第６回　マス・フェスタ

〈全国数学生徒研究発表会〉

日時　平成 26 年 8 月 23 日(土)

場所　エル・おおさか（大阪）

巻　頭　言

大阪府立大手前高等学校
校長　栗　山　和　之

平成 26 年度は、平成 20 年度に文部科学省より５年間のスーパーサイエンスハイスクールの指定を受けたことに続く、新しい研究指定校年度いわばⅡ期目の二年目の年でありました。スーパーサイエンスハイスクール(以下ＳＳＨ)の事業趣旨は、高等学校における「理数・科学技術教育」に関する教育課程等の改善に資する実証的資料を得るために、ＳＳＨを指定し、理数系教育に関する教育課程等に関する研究開発を行うこと、将来の国際的な科学技術系人材の育成や高大接続等の在り方の検討の推進を図ることを目的としたものであります。

本校は、実践型の指定校として、「科学する力を身につけたリーダー養成プログラム」を研究開発課題として、これまでの取組みを継続しながらも、新しいことにも取り組みました。また、同時に、科学技術人材育成重点枠にも指定され、「『数学』の分野に特化した能力開発プログラムの共同開発研究」にも継続して取り組んでおります。

そのＳＳＨ校としての数ある事業の中で、中核となる事業が「全国数学生徒研究発表会」（マス・フェスタ）であります。ＳＳＨ連携校による数学研究の発表会は、本校が主催する全国的な大会であり、数学に興味を持つ数学好きな高校生たちのつながりを広げ深めること、全国各高校の数学研究実践を共有することで、数学研究に取り組む生徒や指導する教員を増やすことを目的としています。平成 21 年度に大阪府内４校でスタートしたこのマス・フェスタは、平成 23 年度には全国規模の 24 校に拡大し、口頭発表 27 本、ポスターセッション 50 本の発表がありました。平成 24 年度には全国 20 の都道府県から 31 校、400 名の参加があり、平成 25 年度は北海道から沖縄県まで 40 校・600 名の参加がありました。

本年の平成 26 年度も全国 46 校・600 名をこえる参加があり大きな成果をあげることができました。素晴らしい数学の世界の中で、高校生それぞれがその魅力に触れることのできた研究発表は、活気に溢れた充実したものでありました。この冊子はその内容についてまとめたものですが、忌憚のないご意見をいただければ幸いに存じます。

今後も、全都道府県の高校が参加するまでに成長した「マス・フェスタ」をさらに充実させながら開催していく所存であります。これまで本校のＳＳＨやこのマス・フェスタを支えていただいた数多くのＳＳＨ指定校の先生方や大学等研究者及び関係者の皆さま、また、ＳＳＨ運営に身に余るご指導・ご助言をいただいた運営指導委員の皆さま、ご支援いただいた大阪府教育委員会の関係の皆さまに心からのお礼を申し上げますとともに、なお一層のご支援をお願い申し上げます。

マスフェスタに向けての大手前高校の取り組み

―「のぞみ」（数学課題研究授業）―

大手前高校では、マスフェスタに向けて、授業と行事を効果的に配置し教育効果を高めるよう工夫をしています。２年生の前期に実施するＳＳＨ科目「のぞみ」についてご紹介いたします。

【概要】

大手前高校では、ＳＳＨ科目の一つとして「のぞみ」を実施しています。この科目は、①数学に対する興味関心を高め、②数学的論理力・思考力・表現力を養い、③科学への探究心を高める、ことを目的としています。具体的には、１単位に相当する時間を利用して、科学する上で必要となる統計学を学んだり、数学に関する課題研究を行っています。研究内容は、純粋数学、身の回りの数学など多岐にわたっています。毎年７月に実施する２泊３日の宿泊研修「サマースクール」では、１６０人が３０程のグループに分かれプレゼンテーション大会を実施しますが、その様子は壮大なものです。

【ねらい】

①数学に対する興味関心を高める

数学は日々の授業の中でも学習が進められていますが、その特徴である抽象化のためにだんだんと日常から遠くに追いやられていくように感じられます。数学をもう少し身近なものに感じることをめざします。

②数学的論理力・思考力・表現力を養う

人の営みの中で、数学的論理力・思考力・表現力を養うことはとても重要なことだと考えています。色々な場面でその力が問われています。特に、科学する上でこれらのスキルを習得することは必要不可欠です。課題研究の取り組みの中で総合的な力として養っていきます。

③科学への探究心を高める

文理を問わず、各分野への課題研究を進めるにあたってのプレ研究と位置づけています。ここで得た経験を踏まえ次の課題研究へステップアップします。

【発表テーマ例】

ガチャポンの確率と期待値、二階から目薬、はやく決着をつけよう（じゃんけん）、郵便切手の問題、立体の最短経路とパスカルの三角形、フェルマー点、空間充填立体、多角形の拡張、散歩でみつけた平面充填、四次元におけるパスカル三角形　他

第6回

マスフェスタ記念

平成26年8月23日

数学の面白さを楽しみましょう
藤田岳彦

数学をきわめよう
森脇 淳

数学を楽し続けて
下さい
砂田利一

考える力をつけて下さい
藤原毅夫

2014年度　全国数学生徒研究発表会

第6回　数学
マス・フェスタ
生徒研究　発表会

全国SSH連携校による数学研究発表会

もっと数学

V−E+F=2

日時：　平成26年8月23日（土）　9:30～16:00

場所：　エル・おおさか　大ホール・会議室
（大阪市中央区北浜東３－１４）

★発表校　**口頭発表47本・ポスター53本**　マスmath数学

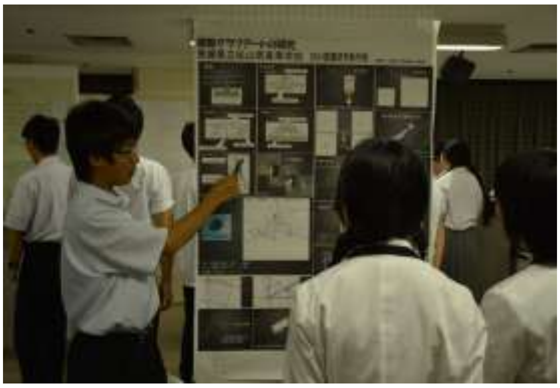
北海道札幌西高等学校
北海道釧路湖陵高等学校
青森県立三本木高等学校
青森県立八戸北高等学校
岩手県釜石高等学校
清真学園高等学校
茨城県立並木中等教育校
茗渓学園高等学校
栃木県立足利高等学校
栃木県立宇都宮女子高等学校
埼玉県立熊谷女子高等学校
市川学園市川高等学校
筑波大学附属駒場高等学校
東海大学付属高輪台高等学校
海城高等学校
横浜市立横浜ｻｲｴﾝｽﾌﾛﾝﾃｨｱ高等学校
新潟県立新潟南高等学校
新潟県立長岡高等学校
石川県立七尾高等学校
長野県屋代高等学校
長野県飯山北高等学校
岐阜県岐山高等学校
静岡県立磐田南高等学校
名城大学附属高等学校
愛知県立豊田西高等学校
名古屋大学教育学部附属高等学校
愛知県立岡崎高等学校
愛知県立明和高等学校
滋賀県立膳所高等学校
京都府立洛北高等学校
大阪市立都島工業高等学校
大阪府立生野高等学校
大阪府立住吉高等学校
大阪府立千里高等学校
大阪府立天王寺高等学校
大阪府立大手前高等学校
兵庫県立尼崎小田高等学校
奈良女子大学附属高等学校
金光学園中学・高等学校
広島大学附属高等学校
安田女子高等学校
香川県立観音寺第一高等学校
高松第一高等学校
愛媛県立松山南高等学校
久留米工業高等専門学校
熊本県立宇土中学校・宇土高等学校
沖縄県立球陽高等学校

科学人材育成重点枠事業
主催：大阪府立大手前高等学校


第６回
マスフェスタ
全国数学生徒研究発表会


−GAME 説明−
交点→ランプ
ON
OFF


第６回
マスフェスタ
全国数学生徒研究発表会



平成２６年度　科学人材育成事業
マス・フェスタ（数学生徒研究発表会）企画書

日　時　　平成２６年８月２３日（土）　午前９時３０分～午後４時００分
場　所　　エルおおさか　エルシアターおよび会議室（大阪市中央区北浜東 3-14）
目的　　数学に関する生徒の取り組み等（課題研究、部活動等）の研究発表を行うことにより、数学に対しての興味・関心を高め、今後の数学教育活動の発展に資する。
内　容　　生徒による数学研究（課題研究等）についての発表会
・数学に内容に関する発表、数学を利用しての研究の発表など。
時　程
■８月２３日（土）
9:00　一般入場開始
＜午前の部＞
9:30　開会式
・校長挨拶、来賓挨拶、来賓紹介等
・スケジュール確認と移動開始
10:10　５会場（エルシアターおよび会議室）での発表
15　発表
①10:15～10:35　②10:35～10:55　③10:55～11:15
④11:15～11:35　⑤11:35～11:55
11:55　昼食休憩・ポスター準備
＜午後の部＞
12:45　発表
⑥12:45～13:05　⑦13:05～13:25　⑧13:25～13:45
⑨13:45～14:05
14:20　ポスターセッション
15:10　ポスターセッション終了・全体会場へ移動
15:20　閉会式　全体講評、閉会の挨拶
15:45　終了　発表者記念撮影
●指導助言
満渕　俊樹　先生　大阪大学　宇野　勝博　先生　大阪大学　藤原彰夫　先生　大阪大学
森脇　淳　先生　京都大学　並河　良典　先生　京都大学　高橋　太　先生　大阪市立大学
佐官　謙一　先生　大阪市立大学　中西　康剛　先生　神戸大学　入江　幸右衛門　先生　大阪府立大学
町頭　義朗　先生　大阪教育大学　小林　毅　先生　奈良女子大学　藤田　岳彦　先生　中央大学
中川　明子　先生　大阪府教育センター

口頭発表・ポスターセッション発表校

	分科会・ポスター会場	発表順	県名	校名	予定時間	ページ
1	A	1	北海道	北海道札幌西高等学校	10:15～	1
2	A	2	茨城	茨城県立並木中等教育校	10:35～	2
3	A	3	栃木	栃木県立宇都宮女子高等学校	10:55～	3
4	A	4	東京	海城高等学校	11:15～	4,5
5	A	5	香川	高松第一高等学校	11:35～	6
6	A	6	長野	長野県飯山北高等学校	12:45～	8,9
7	A	7	愛知	名城大学附属高等学校	13:05～	10
8	A	8	滋賀	滋賀県立膳所高等学校	13:25～	11
9	A	9	大阪	大阪府立大手前高等学校	13:45～	12
10	B	1	香川	香川県立観音寺第一高等学校	10:15～	17,18
11	B	2	新潟	新潟県立長岡高等学校	10:35～	19,20
12	B	3	北海道	北海道釧路湖陵高等学校	10:55～	21
13	B	4	東京	筑波大学附属駒場高等学校	11:15～	22,23
14	B	5	茨城	清真学園高等学校・中学校	11:35～	24
15	B	6	静岡	静岡県立磐田南高等学校	12:45～	25
16	B	7	愛知	愛知県立明和高等学校	13:05～	26
17	B	8	大阪	大阪府立住吉高等学校	13:25～	27
18	B	9	奈良	奈良女子大学附属中等教育学校	13:45～	28
19	C	1	愛媛	愛媛県立松山南高等学校	10:15～	29,30
20	C	2	東京	東海大学付属高輪台高等学校	10:35～	31
21	C	3	茨城	私立茗渓学園高等学校	10:55～	32
22	C	4	石川	石川県立七尾高等学校	11:15～	33
23	C	5	青森	青森県立三本木高等学校・附属中学校	11:35～	34
24	C	6	大阪	大阪府立千里高等学校	12:45～	35
25	C	7	京都	京都府立洛北高等学校	13:05～	36
26	C	8	岡山	金光学園中学・高等学校	13:25～	37
27	C	9	愛知	愛知県立豊田西高等学校	13:45～	38
28	D	1	長野	長野県屋代高等学校	10:15～	39
29	D	2	大阪	大阪府立天王寺高等学校	10:35～	40
30	D	3	青森	青森県立八戸北高等学校	10:55～	41
31	D	4	栃木	栃木県立足利高等学校	11:15～	42
32	D	5	神奈川	横浜市立横浜ｻｲｴﾝｽﾌﾛﾝﾃｨｱ高等学校	11:35～	43-46
33	D	6	福岡	久留米工業高等専門学校	12:45～	47
34	D	7	愛知	名古屋大学教育学部附属中・高等学校	13:05～	48
35	D	6	沖縄	沖縄県立球陽高等学校	13:25～	7
36	D	9	広島	広島大学附属高等学校	13:45～	13
37	D		大阪	大阪市立都島工業高等学校	ポスター	
38	E	1	岩手	岩手県釜石高等学校	10:15～	14
39	E	2	埼玉	埼玉県立熊谷女子高等学校	10:35～	15
40	E	3	新潟	新潟県立新潟南高等学校	10:55～	16
41	E	4	広島	安田女子高等学校	11:15～	49
42	E	5	熊本	熊本県立宇土中学校・宇土高等学校	11:35～	50
43	E	6	岐阜	岐阜県岐山高等学校	12:45～	51
44	E	7	愛知	愛知県立岡崎高等学校	13:05～	52
45	E	8	大阪	大阪府立生野高等学校	13:25～	53,54
46	E	9	兵庫	兵庫県立尼崎小田高等学校	13:45～	55

２４０２　北海道札幌西高等学校
Hokkaido Sapporo Nishi High School

ベンフォード則
Benford's Law

館石　和明
Kazuaki Tateishi

Abstract
Benford's Law is the law that shows the distribution of the number value in the highest digit. I did some experiments to illustrate Benford's Law. And, I considered application to practical use.

