店
『初等整数論講義 第2版』 高木貞二著 共立出版株式会社

6. キーワード

ペル方程式 縮小写像 不動点 連分数 1次分数変換 行列

高次元のカタラン数

Catalan numbers of high dimensions

池原 悠、氏本 晃滋、岡崎 有真、近藤 周平、重光 廉大、西小路 衛

Ikehara Yu, Ujimoto Koji, Okazaki Yuma, Kondou Syuhei, Shigemitsu Renta, Nisikoji Mamoru

Abstract

We studied how to generalize the Catalan numbers in three dimensions because Catalan numbers have been given in only in two dimensions. As a result, we found a way to find the Catalan numbers. We are searching how to the Catalan numbers in four dimensions by applying three dimensions next.

1.目的

二次元でしか考えられていなかったカタラン数を高次元でも考えることによって、新たな発見を見出し、考察を行う。また三次元での経路数がどうなるかを、実験を用いて考察する。

2.方法

- ①模型を使用して、実際の経路数を数える。
- ②経路数の増加具合から、平面との比較をし、関係を求める。

3.結果

カタラン数を三次元で考えた経路数を $\frac{1}{n+1} \binom{2n}{n}^2$ と求めることができた。また、二項係数 $\binom{2n}{n}$ が関わっていることが分かった。

四次元における経路数についての実験は継続中である。

4.考察

三次元するとき、経路数の求め方が、パスカルの三角形と同じ考え方であることがわかった。ただし、四次元ときは、実験の現段階でパスカルの三角形を使うことはできないと考えられる。

5.結論

三次元での経路数を求めることができたが、四次元以降の経路数は求めきれていない。しかしながら、四次元以上のカタラン数についても次元を落として考えることができると考えている。

6.参考文献

結城 浩『数学ガール』

7.キーワード

カタラン数 パスカルの三角形 二項係数

コラッツ予想について About Collatz Conjecture

神谷 泰地 平井 雄基 松崎 葵生 持田 偉行 フィッチ 山本 陽南
Taichi Kamiya, Yuki Hirai, Kinari Matsuzaki,
Fitch Ian Mochida and Hinami Yamamoto

Abstract

Collatz Conjecture is an unsolved problem. We approached the Conjecture in a point of view of ourselves, and tried to find a new law. We approached the problem using two methods.

1. 目的

有名な未解決問題である「コラッツ問題」に高校生の視点から研究に取り組み、新たな法則を見つけるため。

2. 方法

(1) Python 3 を用いて計算過程を計算するプログラムを作成し、得た回数をグラフ化し傾向を探す。

(2) 代数的手法を用いて数学的帰納法を用いて証明することを試みる。

3. 結果

演算回数をグラフにするといくつか特徴が見られた。また、4の剰余類で分けると、4で割った余りが3である数のみは何回演算を行っても小さくなるかはわからなかった。

4. 考察

(1)においてグラフに見られた規則性は証明の手掛かりとなると考えられる。(2)においては、残りの部分的な証明ができればコラッツ予想を証明したことになる。

5. 結論

コラッツ予想の証明は完了しなかった。

6. 参考文献

「コラッツ予想の変形について」(2014)東邦大学理学部情報科学科 山中陽子

7. キーワード

コラッツ予想 Python3 数学的帰納法

Abstract

I did this experiment because I think that there is a relationship between the voice of politicians and the length of his term. Therefore, we summarized the size and term of the politician's voice in a scatterplot and made a conclusion

1. 目的

政治家が沢山の人の前で演説をして大衆の同意を獲得していたイメージがあった。其の上で人々は演説者の声の大きさにも影響を受けていたのではないかと思い実験を行った。

2. 方法

第二次世界大戦時の政治家、歴代内閣、米大統領、独裁者でグループ分けを行い、その中からYouTubeで政治家の演説を調べ本人が確認できる動画を選んだ。そして動画を「Audacity」というノイズを取り除くソフトでノイズを取り除き、そのノイズを取り除いた動画の中から政治家の声を「デシベル X」というソフトで5回ずつ測りグラフにまとめた。

3. 結果

独裁者を含んだグラフは独裁者を除いたグラフよりも近似曲線の傾きが大きくなった。また、独裁者を含んだグラフは近似曲線から離れる座標が多かったが、独裁者を除いたグラフでは独裁者を含んだグラフよりも近似曲線の近くに座標が集まる傾向がみられた。

4. 考察

独裁者を含んだグラフは独裁者を除いたグラフよりも近似曲線の傾きは大きかったが独裁者を除いたグラフのほうが近似曲線の周りに座標が集まる傾向がみられた。その為どちらにしても声の大きさと任期には関係性があると考えられた。

5. 結論

独裁者を含んだグラフと独裁者を除いたグラフを作り比較した。今回の実験で二つのグラフの違いを確認できたので次の実験では二つのグラフともさらに政治家の人数を増やし声の大きさと任期が比例していると確実に断言できるようにしたい。

6. 参考文献

- ・「アメリカ大統領」歴代一覧
- ・イギリスの歴代首相(内閣総理大臣)
- ・歴代内閣/首相官邸ホームページ
- ・世界の独裁者(幻冬舎新書) 六辻 彰二

7. キーワード

デシベル 政治家 正の相関

Abstract

I searched difference ratio of eye to face of young woman comics according to the generation.

As a result, the eyes of the girls were constant in all generations. The ratio of the boys had a big change every ten years. From this result, the ratio of girls has a golden ratio that has not changed from old days. The ratio of the boy is easy to be influenced by the fashion.

目的

このテーマを選んだ理由は、私は少女漫画が好きで昔からよく読んでいたが、昔の漫画と今の漫画ではヒロインの女の子の目の大きさが違うのではないかと思った。そこで、出版された年代と少女漫画の目と顔の比率について興味を持った。また、長期連載中の漫画の中で、時代によって目の大きさが変化するのか疑問に思った。

方法

- ① まず、1970年から2010年までを10年ごとに4つの時代に区切り、時代ごとに少女漫画をランダムに3種類ずつ選んだ。12種類それぞれからヒロインと主人公の顔が正面で描かれているコマを探し、定規を使って目の大きさと顔の大きさの比率を出した。また、2010年から2019年のデータは高校2年次に行った研究のデータを使用している。
- ② まず、長期連載中の漫画を①と同じように5つに区切った。その後は①と同じ手順で目と顔の大きさの比率を測った。
- ③ 最後に、①と②の結果をグラフにして比較した。

結果

1970年から2019年にかけてヒロインの顔に対する目の割合はほぼ一定で、およそ1:7前後だった。年代別の少女漫画と長期連載中の漫画を比較しても大体同じ値になった。1970年から2019年にかけて長期連載中の漫画の主人公の目の大きさはだんだん小さくなった。また、年代別の少女漫画の主人公の顔に対する目の割合は10年ごとに変化が見られた。

考察

ヒロインの顔に対する目の割合は年代が変わってもほぼ一定だったことから、およそ1:7前後が顔と目の黄金比である。また、主人公の顔に対する目の割合は10年ごとに変化が見られたので、その年代の流行に合わせて割合を変化させているのだと考えた。

結論

ヒロインの顔に対する目の割合には昔から変わらない黄金比があり、主人公の男の子の顔

に対する目の割合は流行に左右されやすいという結果が得られた。

デカルト・グアの定理と三角形の中心
De Gua's Theorem and Triangle Centers

寫根伸一 稲寺史晃 中尾あやの
SHIMANE Shinichi INADERA Fumiaki NAKAO Ayano

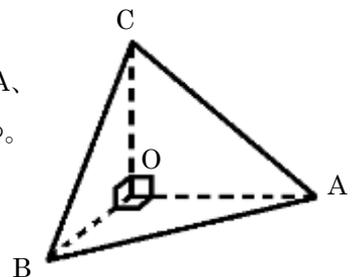
We studied two themes on the basis of De Gua's theorem. First, we extended this theorem and we considered how to establish a similar theorem in four dimensions. Second, we focused attention on orthocenter located in slanting surface of tetrahedron which has three right angles. Then, we found a theorem related to areas.

デカルト・グアの定理をテーマに、大きく分けて二つの視点から研究した。

《デカルト・グアの定理》

右図のように、三直角四面体 OABC において $\triangle OAB$ 、 $\triangle OBC$ 、 $\triangle OCA$ 、 $\triangle ABC$ の面積をそれぞれ S_1 、 S_2 、 S_3 、 S_4 とする。このとき次が成り立つ。

$$S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 = S_4^2$$



①デカルト・グアの定理の拡張

ピタゴラスの定理とデカルト・グアの定理の特徴は次のようになる。

	対象の図形	式の文字の次元量
ピタゴラスの定理	直角三角形 (2次元)	1次元量 (長さ)
デカルト・グアの定理	三直角四面体 (3次元)	2次元量 (面積)

このことから、デカルト・グアの定理は n 次元へ拡張される。

例えば、 $n = 4$ のとき、4次元の直角四面体 OABCD において、四面体 OABC、四面体 OABD、四面体 OACD、四面体 OBCD、四面体 ABCD の体積をそれぞれ V_1 、 V_2 、 V_3 、 V_4 、 V_5 としたときに、

$$V_1^2 + V_2^2 + V_3^2 + V_4^2 = V_5^2$$

が成り立つような図形の捉え方を考えた。

② $\triangle ABC$ の垂心の図形的役割

三直角四面体において直角をもたない $\triangle ABC$ に着目する。その三角形の垂心 H と各頂点を結び三角形を三分割する。このとき、以下のことが分かった。

$$(\triangle ABC \text{ の面積}) \times (\triangle ABH \text{ の面積}) = (\triangle OAB \text{ の面積})^2$$

$$(\triangle ABC \text{ の面積}) \times (\triangle BCH \text{ の面積}) = (\triangle OBC \text{ の面積})^2$$

$$(\triangle ABC \text{ の面積}) \times (\triangle CAH \text{ の面積}) = (\triangle OCA \text{ の面積})^2$$

また、「五心のうち垂心以外ではどのような図形的役割があるか」や「 $(\triangle ABC \text{ の面積}) \times (\triangle BCX \text{ の面積}) = (\triangle OAB \text{ の面積})^2$ となるような $\triangle ABC$ の代表点 X は存在するか」について研究している。

キーワード：デカルト・グア (ド・グア) の定理、 n 次元の体積、Triangle Center

二元一次不定方程式の新たな解法の考察と特殊解の規則性

On New solutions to Binary Liner Indeterminate Equation

阿部唯人 佐藤太勇 弓削瑛都 小出優翔 高橋裕太

Abe yuito Sato tao Yuge akito Koide yuto Takahashi yuta

Abstract

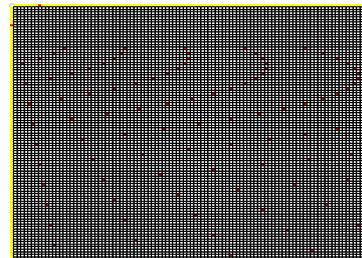
We made a chart to show solutions of x , which we got from a Euclidean algorithm. In this chart, we found the two equations, quadratic function and liner function, and found that integral solutions of x exist in quadratic function and liner function if a or b is a divisor of 24. We discovered equations that give us solutions to x or y by solving the two equations.