１．目的

ベンフォード則とは自然界に現れる数値の最高桁の数が以下のように分布するという法則である。

最高桁の数	1	2	3	4	5	6	7	8	9
割合	0.30	0.18	0.12	0.10	0.08	0.07	0.06	0.05	0.04

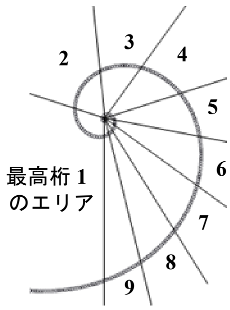
1、2 の割合は全体の約半分にも達し、その割合は 3、4、･･･、9 と大きくなるにしたがって小さくなる。
研究目的はベンフォード則の成り立つ理由を理解することと、ベンフォード則を利用して数値の意図的な操作を見抜くことである。

２．方法・結果

(1) 自然数 1~k が書いてある k 枚のカードから、最高桁が n の数のカードを引く確率 $P_n(k)$をグラフに整理する。これを n ＝ 1，2，･･･，9 それぞれについて調べた。
⇒$(n+1)10^m-1$(m =0,1,2,･･･)の位置に山が現れるグラフができた。

→ $\lim_{x\to\infty}\dfrac{\sum_{k=1}^{x}P_n(k)}{x}$ =（ベンフォード則の値）…①と予想し、$f(x)=\dfrac{\sum_{k=1}^{x}P_n(k)}{x}$ (x は自然数) のグラフで確かめた。

(2) 十進数の分布を螺旋で表し、各最高桁の数 1~9 の分布する範囲の割合を中心角を測って求める。螺旋は鎖を用いて、一つの輪を自然数の一つに対応させて作成する。どこに基準をとっても相似に見え、放射状の直線上に 10^m 倍の数が対応して並ぶようにする。 (各数同士の関係が等しく、1 周が桁上がりを表す。)
⇒各最高桁の数が分布する範囲の割合は次のようになった。



最高桁の数	1	2	3	4	5	6	7	8	9
角度（度）	116.2	58.0	50.0	30.5	23.5	23.5	20.0	21.7	19.0
割合	0.32	0.16	0.14	0.09	0.07	0.06	0.06	0.06	0.05

(3) AKB48 総選挙、某社の決算書についてベンフォード則を利用し数値の操作が行われていないか調べる。
⇒ベンフォード則の理論値に近い分布となった。

３．考察・結論

・①から、範囲が制限されない(k の範囲が十分に広い)数値の分布はベンフォード則に従うと推測される。
・十進数の並びを螺旋で表すと各最高桁の数が分布する範囲の割合はベンフォード則に従う。従ってベンフォード則は十進数の並びの特性が現れたものであるといえる。
・決算書に現れる金額や AKB48 総選挙の得票数の分布は、新聞に載っている数値の分布から大きく乖離していなかったことから、ベンフォード則に従っているといえる。

４．参考文献

・「数学で身に付ける柔らかい思考力」ﾀﾞｲﾔﾓﾝﾄﾞ社、ﾛﾌﾞ･ｲｰｽﾀｳｪｲ/ｼﾞｪﾚﾐｰ･ｳｨﾝﾀﾞﾑ著
・「指数・対数のはなし」東京図書、森毅　著　　・hosohashi.blog59.fc2.com/blog-entry-15.html

５．キーワード

・ベンフォード則　最高桁の数　統計　確率

2413　茨城県立並木中等教育学校
Ibaraki Prefectural Namiki Secndary School

４節リンク機構における入力・出力点の関係の数式化

Mathematical expression of input and output-point on 4-bar linkage

吉田　真也
Yoshida Shinya

Abstract

I derived a function about input and output-point on 4-bar linkage. Furthermore, I represented the graph of the function by using computer software.

１．目的

図１のように４点 O，P，Q，R を設定すると，最短リンクはリンク OP となるので，今回はリンク OP に隣接するリンク OR を固定する。点 P を円運動させると，点 Q は円弧の往復運動とすることから，点 P に入力した動きを，点 Q が形を変えて出力したと考えられるので，点 P を入力点，点 Q を出力点と名づける。また，点 P，Q を結ぶリンク上にいくつか点をとり，図形を描かせた。私は，それらを「入力点で描いた図形が，どのような過程を通して出力点の描く図形に変換されたのか」を示す図形だと考えた。これを，「図形変換の過程」と呼ぶことにする。一貫したテーマは図形変換の過程を解析することだが，そのためにはまず，入力・出力点の関係を関数で表さなければならない。そこで今回の研究では，４節リンク機構における入力・出力点の関係の数式化を試みた。

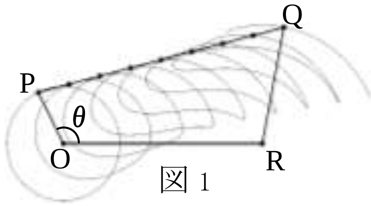


図１

２．方法

図２のように，座標上に点 O，R を固定点，入力点を点 P，出力点を点 Q，∠POR＝θ とした。そして図３のように，中心 P，半径 d の円 C_P と，中心 R，半径 c の円 C_R を連立方程式として解き，点 Q の座標を求めることにした。

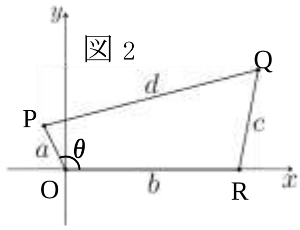


図２

３．結果

点 Q の座標を求めた。更に，この式を GRAPES で表示できた。

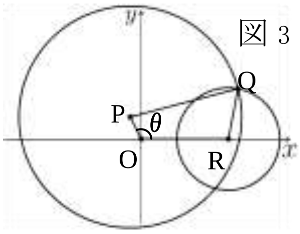


図３

４．考察

解の公式からの導出時に±が生じ，場合分けが必要となった。そこでスイッチ係数$|\sin\theta|/\sin\theta$ を考え，±の代わりに用いることで，場合分けの必要がなくなった。更に，図１のように，線分 PQ 上の点の軌跡も GRAPES で表示させることができた。

５．結論

４節リンク機構の入力・出力点の数式化に成功し、グラフ表示することができた。

６．参考文献

曲線の事典-性質・歴史・作図法-　田端毅，讃岐勝，磯田正美著，共立出版，2009

７．キーワード

リンク機構，スイッチ係数，入力点，出力点，GRAPES

(10) 栃木県立宇都宮女子高等学校
Tochigi Prefectural Utsunomiyajoshi High School

結び目の定理とゲーム

The Theory Of Knots And The Game

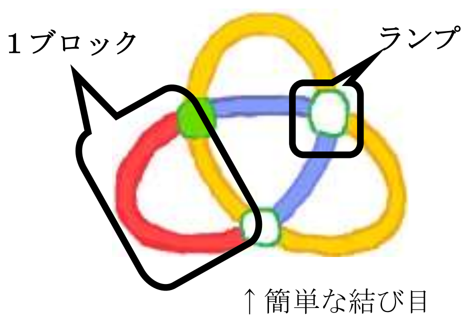
野村 陽澄美、増渕 加奈子、吉田 亜友美
Kisumi Nomura,Kanako Masubuchi,Ayumi yoshida

Abstract

There are many knots around us, but you don't know them well. Therefore, we made a game applied to the theory of knots to have you known them. Then,we studied a knack for winning in the game: we found algorithm and made flow chart.

1． 目的

結び目理論を利用してゲームを作り、攻略法について研究する。結び目を利用したゲーム・大阪市立大学数学研究所の『領域選択ゲーム』が既存する。



↑簡単な結び目

2． 研究方法

簡単な結び目を用い、三採色・交点全ての通り数を調べて、プログラミング。できたゲームを利用して攻略法を模索する。

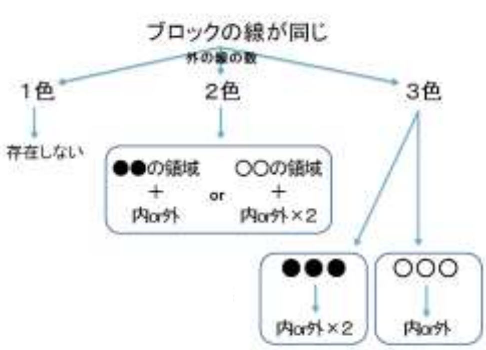
3． 結果

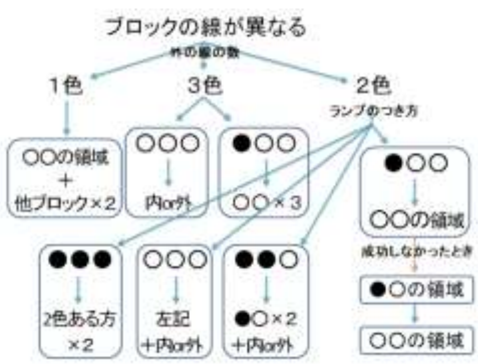
ゲームを作成した。

4． 考察

・他の線の色を変えずに１本だけ線の色を変えることは不可能
・同じ領域を３回選択すれば、線の色を変えずにそこに接しているランプだけを切り替え可能
・１ブロックだけ選択と他の２つのブロックを選択のランプの切り替えは同様

5． 結論 ~ゲームの攻略法~（●は on、○は off のランプを示す）





6． 参考文献

・河内明夫 岸本健吾 清水理佳（2010）『結び目理論とゲーム』朝倉書店
・大阪市立大学数学研究所 OCAMI (2011)『領域選択ゲーム』
http://www.sci.osaka-cu.ac.jp/math/OCAMI/news/gamehp/gametop.html

7． キーワード

結び目理論　領域選択ゲーム　三採色　交点　三葉結び目

無限級数の整数論的解釈

A number-theoretical method of understanding infinite series

海城高等学校 2 年　　　　妹尾共晃

Abstract

We managed to obtain a significant way of understanding some sorts of infinite series, such as infinite geometric series, in a number-theoretical style.

1.目的

解析的な考え方である無限級数を、整数論的関数を用いて表現する。

2.方法

一例として 1/n に収束する無限等比級数の中から適当なものを一つ持ってきて、それを連分数的に展開し、そこから約数和関数を用いた 1/n の展開との関連を調べる。

3.結果

具体例として 1/6 を用いる。

初項 11/72、公比 1/12 の無限等比級数は

$$\frac{1}{6}=\frac{11}{6}\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{12}\right)^{n}$$

これは

$$\frac{1}{6}=\cfrac{\frac{11}{6}+\cfrac{\frac{11}{6}+\cfrac{\frac{11}{6}+\frac{\iddots}{12}}{12}}{12}}{12}$$

と展開できる。

n,d,d'は自然数、$\sigma_1(n)$は n の約数の和を表している。また、d は n の、d'は d の約数とするとき、この展開は

$$\frac{1}{n}=\cfrac{\sum_{d|n}\cfrac{\sum_{d'|d}\cfrac{\iddots}{\sigma_1(d')}}{\sigma_1(d)}}{\sigma_1(n)}$$

によって解釈することができる。

4.考察

1/n に限らず、数論的関数を別の数論的関数によって上記のように展開することが可能なとき、それらは無限等比級数に代表されるような無限級数の類の整数論的な表現となっていることがある。

5.参考文献

吉田　武著　　『オイラーの贈物』　東海大学出版会　2010.

芹沢　正三著　『数論入門』　講談社ブルーバックス　2008.

階乗進法とその周辺
On some properties about factoradic

海城高校　　Kaijo High School

山口哲

Tetsu Yamaguchi

Abstract

We found a scale of notation named factoradic. We found a way to judge whether a number is multiples of arbitrary number. Also, we made definition of decimal in factoradic. In this talk, we introduce some properties about them.

1. 目的

n 進法を拡張して 1 桁目は 2 進法、2 桁目は 3 進法、3 桁目は 4 進法となるような記数法を考え，その記数法の性質について調べた。また、階乗進法の拡張も行った。

2. 方法

階乗進法での n の倍数の判定法を、階乗進法で 10…0 と 0 が t 個続くものが t!で割り切れることを利用して計算で求めた。また、一部の無理数の表記や有理数表記についての定理や予想を、計算ソフト“Mathematica”および“Excel”を用いて具体的に調べ、特定の性質があるものを取り出すことで見つけた。

3. 結果

t!が n の倍数となる最小の t に対し、下 t-1 桁が n の倍数ならば、その数は n の倍数であることが証明できた。また、一部の有理数の表記についての定理などが得られた。

4. 考察

現在全てのベキ進法で任意の有理数を表せることや階乗進法で無理数を表現できることができると考えているが、証明はできていない。それが今後の課題である。

5. 結論

具体的な倍数判定法については以下のようになった。2 の倍数…1 桁目が 0、3 の倍数…1 桁目と 2 桁目が等しい、等。有理数の表記についての定理は、以下等を得た。

定理　$\frac{1}{2}$=0.1,$\frac{1}{3}$=0.02,$\frac{1}{5}$=0.0104 のように、$\frac{1}{p}$(p は素数)の階乗進法表記の末尾は小数点以下 p-1 位であり、その値も p-1 である。

6. 参考文献

Donald E.Kunuth　The Art of Computer Programing Volume 2 Seminumerical Algorithms Thrid Edition 株式会社アスキー2004 年

芹沢正三　素数入門　計算しながら理解できる　講談社　2002 年

渡瀬一紀　発見的探索手法への階乗進数表現の適用

http://iroha.scitech.lib.keio.ac.jp:8080/sigma/bitstream/handle/10721/841/description_ja.pdf?sequence=3　2013/09/19 閲覧

7.キーワード

記数法

2230　高松第一高等学校
Takamatsu Daiichi Senior High School

高次合成数-約数の個数についての規則性-

Higher order Composite Numbers
-The regularity on the number of divisors-

細川雄太　田中幸一
Hosokawa Yuta Tanaka Koichi

Abstract

Higher order Composite Number is the number which has more divisors than any smaller number. It is discovered by an Indian mathematician, S.Ramanujan and an English mathematician, G.H.Hardy.

１．目的

高次合成数は素数と深く関係があり、多くの謎がある。未だ明確になっていない高次合成数を与える公式を発見することを目的とする。

２．方法

1 から 1000 までの数を素因数分解してみて高次合成数の特徴を調べる。
高次合成数に隣接する数を素因数分解して特徴を調べる。

３．結果

Ⅰ　擬似高次合成数　　約数の個数がＮ個である数の中で最も小さい数

約数の個数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
擬似高次合成数	1	2	4	6	16	12	64	24	36	48	1024	60

Ⅱ　高次合成数　　　それより小さいどの数よりも多く約数を持つ数

K 番目	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
高次合成数	1	2	4	6	12	24	36	48	60	120	180	240
約数の個数	1	2	3	4	6	8	9	10	12	16	18	20

４．考察

- 高次合成数とその隣接する数が互いに素であることを利用すると、高次合成数の前後に約数の個数が少ない数が分布することが予想される。
- 高次合成数に隣接する素数の逆数和が収束する。

５．結論

- 素因数分解の原理による擬似高次合成数を求める手順を発見した。
- 高次合成数の前後には約数の少ない数が分布すると予想される。
- 高次合成数に隣接する素数の逆数和は収束する。

６．参考文献

岩波数学辞典　第 3 版（日本数学会編集：岩波書店）

７．キーワード

高次合成数　約数　素数　ラマヌジャン　ハーディ

（指定校番号）　長野県飯山北高等学校

ゲーム理論～シグナリングゲームにより社会現象を解明する～

Game Theory ~Explication of Social Phenomena with Signaling Game~

研究者：池田健人　北村豪史　清水翔　丸山拓大　森竣平

Taketo Ikeda, Goshi Kitamura, Kakeru Shimizu, Takuo Maruyama, Syunpei Mori

Abstract

We studied Game Theory. We went through two stages to try to prove them. First, we learned an outlook of Game Theory. We gave special attention to “Signaling Game” this time. Second, we made two pieces of original “Signaling Game”, “One day of boy’s softball club” and “Kokoro”.In order to improve our research, we still need to make our explanation of “Signaling Game” simple. By doing this it will deepen our research.

１．目的

ゲーム理論により身近な社会現象を説明する。

２．方法

① 様々な具体例を通してゲーム理論について学ぶ。（例：逐次消去(囚人のジレンマ)、ナッシュ均衡（知らない方が得)、不完備情報ゲーム（チケットの交換、知らないほうが得）など）

② ゲーム理論の一つである「シグナリングゲーム」について「バレンタインのチョコレート」を例に学ぶ。「(ⅰ)予想 (ⅱ)男女のそれぞれの戦略 (ⅲ)利得の設定 (ⅳ)ゲームツリーの作成 (ⅴ)ゲームツリーから表の作成 (ⅵ)シグナリングゲームによる説明」の手順で考える。

③ 身近な例として(ア)「男ソフの日常」 (イ)「こゝろ」を挙げ、これらをシグナリングゲームで説明することを考えた。

３．結果、考察

① (ア)「男ソフの日常」では、「帰りたいのでゲームをする部員」と「練習させたい部長」をシグナリングゲームで説明した。「帰りたくても、帰りたくなくてもゲームをする部員・部員がゲームをしていても、していなくても練習を続ける部長」が均衡となり、予想と一致した。

② (イ)「こゝろ」では、「覚悟ならないこともないと言った『K』」と「『K』より先に結婚の申し込みをしたい『私』」をシグナリングゲームで説明した。「『K』のどの戦略に対しても『私』は結婚の申し込みをする」が均衡となり、予想に反した。

「こゝろ」の利得表

	(Tのとき,NTのとき)			
(進む,諦める)	(D,D)	(D,ND)	(ND,D)	(ND,ND)
(NT,NT)	−100,0 ; 100q+100(1−q),100	−100,0 ; 100q+100(1−q),−20	−100,0 ; −100q+0(1−q),100	100,0 ; −100q+0(1−q),−20
(NT,T)	−100,0 ; 100,100	100,0 ; 100,−100	−100,0 ; 0,100	100,0 ; 0,−100
(T,NT)	−100,0 ; 100,100	−100,0 ; 100,0	100,0 ; −100,100	100,0 ; 100,0
(T,T)	−100,0 ; 100p+100(1−p), 100	−100,0 ; 100,−100p+0(1−p)	100,0 ; −20,100p+100(1−p)	100,0 ; −20,−100p+0(1−p)

③ (ア)(イ)ともにシグナリングゲームによる説明と、実際の戦略とは同じになった。

５．今後の課題

上記のように均衡は出たが、利得の値の範囲をどこまで移動させれば均衡が変化するのか吟味し、利得の値の信憑性をより高める必要がある。

６．参考文献

ゲーム理論入門（2010）信州大学経済学部　村上範明

７．キーワード

ゲーム理論　利得表　戦略　均衡　シグナリングゲーム　ゲームツリー

名城大学附属高等学校
Meijo University Senior High School

万華鏡の研究
Research of Kaleidoscope

石川 和磨　佐治 瞳　中屋 由希菜
Ishikawa Kazuma　Saji Hitomi　Nakaya Yukina

Abstract
We have an aim that mathematically analyze kaleidoscope. We are researching of the angle of mirrors and relations of the number of images. As a result, we understood that there was a regularity.

１．目的
発展的な研究をするために、万華鏡の仕組みを理解する実験を行った。

２．方法
２枚の鏡を角度をつけて置き、その間に物体を置いて物体と像が合わせて何個見えるか調べる。実際に万華鏡を作りどのような像が見えるか、または物体と像が合わせて何個見えるか調べる。

３．結果
90°　: 4 個　60°　: 4 個　45°　: 8 個　120°　: 3 個　72°　: 5 個
八面体万華鏡 : 8 個　二十四面体万華鏡 : 12 個
①90°=(360°)/4　②60°=(360°)/6　③45°=(360°)/8
④120°=(360°)/3　⑤72°=(360°)/5

４．考察と結論
眼の位置により見え方が異なる。また、結果より鏡の間の角度をθ物体と像の数をｎ個とした場合、次の式が成り立つ。
　360°÷θ＝ｎ　これはブリュースターによって発見されたものと同じであることが確かめられた。

５．展望
像の形が実験する前にどのような形になるかを推測できる数式や法則を見つけ出す。

６．参考文献
ジオメトリック・アート　カスパー・シュアーペ＋石黒敦彦/著
講談社サイエンティフィク　新しい数理実験　高木隆司/著

７．キーワード
八面体万華鏡　二十四面体万華鏡万華鏡

名城大学附属高等学校
Meijo University Senior High School

球の体積 - 4π/3 とは何か -

The Volume of Sphere –What 4π/3 Means–

仲田 将斗
Nakata Masato

Abstract

I have searched for a simple and comprehensive way for calculating the volume of the sphere in the n-th dimensional space. I started from defining the volume and a coordinate system analytically, and then, derivated the volume.

１．目的

一般次元空間における、三次元で球やその体積に相当するものを簡素かつ包括的に求める。

２．方法

n 次元での体積を体積素の積分によって定める。その後、球の扱いに適した球座標を導入し、それによる体積素の具体的な形を求める。積分をする準備として、正弦関数の 0 から π までの定積分の値を示す。

最後に、体積素を実際に積分し、半球の体積を求めた。

３．結果

体積＝{2^[(n−1)/2] π^[n/2] 半径^n}/(n!!)

n は空間および球の次元、[x]は x(∈ℝ)を超えない最大の整数。

４．考察・結論

途中、文献の記述を信頼して、自らの証明をせずに「直交系になる」と仮定した。しかし、他のアプローチによるものと同値な式が得られたので、仮定は間違ってないと考えられる。それでも証明は必要だと思うので、今後それを完遂することを目指す。

体積だけでなく表面積に相当するものも求めて、より簡潔で統一的な方法を考え出したい。

５．参考文献

一石 賢「物理学のための数学」ベレ出版、2012 年
齋籐正彦「基礎数学１　線型代数入門」東京大学出版会、1966 年
Ｒ．リーバー「数学は相対論を語る」水谷 淳訳、ソフトバンククリエイティブ、2012 年

６．キーワード

球　一般次元　体積　体積素　多重積分　偏微分　三角関数

2323　滋賀県立膳所高等学校
Shiga Prefecture Zeze High School

循環小数の循環節の長さ
The Length of the Repetend of Recurring Decimal

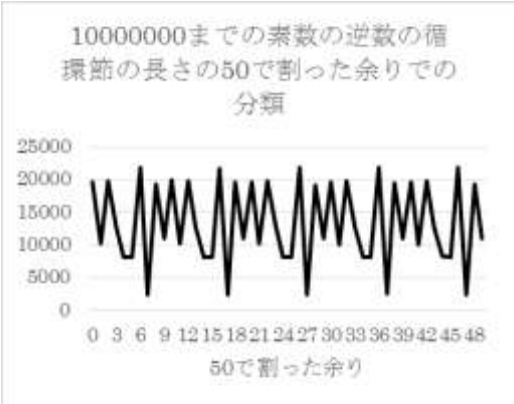
小原　和馬、　戸田　朔、　山本　唯登、　渡部　慎也
Kazuma Ohara, Hajime Toda, Yuito Yamamoto, Shinya Watanabe

Abstract

The nature of recurring decimal is not well known. We were interested in the length of the repetend of recurring decimal. Therefore, we looked for rules of the length of the recurring period.

１．目的
循環小数における循環節の長さに潜む規則性を見つける。

２．方法
素数の逆数において、コンピュータによる計算を用いて規則性を探し、それらを証明する。例えば、循環節の長さを特定の自然数で割ってその余りで分類したときの割合を調べた。また、それらの規則を一般の循環小数にあてはめられるようにする。



３．結果と考察
一般の自然数の逆数についての場合は、互いに素な数の積の場合と素数のべき乗の場合から、素数の逆数についての問題に帰着できることが分かった。また、素数の逆数を素数や２素数の積で割った余りで分類すると、特定の数に合同となるものだけが少ないことがわかり、その特定の数の条件も数式で表すことができた。自然数の自然数乗で分類すると、元の数での分類の比が繰り返されるということも分かった。

４．キーワード
循環小数　循環節　素数

2530 大阪府立大手前高等学校

素数からなる等差数列

伊藤 淳平、柏谷 寛太、下地 雄貴、富岡 大祐、水城 純、屋良 春樹

1. 研究の概要

今年の夏に行われた、大手前高校の行事「サマースクール」の数学研究発表で、私たちのグループは「異なる 7 個の素数が等差数列をなしているとき、この等差数列の最大項の最小値を求めなさい。」という問題に取り組んだ。当初、思い違いをして最小値よりも大きな解を導いてしまったが、その原因について議論を深めるなかで、「7 個の素数」ではなく、より多くの個数の素数でも成り立つのでは、と考えた。まだ、一般の場合については成果が得られていないが、ここまで研究した内容について報告したい。

2. 方法

まず、実際に初項と公差を慎重に選びながら、素数で等差数列を作って実験を行った。初項と公差をいろいろと変えながら実験を繰り返すうちに、公差が大きな影響を及ぼすことを発見した。そこで、公差に関する必要条件を洗い出していくことで、候補を絞る作戦をとった。

3. 結果

まず、7 個の素数で等差数列を作る場合には、等差数列の各項の中に「2, 3, 5,の倍数」を作らないため、公差は（これらの最小公倍数である）「30 の倍数であること」が必要であることを見いだした。

そのうえで、各項の中に 7 の倍数を作らないための必要条件として、「初項が 7 であり、かつ公差が 7 で割り切れない 30 の倍数である」または「初項が 7 以外であり、かつ公差が 210 の倍数である」ことを見いだした。

これらの必要条件を用いて最小値を検討した結果、初項 7、公差 150 とした場合の末項 907 が最小となることを導いた。

4. 考察・課題

個数を変化させた場合でも、同様に必要条件を見つけることはできるが、必要条件をみたすような等差数列が存在するかは、具体的な例を見つけることでしか示すことができなかった。何らかの発想の転換が必要だと思うが、今後の課題である。

5. 参考

「異なる 7 個の素数が等差数列をなしているとき、この等差数列の最大項の最小値を求めなさい。」は英国数学オリンピック(British Mathematical Olympiad)第一次予選(2005 年)の問題である。

6. キーワード

素数　等差数列　数学オリンピック

2331 香川県立観音寺第一高等学校
Kanonji Daiichi High School

一刀切り
“Ittou-giri”

大賀 春輝　合田 太一　近藤 諒太
Haruki Oga,　Taichi Goda,　and　Ryota Kondo

Abstract
“Ittou-giri” is to cut a polygon out of a sheet of paper with only one cut with scissors. We tried to prove that any polygons can be cut out with “Ittou-giri,” but it was difficult for us to prove that and we haven’t succeeded yet. However, through our study, some laws were found.

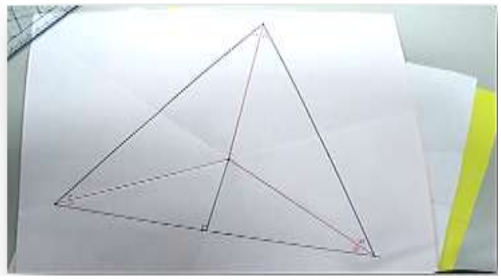
1 目的

任意の多角形について一刀切りできる折り方を調べ、それをもとに全ての多角形について一刀切りができるということの証明をする。

2 方法

その１　適当に描いた多角形について一刀切りできる共通した折り方の考え方を考える。

その２　インターネットから三角形の折り方を探し、その他の多角形についてもそれをもとに折り方を考え、数学的帰納法を使う。まず三角形と四角形について一刀切りできることを証明する。そして４以上の自然数をｋとし、ｋ角形は一刀切りできると仮定したとき（ｋ＋１）角形が一刀切りできるということを証明しようとした。



3 結果

角の二等分線をうまく組み合わせることで一刀切りが可能になること、数学的帰納法において内心と傍心が深く関わっている事がわかった。

4 考察

k+1 角形のいずれかの一辺と隣り合う二辺を延長することで作られる k 角形が一刀切りできる事を使って、k+1 角形が一刀切りできる、という辺が少なくともひとつある。

5 結論

具体的な角の一刀切りはできたが、数学的帰納法による証明は出来ていない。

6 参考文献

ひと裁ち折りの魅力・もうひとつの紙あそび　山本厚生著　萌文社

7 キーワード

一刀切り　折り紙　多角形　数学的帰納法

2331 香川県立観音寺第一高等学校
Kanonji Daiichi High School

N倍した実数の小数部分の分布

The Distribution of Decimal Parts of N Times the Real Numbers

大西 亜弥　米谷和馬　三宅 功朔
Aya Onishi,　Kazuma Maitani,　and　Kousaku Miyake

Abstract

{Na} is the decimal part of N times “a”, where “a” is a positive number. This research investigates how {Na} is distributed.　Firstly, in the case that “a” is rational; it is shown in a graph that the distribution of the decimal part {Na} has cyclic periodicity. This is proved by using a congruence equation. This led to the conclusion that in the case that “a” is irrational, the decimal part {Na} does not have cyclic periodicity.