1. 目的

$ax + by = 1$ で表される不定方程式のユークリッドの互除法を用いた特殊解の算出について簡略化を図る。また、求められる不定方程式の特殊解の規則性を調べる。

2. 方法

ユークリッドの互除法を用いた不定方程式の特殊解の算出のプロセスをセル内で作成、それをもとにマクロによる自動処理でユークリッドの互除法の x の解を表示した。さらに表中の同じ値を色付けした(右表は 8 の値に色付け)。



3. 結果

①表中に直線または放物線が現れた。② b の値を固定した時の x の解には周期 b の周期性のある数列があった。

4. 考察

①直線と放物線の交点が、不定方程式の解となることが分かった。ただし交点が整数として現れるのは a, b のどちらかが 24 の約数であるときのみであった。ユークリッドの互除法の仕組みから②の証明をすることができた。

5. 結論

x, y の係数のどちらかが 24 の約数であるときはユークリッドの互除法を使わずとも解を求められた。また周期性 a の存在が証明できた。

6. 参考文献

数と図形 ラーデマッヘル 数学 A 数研出版

7. キーワード

不定方程式 ユークリッドの互除法 格子点 周期性 24 の約数

Fibonacci 数列の拡張

中島秀 中尾司 川本晃 清水錬 斉藤大翼

1. 序論

大阪市立大学の吉田先生にフィボナッチ数列についてご教授いただいた際に、「フィボナッチ数列の漸化式の前二項を加算する割合を1:1から a, b を自然数として a:b としたときにどのような法則が成り立つのか」という示唆に富んだ助言を頂いた。

私たちはその助言を基に種々の数列について調べ、帰納的に興味深い漸化式を得た。

2. 実験

$$A_n = 2A_{n-1} + 1A_{n-2} \quad (n=2, 3, \dots)$$

$$A_0 = 0, A_1 = 1$$

という数列 $\{A_n\}$ の項を書き並べて調べたところ

$$A_n^2 + A_{n+1}^2 = A_{2n+1}$$

$$A_{n+2}^2 - A_n^2 = 2A_{2n+2}$$

という二式が成り立つことが示唆され、また数学的帰納法を用いて証明することができた。

続いて a:b=1:1, 3:1, 1:2, 1:3 などの場合を調べてみると上二式によく似た式を発見した。

a:b=1:1の場合 $A_n^2 + A_{n+1}^2 = A_{2n+1}$
 $A_{n+2}^2 - A_n^2 = A_{2n+2}$

a:b=3:1の場合 $A_n^2 + A_{n+1}^2 = A_{2n+1}$
 $A_{n+2}^2 - A_n^2 = 3A_{2n+2}$

a:b=1:2の場合 $2A_n^2 + A_{n+1}^2 = A_{2n+1}$
 $A_{n+2}^2 - 4A_n^2 = A_{2n+2}$

a:b=1:3の場合 $3A_n^2 + A_{n+1}^2 = A_{2n+1}$
 $A_{n+2}^2 - (3)^2 A_n^2 = A_{2n+2}$

3. 定義

数列 $\{A_n\}$ を以下のように定義し直す。

$$A_n = aA_{n-1} + bA_{n-2}$$

$$A_0 = 0, A_1 = 1$$

4. 定理

$$A_n = kA_{n-1} + lA_{n-2}$$

$$A_0 = 0, A_1 = 1 \quad (k, l \text{ は整数}) \quad (n=2, 3, 4, \dots) \text{ のとき}$$

$$lA_n^2 + A_{n+1}^2 = A_{2n+1} \dots\dots \textcircled{1}$$

$$A_{n+2}^2 - l^2 A_n^2 = kA_{2n+2} \dots\dots \textcircled{2} \text{ が成立}$$

第二項で述べた、発見された数列群から上の定理が成り立つことを発見した。

5. 証明

以下に定理の証明を載せる。

[1] $n=0$ のとき

$$\textcircled{1} \text{ は [左辺]} = lA_0^2 + A_1^2 = 1$$

$$\text{[右辺]} = A_{2 \cdot 0 + 1} = A_1 = 1$$

$$\textcircled{2} \text{ は [左辺]} = A_2^2 - l^2 A_0^2 = (kA_1 + lA_0)^2 - l^2 A_0^2$$

$$= k^2 A_1^2 + 2klA_0 A_1$$

$$= k^2$$

$$\text{[右辺]} = kA_{2 \cdot 0 + 2} = kA_2 = k(kA_1 + lA_0)$$

$$= k^2 A_1^2 + klA_0$$

$$= k^2$$

以上より $n=0$ のとき $\textcircled{1}\textcircled{2}$ は成立

[2] $n=m$ のとき

$\textcircled{1}\textcircled{2}$ が成立すると仮定すると

$$lA_m^2 + A_{m+1}^2 = A_{2m+1} \dots\dots \textcircled{1}'$$

$$A_{m+2}^2 - l^2 A_m^2 = kA_{2m+2} \dots\dots \textcircled{2}' \text{ が成立}$$

ここで $n=m+1$ の場合を考えると

$\textcircled{1}$ の左辺は

$$lA_{m+1}^2 + A_{m+2}^2$$

$$= lA_{m+1}^2 + kA_{2m+2} + l^2 A_m^2 \quad (\textcircled{2}' \text{ より})$$

$$= l(lA_m^2 + A_{m+1}^2) + kA_{2m+2}$$

$$= lA_{2m+1} + kA_{2m+2} \quad (\textcircled{1}' \text{ より})$$

$$= A_{2m+3}$$

$$= A_{2(m+1)+1}$$

よって $lA_{m+1}^2 + A_{m+2}^2 = A_{2m+3} = A_{2(m+1)+1} \dots\dots \textcircled{3}$ が成立

$$\text{[左辺]} = A_{m+3}^2 - l^2 A_{m+1}^2$$

$$= (kA_{m+2} + lA_{m+1})^2 - l^2 A_{m+1}^2 \quad (\text{定義より})$$

$$= k^2 A_{m+2}^2 + 2klA_{m+1} A_{m+2}$$

$\textcircled{2}$ の右辺は

$$\text{[右辺]} = kA_{2m+4}$$

$$= k(kA_{2m+3} + lA_{2m+2})$$

$$= k^2 A_{2m+3} + klA_{2m+2}$$

$$= k^2 (lA_{m+1}^2 + A_{m+2}^2) + l(A_{m+2}^2 - l^2 A_m^2) \quad (\textcircled{3}, \textcircled{2}' \text{ より})$$

$$= k^2 lA_{m+1}^2 + k^2 A_{m+2}^2 + lA_{m+2}^2 - l^3 A_m^2$$

よって [左辺] - [右辺]

$$= 2klA_{m+1} A_{m+2} - k^2 lA_{m+1}^2 - lA_{m+2}^2 + l^3 A_m^2$$

$$= 2klA_{m+1} (kA_{m+1} + lA_m) - k^2 lA_{m+1}^2 - l(kA_{m+1} + lA_m)^2 + l^3 A_m^2$$

$$= 2k^2 lA_{m+1}^2 + 2kl^2 A_m A_{m+1} - k^2 lA_{m+1}^2$$

$$- l(k^2 A_{m+1}^2 + 2klA_m A_{m+1} + l^2 A_m^2) + l^3 A_m^2$$

$$\begin{aligned}
&= k^2 l A_{m+1}^2 + 2kl^2 A_m A_{m+1} - k^2 l A_{m+1}^2 \\
&\quad - 2kl^2 A_m A_{m+1} - l^3 A_m^2 + l^3 A_m^2 \\
&= 0
\end{aligned}$$

よって $A_{m+1}^2 - l^2 A_{m+1}^2 = k A_{2m+4} = k A_{2m+1+2}$ が成立
[1][2]より、数学的帰納法により非負整数 n について①②が成立

6. 展望

今回得られた二式において k, l の間に対称性はない。
そのことについて、数列 $\{A_n\}$ の初項二つを文字でおい
て項を文字で表すことで分析を行いたい。

また今回定義した数列 $\{A_n\}$ の初項はフィボナッチ数
列の初項と同一であるが下の漸化式において定義され
る数列 $\{L_n\}$ (これを Lucas 数列と呼ぶ) の場合におい
てもこのような関係式が存在するのか調べて行きたい。

$$\begin{aligned}
L_n &= L_{n-1} + L_{n-2} \quad (n=2,3,\dots) \\
L_0 &= 2, L_1 = 1
\end{aligned}$$

7. 謝辞

今回の研究にあたり大きなヒントを下された大阪市
立大学の高橋太、吉田雅通、両先生には大変お世話に
なりました。ご協力いただきありがとうございました。

落下する花弁の運動について

How Do Petals Fall ?

近藤 俊介 佐伯 晋治 佐藤 誠 橋本 翔匠

Kondo Shunsuke, Saiki Sinji, Sato Makoto, and Hashimoto Kanaru

Abstract

We studied for the purpose of clarifying the position where the cherry blossoms look beautiful by expressing the trajectory of the petals by a mathematical expression. A model with the same area as the actual petals, and the petals of the collected Somei Yoshino were actually dropped, photographed and analyzed. From the results, it was found that the petals fall in a periodic orbit related to the angle and the strength of the wind, and the equation contains a trigonometric function.

1 目的

私達は桜の散り方を観察することで、お花見の際にどの位置に座れば桜がよりきれいに見えるかを明らかにしようと考えた。そのために花弁の軌道を数式化することを目的として研究した。

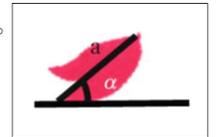
2 方法

私たちは無風状態を前提として実験を進めることにした。まず紙で作った花弁の模型を約 1m, 約 3m から落下させ、採取したソメイヨシノの花弁も約 3m から落下させた。その映像を画像分析ソフト”Tracker”を用いて分析し、軌跡をグラフ化した。

また花弁の模型が空気からどのような力を受けるかを確かめるためにペットボトルを用いて風洞を作成し、その中に設置した花弁に扇風機を用いて風を送り花弁の詳しい動きを撮影して同じく画像分析ソフト”Tracker”を用いて分析した。

3 結果

花弁は最初に不規則な軌道を描いて次第に一定の回転運動に収束することが分かった。また x 軸方向の速度を取り出したグラフには、三角関数の概形が見られた。風洞実験では分析により、花弁の角度と加速度に正の相関が見られた。



4 考察

図の a と水平軸のなす角度を θ とする。風洞で行った実験により、 θ が 0 から直角までの間に花弁が風から受ける力は増加し、直角で最大を取ったのち再び減少することが分かった。このグラフは $y=|\sin \theta|$ のグラフに類似している。つまり花弁が風から受ける力 F の式は $F=a|\sin \theta|$ (a は定数) と考えられる。風洞実験においては風の受ける速度は一定であったため a には速度 v と花びらの個体に関するその他の定数 b に依存すると予想した。以上の要因から x 軸方向の速度を取り出したグラフには三角関数の概形が見られたのだと考えられる。

5 結論

考察から花弁の落下する軌道には花弁の角度と風の強さが大きく関係しており、風速が一定の場合に花弁は周期的な軌道を描くことが分かった。このことから、風速が一定の日にお花見をする場合、桜が多く散る場所を取ることができると予想した。今後は微分方程式を用いて考察を行う予定である。

6 参考文献

[1]大亀 衛, 加藤 泰治, 榎原 義典, 「羽根のある植物種子の飛行—かえでの種子の滞空時間—」『岡山理科大学紀要. A, 自然科学』, 26, 1990, 41-54

[2]糸井 充穂, 「医学教育における視覚的な新しい融合数理教材の開発」, 2015, <https://kaken.nii.ac.jp/ja/file/KAKENHI-PROJECT-24650540/24650540seika.pdf>, (最終閲覧日: 2019年7月26日)

7 キーワード

桜 微分方程式

カットインからアシスト～香川を強くするために～

Assists from cut in ~for strengthening the kagawa~

浮田 嵩祐 大塚 功太郎 関 くるみ

Ukita Kosuke, Otsuka Kotaro, and Seki Kurumi

Abstract

We analyzed the data of our local professional basketball team, and we found the following two reinforcement strategies. ① Training players to dribble through ② The ability to pass accurately and shoot successfully and certainly.

1. 研究の背景と目的

B2 リーグに所属し、2017-18 シーズン 18/20 位である香川ファイブアローズ(以下、香川)に勝ってほしいと考えた。この研究を通して、香川の強化点を探ることを目的とする。

2. 方法

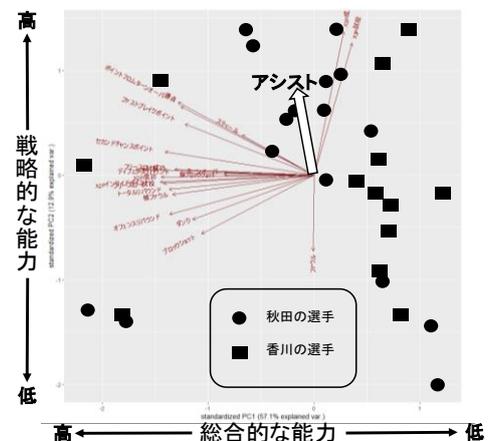
香川の特徴を見るために、香川と、リーグ1位の秋田ノーザンハピネッツ(以下、秋田)を、主成分分析を用いて比較する(分析1)。他のプレーと関連づけて求めたアシストを評価する値を基準に選手の特徴を比較し、強化点を見つける(分析2)。その強化点を改善することで本当に勝てるのかを、重回帰分析を用いて確かめる(分析3)。

3. 結果・考察

分析1 右図のアシストのベクトル(太い矢印)の先に秋田の選手はいるが香川の選手がいない。よってアシストにおいて違いがあると考えられる。

分析2 アシストを評価する値で、アシスト中心かつドリブル中心の値を示す選手が、秋田にはいるが香川にはいない。よって香川にはドリブルで中に切り込んでいく選手がいないと考えられる。また、香川のシュート成功率が低い。よってシュート力が劣っていると考えられる。

分析3 重回帰分析で重回帰式を作成し、分析2で分かった強化点を改善したと仮定した値を代入すると勝利数が増加した。よってそれらを強化すべきであると考えられる。



4. 結論

香川には、積極的にドリブルで中に切り込みアシストをする選手が必要であることと、正確なパスをいかに得点につながるかが強化すべき点であり、それらを改善することで勝利数が上がると予想される。

5. 参考文献

*1 「香川ファイブアローズが勝利するためには第1ピリオドが重要だ」

*2 論文「バスケットボールゲームにおけるアシストプレイの適正評価」

6. キーワード

アシスト 主成分分析 重回帰分析

配給のトレンドを統計的に調査する

Statistical research of trend of the combination about pitches

荻原 志音 佐藤 喬太 三宅 純矢

Ogiwara Shion, Sanagi Kyota, and Miyake Junya

Abstract

There is a theory that you have to often pitch outside in order to get outs. We tried to prove that it is statistically true. We researched what pitches result in outs by using logistic regression analysis with the data of the pitching records from NPB. As a result, we verified that this theory is wrong.

1. 研究の背景と目的

「無難に外角一辺倒」という野村克也氏の言葉がある。それは、ピンチの時とりあえず外角に投げておけということだ。その理由は「とりあえずホームランを打たれにくいから」だそうだ。また、投手が外角に投げる割合は他のコースと比べて非常に高いという統計結果がでた。しかし、外角を中心に投げることは本当に正しいのか。データ分析によってそれを明らかにしたい。

2. 方法

分析Ⅰ 時系列クラスタリングにより説明変数を簡略化した後に、ロジスティック回帰分析を行い、アウトのとれる投球パターンとは何かを調べた。時系列クラスタリングとロジスティック回帰分析を行う際に、Pythonを用いた。

分析Ⅱ 重回帰分析を用いて勝ちに影響しているのは、どのような投球結果（奪三振率や与四球率など）なのか調べた。

分析Ⅲ クラスタ分析を行い、投手を分類したのち、選手の傾向と課題について解釈し、本塁打を打たれる傾向にある投手と WHIP の高い投手の投球パターンを比較した。

分析Ⅳ チームごとの内角投球割合がどのようになっているのか調べた。

3. 結果

分析Ⅰ アウトの取れる投球は内角が多かった。

分析Ⅱ 特に奪三振率、与四球率、被本塁打率、与死球率が勝ちに大きく影響していた。

分析Ⅲ 外角に投げると被本塁打率が高くなることが分かった。

分析Ⅳ 内角投球割合（2013～2017）が特に低かったオリックスは、年間成績、投手成績も伸び悩んでいた。

4. 考察・結論

内角への投球割合が多いほうがアウトになる可能性が高いとわかった。ゆえに「無難に外角一辺倒」という定説は必ずしも正しくないと判断した。

6. 参考文献

野球一球ごとのデータセット（2017） SPIA <https://spaia.jp/>

7. キーワード

ロジスティック回帰分析 WHIP 重回帰分析 クラスタ分析 Python

図形上の動点に関する確率の研究

A Study on The Probability of a Moving Point on a Figure

Abstract

We formulated a question about certain probability of a point moving on the edge of a regular polyhedron. We used a recurrence relation and derived the probability for all regular polyhedrons.

1. 目的

図形の頂点を移動する点Pがあり1つの頂点に達してから1秒後に辺で結ばれている他の頂点に等確率で移動する。このとき最初点Oにいた点Pが n (n は自然数)秒後に点Oにいる確率を p_n とする。この図形が(i)正4面体, (ii)正6面体, (iii)正8面体, (iv)正12面体, (v)正20面体であるときの p_n をそれぞれ求める。

2. 方法

図形の対称性に注目して、頂点Oを出発した点Pがそれぞれの頂点に到着するまでに最低何秒かかるかによってグループ分けを行い、そのグループごとに確率をおく(例えばグループAに対して、 n 秒後にグループAに属する頂点のいずれかにいる確率を a_n とおく、など)。これらを用いて漸化式を立て、その漸化式の中で対称な形があれば、またさらにグループ分けをしていくことにより、導出を試みた。

3. 結果

(i) 正4面体の場合 $p_n = \frac{1}{4} \left\{ 1 - \left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1} \right\}$.

(ii) 正6面体の場合 $p_n = \begin{cases} \frac{1}{4} \left\{ \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} + 1 \right\} & (n \text{は偶数}) \\ 0 & (n \text{は奇数}) \end{cases}$.

(iii) 正8面体の場合 $p_n = \frac{1}{6} \left\{ 1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1} \right\}$.

(iv) 正12面体の場合

$$p_n = \begin{cases} \frac{1}{20} + \frac{1}{4} \left(\frac{1}{3}\right)^n + \frac{1}{5} \left(\frac{2}{3}\right)^n + \frac{1}{6} \left(\frac{5}{9}\right)^{\frac{n}{2}-1} & (n \text{は偶数}) \\ \frac{1}{20} + \frac{1}{4} \left(\frac{1}{3}\right)^n - \frac{1}{5} \left(\frac{2}{3}\right)^n & (n \text{は奇数}) \end{cases}$$

(v) 正20面体の場合

$$p_n = \begin{cases} \frac{1}{12} \left\{ 1 + \left(\frac{1}{5}\right)^{n-1} + 6 \left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{n}{2}} \right\} & (n \text{は偶数}) \\ \frac{1}{12} \left\{ 1 - \left(\frac{1}{5}\right)^{n-1} \right\} & (n \text{は奇数}) \end{cases}$$

4. 考察

正六面体の場合以外では、極限をとると、いずれも $1/\text{頂点の数}$ に収束した。

5. 結論

全ての正多面体において導出でき、それらはおおよそ直感に一致した。

6. キーワード

漸化式 確率 正多面体

多角形における図形の比と計量に関する研究

The area ratio of regular tiling and a part of isohedrally tiling

奥村 蓮

Ren Okumura

Abstract

I studied the area ratio of regular tiling and a part of isohedrally tiling. The preceding study is in the book written by Jin Akiyama¹⁾. His method gives various solutions to this problem and is visually appealing and easy to understand. This helped me find that the problem of various area ratios can be solved by expanding the theory into parallel polygons, based on the area ratios obtained by regular polygons.

1. 目的

元の命題: 「三角形の各辺を3等分する点と対応する頂点を結んでできる中央の三角形の面積は、もとの三角形の面積の1/7である。」図1をみると一目瞭然であるが、メネラウスの定理によって証明できる。勿論メネラウスの定理や相似比のみで面積比を求めることもできる。しかし秋山 仁氏は「敷き詰め」をすることで、非常に視覚的に分かりやすい証明を書籍²⁾で発表した。私はこのテーマを拡張して研究した。

2. 方法

元の命題を言い換えると、「三角形の各辺をそれぞれ1:2に内分し、内分点と内分点を含む線分と対応する頂点を結んで内部にできる中央の三角形の面積は、もとの三角形の面積の1/7である。」と言い換えることができる。余白が少ないため証明は省略するが、[1]この1:2をm:nに一般化する、[2]三角形から平行四辺形に変更して考える、[3]平行四辺形から平行六辺形に変更して考える、という3つの研究の拡張をした。[2],[3]においては、内部の多角形について工夫した。

3. 結果

(中央の多角形/全体の元の多角形)は以下の通りとなった。

$$[1] \text{三角形 } m:n \text{ の場合 } \frac{(m-n)^2}{m^2+mn+n^2} \quad [2] \text{平行四辺形 } m:n \text{ の場合 } \frac{n^2}{(2m^2+2mn+n^2)} \quad [3] \text{平行六辺形 } 1:1 \text{ の場合 } \quad 3/13$$

4. 考察

このようにして敷き詰めによって面積比を求められる敷き詰め方の条件を考えると興味深い結果がえられそうだ。また、より高次元や非ユークリッド幾何下における面積比などさらなる拡張も考えられる。

5. 結論

Regular tiling と一部の isohedrally tiling を利用して面積比を視覚的に分かりやすく求めることができた。

6. 参考文献

- 1) 秋山 仁・奈良千恵・酒井利訓 訳『証明の展覧会 II一眺めて愉しむ数学』東海大学出版会, p. 30-31 (2009)
- 2) 秋山 仁監修『名作から学ぶ奇想天外発想法』数研出版, pp. 14-15 (1999)

7. キーワード

敷き詰め メネラウスの定理 平行六辺形

4×4 オセロの必勝法

How to win the 4×4 Othello

野口耕平 新敏弥 中村泰雄 相河優吾

Noguchi Kohei Shin Toshiya Nakamura Yasuo Aikawa Yugo

Abstract

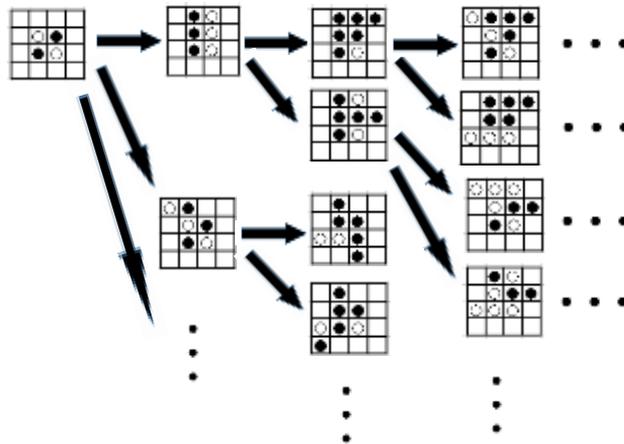
The purpose of this research is to discover a sure way for those who take the first move or the second move to win in the 4×4 Othello. (We played the games according to the same rule as the normal Othello.)