１．　目的

{Na}の分布を調べ、得られた結果を考察する。

２．　方法

まずaが有理数の場合に絞り、Excelを用いて{Na}を計算しグラフ化する。次にグラフにより考えられる傾向を分析し証明する。さらに有理数の場合の考察で得られたことをもとに、aが無理数の場合を考察する。

３．　結果

グラフでは、aの値によって{Na}が一定の個数ごとに周期を持っていた。また{Na}が存在する値では{Na}の存在個数はそれぞれ等しく、{Na}が存在する値は区間[0,1)に等しい幅で存在した。

４．　考察

aが有理数の場合について、①{Na}は周期を持つこと、②$a=\frac{l}{m}$(ℓは整数、mは自然数)とおいたとき{Na}は$\frac{1}{m}, \frac{2}{m}, \cdots\cdots \frac{m-1}{m}$上に均等に分布すること、の二つを一般に証明した。またaが無理数の場合については区間[0,1)に一様に分布することは予想できたが、このことは有効な証明を見つけられなかった。

５．　結論

aが有理数の場合は、{Na} は周期を持ち、区間[0,1)の間で値の幅が均等に分布する。またaが無理数の場合は、{Na}は周期を持たず、区間[0,1)に一様に分布する。

６．　参考文献

「数学の森 in Kyoto」　http://cr.sci.kyoto-u.ac.jp/math/
「ワイルの一様分布定理」
http://members3.jcom.home.ne.jp/zakii/enumeration/69b_equidisribution.htm

７．　キーワード

合同式　剰余類　ワイル

２５１７　新潟県立長岡高等学校
Niigata Prefectural Nagaoka High School

5 次方程式の解法の考察
A Study of Solvable quintic equations

外山 瑛章　石黒 吉洋　石原 充
Eisho Toyama, Yoshihiro Ishiguro, and Mitsuru Ishihara

Abstract

We wonder why quintic equations are not always solvable. By the Galois theory, we found that whether the quintic equations can be solved or not depends on their coefficients. We also found how to solve them.

１．目的

5 次以上の方程式は解の公式が存在しない一方で、可解な 5 次方程式があることを知った(たとえば $x^5-2=0$)。そこで、どのような 5 次方程式が可解で、どのように解くことができるのかについて知ることを目標に研究を進めることにした。

２．方法

3 次方程式、4 次方程式の解法をガロア理論によって理解し、5 次方程式にどのように応用できるのか考えた。まず 5 次の可解群によって不変となる多項式を考えた。

３．結果

C_{20}(S_5 の部分群で位数が 20 の可解群)に対応する体の元 p_1 を求めた。

$p_1=\alpha_1^2\alpha_2\alpha_5+\alpha_1^2\alpha_3\alpha_4+\alpha_2^2\alpha_1\alpha_3+\alpha_2^2\alpha_4\alpha_5+\alpha_3^2\alpha_2\alpha_4+\alpha_3^2\alpha_1\alpha_5+\alpha_4^2\alpha_1\alpha_2+\alpha_4^2\alpha_3\alpha_5+\alpha_5^2\alpha_2\alpha_3+\alpha_5^2\alpha_1\alpha_4$

４．考察

・もとの 5 次方程式の係数から求めることができる 6 次分解式が 5 次×1 次の多項式に因数分解できることが可解の条件となる。(5 次方程式の可解判定規準)

・可解な 5 次方程式を解く手順を見つけた。

(1)ζを 1 の 5 乗根、k=1, …, 5 として$\beta_k=(\alpha_1+\alpha_2\zeta^k+\alpha_3\zeta^{2k}+\alpha_4\zeta^{3k}+\alpha_5\zeta^{4k})^5$を展開する。

(2)β_1 のζ^{k-1}の係数をγ_kとおいて、γ_1(有理数)を求める。

(3)$h(x)=(x-\gamma_2)(x-\gamma_3)(x-\gamma_4)(x-\gamma_5)$を展開し、係数(有理数)を求め、4 次方程式を解く。

(4)βを求め、(1)の 5 つの式を連立してαをそれぞれ求める。

５．結論

5 次方程式の可解判定規準と解法のおおまかな流れを発見できた。実際の方程式を解いて、発見が正しいかどうか確認したい。

６．参考文献

雪江明彦 代数学 2 環と体とガロア理論
彌永昌吉　ガロアの時代 ガロアの数学 数学篇

２５１７　新潟県立長岡高等学校
Niigata Prefectural Nagaoka High School

素数の２進数展開について
Binary representation of prime numbers

高野　美空　　山岸　優理
Miku Takano and Yuuri Yamagishi

Abstract

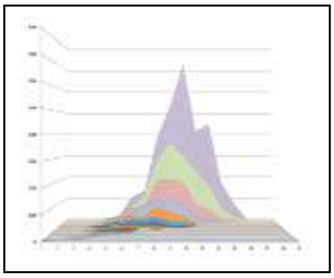
We researched the distribution of prime numbers, when they are represented in binary. We made sure that the primes are evenly distributed among the type of 8n+1, 8n+3, 8n+5, and 8n+7. In addition we conjectured the number of 1 of n-digit prime numbers tends to collect in half of n.

１．目的

本校の数学の先生から 4 で割ると 1 余る素数と、3 余る素数はほぼ等しく存在するらしいということを聞き興味を持ち、調べることにした。また、桁数とビット数(1 の個数)との関係も調べてみることにした。

２．方法

1 から 10 万までの中にある素数を Excel を用いて 2 進数展開し、下 2 桁、下 3 桁の数字と余りの関係に注目してそれぞれの個数を調べた。また、桁数と素数の個数やビット数ついても調べた。



３．結果と考察

・4 で割って余りが 1、3 の素数はそれぞれほぼ等しく存在した。また、8 で割って余りが 1、3、5、7 の素数も同様にほぼ等しく存在した。
・桁数と素数の個数の関係は、素数定理によるものと近い値がでた。
・ビット数についてはグラフのような結果を得た。

４．結論

・余りによる素数の分類は、従来から知られている結果が確かめられた。
・素数定理が成り立っていることが実際に確かめられた。
・ビット数はその数の桁数の半分の値が一番多くなることが予想される。10 万以上の素数についても予想が成り立つか調べてみたい。

５．参考文献

「親子で学ぶ数学図鑑」著　キャロル・ヴォーダマン　訳　渡辺滋人
素数表　http://members.just-size.net/prime/prime1.html

６．キーワード

素数　２進数　ビット数　素数定理

北海道釧路湖陵高等学校
Kushiro Koryo High School

数学基礎論による、小学校算数科の内容の再考察
Reconsideration of arithmetic in elementary school with Theories of Mathematic Foundation

髙橋 幸聖
TAKAHASHI Kose

Abstract

I got interested to define arithmetic taught in elementary school more strictly. In this report, I tried to prove the justice of Positional Numeration System based on “Peano axioms”. To prove it, I thought it is required to show Comprehensiveness and Uniqueness of that system. And I showed them by proving some properties of natural numbers and their operations.

1 目的

小学校算数科におけるいくつかの暗黙の了解について数学的に厳密な考察を与えていき、算数科の内容を厳密化することを目的とした。そこで四則演算の筆算の正当性を検証する際に位取り記数法について触れておく必要があったので、これについて研究した。

2 方法

まずペアノの公理により自然数の集合を定め、加減及び乗法と冪乗を定義し、これらにかかわる種々の性質（交換法則、結合法則、除法の原理など）を証明し、これを基に、位取り記数法の有効性を、包括性と一意性の2つの観点から確かめた。ただし、0を自然数に属するとした。

3 結果及び考察

除法の原理より、自然数における除法の商と余りは一意的に定まり、これらは自然数である。

さて、任意の自然数を 1 より大きい自然数 E で割るとき、商と余りはともに一意的に定まり、この余りが、E^0 の位の値となる。この操作を $(\mathrm{n}+1)$ 回繰り返すと、$(\mathrm{n}+1)$ 回目で得られる余りが、E^n の位の値となる。このことから、位取り記数法は包括性と一意性をもつといえる。

4 展望

ここから、当初のように筆算の手段の裏づけを図るとともに、有理数の演算についても考察を行いたい。

5 参考文献

結城 浩,『数学ガール ゲーデルの不完全性定理』, ソフトバンククリエイティブ, 2009

6 キーワード

算数 位取り記数法 ペアノの公理 数学基礎論

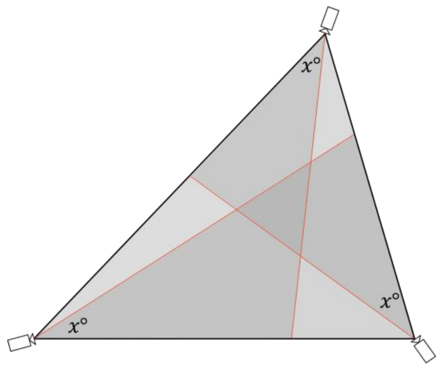
2424 筑波大学附属駒場高等学校
Senior High School at Komaba, University of Tsukuba

防犯カメラの設置問題
A　Problem of Installing security cameras

富士　晃成　（２年）
Terunari　Fuji

Abstract
Suppose there are three security cameras whose viewing angles are $x°$ and each of them are installed in vertexes of a triangle.
I want to find out *"t"* such that
"$t \leq x \Leftrightarrow$ ***all points in the triangle are watched by one or more cameras***".

1. 目的
三角形の各頂点に視野$x°$の防犯カメラを設置して三角形の内部すべてを見張れるようにしたいとき、$x°$をどこまで小さくできるかを求めたい。(任意の三角形に対して)



2. 方法
ブロカール点を使う。ブロカール角を$\theta°$とするとxの下限はθになるので三角形の形を変えた時のθの上限を考える。

3. 結果
$\tan\theta° \leq \frac{1}{\sqrt{3}}$　すなわち$\theta \leq 30$　がわかる。ゆえに$x \geq 30$

これは共通角をうまくいかせるように余弦定理の式を立て、それらを足し合わせて、不等式評価を行うことでわかる。不等式評価はヘロンの公式を使う方法やイェンゼン、等周不等式を用いる方法がある。

なおErdős-Mordellの不等式を使うとより簡単にわかる。

4. 考察
三角形の場合はヘロンの公式など複数の方針で示せたがおそらく一般化に最も有効なのはイェンゼンの不等式と等周不等式を組み合わせる方針である。

一般のｎ角形については、三角形でのブロカール点のようなものが存在するとは限らないが少なくとも存在するものに関しては上の方針で$x \geq 90 - \frac{180}{n}$ が示せる.

ブロカール点のようなものが存在しなくても$x \geq 90 - \frac{180}{n}$ が成り立つと予想している。

5. 結論
ひとまず三角形の場合は、その内部を三台のカメラで見張るときは視野が30°以上のものを用意すればよい

6. 参考文献：なし

7. キーワード：イェンゼンの不等式、　等周不等式(多角形版)、　ブロカール点

筑波大学附属駒場高等学校
Senior High School at Komaba, Univercity of Tsukuba

特殊な漸化式が魅せるもの

Traits of peculiar recurrence relations

的矢　知樹
Kazuki MATOYA

Abstract
 Most of non-liner recurrent relations cannot be solved. I made solvable non-liner recurrent relations by having made answer at first. Some of them show me famous diagrams and expressions. Using solvable non-linear recurrent relations, I made my knowledge of them deeper.

１．目的

　ほとんどの非線形漸化式は解けない。そこで答えから解ける非線形漸化式を作り、その漸化式が表現している特徴的でよく知られている式や図に関する知識を深める。

２．方法

身近な超越関数である三角関数の加法定理を用いて非線形漸化式を作り、その漸化式が表現している特徴的でよく知られている式や図を見つけ、考察する。

３．結果・結論

　cos の２倍角の公式より２に収束することで有名な多重根号の式を得て、tan の２倍角の公式よりニュートン法に用いる式を、x 切片を持たない放物線に適用した時を表現する式を得た。

一般項が分かったことにより、後者について有限で終わるかどうかループに陥るのかずっとランダムに動き続けるのか、容易な識別が可能になったなどの興味深い結果を得た。

関数の定義域を複素数にまで拡大することで、両者の解が適用できる範囲が拡大できるということを得られた。

４．考察・感想

高校生ならだれでも知っている式から興味深い結果が得られた。非線形漸化式という分野の奥深さとそれにあまり手を触れていなかったことを実感した。非線形漸化式は様々な研究がなされており、もっと勉強したい。

５．参考文献

なし

６．キーワード

漸化式　非線形漸化式

2415 清真学園高等学校・中学校
Seishingakuen high school & junior high school

ルービックキューブの数理「動きと全模様の数式」

Mathematics "numerical formula of movement and all designs" of the Rubik's Cube

本間　佳史
Keishi Homma

Abstract

We investigated "the equation of all phenomena of the Rubik's Cube of N×N×N".
We studied an equation for the number of designs that there was when I moved a Rubik's Cube of N×N×N and simplified it.
(The Rubik's Cube is not a Rectangular solid)

1.目的

立方体のルービックキューブを適当に動かしたときにできる模様の総数を求めることができる数式を作る。また、その根拠を明らかにする。

2.方法

ルービックキューブのキューブを特徴から分類して、向き、対応数、キューブ数などを調べ、それぞれの配置数を求める数式を作り、それらをまとめてひとつに数式にする。

3.結果

（左の数式は N が奇数の時、右の数式は N が偶数の時）

$$\frac{8!\times 3^7 \times 12 \times 2^{10} \times 24!^a}{4!^b} \qquad \frac{8!\times 3^7 \times 24!^c}{24 \times 4!^d}$$

$$a = \frac{(N+1)(N-3)}{4} \quad b = \frac{3(N-2)^2 - 3}{2} \qquad c = \frac{N(N-2)}{4} \quad d = \frac{3(N-2)^2}{2}$$

4.考察

N の値に関係なくキューブは特徴により分類が可能であり、それぞれの配置数を求めることが可能。よって模様の総数を求めることが可能であると考えられる。

5.今後の課題

・もっと数式を簡略化し、直方体のルービックキューブの模様の総数を求めたい
・動きの構造を群と照らし合わせていきたい

6.参考文献　「ルービックキューブと数学パズル」島内剛一　日本評論社

7.キーワード　コーナーキューブ、エッジキューブ、一面体

(2318) 静岡県立磐田南高等学校

ライフゲーム暗号
Cipher of Conway’s Game of Life

加藤和志　加茂朗　竹内歩　東野祐太　安西渉
Kazushi Kato　Hogara Kamo　Ayumu Takeuchi　Yuta Higashino　Wataru Yasunishi

Abstract
Today, the Internet is spread and much information is interchanged. Therefore, we are interested in the technology of administration of information, especially "Cipher".
We examined various cipher by the view of "speed" and "strength", finally we make our own cipher. As a result, our cipher has advantages of ciphers which are used in Internet.