1. 目的

4×4 のオセロにおいて先手、後手どちらかに必勝法はないか、また必勝法があった場合それはどのような手順になるのかを求める。(オセロのルールについては通常のものと同じとする。)

2. 方法

下図のような樹形図を用いて一つずつ考えられる手を考え、最終的な結果をまとめ、どちらか一方が必ず勝利できるような手がないか探す。



3. 結果

先手には必勝法はなく、後手のみ必勝法をもつことがわかった。

4. 結論・考察

後手に必勝法があるとわかった。より確かな後手必勝の手の手順の法則性について考察していきたい。

5. 参考文献

<https://www.ipsj-kyushu.jp/page/ronbun/hinokuni/1004/1A/1A-2.pdf>

ゴブレットの必勝法
The Surefire Way to Win the Game "Gobblet"
石橋優一 長沢祐希
Yuichi Ishibashi Yuki Nagasawa

Abstract

The purpose of this study is considering whether the first player or the second one has some advantages in this game Gobblet. We checked all the situations which can happen after adding a special rule. As a result, we found that the first player can win despite the second player's actions.

1. 目的

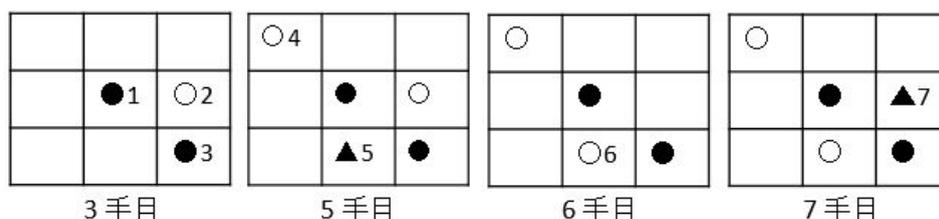
ゴブレットとは、2人のプレイヤーが先手と後手に分かれて、交互に駒を置くゲームである。3×3の正方形盤面上で自分の駒を一直線に並べたプレイヤーを勝ちとする。各プレイヤーにつき大・中・小の3種類の大きさの駒が2個ずつ（大 A,B、中 A,B、小 A,B）与えられており、それぞれの駒は自身よりも小さい駒にかぶせることができる。また、置いた駒を移動させることもできる。本研究では条件を加えたゴブレットに必勝法があるのかについて検討した。条件は、「小Aは中Aを打った後にしか置けず、中Aは大Aを打った後にしか置けない。また、Bについても同様である」とする。

2. 方法

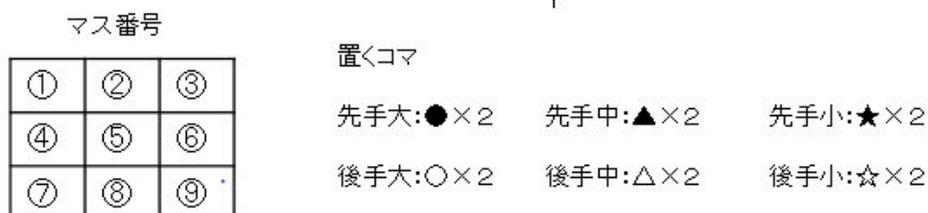
先手の打った手に対して後手の取りうる全ての手を調べ、全ての場合において先手が勝つことを示す。

3. 結果

どのように後手が置いても先手が勝つことが分かった。たとえば、下の図では8手目で後手が先手のリーチを防ぐ方法は①または⑧の駒を③④⑥のいずれかに移動させることであるが、いずれの方法をとっても9手目で先手が勝つ。



図：ゲームの進行



4. 考察、結論

条件を加えたゴブレットは先手必勝であることが分かった。

5. 参考文献

徳田雄洋「必勝法の数学」（岩波書店）

6. キーワード

ゴブレット 必勝法 三目並べ

加法的重み付きボロノイ分割による最適避難経路の考察
Consideration of the Best Evacuation Route
with the Additively Weighted Voronoi Tessellation

湯川遥右
Yosuke Yukawa

Abstract

We used the additively weighted Voronoi tessellation, and we regarded shelters as generating points in order to consider the best evacuation route. We constructed a realistic model by using Manhattan distance and weighting Voronoi tessellation according to the capacity of shelters.

1.目的

近年、日本では自然災害が多発している。そんな中、私たちは数学で災害対策に貢献できないかと考えた。ボロノイ分割は距離空間上の任意の位置に配置された複数の母点があり、どの母点に最も近いかによって平面を分割する方法である。私たちは、これを利用すれば自分のいる場所によってどこの避難所に避難すればよいのかをより正確に、かつ早く判断することができると考えた。

2.方法

まず地図上の避難所を母点とし、Mathematicaを用いてボロノイ分割を行う。地図は本校所在地である京都市右京区の震災用ハザードマップとした。このとき、距離情報だけでは現実の状況と大きく異なるため、避難所の収容人数をもとに加法的に重み付けをした。また、ユークリッド距離では直線距離になるため、人が歩く距離に近くなるよう、マンハッタン距離を用いた。

3.結果

加法的重み付きボロノイ分割によるハザードマップで自分が避難すべき場所を判断することができた。

4.考察

収容人数以外の重みの条件を増やすことでより正確なハザードマップになることが期待される。

5.結論

加法的重み付きボロノイ分割により有用なハザードマップを作成できる。

6.参考文献

・柿原 拓一朗, 松本 遼, 山谷 昂平(2016)「ボロノイ分割による避難区域の考察」石川県金沢泉丘高等学校

・京都市防災ポータルサイト-京都市防災危機管理情報

<http://www.bousai-kyoto-city.jp/bousai/index>

・空間情報クラブ-ボロノイ分割とは? <http://club.informatix.co.jp/?p=1298>

7.キーワード

加法的重み付きボロノイ分割 避難経路 マンハッタン距離 ハザードマップ

放物線を球に写したときの形
Projection from a parabola onto sphere

山地 欽菜
Yamaji Kanna

Abstract

We calculated the Projection from a parabola onto sphere. The parabola (t, t^2, h) ($h > 0$) maps to closed curve except one point.

1. 目的

地面 $z = h$ ($h < 0$) に描かれた放物線 $y = x^2$ を原点から見たときの形を考察するため球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ 上の点に、放物線上の点 P を対応させて考察した。

2. 方法

$P(t, t^2, h)$ と原点 O を結ぶ線分 OP と球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ の交点 Q の軌跡を考え、 $t \rightarrow \infty$ と $t \rightarrow -\infty$ で点 Q がどの点に近づくか計算した。また $y = x^4$ など他の曲線も考察した。

3. 結果

放物線は閉曲線から 1 点を除いたものに写った。さらにこの曲線を平面 $z = y + \frac{h}{\sqrt{2}}$ に写したところ、楕円となった。他の曲線では、 $t \rightarrow \pm\infty$ における曲線の傾きが、コンピュータで出力した見た目と異なる結果となった。

4. 考察

なぜ見た目と異なる結果になったのか検討する必要がある。放物線が楕円に写ったことに関しては、円錐曲線であることから説明できる。

5. 結論

放物線と他の曲線では関数の増加速度が異なり、この差が球面に写した形にも表れる。

6. キーワード

放物線 射影 円錐曲線

ab 法と魔方陣

ab method” and magic square

荒川 総羽 平田 惇基 浅沼 伸多

Arakawa Sowa, Hirata Junki, and Asanuma Shinta

We studied about the magic square. A magic square is one in which numbers are placed in $n \times n$ squares, and the sum of the numbers in each row is the same for any row of vertical, horizontal, and diagonal. We did research using the method of creating magic squares called ab method.

1. 目的

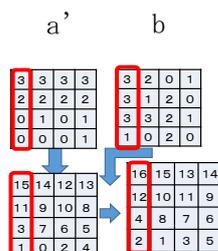
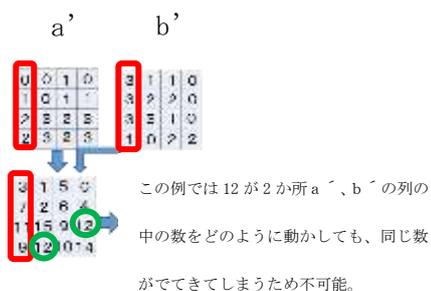
4 次の魔方陣のうち ab 法で作成できないものが存在するのかどうかを解明する。

2. 方法

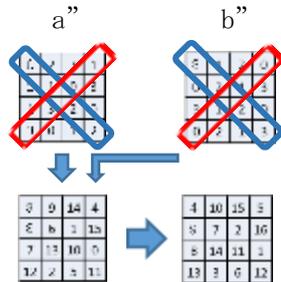
a の魔方陣と b の魔方陣の一行の和が 6 にならないものから、魔方陣が作成できるかどうかを考えることである。

(1) 縦の各列の和に 6 でないものが含まれる場合

- a の方陣の縦の各列の和が 7 6 6 7 7 7 7 7 5 5 5 5 5 5 7 7 5 6 6 5
5 6 6 7 の 6 通りのなかで魔方陣が作成できる可能性のあるのは 5 6 6 7 のみ
- 5 6 6 7 のパターンのうち魔方陣にならないものを排除
可能性のあるものについてはコンピューターのシミュレーションを用いて調べる
(その中の具体的な一つの例について約 8 0 0 万通り)



(2) 縦の各列の和がすべて6であるが斜めの和が6でない場合。



3. 結果

a と b の方陣で4次の魔方陣では縦、横が6でない場合では魔方陣は ab 法ですべて作成できるという仮説通り作成することができなかったが、斜めが6でない魔方陣については仮説に反して作成することができた。

4. 考察

研究結果をもとに4次の魔方陣が合計で何個あるのか研究していくことと、ab法のaとbを逆にして作成した魔方陣にどのような特徴があるのかを研究していく。

5. 結論

a と b の方陣について縦、横の各列の和に6でないものが含まれる場合魔方陣は作成することが不可能であるとわかりました。縦横の各列の和がすべて6であるが対角線の和が6でない場合については魔方陣を作成することは可能であるとわかりました。

6. 参考文献

加納 敏 「魔方陣・図形陣の作り方 数の遊び」 富山房
内田伏一 「魔方陣にみる数のしくみ 汎魔方陣への誘い」 日本評論社
平成28年度 理数科課題研究論文集 「666の立体方陣」

7. キーワード

魔方陣 ab法

3次方程式に解の公式を用いて実際に解いてみた。

We actually solved using the formula of the cubic equation solution

山岸 巧実 類家 朝陽

Takumi Yamagishi and Asahi Ruike

Abstract

We verified the way to gain the solutions with the formula of the solutions of cubic equations. When we actually assigned the figures and calculated them, we were astonished that only integer were left.

1. 目的

3次方程式の解の公式によりもとめられた値は、どのような途中過程で成り立つか確認する。

2. 方法

3次方程式 $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ の解を $x = \alpha, \beta, \gamma$ とした場合、解の公式により次のとおり表される。これに既に解の分かっている3次方程式の係数の値を代入し、計算過程を確認する。

ω は $x^3 = 1$ の虚数解の一つとする。

$$\begin{cases} \alpha = \frac{1}{3} \left(\omega^2 \sqrt[3]{A + \sqrt{D}} + \omega \sqrt[3]{A - \sqrt{D}} \right) - \frac{b}{3a} \\ \beta = \frac{1}{3} \left(\omega \sqrt[3]{A + \sqrt{D}} + \omega^2 \sqrt[3]{A - \sqrt{D}} \right) - \frac{b}{3a} \\ \gamma = \frac{1}{3} \left(\sqrt[3]{A + \sqrt{D}} + \sqrt[3]{A - \sqrt{D}} \right) - \frac{b}{3a} \end{cases}$$

ただし

$$\begin{cases} A = -\frac{2b^3 - 9abc + 27a^2d}{2a^3} \\ D = \frac{27(27a^2d^2 - 18abcd + 4b^3d + 4ac^3 - b^2c^2)}{4a^4} \end{cases}$$

3. 結果

(1) $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$ の場合、

解は $(x-1)(x-2)(x-3)=0$ より $x=1, 2, 3$

$a = 1, b = -6, c = 11, d = -6$ を代入すると、 $A=0, D=-27$ となり

$\alpha=3, \beta=1, \gamma=2$ (または $\alpha=1, \beta=3, \gamma=2$)を得た。

(2) $x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0$ の場合、

解は $(x-1)(x+1)(x-2)=0$ より $x=-1, 1, 2$

$a = 1, b = -2, c = -1, d = 2$ を代入すると、 $A=-10, D=-243$ となり

$\alpha=1, \beta=2, \gamma=-1$ (または $\alpha=2, \beta=1, \gamma=-1$)を得た。

4. 考察

解を求める過程で複素数が出てくるが最終的に打ち消し合い、実数が残る。解が整数の場合、三乗根の二重根号を3乗の公式を用いて外せることができる。

5. 結論

解が整数の場合、計算途中で複素数が出てくるが最終的にはなくなる(ただし、3乗根を外す際に工夫が必要)。共役の複素数を反対にしても同じ値が出てくる。

6. 参考文献

数学ガール／ガロア理論 二重根号

正多角形と、その内接円、外接円の面積比

The area ratio to regular polygon and its inscribed circle and circumscribed circle

漆原 知喜

Urushibara Tomoki

Abstract

Regarding a regular polygon, the more angles it has, the more closely its inscribed circle and its circumscribed circle approach each other. I thought the area ratio should change with a determined rule, so I found the areas of a regular polygon, its inscribed circle, and its circumscribed circle practically.

1 目的

正多角形と、その内接円、外接円の面積比を一般化させて導く。

2 方法

一辺の長さが a の正 n 角形 ($n \geq 3$)、およびその内接円、外接円の面積を求め、面積比を導く。なお、角の表し方は度数法とする。

3 結果

一辺の長さが a の正 n 角形の面積は、 $\frac{a^2 n}{4} \cdot \frac{1}{\tan \frac{180^\circ}{n}}$ 、その内接円の面積は $\pi \left(\frac{a}{2 \tan \frac{180^\circ}{n}} \right)^2$ 、
外接円の面積は $\pi \left(\frac{a}{2 \sin \frac{180^\circ}{n}} \right)^2$ だという結果を得た。これより、一辺の長さが a の正 n 角形と

その内接円、外接円の面積比は $n : \frac{\pi}{\tan \frac{180^\circ}{n}} : \frac{\pi}{\sin \frac{180^\circ}{n} \cos \frac{180^\circ}{n}}$ となった。さらに、内接円と外接円

のみの面積比は $\cos^2 \frac{180^\circ}{n} : 1$ となった (相似比は $\cos \frac{180^\circ}{n} : 1$ となる)。

4 考察

面積比を出すと、 a が消去されることから、いずれの面積比も a の値によらず、 n の値によって定まることがわかり、意外とシンプルで美しい規則に基づいていると感じられた。

また、内接円と外接円の面積比 $\cos^2 \frac{180^\circ}{n} : 1$ を弧度法で表すと $\cos^2 \frac{\pi}{n} : 1$ となり、 n がきわめて大きい場合 ($\frac{\pi}{n}$ [rad] が微小角になる場合) $\cos \frac{\pi}{n} \cong 1$ と近似でき、これより $\cos^2 \frac{\pi}{n} \cong 1^2 = 1$ を得る。

よって、このときの内接円と外接円の面積比は $1 : 1$ となることから、正多角形の角の数 n が大きくなるほど内接円と外接円が互いに近づいていくということが、感覚的にではなく $\cos^2 \frac{\pi}{n} : 1$ という比から数式的にも実感できることがわかった。

5 参考文献 なし

6 キーワード 正多角形 内接円 外接円 面積比 近似

藤戸祐成 都築和馬 浦田大誠 市川直弥 中川俊明 野寄聖直 千葉幕利 高橋晴也
Yusei fujito Tsuduki Kazuma Urata Taisei Ichikawa Naoya Nakagawa Toshiaki
Noyori Sena Chiba Makuri Takahashi Haruya

Abstract

Collatz conjecture is one of the most difficult problem which has bothered all the mathematician in the world. Now, I research collatz conjecture and the loop which is found in the modified collatz conjecture.

1. 目的

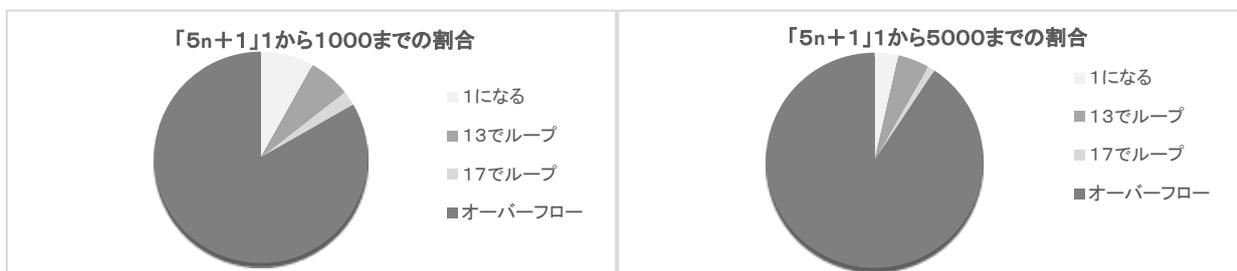
コラッツ予想とは、ドイツの数学者ローター・コラッツによって唱えられた未解決問題である。それは、任意の自然数に対して、奇数であれば3をかけて1をたす、偶数であれば2で割るという計算で、どんな自然数も必ず1になるというものである。簡単な四則計算でありながら世界中の数学者を悩ませている問題であることに興味を持ち、計算過程や改変した問題を考えることから証明への糸口がないか考えてみた。

2. 方法

コラッツ予想の計算において、ある自然数をnとした時、「 $3n+1$ 」を「 $3n-1$ 」、「 $3n+3$ 」、「 $5n+1$ 」、「 $7n+1$ 」に変化させた場合の結果を比較した。

3. 結果・考察

結果を円グラフにして、調べる範囲を1から1000、1から5000の二つの場合に分けて解の割合を調べたところ、「 $3n-1$ 」では、各割合はほぼ変わらず「 $5n+1$ 」、「 $7n+1$ 」では、オーバーフロー（値が 10^{12} より大きくなる）する割合が増加した。また、「 $3n+3$ 」では、ループする割合が増えた。（下図参照）



4. 結論・考察

グラフで見られた、解の割合の変化について、変化する理由、変化しない理由を考えていきたい。

Tried to Determine The Prime Number Using C Programming Language

荒木 勇氣 堀井 大聖
Yuki Araki Taisei Horii

Abstract

We programmed two prime judgment using C programming language. We changed the variables and tried to target the speed and accuracy of the prime judgment. This time, I used Fermat's little theorem and trial division, and I made it as simple as possible for anyone to understand the program.

1. 目的

プログラミングを使って、素数判定法を調べ、C言語と素数の理解を深める。また、C言語の理解を深めることで、今後プログラミングを使った探究活動に役立ていくことを目的とする。

2. 方法

今回は、試し割り法とフェルマーの小定理の二つの素数判定法を使った。試し割り法とは、ある数 a を2から $(a-1)$ までの整数で順番に割っていき、すべて割り切れなかったら素数であるというものである。フェルマーの小定理は、素数 p と任意の数 a に対し、 $a^p \equiv a \pmod{p}$ という式が成り立つ。今回は、任意の数を2とすることで累乗の計算結果の数を小さくした。プログラムでは、試し割り法は変数を `int` 型に、フェルマーの小定理では、計算処理を考慮した結果、変数を `long` 型にした。

3. 結果

今回、どちらのプログラムも2は明らかに素数なので、2は素数という前提のものとプログラムとなった。フェルマーの小定理は、計算処理の限界によって、61までの素数判定しかできなかった。

4. 考察

試し割り法は、順番に割っているため、演算処理に時間がかかっていると考えられる。また、フェルマーの小定理は、変数を `long double` に替えないと大きな数を判定することが難しく、そのために高いスペックなパソコンが必要となる。そのため、この判定法はプログラムに向いてないと考えられる。

5. 結論

フェルマーの小定理はカーマイケル数(疑素数)が発生するので正確さがなく、大きな数も判定できないため、素数判定としてプログラムするのに向いてない。試し割り法は、10桁になると8秒近くかかるので判定が遅い。

6. 参考文献

素数判定

<https://ja.wikipedia.org/wiki/%E7%B4%A0%E6%95%B0%E5%88%A4%E5%AE%9A>

7. キーワード

C 言語 試し割り法 フェルマーの小定理 カーマイケル数

Approximating irrational numbers by using continued fractions

八島 大地 篠田 駿
Daichi Yashima Shun Shinoda

Abstract

We approximated irrational numbers by using continued fractions.

1. 目的

ある無理数が存在したとき、連分数展開により無理数の近似値を求める。

2. 方法

今回は、 $\sqrt{2}$ を連分数展開し近似する。

連分数とは、 $b_0 + \frac{a_1}{b_1 + \frac{a_2}{b_2 + \frac{a_3}{\dots}}}$ のような数の形である。分子 a_1, a_2, \dots が1のものを正則連分数という。

$$\sqrt{2} = 1 + (\sqrt{2} - 1) = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}+1} = 1 + \frac{1}{2+(\sqrt{2}-1)} = \dots = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \dots}}}$$

$$\sqrt{2} = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}+1} = 1 + \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{2}+1} + 2} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{\sqrt{2}+1}}$$

一般に正則連分数を以下の形で書くとする。

$[b_0; b_1, b_2, \dots]$ なので、 $\sqrt{2} = [1; 2, 2, 2, \dots]$ と書ける。ちなみに、他の無理数の連分数展開は次のようである。

$$\sqrt{3} = [1; 1, 2, 1, 2, \dots] \quad \sqrt{7} = [2; 1, 1, 1, 4, 1, 1, 1, 4, \dots] \quad \phi = [1; 1, 1, 1, \dots]$$

<近似方法>

今回はn次近似を $[b_0; b_1, b_2, \dots, b_n]$ と定義し近似を行う。

0次近似 $[1] = 1 < \sqrt{2}$

1次近似 $[1; 2] = 1.5 > \sqrt{2}$

2次近似 $[1; 2, 2] = 1.4 < \sqrt{2}$

3次近似 $[1; 2, 2, 2] = 1.416 \dots > \sqrt{2}$

12次近似で 1.414213564...となる。

3. 考察・展望

連分数による近似は可能であることが確認された。今後は、 π や e についても連分数展開をし、その性質を研究する。また、 $\sqrt{2}$ を連分数を用いて近似すると偶数次は $\sqrt{2}$ より小さい値、奇数次では $\sqrt{2}$ より大きい値となると推測された。ここから一般に \sqrt{n} についても同様か証明してみる。

4. 参考文献

木村俊一 (2012) 『連分数の不思議』 講談社

5. キーワード

連分数展開

自然数の各位の積の総和について

The sum of the multiplications of the place values of the natural number

渡辺 希
Watanabe Nozomu

Abstract

Magnitude relationship between a natural number and the sum of the multiplications of the place values of the number