§1.目的
私たちはこれまでの研究を参考に独自の暗号方式を考案したいと考え,ライフゲームに着目し,これに基づく暗号を実装,その処理速度,安全性を考察することを目的とした.

§2.ライフゲームについて
ライフゲームは,複数のセルでできた盤面に「生」を黒,「死」を白で表し,ルールに従い世代を更新するシミュレーションである.

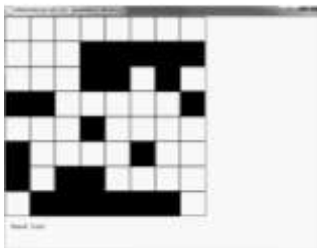


図　ライフゲーム実行の様子

§3.仮説
ライフゲームを暗号に応用することで,短い暗号鍵でより堅牢な暗号化ができる.

§4.方法
我々が考案したライフゲーム暗号を,C++を用いて暗号プログラムを作成し,処理速度を検証する.また理論的な面から堅牢性を検証する.

§5.結果
共通鍵暗号の暗号鍵をライフゲームを用いて増幅させる新しい暗号,ライフゲーム暗号を考案した.このライフゲーム暗号は我々が以前実装した擬似 RSA と比較して,処理時間はより短い.

§6.考察
ライフゲーム暗号は暗号鍵数列がおよそライフゲーム実行回数倍になるため暗号鍵を平文と排他的論理和するだけの単純な共通鍵暗号より堅牢性が高いと考えられる.

§7.結論
ライフゲーム暗号は,RSA 暗号より速い暗号化が可能である.また,短い暗号鍵で相対的に堅牢性が高くできる.

§8.参考文献・サイト
・基礎プログラミング演習 I 資料-チャレンジャー向け課題-
http://www.cse.kyoto-su.ac.jp/~oomoto/lecture/program/C/lifegame/index-j.html
・　一松　信,2005,暗号の数理,講談社
・　フレッド=パイパー・ショーン=マーフィ,2004,暗号理論,岩波書店

愛知県立明和高等学校
Aichi Prefectural Meiwa Senior High School

穴あき魔方陣
Perforated magic square

星野創　大塚陸渡　甲斐野佑真
Hoshino Sou, Otsuka Rikuto, and Kaino Yuma

Abstract

We tried to make some magic square with holes by reducing the number of numerals from n^2, which is the number of numerals used for common magic squares, to n^2-m. As a result, we were able to make some perforated magic square and we found two algorithms to make them.

１．目的

「穴あき魔方陣」（すなわち、数字の入っていないマスがいくつか存在する魔方陣）を作ってみる。更に、一般的な作成方法はあるか考える。

２．方法

ア　魔方陣の列を入れ替えても縦横の和は等しいままであることから、縦横の和を揃えた後、斜めの和を揃えればよいと考え、実際に試行錯誤をして作成する。

イ　作成できた穴あき魔方陣を利用して新たな穴あき魔方陣を作る。

３．結果

方法アから、５次５穴、６次１２穴、９次９穴の穴あき魔方陣と、８次３２穴の穴あき完全魔方陣を作ることができた。

方法イから、５次５穴の穴あき魔方陣から１５次４５穴の穴あき魔方陣を作ることに成功した。

５次５穴(和 42)

13	20	8	1	
4	11		10	17
	9	12	16	5
7	2	19		14
18		3	15	6

４．考察

方法ア：５次、９次で穴のあいた魔方陣を作るとき、縦横の揃えるための一定の法則を見出せたので、４ｎ＋１次のとき穴あき魔方陣を作れると予想できる。

２ｎ次完全魔方陣を作れるとき、４ｎ次$8n^2$穴の穴あき完全魔方陣を作れる。

方法イ：n_1次で各列に同数、合計ｍ穴のあいた穴あき魔方陣とn_2次魔方陣が作れたとき、$n_1 n_2$次$m n_2^2$穴の魔方陣を作れる。

５．結論

いくつかの穴あき魔方陣を作ることに成功した。また、一般的な作成方法のアルゴリズムを２通り発見した。

６．参考文献

なし

７．キーワード

魔方陣　完全魔方陣

2450　大阪府立住吉高等学校
Sumiyoshi High School

正ｎ角形
regular n-sided polygon

中村　美沙稀　，黒田　良明　，榎本　亮輔
Misaki Nakamura, Yosiaki Kuroda, Ryosuke Enomoto

Abstract
This study analyzed how to construct a regular n-sided polygon.
The method that a n-th root of unity in the complex plane was drawn was adopted.
The result shows that it is able to be constructed if it is done by using compasses and a ruler.

１．目的
１のｎ乗根 $Z^n = 1$ を満たす複素数 Z を複素数平面上に図示することによって正ｎ角形を作図する。

２．方法
複素数平面の半径１の単位円上に、 $Z^n = 1$の解の座標を極形式

$$Z_k = \cos\frac{2k}{n}\pi + i\sin\frac{2k}{n}\pi \ (k = 0,1,2・・・n-2, n-1)$$

で表わすことによって正ｎ角形を作図する。

３．結果
$Z^n = 1$ の解の個数と正ｎ角形の頂点の数は同じであるが、作図によって正確に描くことができない解の値があるため、すべての正ｎ角形を作図することは不可能であった。

４．考察
$Z^n = 1$ の解の座標の”$\cos\frac{2k}{n}\pi$ の値”または“$\sin\frac{2k}{n}\pi$ の値”を定規とコンパスで正確に複素数平面上にとることができれば、正ｎ角形を作図することができる。

５．結論
正ｎ角形を作図する前段階として、１のｎ乗根、共役複素数、解と係数の関係、三角関数などの数学的考えが必要であり、計算した値をコンパスと定規で描くことができれば作図が可能である。

６．参考文献
遠山啓著　数学入門（上）岩波新書　　，　　啓林館編集部 Focus　Gold（啓林館）
矢野健太郎・高橋正明著　モノグラフ「複素数」科学新興新社

７．キーワード
正ｎ角形、複素数平面、１のｎ乗根，共役複素数

（2225）奈良女子大学附属中等教育学校
Nara Women’s University Secondary School

塔の美しさは数式のままに
The elegance of a numerical formula hidden in pagodas

田村　拓也
Tamura Takuya

Abstract

The beauty of a pagoda is from the silver ratio. The pagoda in Horyuji temple, the oldest wooden building in the world has the silver ratio, which can be seen in the rate of the top layer to the bottom layer in the design drawing. However, it seems that the silver ratio is not used in other pagodas built after Horyuji temple. But if you look up at the tower at a gate, you can see the silver ratio in your vision. I expose to light the elegance of a numerical formula hidden in pagodas.

１．目的

学校への通学路で毎日眺める興福寺の五重塔は非常に美しいと感じた。また、薬師寺の三重塔は裳階をもち、アメリカの東洋美術史家であるフェノロサは「凍れる音楽」と評したほどである。この美しさはどこに由来するのかを明らかにしたい。

２．方法

イ）　日本全国にある塔の設計図から屋根の最上層と最下層の長さの比を求める。
ロ）　3D CG Animation ソフト Blender を用いて距離と比の関係を求める。

３．結果

イ）　隋から寺院建築が輸入されて最初に造られた法隆寺には白銀比が見られたが、それ以降に造られた塔には白銀比は見られなかった。
ロ）　法隆寺以降の塔には、その寺の境内における重要な地点、特に門のところから見た塔の比が白銀比になっている。

４．考察

当時、数学的に白銀比というものは発見されていなかったが、おそらく帰納的に美しい比であるとされ法隆寺に取り入れた。その後、三次元的に塔の美しさは設計図と異なるとわかり、境内の重要な点から見た比を白銀比になるような設計に変容したのではないかと考察できる。

５．感想

毎日見ている塔の美しさが数学的に意味のあるものであったことが嬉しく、また古代日本の建築家が三次元的に美しさを観察していたことに驚いた。

６．キーワード

白銀比　　三次元　　寺院建築　　建築美

愛媛県立松山南高等学校

関数グラフアートの研究
The research of function graph art

住田悠太郎　斎藤　弥晃　髙野　航洋　白石　夏輝

Yutaro Sumida,Hiroaki Saito,Koyo Takano,and Natsuki Shiraishi

Abstract

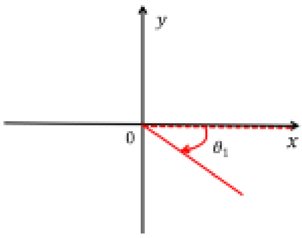
Though making function graph arts, we could get the knowledge of functions and graph, and understand the practical use of mathematics to building. In addition, a question that we mothered we generalized the inclination of the roof arose so me challenged it.

１．はじめに

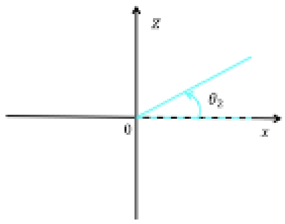
関数グラフアートを通して、関数、グラフに対する知識を深め、建築物における数学の有用性を理解する。また、作成途中に「屋根の傾きを一般化できないか。」という疑問が生じたため、このことについても挑戦してみた。

２．方法

関数グラフアートは、関数電卓を用いた。縦と横の比を１：１, $\alpha:1$、また、角についてθ_1, θ_2を以下の通り定め、人から見る視覚的な直線の傾きを一般化した。

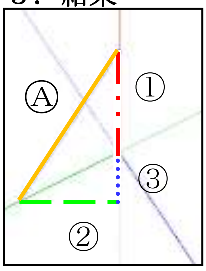


真上から見た図



真横から見た図

３．結果



空間上の線分Ⓐを平面上の線分の傾きとみなす。

今回は辺の比を$\alpha:1$とした。

①の長さの比は$\alpha\cos\theta_2$、②の長さの比は$\cos\theta_1$、③の長さの比は$\sin\theta_1\sin\theta_2$

となり、Ⓐの傾きを***m'*** とすると　$m' = \frac{\alpha\cos\theta_2 + \sin\theta_1\sin\theta_2}{\cos\theta_1}$ となる。

４．考察

各θの角度を特定することができれば視覚的な傾きを算出できることが分かった。また、この研究を発展させることによって直線のもともとの傾きを求められるようになり、関数グラフアート上で自分の思い通りの直線の傾きを作成することができるのではないかと考えた。

５．結論

私たちがいつも見ている美しい景色や建造物は数学的観点から捉えると、それらは数式で表すことができる可能性が存在すると考えた。また、それらを組み合わせることによって、私たち一人一人がそれぞれ自分たちの見たいと思う景色を数学的に表すことのできる日が来るのではないかと考えた。

６．キーワード　関数グラフアート　θ_1　θ_2　見かけの傾き　$a:b = \alpha:1$

愛媛県立松山南高等学校

数学と折り紙

木村公亮　藏本恵介　重見遼真　松木優一郎
Kimura Takaaki, Kuramoto Keisuke, Shigemi Ryouma, And Matsuki Yuitiro

Abstract

We mathematically analyzed origami, which meant that we regarded a sheet of origami-paper as a plane and researched how to fold it by using the solutions of some equations. In the research we found out the nature of a regular pentagon and a regular heptagon through the use of the cyclotomic equation and the gaussian plane.

1. 目的

図形と方程式の関係性を追求し、正奇数角形を表す。

2. 方法

座標平面上で正奇数角形の頂点の 1 つを(0,1)として、円分方程式や$x^n=1$ を変形して解いていく。その解を利用して座標平面上に他の頂点を表す。

3. 結果

方程式の解を座標平面上に表すことができ、実際に正三，五，七，九角形を折ることができた。

4. 考察

方程式の解を座標平面上に表せたことで、直線や多角形などの図形は方程式と深い関係性を持っていると分かった。

5. 結論

折り紙を座標平面と見立てることで方程式が解ければ、正奇数角形だけでなく様々な図形を折り紙で折ることができる。

6. 参考文献

http://izumi-math.jp/K_Katou/ori_h/ori_h.htm

7. キーワード

正奇数角形　複素数　円分方程式

2429　東海大学付属高輪台高等学校
Tokai University Takanawadai Senior High School

グラフアート
Graph Art

飯田隆嗣、伊東慎一郎
Ryuji Iida , Shinichiro Ito

Abstract
Our research topic is “Graph Art”. We learned various equations of the straight lines and curves in our math class. So we think these lines and curves are related to real buildings. That’s because we chose this topic. Our goal is to represent a real building properly with various functions and we also understand the nature of functions through this topic.

1. 目的
私たちは、数学の授業でさまざまな直線や曲線を学んだ。そして、その直線や曲線が実際の建物と関係を持っているのではないかと思い、それらを使い実際の建物を作成してみることを試みた。

２．方法


直線や曲線（おもに関数）を使い実際に存在している建物をグラフアートとして表す。今回は法隆寺の五重塔を表してみる。また、作成する際に関数電卓「TI-Nspire CX CAS」を使ってグラフを表した。土台（地上面）をｘ軸、建物の中心をｙ軸とした。右の星型のように左右対称にするためにｘ、ｙ軸はそのように設定した。土台から作っていき第一象限の部分を作る。

３．結果
今回は、五重塔の細かい部分を表さずに輪郭の部分だけをあらわせた。しかし、ところどころ微妙な誤差が生まれてしまった。

４．考察
誤差が生まれたのは範囲指定での少しのずれや、関数に対しての知識が少なかったためだと思われる。

５．結論
実際の建物を関数で表すことは、可能である。今後、五重塔の細部を作り完成させたい。そのためにさらに、勉強をすることが必要である。

６．参考文献
Nomisuke0413.blog107.fc2.com/blog-entry-298.html
高等学校教科書　数学Ⅲ　東京書籍

７．キーワード
関数、エッフェル塔、五重塔

2304　茗溪学園高等学校
Meikei Gakuen High School

因子分析を用いた教科間の相関関係の考察
Study of correlation between subjects using Factor Analysis

菊池怜菜　佐藤菜津　横須賀文哉
Reina Kikuchi, Natsu Sato, and Fumiya Yokosuka

Abstract

We research on correlation between subjects using Factor Analysis.　As a result of it, we didn’t find any distinction between Rikei and Bunkei, but we find relations between score and the way of studying.