1. 目的

自然数 N の各位の d 個の数について、 d 個すべてをとってできる積、 $(d-1)$ 個とってできる積の和、 \dots 、2 個とってできる積の和、1 個ずつとってできる数の和を考え、以上の総計を S とし、 N と S との大小関係を調べる。また、 N を 10 進数に限定せず、 n 進数 (n は 2 以上の自然数) とした場合、さらに、 N を連続した複数の位で区切った数を 1 つの位としてとらえ直した場合の N と S の大小関係、ならびに等号成立条件を調べる。

2. 方法

まず、10 進数かつ 3 桁の自然数について考察する。次に、すべての n 進数、さらに、2 桁以上のすべての桁数、加えて、複数の位を 1 つの位ととらえ直した場合について考察する。

3. 考察

10 進数、3 桁の場合について考察する。

各位の数を上から a, b, c (a は 1 から 9, b, c は 0 から 9 の整数) とすると、

$$N = 100a + 10b + c$$

$$S = abc + ab + bc + ca + a + b + c = a(b+1)(c+1) + b(c+1) + c$$

ここで、 $0 < a$, $1 \leq b+1 \leq 10$, $1 \leq c+1 \leq 10$

よって、 $a(b+1)(c+1) \leq 100a$, $b(c+1) \leq 10b$ だから $N \geq S$ が成り立つ。

等号成立は $b=9, c=9$ のときである。したがって、3 桁の自然数では $N \geq S$ が成り立ち、等号成立は十の位と一の位がともに $(10-1)$ のときである。

これを利用して基数、桁数、位のまとめ方を一般化し、以下の結論が得られた。

4. 結論

すべての n 進数において、 $N \geq S$ が成り立ち、等号成立は N の最上位以外がすべて $(基数)-1$ のときである。また、自然数の複数の位を 1 つの位ととらえ直した場合も $N \geq S$ が成り立ち、等号成立は N の最上位の位以外がすべて $(基数)-1$ のときである。

5. 参考文献

俣野 博他 (2016). 「数学 I」「数学 A」. 東京書籍
川中 宣明他 (2017). 「数学 II」. 数研出版

6. キーワード

自然数 位 積

数理モデルによる地域問題解決

Solving regional problems by using mathematical model

平田 夏葵, 樽松 真子, 倉嶋 悠

Hirata Natsuki, Kurematsu Mako, and Kurashima Yu

Abstract

We solve regional problems that can be expressed by optimization model by formulating them and using solvers to find and solve the optimal solution.

1. 目的

社会問題を解決する方法として、対象を数理モデル（特に最適化モデル）化とソルバーを用いた解決方法がある。これは実際に社会で問題となっている事柄に対して、数学を用いて解決を図ることができるものである。導出された最適解を実際の状況と比較・考察し、さらにモデルにおける条件を追加・変更しながら、繰り返し最適解を求めていくことで、実際に存在する社会問題に対して、解決策を提案する。

2. 方法

本研究においては、数理モデルの中でも「最適化モデル」を作成し、ソルバーを用いて最適解を求める。最適化モデルとは「○○をうまく決めて、□□を最大（または最小）にする」という形で表される問題であり、これらを数式を用いて表現する。数式を Mosel 言語を用いてプログラミングし、FICO Xpress ソルバーを用いて求解して最適解を得る。この解はあくまで仮定の下での最適解でしかないので、実際の状況において実現可能なのか、より解決策となる解を求めるためには条件をどのように変更・追加すれば良いか、またそれによってソルバーの限界を超えてしまわないかなどを検討しながらモデルの改良を行い、求解と考察を繰り返すことで解決策を練り上げていく。

3. 現状と今後の予定

現在、いくつかの問題を検討している。

- ・放置自転車の解消→駐輪場の配置をうまく決めて、駐輪できる自転車数を最大にする。
- ・渋滞の最小化→車の通り道をうまく決めて、通る車の数を最大にする。
- ・待機児童の最小化→待機児童と受け入れ先をうまく決めて、待機児童数を最小にする。
- ・食品ロスの最小化→食品の需要数と供給数をうまく決めて、食品ロスを最小にする。
- ・犬猫の殺処分の最小化→ペットを飼いたい人と保護されている犬猫をうまくマッチングして、殺処分数を最小にする。

などを検討している。この中から、最適化モデルにしやすいものを選び、最適解を求めていく予定である。

4. 参考文献

大塚 勇士他 (2017). 数理モデルによる地域問題解決～命を守る行動を～. 茨城県立竜ヶ崎第一高等学校平成 28 年度スーパーサイエンスハイスクール研究・探究報告集 一第 3 年次一

5. キーワード

数理モデル 最適化

1に収束する無限級数とその応用
Infinite series converging on 1 and its applicability

田尾 大和 北山 さくら 大谷 真太郎
Yamato tao, Sakura Kitayama, Shintaro Ohtani

Abstract (要旨)

We have researched on this theme for the purpose of deriving the general form of the formula which applies to infinite series that converge on 1. We tried to find as many cases as possible, and finally applied them to other mathematical areas.

1. 目的

- ① 1に収束する無限級数の条件を満たす一般形の式を導くこと
- ② 例外パターンをたくさんみつけること
- ③ 1に収束する無限級数を用いて数学内の他分野に応用すること

2. 方法

- ・第一法則：最終形態を $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n+m}$ と設定し、これに当てはまる数列を導く。
- ・第二法則：長方形を分割し、面積を埋めていく方法で導く。
- ・第三法則：無限等比級数の公式を用いて導く。
- ・第四法則： $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{k}{2^k}$ の 2 の部分を 3, 4, ... と変えていくことで導く。

3. 結果

- ① 4つの法則を見つけることができた。(すべて数学的帰納法で証明済み)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{m}{(n+m)(n+m-1)} = 1 \quad (m > 0) \quad (\text{第一法則}) \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{t^{n-1}(s-t)}{s^n} = 1 \quad (s > t) \quad (\text{第三法則})$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+m-1)m!}{(n+m)!} = 1 \quad (m \text{ は非負整数}) \quad (\text{第二法則}) \qquad \sum_{k=1}^{\infty} \frac{kn^2}{(n+1)^{k+1}} = 1 \quad (\text{第四法則})$$

- ② 例外として、ゴールドバッハ・オイラーの定理を見つけた。
- ③ 第一法則の分母の項の差を変化させたときに、その収束する値の予測をすることができるようになった。

差が k のとき
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{m}{(n+m+k-1)(n+m-1)} = \frac{m}{k} \left(\sum_{j=1}^k \frac{1}{m+j-1} \right)$$

- ④ 第二法則の数列の $(\ell-1)$ 項飛ばししたときの場合を考え、第二法則をより一般化させることができた。

$(\ell-1)$ 項飛ばしするとき
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\{\ell(n+m-1)-1\}(m-1)!}{\ell^n(n+m-1)!} = 1$$

4. 考察

ある考え方を発展させて作った各法則の形に法則性があるのではないかな。

5. 結論

第四法則を発展させる。

6. 参考文献

数研出版 数B, 数III

7. キーワード

1に収束する無限級数

月の裏側が見えない理由の数学的考察
Mathematical consideration of why only the front-side of the moon can be seen

横井創吾、 増田広海、 高瀬大河
Sogo YOKOI, Hiromi MASHIDA, Taiga TAKASE

Abstract

Some of the ratio of rotation period and revolution period of a planet or a satellite is observed as a simple rational number. Such as the ratio of Mercury, Moon, Phobos, Io become $2/3$, 1 , 1 , 1 . On the other hand, the case of Earth or Mars has not been observed the synchronization. We try to explain why the rotation period of Moon equals to the revolution period of the one by using the pure mathematical approach.

1. 目的

太陽系の惑星や衛星には、公転周期と自転周期が単純な整数比となるものがいくつか観測されている。例えば、地球の公転周期と自転周期の比は $365.24\dots$ と無関係であるのに対して、月やフォボス（火星の衛星）、イオ（木星の衛星）の比は 1 、水星の比は $3/2$ と、それぞれが簡単な整数比となって観測されている。公転周期と自転周期がこのようなシンクロを起こすには何らかの物理的な理由が存在するはずである。我々は数学的な手法を用いて、いくつかのモデルを創作しながら、その考察を行った。

2. 方法

我々は、誕生直後に持っていた衛星の自転エネルギーが何らかの要因で次第に減少し、最終的に公転周期と自転周期が $1 : 1$ となる回転量で安定する、と考え、衛星の表面にかかる潮汐力の効果が自転エネルギーを減少させるブレーキになっている、と予想した。そこで、以下を仮定したモデルのもとで検証を行った。

- [1] 衛星が完全剛体であり、球対称な形状をしている時
- [2] 衛星が完全剛体であり、非球対象な形状をしている時
- [3] 衛星が非完全剛体であり、非球対象な形状をしている時

3. 考察と結果

- [1] 衛星にかかる潮汐力が打ち消し合い、ブレーキはかからない。
- [2] 衛星が 1 回転自転する間に加減速の積分値が打ち消し合い、ブレーキはかからない。
- [3] シンクロの理由が説明できる可能性は残されている。

4. 結論

長年懸案となっている惑星の未解決問題に、純粋な数学的アプローチから解決の可能性を追求した結果、興味深い結論をいくつか導き出すことができた。詳細は、マスフェスタの当日にポスター発表で報告する。

5. 参考文献

HP: 『FNの高校物理（惑星の衛星に働く潮汐力）』 <http://fnorio.com>

6. キーワード

惑星、衛星、自転周期、公転周期、同期、潮汐力、地殻構造

n次元球の体積
Volume of n-dimensional sphere

深谷直希、 溝口景介、 神道凌也、 水谷圭、 現田翔太郎
Naoki FUKAYA, Keisuke MIZOGUCHI, Ryoya JINDO,
Kei MIZUTANI, and Syotaro GENDA

Abstract

We took an interest in properties of the four-dimensional space, which we can't recognize easily. At first, we examined the way how to estimate the area of circles which are in the two-dimensional space. Next, we extended it to the volume of spheres in the n-dimensional space. Furthermore, we derived the recurrence formula of the volume of n-dimensional spheres.

1. 目的

3次元の世界に生きている我々には認識することが難しい4次元空間に興味を持ち、身近な図形である球に焦点を絞って研究を行った。

2. 方法

積分による円の面積の求め方を参考にしながら、高次元空間における球の体積と表面積の関係を調べた。

3. 結果

n次元球の表面積と体積の間に成り立つ漸化式を見つけ出し、さらに偶数次元と奇数次元で場合分けをして、それぞれの一般項を求めた。

4. 考察

半径が1のn次元球の体積は、 $n \leq 5$ の間は増加するが、5次元球の時に最大値を取ると、その後は値が小さくなっていき、 $n \rightarrow \infty$ の極限で0に収束する。

今回の発表では、その結果とともに高次元空間の特異性についても報告をしていきたい。

5. 参考文献

HP: 『4次元多面体から空間のかたちをみる (河野俊丈)』

<http://www.ms.u-tokyo.ac.jp>

6. キーワード

積分、n次元球、漸化式

「掛谷問題など」

Kekeya Problem

加藤 晃啓 矢野 光樹 田中 優衣

Kato Akihiro , Yano Mitsuki , Tanaka Yui

Abstract

The Kekeya problem asks whether there is a minimum area of a region in the plane, in which a needle of unit can be turned through 360° .

1.目的

最終的な目標として掛谷予想に挑むために、二次元を対象とした問題からN次元へと問題を推移させていくことで、長期的な視点で理解を深めることができ、そこから問題に対する帰結策を提案すること。

2. 研究1 長さ1の2直線を直角に交わり回転

仮定：直角に交わる長さ1の2直線を回転させたとき2直線が作る図形の中で、2直線を正方形の対角線に交わらせるように回転させたときに面積が最小となる。

結果：正方形で回転させると面積はかなり小さくなるが、五角形内部で回転させるとより小さくなる。

課題：五角形の面積が最小であることを確かめる術が必要である。

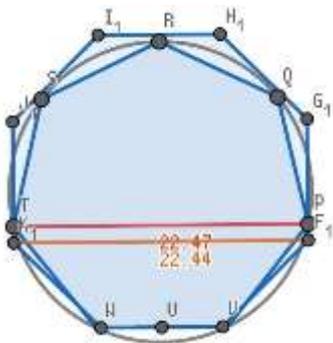


3.研究2 (n+1)角形

仮定：正n角形を内部で一回転させられる最小の正(n+1)角形の面積は、その正n角形の外接円よりも小さい。

方法：GeoGebraで「正n角形(図形Xとする)」と、「正n角形の外接円と面積の等しい正(n+1)角形(図形Yとする)」を作成し、図形Yの内部で図形Xが一回転できるか調べる。

結果：n=7で、図形Xの最長の対角線が、図形Yの対辺間の距離より長くなり(近似値749:748)、図形Xの一边と図形Yの一边が平行なとき、図形Yは図形Xを内部に含めない。したがって、この仮説は正しくない。



4.考察と結論

長さ1の2直線を直角に交わり回転→五角形内部で回転させるとより小さい

具体的な図形の回転

正三角形→適切な正方形、二等辺三角形→正方形または外接円、正方形→適切な正五角形の面積がより小さい。しかし、最小のものを見つけることや最小であるということを示すことはできなかった。

5.参考文献

コロちゃんぬ 掛谷問題

<http://corollary2525.hatenablog.com/entry/2016/12/22/063>

6.キーワード 掛谷問題

「フィボナッチ素数は無限に存在するか」

Do infinite number of Fibonacci primes exist?

新井想空 井澤智優 楠美杏果 山田航輝

Sora Arai , Jiwoo Izawa , Anka Kusumi , Koki Yamada

Abstract

Fibonacci primes are prime numbers that appear in the Fibonacci sequence. Although it is conjectured that the number of Fibonacci primes is infinite, it is not proven yet. In this paper, we will discuss our approach towards the problem using the prime number theorem.

1.目的

フィボナッチ素数が無限に存在することを証明する。

2.方法

素数定理 $\frac{\pi(x)}{x} \sim \frac{1}{\log x}$ (ただし、 $\pi(n)$ は n までに現れる素数の個数) を用いる。 n が十分に大きいとき、 $F_n \approx \frac{\varphi^n}{\sqrt{5}}$ を代入

して、 $\sum_{k=1}^n \frac{1}{\log \frac{1}{\sqrt{5}} \varphi^k} \simeq \frac{\log n}{\log \varphi}$ より、 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\pi_F(n)}{\frac{\log n}{\log \varphi}} = 1$ と予想できる (ただし、 $\pi_F(n)$ は F_n までに現れるフィボナッチ素数の

個数)。この予想が正しければ、 $\lim_{n \rightarrow \infty} \pi_F(n) = \infty$ となるので、フィボナッチ素数は無限に存在する。実際には、

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\pi_F(n)}{\frac{\log n}{\log \varphi}} > 0$ を示せば、フィボナッチ素数の無限性を示すのには十分である。

3.結果

いまだ、フィボナッチ素数の無限性、あるいは有限性を証明するには至っていない。しかし、素数定理を用いる

ことで、 n 番目のフィボナッチ数までに現れるフィボナッチ素数の個数は $\frac{\log n}{\log \varphi}$ 個であると予想できた。

4.考察

フィボナッチ数が素数を“避ける”性質を持つかもしれないから、素数定理だけから、フィボナッチ素数の無限性を証明することは難しいと考えられる。しかし、例えば、初項と公差が互いに素な等差数列内に無限の素数が存在すること(ディリクレの算術級数定理)は証明されているので、この証明に使われた解析的整数論をフィボナッチ素数の無限性の証明にも利用できると考えられる。

5.結論

今回はフィボナッチ素数の無限性を証明することはできなかったが、 n 番目のフィボナッチ数までに現れるフィボナッチ素数の個数について、素数定理を用いた考察が得られた。また、フィボナッチ素数の無限性を証明するために、解析的整数論を利用できると考えられる。そして、解析的整数論の学習には複素解析などが必要だから、それらを学習する必要がある。

6.参考文献

- ・『初等整数論から p 進数まで』日本評論社 雪江明彦
- ・『高校生からわかる複素解析』ベレ出版 涌井良幸
- ・『なっとくする複素関数』講談社 小野寺嘉孝
- ・『なっとくする集合・位相』講談社 瀬山士郎
- ・『「集合と位相」をなぜ学ぶのか』技術評論社 藤谷博司
- ・『解析概論』岩波書店 高木貞治

7.キーワード フィボナッチ数列 素数 素数定理 解析的整数論

ルービックキューブの数式化

発表者 阿久津柚花 芳賀 香織
Akutsu Yuzuha Haga Kaori

Abstract

We analyze mathematically how to arrange Rubik's Cube, a traditional puzzle game. The method of analysis using the group theory, has been known for a long time, but it was too difficult for us to understand. Therefore, I decided to consider how I could easily arrange Rubik's Cube. It is research to find out how to make the whole surface of a Cube with few patterns.

1.目的

家にあるルービックキューブをみて、ルービックキューブの揃え方を解析することを目的にする。

2.方法

ルービックキューブを展開図にして白の面、赤の面、青の面、オレンジの面、黄色の面、緑の面のそれぞれのマスに番号をつける。キューブを動かすと番号がどう動くのか、平面上で検証する。

3.結果・考察

10パターンの基本的動かし方の組み合わせを平面上で考察済み。
ただし、動かしたいブロック以外にも動いてしまうことが分かった。

4.今後

現在は『一面を揃える』事だけしかやっていないので、そこから『完全一面』や『2列目を揃える』最終目的の『6面を揃える』までを平面の展開図で考えていきたい。

5.参考文献

群論の味わい 置換群で解き明かすルービックキューブと15パズル 著 David Joyner 訳川辺治之

6.キーワード

ルービックキューブ 数式 6面 $3 \times 3 \times 3$ 群論

山口侑大

抄録

四色問題の別証明をしたいと思い、代表的な非平面的グラフの彩色多項式を調べた結果、彩色多項式の値に規則性が見られることが分かった。そしてその規則性を証明することができ、その応用を目指している。

1. 研究の背景と目的

四色問題はグラフ理論を用いて平面的グラフの点彩色の問題に置き換えられる。そこで、敢えて非平面的グラフの彩色多項式の性質を調べ、平面的グラフにその性質を応用することができれば、四色問題に対する有益な結果が得られると予想した。

2. 方法

代表的な非平面的グラフである、完全二部グラフ $K_{3,3}$ 、 $K_{3,3}$ の細分割 $S_{m,n}$ 、の彩色多項式を

$$P_G(k) = P_{G-e}(k) - P_{G \setminus e}(k)$$

という定理を用いて求めた。今回は $S_{m,n}$ のうち、 $S_{1,1}$ 、 $S_{2,n}$ 、 $S_{3,n}$ 、 $S_{4,1}$ 、 $S_{5,1}$ 、 $S_{6,1}$ の彩色多項式を求めた。

3. 結果

1. $S_{m,n}$ において、3番目に次数の大きい項の係数が $\frac{1}{2}(m+8)(m+9)$ となっていた。
2. $S_{m,1}$ において、最小次数の項の係数の絶対値が $17m+31$ となっていた。
3. 1と2の規則性を証明することができた。

4. 考察

証明の過程を考察すると、 $S_{m,n}$ の次数が3番目に大きい項の係数が $\frac{1}{2}(m+8)(m+9)$ となっていることは $K_{3,3}$ の部分グラフ $B_{p,q}$ の次数が3番目に大きい項の係数が $\frac{1}{2}(8-p)(9-p)$ となっていることに起因していることが分かる。現在は他のグラフにも同様の性質が見られるかどうかを調べており、 $K_{2,3}$ 、 $K_{2,4}$ 、 $K_{3,4}$ では同様の性質が見られることが分かった。このことから、二部グラフ一般に対し同様の性質が見られるのではないかと考えて証明を試みている。

5. 結論

彩色多項式の値に規則性は見られるが、四色問題に対する有益な結果であるかは不明である。

6. 参考文献

R.J.Wilson(2001).グラフ理論入門.近代科学社

7. キーワード

グラフ理論, 彩色多項式

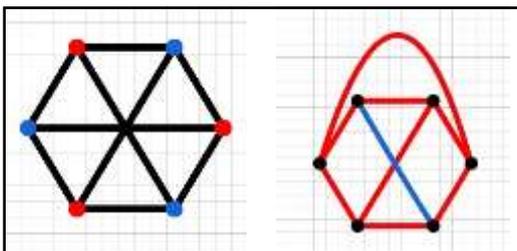


Fig.1 $K_{3,3}$ (平面描画できない)

$x^2+y^2+z^2=3xyz$ と角のパーフェクトマッチング

Relationship between “ $x^2+y^2+z^2=3xyz$ ” and perfect matching of corners

中川 倫太郎

Nakagawa Rintaro

Abstract

There is a movement to solve the problem about “Markov number’s simplex conjecture,” which is known as an unsolved problem of number theory, with a viewpoint of combination by using “perfect matching of corners.” In this report, we try to understand how “perfect matching of corners” is related with the problem and analyze its properties.

1. 研究の背景と目的

整数論の未解決問題として「 $x^2+y^2+z^2=3xyz$ の正の整数解に現れる数を1つとって c とすると、この c を最大の数として含む整数解 $(x, y, z) = (a, b, c)$ ($a \leq b \leq c$) はただ一つに決まる」という予想がある。これは「マルコフ数の単一性予想」と呼ばれる難問である。私はこの問題に様々な数学的要素が関わっていると知った。特に「角のパーフェクトマッチング」を用いたアプローチに興味を持ち、この方法を研究することにした。

2. 方法と結果

$x^2+y^2+z^2=3xyz$ の解に含まれる数をマルコフ数といい、この解の組をマルコフの三つ組という。マルコフの三つ組はツリー上に配置できる。マルコフツリーと関係の深いファレイツリーも同じ形のツリーとして配置できる。その数の関係が、長方形を正方形で分割したときの、ある条件に基づいた角について考えた「角のパーフェクトマッチング」で関係づけられることを理解するとともに、具体的に場合の数を求めた。

そして、「分母1の角のパーフェクトマッチング」は、フィボナッチ数列の奇数項目だとわかった。

3. 結論

「角のパーフェクトマッチング」の場合の数は、フィボナッチ数と関係があることがわかった。さらに、マルコフ数の単一性予想と、マルコフツリーやファレイツリーの関係、角のパーフェクトマッチングを用いたアプローチについて理解することができた。

4. 参考文献

マルコフ数の単一性予想における最近の動向 (名古屋大学 5/25 数理ウェブ) 行田康晃
2019年

5. キーワード

マルコフツリー ファレイツリー 角のパーフェクトマッチング フィボナッチ数

愛知県立旭丘高等学校

Aichi Prefectural Asahigaoka Senior High School

周期関数の級数表現とその応用

Series expression of periodic function and its applications

手塚 亮佑

Tezuka Ryouzuke

Abstract

An important element of analysis: Series expression, I researched new type expressions different from Taylor series and Fourier series. In addition, I explored and considered relation to the Riemann zeta function and its application to definite integrations without primary solutions.