１．目的

因子分析の理解と、その手法を用いて教科間の相関関係を考察する。本校では、高校１年で文理選択をする。そこで、中学１年から中学３年にかけて徐々に理系科目が得意な人と、文系科目が得意な人に分かれるという仮説を立て、それを因子分析を用いて検証した。

２．方法

茗渓学園の中学各学年の学年末テストの結果から教科間の相関関係を因子分析で考察した。情報保護の観点から、用いたのは教科間の相関係数のみである。因子分析を行うに当たっては、無料で公開されている「R」という統計解析向けのプログラミング言語を用いた。

３．結果

用いたデータによれば、理系・文系という区別はなく、仮説は棄却された。

４．考察・結論

成績を規定する因子を３つとして分析した。点数の差は、理系・文系の区別ではなく、テストに必要な勉強の仕方によることが分かった。具体的には、出題形式が似ている教科や授業の理解が問われるのか、家庭学習による反復練習が必要かなどによって区別された。

５．参考文献

金明哲『R によるデータサイエンス』森北出版株式会社（2007）307P
長谷川勝也『ゼロからはじめてよくわかる多変量解析』技術評論社（2004）382P
高橋信『マンガでわかる統計学因子分析編』オウム社（2006）248P
丹慶勝市『多変量解析』株式会社ナツメ社（2007）225P

６．キーワード

因子分析　相関係数　多変量解析

(2431)　石川県立七尾高等学校
Nanao Senior High School

ピッツァの定理の拡張

The Expansion of Pizza Theorem

西　宏泰　　山口　一成
NISHI Hiroyasu　YAMAGUCHI Issei

Abstract

We study the paper about dividing a pizza(circle) into two equal areas by N straight cuts. We think three cases. (N≡0,2 N≡1 N≡3 (mod 4)) This theory shows an interesting result. Our mission is to search in other figure such as square and pentagon.

１．目的

円の面積を 2 等分割する方法として、線分の交点が任意であるときの面積について考える。また、円だけではなく他の図形でも成り立つかどうか調べる。

２．方法

円を N 本の直線で 2N 個のスライスに分ける。N をいくつかの条件に分ける。

(a) N が偶数で、N≧4 のとき。
(b) N=1,2 または、N が奇数で N≡3 (mod 4)　のとき。
(c) N が奇数で、N≧5 または N≡1 (mod 4)　のとき。

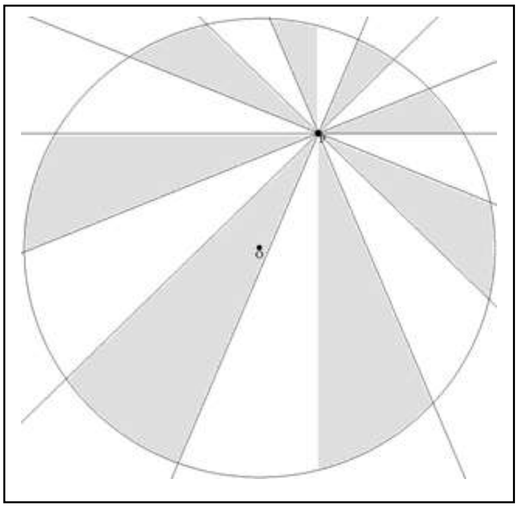


図 1 N=8 のとき、(グレー)＝(白)

３．結論

(a)、(b)、(c)の各場合について、以下が成り立つ。

(a)のとき（グレーの面積)＝(白の面積)
(b)のとき（グレーの面積)＞(白の面積)
(c)のとき（グレーの面積)＜(白の面積)

４．今後の展望

円は正無限角形と考えられるため、正 n 角形で成り立つかどうか証明したい。

５．参考文献

Of Cheese and Crust: A Proof of the Pizza Conjecture and Other Tasty Results

６．キーワード

面積の等分割　ピッツァ

（2203）青森県立三本木高等学校
Sanbongi Senior High School

数列の漸化式からの方程式の数値解法への展開
Application of Recurrence Formula of Sequence to Numerical Solution of Equations

竹内智昭　水谷秀　力石茜
Tomoaki Takeuchi, Shu Mizutani, Akane Rikiishi

Abstract

Even when we can’t obtain a solution of an equation by using mathematical formulas, we can find it with the iteration method in which the recurrence formula is used. We researched the solution method and also the relation among the recurrence formula, its graphs and the equations.

１．目的

漸化式 $a_{n+1}=f(a_n)\{n=1,2,3...\}$ について，a_n の値がほとんど変わらなくなるまで繰り返すと，その値は $x=f(x)$ の解の一つになることがある。このことから，方程式の解を数値的に求めてみる。

２．方法

① 方程式 $x=f(x)$ を漸化式 $a_{n+1}=f(a_n)$ に置き換える。

② 数列の初期値を適当に与え，漸化式に $n=1,2,3...$ と代入していき，a_n の値の変化を調べる。

③ 数列 $\{a_n\}$ が収束したときの値と，直線 $y=x$ と関数 $y=f(x)$ とのグラフの交点の x 座標との関係を調べる。

④ 数列 $\{a_n\}$ が収束しない場合についても考察する。

３．結果

方程式を漸化式に置き換えて適切な初期値を与え，繰り返し計算すると $x=f(x)$ の解が求められる。また，Excel を利用することによって，手計算するのが難しい方程式も容易に解くことができる。

４．考察

初期値を適当に与えれば，$a_{n+1}=f(a_n)$ を繰り返し計算することによって，方程式 $x=f(x)$ の解を求められることが，いかなる場合でも可能ではないかと考えられる。

５．結論

反復法を使えば，難解な方程式の解を求めることが可能である。

６．参考文献

「図解数学　複雑系」　今野紀雄　著　ナツメ社

７．キーワード

漸化式　反復法

（指定校番号）　大阪府立千里高等学校
Osaka Prefectural Senri Senior High School

n 箇所をまわる最速ルート
The fastest route of turning around n points

井城 翔太　大野 友豊　西田 孝典
ISHIRO Shota, ONO Yuto, and NISHIDA Takafumi

Abstract

We discussed a problem on determining the fastest route passing through n points. We regarded it as an optimization problem, and used a software “LP solve”. We found there is a regularity in the number of necessary conditional expressions to determine the fastest route depending on the number of points.

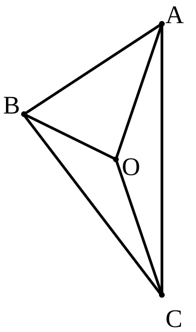
１．目的

複数の地点をまわるときにどのルートを通るのが最速であるかという問題を，身近な最適化問題ととらえ，数学的な方法で解くことを考える。

２．方法

それぞれの地点を１回ずつ通り１周し，所要時間が最小となる「最速ルート」を最適化問題に用いられるソフトウェア「LP solve」に条件式を入力し計算した。

また，すべてのルートの所要時間を計算し，「LP solve」で得られた結果を確かめた。



始点＼終点	O	A	B	C
O		12	11	15
A	13		14	25
B	10	12		17
C	16	25	19	

地点数が４のときの図と地点間の所要時間（分）

３．結果

右の条件では O→A→B→C→O が「最速ルート」で，所要時間は 59 分であった。

地点数が４～７のときについて「LP solve」で得られたルートは，すべてのルートの中で最速（の１つ）であることが確かめられた。

４．考察および結論

必要な条件式の数には規則性があり，地点数が偶数のときと奇数のときで異なった。右表がその一般式である。

地点数 n (n≧4)	必要な条件式の総数
n=2k (k≧2)	$2n^2 + ({}_nP_2 / 2) + ({}_nP_3 / 3) + \cdots + ({}_nP_{k-1} / k-1) + ({}_nP_k / 2k)$
n=2k+1 (k≧2)	$2n^2 + ({}_nP_2 / 2) + ({}_nP_3 / 3) + \cdots + ({}_nP_{k-1} / k-1) + ({}_nP_k / k)$

５．参考文献

最適化問題の数理・計算的解法
http://www.edu.kobe-u.ac.jp/fmsc-hrymlab/Lecture/lp_solve

６．キーワード

最速ルート　LP solve　最適化問題

京都府立洛北高等学校

約数の和の公式
Formulas about Sum of Divisors

ホッジ ルネ 倫　吉永 公平　加藤 正元
Rune Rin Hodge　Kohei Yosinaga　Masaharu Katoh

Abstract
I found the function which terms' coefficients are sum of divisors. Differentiate it by 2 ways, I arrived at the formulas about sum of divisors.

１．目的

約数に数列のような規則正しさを見出す。

２．方法

テイラー展開をしたときに係数に約数の和が順に現れる関数がある。その関数を２通りの微分を行うことで、もともと係数にあった約数の和を導き出す式見つけることができた。

３．結果

（ｎの約数の総和）$=p(n-1)+2p(n-2)-5p(n-5)-7p(n-7)+12p(n-12)+\cdots$
$=\sum_{t=1}^{n} t\, H_t\, p(n-t)$
(※なお、H_tは

Ht＝	1	1	－１	―１	1	1	－１	―１	1
t＝	1	2	5	7	１２	１５	２２	２６	３５

というふうに、ｔ＝$\frac{3k^2 \pm k}{2}$（kは自然数）　のとき$H_t=(-1)^{k+1}$、ｔがこれ以外のときはH_t＝０、という数列である。また、p(x)は分割数で、ここでは便宜上 p(0)=1 とする。)

４．考察

「約数」という素数に関わる数が、約数とはなんら関係のなさそうな「分割数」の和・差で表せるという興味深い結果になった。約数を素数を用いず分割数で表せるということは、素数を分割数に関連付けさせて表せるというような結果を導くかもしれない。

５．結論

約数の和は分割数の和差で規則正しく表せる。

６．参考文献

なし

７．キーワード

約数　分割数　素数

金光学園高等学校

タイリング（Tiling）

発表者　　杉　悠生（Yusei　Sugi）

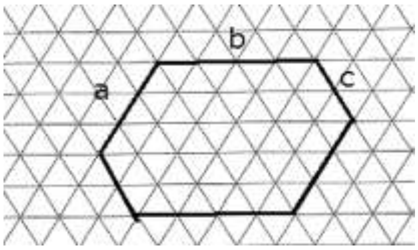
１．Abstract

I researched how a hexagon is filled with lozenges.
The hexagon is point symmetry. I defined the sides of the hexagon as the figure below. Finally, I discovered $_{a+b}C_{a}$.(c=1)

２．研究内容

定義

一辺１の正三角形格子に点対称な六角形をとり，
左図のようにそれぞれの辺の長さを a, b, c と定める。
その時，左上のひし形を敷き詰める場合の数を考える。
回転して同じ敷き詰めになるものについては
別のものとしてみなす。



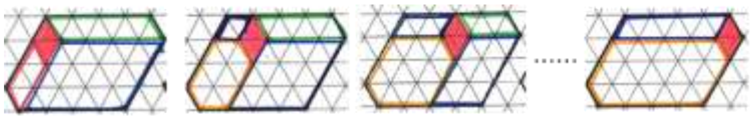
N（a，b，c）を上記の定義のもと，辺の長さがa，b，cである六角形を敷き詰める方法の総数とする。

上記の定義のもと， c ＝１のときの総数を考えた。

３．結果

下の図のように縦置きのひし形をひとつずつずらして整理すると次の式が導き出せた。

$$N(a,\ b,\ 1)=\sum_{k=0}^{b} N(a-1,k,1)$$



さらに上の式を a=1 のときから計算し整理していくと

N（a，b，c）＝ $_{a+b}C_{a}$

という式が導き出せた。

$$N(1,\ b,\ 1)=b+1$$

$$N(2,\ b,\ 1)=\frac{(b+1)(b+2)}{2}=\frac{(b+1)(b+2)}{2\cdot 1}$$

$$N(3,\ b,\ 1)=\frac{(b+1)(b+2)(b+3)}{6}=\frac{(b+1)(b+2)(b+3)}{3\cdot 2\cdot 1}$$

$$N(4,\ b,\ 1)=\frac{(b+1)(b+2)(b+3)(b+4)}{24}=\frac{(b+1)(b+2)(b+3)(b+4)}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}$$

$$N(a,\ b,\ 1)=\frac{(b+1)(b+2)\cdots\cdots(b+a)}{a!}={}_{b+a}C_{a}$$

4.参考文献

線形代数と数え上げ　　著　高崎　金久

5.キーワード

ひし形　六角形　敷き詰め

（25015）　愛知県立豊田西高等学校

数独と数陣
SUUDOKU and SUUJINN

堀　剣太朗
Kentarou Hori

Abstract
I set various conditions about Suudoku. I considered the law of the sequence. Then, I named Suujinn which I added a rule about the Diagonal line and I considered it.

１．目的
数独について、その場合の数を求め、数字の並びに関する法則を探すとともに、数独にさらにルールを追加したものや数陣を作成し、性質の違いについて調べる。

２．方法
4×4 の平面の数独や、4×4×4（立体）の数独、9×9（平面）の数独について考えた。始めに一端の一列を固定したものを考察し、一般化していった。4×4 の平面の場合で見ると、2×2 のブロック 4 つに分けて条件を考える数独に、さらに条件を追加して、斜めの列についても数字が重ならないような“数陣”も考察した。立体については視覚的に分かりやすくなるよう工夫した。

３．結果
4×4、9×9（平面）数独及び数陣、4×4×4（立体）数独について、すべての場合の数について結果が得られた。一般化は困難であったが思考した部分について発表する。

４．考察
4×4（平面）のものについてのアプローチの手法と、立体や 9×9 のものについてのアプローチの方法は同一ではない。場合の数を網羅する方法ではないような解法を考案するなどの工夫が必要である。

５．結論
数独・数陣は、正方形・立方体の中における規則性をもった数の並びである。数独については、場合の数を求め、数字の並びに関する法則を考えることができた。数独を立体にしたものや数陣についての性質は、部分的にクリアになった。

６．キーワード
SUUDOKU,　SUUJINN,

π＝…?　π の値の新しい表し方
The way of expressing a new value of π

田中悠　東方涼介　長山慧
Yu Tanaka　Ryosuke Tobo　Kei Nagayama

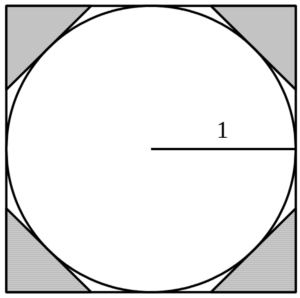
Abstract
We are learning the circular constant π in the junior high school.
However, what kind of number is π concretely?
We tried to express a circular constant by approximation of a circle, without using π.