1. 研究の背景と目的

$\tan x$ のグラフには特徴的な特異点（漸近線部分）が周期的に出てくる。そのような関数が何かの級数で表現できないかと思い、これについて調べることにした。また似た関数である $\sec x$ についても同様に表現できないか、探究することにした。これらの内容がほかの問題に応用できないか調べていたところ、私はこの内容と、未解決問題「リーマン予想」のリーマンゼータ関数との関係があることがわかった。またこのような級数展開は、初等的な計算ができない、または初等的な解の表記がないような定積分においても、利用できることがわかり、その内容について研究することにした。

2. 方法と結果

$\tan x$ の級数表現について、無限等比級数や、ゼータ関数とベルヌーイ数の関係、 $\tan x$ のマクロリーヌ展開を使い、機械的な計算によって証明することができた。 $\sec x$ については $\tan x$ の証明内容を使うことで示すことができた。また、それらを使いゼータ関数の分母が少し変わったものについての八つの式を得ることができ、極限をとることによってバーゼル問題の結果などが確認できた。定積分について研究すると、カタラン定数について、無限積を使った表現を発見することができた。

現在、他の定積分においても活用できないか研究中である。

3. 結論

級数表現は解析学の中で応用しやすく重要な要素であることがわかった。また、今回研究した級数表現と、ゼータ関数やベルヌーイ数、カタラン定数などとの関係性を求めることができた。さらに、初等的解法のない定積分に対して、新しいアプローチによって、それらの定積分を解くことができた。

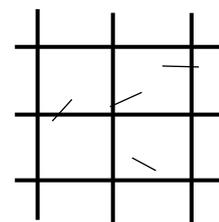
4. キーワード

級数展開 フーリエ級数 リーマンゼータ関数 カタラン定数

ビュフォンの針～格子への拡張～ Buffon's Needle Grid Extension



高橋 誠弥 波多野 雄希
Seiya TAKAHASHI Yuki HATANO



This study aims to calculate the probability of an extension of Buffon's needle problem. In this extension, the floor which needle is tossed on has a grid of equally spaced parallel lines distanced d long apart making many congruent squares. The probability was calculated by two methods which came out to be exactly the same.

1. 研究の背景と目的

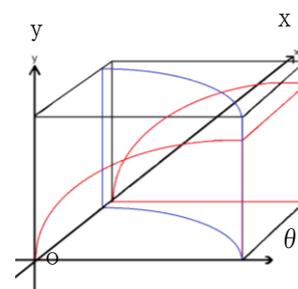
一定の間隔 d の平行線に長さ $\frac{d}{2}$ の針を落とした時に針が平行線と当たる確率が $\frac{1}{\pi}$ となることはよく知られている。この平行線を格子へと拡張した場合、針が格子と当たる確率がどのようになるのかということに興味をもち研究を始めた。今回は正方形の格子でその確率を求めた。

2. 方法

- ・格子の一辺を d 、針の長さを ℓ とし、横向きの平行線からの傾きを θ とする。 ($0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$)
- ・領域の体積を使った方法、確率密度関数を使った方法の2通りで求めた。

3. 結果

2通りの方法で計算すると $\frac{4d\ell - \ell^2}{\pi d^2}$ という確率で一致した。右図は領域の体積を使った方法で用いた立体の図である。一般のビュフォンの針と同様、針の長さを格子の間隔の半分 ($\ell = \frac{d}{2}$) にすると確率は $\frac{7}{4\pi}$ となった。



4. 結論

平行線ではなく格子でビュフォンの針を行うと確率が $\frac{4d\ell - \ell^2}{\pi d^2}$ となり、やはり π が現れた。特に針の長さを $\frac{d}{2}$ として針を落とした時の確率が $\frac{7}{4\pi}$ となった。今後は実際に実験をして確率の裏付けをしていきたい。

5. キーワード

二重積分 確率密度関数 連続確率変数

パスカルの正多角錐とフラクタル図形

Pascal's regular polygonal pyramids and fractals

小川 純平

Jumpei Ogawa

Pascal's triangle was extended to regular polygonal pyramids by my senior. I wondered if there is a relation between them and fractals like between Pascal's triangle and Sierpinski gasket. Therefore, I extended Sierpinski gasket to a polygonal pyramid. I researched the relation after I assembled an application which displays these two kinds' pyramids.

1. 研究の背景と目的

二項係数を並べたパスカルの三角形の2で割り切れないものに印をつけたもの(左)はシェルピンスキーの三角形(右)を近似することが知られている。(図1)

先輩がパスカルの三角形を拡張し、 n 項係数を正 n 角錐状に並べるパスカルの正多角錐を考案した。(図2)今回、これを引き継いで、図1のような関係が、パスカルの正多角錐にも存在するか研究した。

2. 方法

パスカルの正多角錐には、2で割り切れないものに印をつける操作をする。一方シェルピンスキーの三角形を多角錐に拡張する(シェルピンスキーの多角錐と名付ける)。これら2つの関係性を考える。

3. 結果と考察

図3はパスカルの正三角錐を32段目まで計算し、2で割り切れないものに印をつけたもの(左)とシェルピンスキーの三角錐(右)である。比較すると、パスカルの正三角錐はシェルピンスキーの三角錐を近似している。同様にして、三、四、五、六角錐においても、確認することができた。

4. 結論

パスカルの正 n 角錐に操作をするとシェルピンスキーの n 角錐を近似するだろう。

5. 参考文献

「パスカルの三角形拡張」 <http://kato.chobi.net/pascal/index.html>(2019/7/9 参照)

「解説 -- フラクタル Imaginary Cube --」

<https://www.i.h.kyoto-u.ac.jp/users/tsuiki/cfractal/kaisetu.html> (2019/7/9 参照)

7. キーワード

パスカルの三角形 シェルピンスキーの三角形 フラクタル 多角錐 立体

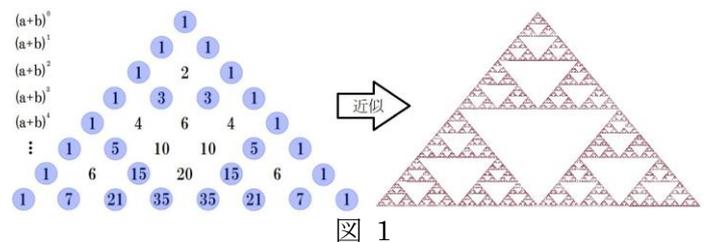


図 1

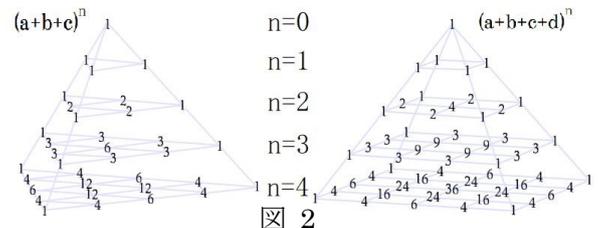


図 2

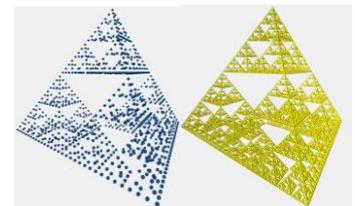


図 3

Some Formulas for Max Nim

林通正

Hayashi Michitada

Abstract

I studied Max Nim. There is a pile of n stones, and two players take turns to remove stones from the pile. The player is allowed to remove at least one and at most $\lceil n/d \rceil$ stones, where $\lceil \cdot \rceil$ is the ceiling function. The player who removes the last stone or stones is the winner. In this game a pass move is allowed. I discovered a formula for winning way of the game.

1. 目的

n 個の石の山から $f(n) = \lceil n/d \rceil$ (d は 1 より大きい正実数) 個の石を取れるとした Maximum Nim において、プレイヤー 2 人に共通のパスを付与した場合、パスなしとパスありの Maximum Nim の間にどんな Grundy 数の相関があるのか調べる。

2. 方法

d を 1 より大きい数とする場合に、パスを付けたときの規則性を Mathematica を用いて見つける。そしてそれを証明する。

3. 結果、結論

パスがないときと、パスがあるときの Grundy 数に関して、例として次のような

関係を得た。($G(n, 0)$ はパスなし $G(n, 1)$ はパスありのグランディ数)

考察 私の研究したテーマは組み合わせゲームとよばれる分野で、

歴史的には 100 年くらいしかなく、まだ未解決の問題が多くあり、

計算機を使って研究するので、高校生が新しい発見をするチャンスが大きい。今回は、Max Nim という数学的ゲームにパスを許す場合に関して、公式を発見することができたので、これが新しいものであるかどうかを調べている。

$G(n, 0)$	0	1	$2m$	$2m+1$	
$G(n, 1)$	1	0	$2m+1$	$2m$	
$G(n, 0)$	0	1	2	$2m+1$	$2m+2$
$G(n, 1)$	1	2	0	$2m+2$	$2m+1$

4. 参考文献

M. Inoue, M. Fukui and R. Miyadera, IMPARTIAL CHOCOLATE BAR GAMES WITH A PASS, Integers, Volume 16, G5, 2016.

5. キーワード

Max Nim, Grundy 数, パス

ラングラーの問題と三角比の関係式
Langley's Problem and Triangular Ratio Relations

浅川 はな乃 木下 実衣菜
Hanano Asakawa Mina Kinoshita

Abstract

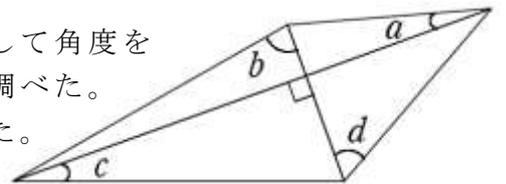
When we know the angles formed by the side of a square and a diagonal line, we may know the values of all the angles. In other words, there is a relational expression between these angles. We classified the squares and found a relationship between angles.

1. 目的

ラングラーの問題の類題に着目し，角度同士の関係を明確にする。

2. 方法

ラングラーの問題と同じように，補助線を工夫して角度を求められる四角形の問題を探し，角度の規則性を調べた。
また三角比を用いて関係式を見いだせないか考えた。



3. 結果

対角線が直交している場合に注目すると， \tan を用いた関係式を求めることができた。またそれらは次のようなパターンに分けることができた。

- ・パターン0 正方形タイプ 例 $(a, b, c, d) = (45^\circ, 45^\circ, 45^\circ, 45^\circ)$
- ・パターン1 タコ型タイプ 例 $(a, b, c, d) = (30^\circ, 40^\circ, 50^\circ, 60^\circ)$
- ・パターン2 例 $(a, b, c, d) = (20^\circ, 30^\circ, 40^\circ, 80^\circ)$, $(15^\circ, 25^\circ, 35^\circ, 85^\circ)$

4. 考察

4つの角の関係式として図から $\tan a \tan b \tan c \tan d = 1$ という式が得られる。パターン0～2において，それぞれの場合に，図形的な方法以外の \tan の性質を用いた式の証明を考えた。

5. 結論

各パターンにおいて，角の値には次の関係式があることがわかった。

- ・パターン0 $\tan 45^\circ = 1$
- ・パターン1 $\tan a \times \tan(90^\circ - a) = 1$
- ・パターン2 $\tan 3a \tan(30^\circ - a) \tan(30^\circ + a) \tan(90^\circ - a) = 1$

6. 参考文献

「ラングラーの問題、整角四角形」

<http://www.himawarinet.ne.jp/~rinda/framepage1.html>

2019年6月27日アクセス

7. キーワード

ラングラーの問題，三角比