1. 目的

π の近似値を求める独自のアルゴリズムを作成し,πの値を正確に求めたり,応用して大学入試問題などの問題を解くため.

2. 方法

一辺の長さが 2 の正方形と,それに内接する半径 1 の円を考える.
まず,正方形の角(かど)に,円と接する二等辺三角形を作り,取り除く(…∗).
次に,残った正八角形の角に∗と同様に二等辺三角形を作り,取り除く.
この操作を無限回繰り返すと,元の正方形は内接する半径 1 の円に限りなく近づくので,
“切り取る面積”に着目した方法①, “残る図形が正多角形であること”に着目した方法②,の 2 通り方法により,πの値を表す.



3. 結果

数列・極限を用いて計算することにより, π を表すことができた.

4. 考察・結論

今回は円に外接する正方形の角を無限回切り取ることで円を近似し,面積に着目することで,πを 2 通りの表し方で表せた.
同様に,円の内側に正方形を無限個敷き詰めることで円を近似させることもできるだろう.

5. 参考文献　なし

6. キーワード

極限値　数列　正多角形

2452 大阪府立天王寺高等学校
Tennoji High School

コラッツ問題

Collatz problem

岩本修平　上谷紘冬　吉村海斗　齋藤友哉　大野優
Iwamoto Shuhei　Uetani Hiroto　Yoshimura Kaito　Saito Yuya　Ohno Yu

Abstract

Collatz problem is that the operation of dividing by 2, if an even number, and multiplying by 3 and adding 1, if an odd number. This problem is so difficult that we can’t solve, so we made this problem easier. Then, we have found an interesting fact.

1．目的

私たちは、数列に関する興味深いことを調べているうちに、コラッツ問題に出会った。

◆コラッツ問題とは　＝数論の未解決問題のひとつ＝

自然数 n について、『n が奇数のとき 3n+1、偶数のとき n/2』の操作を繰り返し行う。

この問題では、すべての自然数は 1 に収束する、と予想されている。

例：27→82→41→124→62→31→94→47→142→…→4→2→1(111 回の操作)

コラッツ問題の証明に近づくために、問題の内容を少し変えて研究した。

2．方法

自然数 n について、次のような操作を繰り返し行う。以下 mod 3。

『n≡0 のとき n/3、n≡1 のとき 2n＋1、n≡2 のとき 2n－1』

3．結果

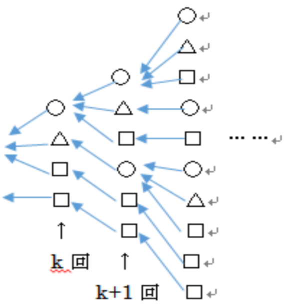
この問題では、すべての自然数は 1 に収束し、

k 回の操作で初めて 1 に収束する奇数の個数は F_k 個、偶数の個数も F_k 個ある。(k≧2)

［F_k：k 番目のフィボナッチ数。1,1,2,3,5,8,13,21,…

例：26→51→17→33→11→21→7→15→9→3→1(10 回の操作)

4．証明の概要



↖あと k+2 回の操作で 1 に収束

左図で、○を 3 の倍数である奇数、△をそれ以外の奇数、□を偶数とする。

①　あと k+2 回の操作で 1 に収束する○は、その次の操作で○か△のどちらかになる。よって Fk+1 個。

②　あと k+2 回の操作で 1 に収束する△は、その次の操作で○になるので、さらにその次の操作では○か△のどちらかになる。よって Fk 個。

①②より、合計 Fk+2 個。偶数も同様。(終)

5．結論

コラッツ問題を少し変える事で、フィボナッチ数(列)の新しい捉え方を見つけることができた。さらに、mod p(一般の場合)でも示すことができた。

2204 青森県立八戸北高等学校

正十七角形の作図

Construction of regular heptadecagons

笹本明朗，山田悠生，後藤博貴，古川諒

Sasamoto Akio　Yamada Yuki　Goto Hiroki　Furukawa Ryo

Abstract

It is said that when n is expressed by $n=2^{2^k}+1$, we can draw regular n-sided polygons. When k=2, n =17. So, we would like to make sure if we can draw regular heptadecagons. We can get the value of $\cos\frac{2\pi}{17}$, and it includes only rational numbers or square roots. It follows that we can draw regular heptadekagons.

1　研究動機

「『$n=2^{2^k}+1$(k は 0 以上の整数)』で表わされる素数のとき、正 n 角形は作図可能である」（証明の仕方は不明）という命題をインターネットで見つけ、この式に k=2 を代入すると n=17 となるので、正十七角形は本当に作図可能であるか、その作図方法はどんなものであるか研究してみることにした。

2　方法

$\frac{x^n-1}{x-1}=x^{n-1}+x^{n-2}+\cdots\cdots\cdots+x+1=0$の根は、ド・モアブルの定理より

$\cos k\alpha+i\sin k\alpha \quad \left(k=1,2,\cdots\cdots\cdots,n-1、\alpha=\frac{2\pi}{n}\right)...$　☆

n=17 としてこの式を解くことにより、正 17 角形が作図可能であることを示す。

3　結果

☆において $k=1$ 、$\alpha=\frac{2\pi}{17}$ として

$$\cos\frac{2\pi}{17}=\frac{1}{16}\left\{-1+\sqrt{17}+\sqrt{34-2\sqrt{17}}\right\}+\frac{1}{16}\sqrt{68+12\sqrt{17}-16\sqrt{34+2\sqrt{17}}-2\left(1-\sqrt{17}\right)\sqrt{34-2\sqrt{17}}}$$

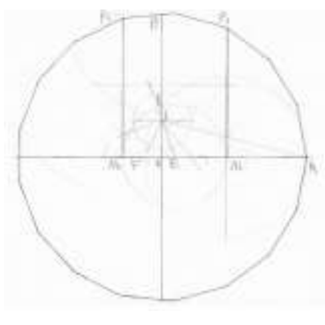
という値を導くことが分かった。このように、$\cos\frac{2\pi}{17}$は有理数と 2 乗根のみで表せることから、コンパスと定規で作図することができることが分かった。

4　考察と結論

証明の過程で様々な数学的なテクニックを駆使し、$\cos\frac{2\pi}{17}$の値を手計算で求めることができた。作図可能なことは証明でき、作図方法を考察することもできたが、これが実際に$\cos\frac{2\pi}{17}$の値にどのように関係しているのかは解明できていないので今後さらに研究していきたい。

また､実際にある作図方法で作図してみたところ､非常に難しかった（作図成功まで 6 カ月かかった）。作図の技術に自信のある人は、ぜひ挑戦してみてほしい。

（図：正十七角形の成功例…H25.11.6　古川作図）



5　キーワード

ド・モアブルの定理　複素平面　解と係数の関係

原始根　方べきの定理

2416 栃木県立足利高等学校
Ashikaga High School

大原の定理の証明

Proof of a Theorem of *Ohara*

作田航平・中里諒・中嶋雄大・村上一輝
Kouhei Sakuta　Ryo Nakazato　Yudai Nakajima　Kazuki Murakami

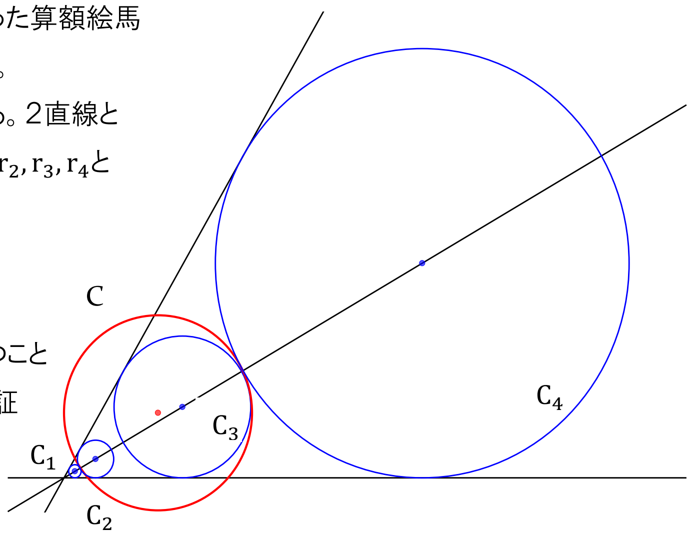
Abstract

In our hometown,Ashikaga,there is a national treasure known as Bannaji Temple. In this temple,there are *Sangaku Ema,* which are wooden tablets with geometrical theorems.
We tried to prove the Ohara Theorem,which is displayed on the *Sangaku Ema* in Bannaji Temple,using modern mathematics, trigonometric ratios, Pythagorean Theorem and Vieta's formulas.

1.目的

足利には国宝である鑁阿寺があり、そこには大原の定理を使った算額絵馬が奉納されている。大原の定理に興味をもち証明したいと考えた。

大原の定理：右の図のように円 C と2本の直線が交わっている。2直線と円 C に接する4つの円をC_1, C_2, C_3, C_4とし、それぞれの半径をr_1, r_2, r_3, r_4とすると、$r_1 \cdot r_4 = r_2 \cdot r_3$が成立する。



2.方法

関数グラフ作成ソフト(Grapes)を用いて大原の定理が成り立つことをまず確かめた。また、現在までにならった数学の知識を用いて証明を考えた。

3.結果

大原の定理は三角比、三平方の定理、また解と係数の関係を用いることで証明することができた。

4.考察

私たちは世界中で考えられた現在までに習った様々な数学の知識を用いて、大原の定理を証明することができた。しかし、この算額が納められたのは江戸時代であり、海外の知識は用いることはできなかったはずだ。和算のレベルは海外の数学に匹敵していたと考えられる。

5.結論

和算は私たちが今まで習った数学で十分に解くことができた。

6.参考文献

栃木の算額,松崎利雄(著),筑波書林

7,キーワード

数学　和算　円

指定校番号　横浜市立横浜サイエンスフロンティア高等学校
Yokohama Science Frontier High School

漸化式で解く tan θ の k 倍角の公式　　チェビシェフ多項式の研究
Solve the Multiple-Angle Formula Using Recurrence Relation
Study　about Chebyshev Polynomials

岡本　侑弥
Okamoto yuya

Abstract
I wanted to know how tanθ changes when θ increases twice, three times, and so on. In addition, I wanted to study many character about trigonometric function.

1.目的
実数のみの条件式から虚数が含まれる式を導く。また、一つの式を様々な視点から見て性質を調べていく。

2.方法
tan θ の加法定理の公式を作る。
この公式を漸化式に見立てる。
特性方程式や置換を用いて漸化式を解く。
チェビシェフ多項式を元にする。
三角関数の性質や積分などを利用して関係を求めていく。

$$a_{k+1} = \frac{a + a_k}{1 - a\,a_k}$$ を解いて

$$a_k = \frac{(1 - a\,i)^k - (1 + a\,i)^k}{(1 - a\,i)^k + (1 + a\,i)^k} i$$

つまり

$$\tan k\theta = \frac{(1 - i\tan\theta)^k - (1 + i\tan\theta)^k}{(1 - i\tan\theta)^k + (1 + i\tan\theta)^k} i$$

3.結果
分数型漸化式の解法で解くことができた。また、
場合分けをすることでうまく表現することに成功した。

4.考察
最初の式は実数だったのに、最後の式には虚数が含まれた。またその虚数は展開すると消える。
チェビシェフ多項式の係数の様々な関係が分かった。もっと多くの関係が分かれば連立することで具体的な値を知ることができる。

5.結論
実数を表すのにも虚数を使わないとうまく表現できない事があるということがわかった。これより、虚数の重要性を再認識できる。

6.参考文献
・受験の月 http://examoonist.web.fc2.com/index.html
・鉄緑会数学講師のひとりごと *blog.livedoor.jp/seven_triton/*
・Focus Gold　数学Ⅲ　P825～827

7.キーワード
三角関数　加法定理　漸化式　虚数　二項定理　チェビシェフ多項式　ウォリスの公式　積分

横浜市立横浜サイエンスフロンティア高等学校

紙の折れ具合について

How complicated a piece of paper which is folded is

小林　悠磨

Kobayashi Yuma

Abstract

I researched how complicated a piece of paper which is folded is by digitizing. I used factors on a piece of paper, the length of a folded line, the degree made by two lines.

1,目的

一枚の紙がどのくらい折れているのかを数値化する。それを、自分の予想と比較して考察する。

2,方法

まず、単純な場合を考えるために紙は全て直線に折れると考えた。
（紙の折れ具合）＝Y と置くとき、Y の値域を定めた。
0≦Y≦1 とした。次に、一枚の折れている紙の様々な情報（折れ線の数、折れ線一本の長さ折れ線同士の角度）を考慮して、これらを組み合わせた式が 0≦Y≦1 を満たすように組み合わせを行った。
ただし、折れ具合が複雑なほど、Y が大きくなるようにした。

3,結果

線の交わり方と、その角度を考えることで、紙の折れ具合を数値化して考えることができた。
しかし、自分の予想と反するところがでてきてしまった。

4、考察

この方法を用いれば、紙の折れ具合を数字を用いて、評価することができるが、論理的ではないところが、一部あるので、そのせいで矛盾が発生しているところがあるので、それを解決することが課題である。

5、結論

いままで、研究があまりされていなかった折れ具合を自分なりに数値化できた。
紙の定義をはっきりさせることと、そのほかの要素を紙の折れ具合の式にいれることが今後できる。しかし、めどはまだ立っていない。

6、キーワード

紙の折れ具合　紙の折れ具合の定義

横浜市立横浜サイエンスフロンティア高等学校
Yokohama Science Frontier High school

人の渋滞
Traffic jam of people

深谷　祐介
Fukaya Yusuke

Abstract
I studied the traffic jams of people. For example, to ride train, to ride elevator and so on.
Do you seek this time, to a full house in a rectangular room When there are people on the assumption,
①Number of people out at a time from the door
②The number of people who are in the room
③Time of everyone until　　　　　　　　　　　　　　I explore what kind of relationship to three

1. 目的

部屋の中にいる人の数と、扉から一回に出れる人の人数から、渋滞解消までの最短時間を図る。

2. 方法

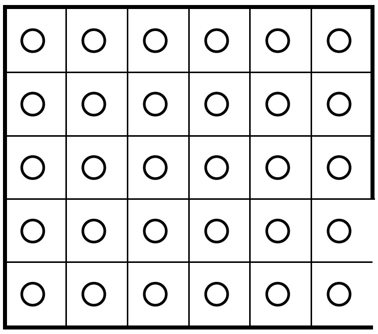
いくつもの正方形からなる長方形の表を作成し、その中に人に見立てた点を満員を想定して敷き詰める。その後、以下のルールに沿って動かしていき、回数を図る。

ルール

・行きたい方向に既に人がいる場合は、その場所が空いたとしても、一回休まないと進めない。

（一回停止すると、再発進するのに時間がかかるから）

・すべての人が右下のゴールから出終わるまでの回数を数える。



3. 結果

ドアから一回に出れる人の人数を一人としたとき、数学的帰納法から直線の渋滞、長方形の渋滞を証明した。また、それらの証明を利用し、一回にドアから出れる人数を k人、

人の人数を縦 m人、横 n人（合計 mn人）とすると、公式 $2\left[\frac{mn}{k}+1\right]-1$ が得られる。

4. 考察

平面上のあらゆる渋滞は直線の渋滞に変換して考える事が出来るため、各ドアから同じ人数だけ人が出ていくように分けるだけで、最短であるという事が出来る。今後三次元まで拡張して考える。

5. 結論

渋滞解消までの時間は、空間内の人の人数と、ドアの広さに関係があることが公式に表す事が出来た。

6. 参考文献

よくわかる渋滞学（図解雑学）　西成活裕　著

7. キーワード

渋滞　ガウス記号

NO.　横浜サイエンスフロンティア高等学校
Yokohama Science Frontier High School

立方根の長さを作る
I make the length of third root

村松　滉平
Muramatsu Kohei

Abstract
I have wanted to make the length of third root. There is the question called "Doubling the cube" but it have to solve a cubic equation. I tried to solve this problem with water.

1.　目的
直角三角形を使うと平方根の長さは作れるのに対し、立方根の長さの作成法を考える。

2.　方法
倍積問題のように、立方体の体積が 2 倍になると辺の長さは$\sqrt[3]{2}$倍になることを利用して立方根を作成することに注目した。ただし、正確に倍積立方体を作るには 3 次方程式を解かなくてはいけない。そこで、水などの流体を使って形を変形させることを試みた。

3.　結果
$\mathrm{X}cm^3$の水を大き目の立方体の容器に入れ、その容器の一角を紐等で吊るすと、水は対角に集まり、3 辺が等しい直角三角錐形になる。1 辺の長さを a とすると、$\mathrm{a} = \sqrt[3]{6X}$となり、立方根の長さを作成することができた。

4.　考察
この方法では直接的ではないが倍積問題を解いたことになり、つまりは 3 次方程式を解いたことになる。この方法で一般的な 3 次方程式を解くことができる可能性がある。

5.　結論
立方根の長さを作成できたが、水は蒸発を行うため、任意の長さを正確に再現できるとは限らない。

6.　参考文献
http://ja.wikipedia.org/wiki/立方体倍積問題

7.　キーワード
立方根　流体　倍積問題

久留米工業高等専門学校
(Kurume National College of Technology)

無限小数と分数

On the infinite decimal and the fraction

鶴岡　茜、 田中穂乃香
Akane Tsuruoka and Honoka Tanaka

Abstract

We have been interested in the infinite decimal and its value as the fraction. And then we have researched the infinite decimal which are arithmetic, geometric and Fibonacci sequences. We have considered the decimal which locations are not only 0～9 but also the number more than10.

１． ２． 目的と方法

授業で無限級数の和 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{10^n}=\frac{10}{89}$ を学んだ。そこで、

$$0.123456789(10)(11)(12)\cdots=\frac{10}{81}$$

のように、小数部分の各位を 10 以上の整数にも拡張して考える。そして、10 以上の整数は前の位に繰り上がるとする。この方法で、小数点以下が様々な数列となる分数を考えた。

３． ４． 結果と考察

(1) 初項 a，公差 d の等差数列の場合、 $0.\mathrm{a}(\mathrm{a}+\mathrm{d})(\mathrm{a}+2\mathrm{d})(\mathrm{a}+3\mathrm{d})\cdots=\frac{9a+d}{81}$

(2) 初項 a，公比 r の等比数列の場合、 $0.\mathrm{a}\,\mathrm{ar}\,\mathrm{ar}^2\,ar^3\cdots=\frac{a}{10-r}$

(3) フィボナッチ数列の場合、 $0.0112358(13)\cdots=\frac{1}{89}$

等となる。他にも階差数列の場合や、(1)から示される計算式を考えた。

５． 結論

小数の各位の数を 0～9 以外に 10 以上の整数も考えることにより色々な計算ができることが分かった。今後、循環小数との関係を研究したい。

６． 参考文献

「新版　高専の数学 1, 2, 3」森北出版，　2012 年発行．

７． キーワード

無限小数、循環小数、等差数列、等比数列、フィボナッチ数列

２３１９　名古屋大学教育学部附属中・高等学校

Nagoya University School of Education Affiliated Upper and Lower Secondary School

七面体の種類

The types of heptahedron

新井　一希、河井　亮、神田　行宏、豊田　愛

KANDA Yukihiro　ARAI Kazuki　KAWAI Ryo　TOYODA Mana

Abstract　　It has been making researches　of　types pentahedron, tetrahedron, and heptahedron, though we don't have enough rigorous proof.　However , as for the convex heptahedron , there are not enough literature-based facts. In this paper ,we examined the number　of　types of the convex　heptahedon by　using　Euler's polyhedron theorem.

1. 目的　　四面体、五面体、六面体はそれぞれの立体が全部で何種類あるかということについて、厳密な証明はないがかなり調べられている。しかし、凸7面体が何種類あるかについては文献を調べるかぎりあまり調べられていない。その種類についてオイラーの多面体定理などを用いて考察した。

2. 方法　　多面体について V:頂点の数、E：辺の数、F:面の数とするとき、オイラーの多面体定理　$V-E+F=2$　が成立する。７面体は$F=7$を満たすため、この定理と立体を構成している面や辺、頂点に関する性質を利用し、等式や不等式を作る。これらの式から成立する可能性がある７面体を絞っていき、存在する場合は具体的な７面体を作成し、存在しない場合はその証明を行った。

3. 結果　　可能性がある$(V,E)=(6,11),(7,12),(8,13),(9,14),(10,15)$について具体的な例をあげることができた。　さらに、７面体の面のパターンを考え、そのパターンを細かく調べ18種類存在することがわかった。

4. 参考文献　2013年度日本数学コンクールの問題３［６面体］

5. キーワード　凸７面体、オイラーの多面体定理

２５４３　沖縄県立球陽高等学校
Kyuyo senior high shool

ソーマキューブの解の解明
The solution of Soma cube

名嘉眞　沙彩　濱田愛衣　比嘉碧　眞玉橋英恵　松尾陽
Saya Nakama　Ai Hamada　Aoi Higa　Hanae Madanbashi　Minami Matsuo

Abstract
We have been doing research on "The solution of Soma cube".Soma cube is a kind of the cubic puzzle game.It is said that the solution of Soma cube is 480.However,we doubted it.So we researched on the solution of Soma cube.

１．目的
ソーマキューブの解の規則性と、解を効率よく探す方法を見つける。

＜図 1＞ソーマキューブの解の記録

２．概要
（1）ソーマキューブとは、1936 年に物理学者・数学者であるピート・ハインが考案した立体パズルゲームのことで、異なる７つの立体のピースを３×３×３の立方体に組み立てて作る。
（2）全部で 480 個の解があることがわかっている。
（3）構成している７つの立体のピースの条件は、４つ以下の立方体が面同士で接続されているもの、また、直方体でないものである。（図 2 参照）

＜図 2＞ソーマキューブの 7 つの立体ピース（各ピースをわかりやすいように色づけして、名前をつけた）


（白）


（黄）


（青）


（黒）


（茶）


（赤）


（無色）

＜表 1＞
（角にこないピースごとのソーマキューブの解の数）

茶	１１２個
白	１１２個
赤	７６個
黒	６６個
無色	６２個
青	４４個
合計	４７２個

３．方法
ピースのどれか一つを固定し、地道にピースを組み立てる。そして、見つけた解を記録用紙に記入する。（角にこないピースごとに分類した）

４．結果・考察
（1）472 個の解を発見した。（７月末現在）
（2）ピースのどれか一つを固定して解を探すと、効率よく解を探すことができた。（ちなみに今回、固定したのは（4）で述べるように配置が限られている黄のピース）
（3）表１から、茶・白といったピースが角にこないパターンが多いことがわかった。（図３参照）
（4）黄のピースと青のピースを立方体の中央に配置すると、解を見つけることができなかったことから、配置が限られるピースがあることがわかった。
（5）解が見つからないピースの配置の存在がわかった。


＜図 3＞白が角に来ない解の一例

６．参考文献
・「数学」じかけのパズル＆ゲーム（HBJ 出版局）
・Wikipedia　ソーマキューブ

７．キーワード
ソーマキューブ　立体パズル

(2465)広島大学附属高等学校
HIROSHIMA UNNIVERSITY HIGH SCHOOL

数理モデルを用いて学校行事への全員参加の是非を問う
Should “All” students participate in school events?

中村　海人　　　岡田　三菜美　　　畠中　美雨
Kaito Nakamura　Minami Okada　and　Miu Hatakenaka

Abstract

Generally all students are expected to participate in school events. In terms of working efficiency, is this the best way? In order to answer this question, we made a mathematical model of our school events and propose conditions when participation by all should be recommended.

１．研究目的

学校行事において集団が最大利益を追求する場合，全員参加は最良の選択肢だろうか。一定期間内の作業総量を集団の利益と定めると，行事に対して意欲の低い人は周囲に悪影響を及ぼすことで利益を減少させうる。そこで，生徒を意欲の異なる３タイプに分けて行事をモデル化し，意欲の低い人の参加人数と利益との関係を考察することで全員参加の是非を問う。

２．数理モデル

仮定Ⅰ　全ての生徒は A（意欲高），B（周囲の状況を伺う），C（意欲低）の３タイプに分類されるとする。また，それぞれの１日あたりの作業量を 1，b，c とする（ただし $c<0<b<1$）。

仮定Ⅱ　A は毎日必ず参加し，B は前日の全体の参加状況によって参加するかどうか態度を変えるとする。ここでは簡単のため
（B が参加する確率）＝（前日の全体の参加率）とする。

行事期間を 20 日，参加数を 200 人（A10 人，B180 人,C10 人）とし，C の参加人数 p($0\leqq p\leqq 10$)を変えるごとに 20 日後の利益を求める。

３．結果・考察

b=0.1,c=-0.2 および b=0.1,c=-1.9 の場合の結果を**図１**に示す（横軸 p，縦軸利益）。前者では p が増えるごとに利益は増加し，後者では減少する。

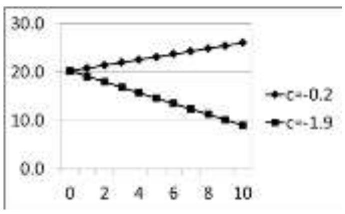


図１

４．結論

全員参加は常に良い選択肢ではない。しかし， b の値をより大きくするような状況を作ることができれば，全員参加はよい選択肢となる。

５．キーワード

学校行事　全員参加　集団利益　数理モデル

2406　岩手県立釜石高等学校
Iwate Prefectural Kamaishi High School

線形計画法を用いた家庭における生産計画
Successful overall production plan by Linear Programming

千葉壮一朗　　　三浦秀仁
Soichiro Chiba and Hideto Miura

Abstract

Linear Programming was studied to apply it to cooking plans in companies and the home. In a company plan, the optimum amount of each meal that a company makes, producing the maximum profit was found by formularizing conditions and graphing them. This was on the condition that the ingredients used are less than what is in stock. In a consumption plan for the home, the maximum amount of each meal with the least left over foods was found by graphing a domain. The amount of each dish eaten was treated as a vector and extended over the domain.

１．目的

「領域」について学習した際,線形計画法について知った.「無駄の少ない生産計画」に用いられるということから,自分たちの身の回りのことに役立つのではないかと考え,線形計画法についての理解を深めることと,身の周りにおける線形計画法の応用について示すことを目的とし,「料理」を題材として研究を行った.

２．方法

シンプレックス法及び媒介変数を用いて,基礎,応用,発展の三つのテーマ(パターン 1,2,3)を解いた.

３．考察

制約条件が２元１次連立不等式または３元１次連立不等式である場合は領域がそれぞれ平面,多面体となり,それらの頂点の座標の値を使うと最大値または最小値を求めることができる.

領域を図示しベクトルを用いることによって,制約条件内で消費量の比を一定のまま作る最大の量を求めることができる.

４．結論

今回の研究においては,線形計画法を用いることによって,材料及び原料が増えようとも不等式に表して最適解を求めることができるが,献立及び製品が 4 つ以上の場合文字の数が増えてしまうのでグラフに表すことが出来ないことが分かった.この研究に 4 つ以上献立及び製品を作る場合の解決策を見出すことによって実用性を高めることができるのではないかと思う.

５．参考文献

数研出版株式会社 高校数学 Ⅱ・B　黄チャートⅡ・B

６．キーワード

線形計画法　シンプレックス法　生産計画

指定校番号　埼玉県立熊谷女子高等学校
Kumagaya Girls' Upper Secondary School

勝利を導く統計学
Statistics to lead victory

浅見梨花　岡本咲季　山本舞子
Rika Asami, Saki Okamoto, Maiko Yamamoto

Abstract

What is the fun of baseball and softball? We think that it's interesting what team won the championship. There is a play such as earned run average and batting average in the game. However, what play is what has led to the victory? So, we use a scatter plot and correlation coefficient and examined what a good play.

１．目的

近年、IT が発達したことによって、ビックデータ解析は注目されている。そこで、私たちはビッグデータ解析を実践するためにプロ野球のデータを用いて解析を行い、勝率と関係性の高い要素を求め、勝つための真の好プレーは何かを導き出すことを目標とした。さらに私達に身近な例として、高校女子ソフトボール埼玉県大会のデータからプロ野球同様の解析を行い、私達にとっての真の好プレーを導き出すことを目標とした。

２．方法

プロ野球の 2008 年～2012 年の 144 打席以上試合に出場した選手のデータを用い、勝率に対する、打率、長打率、得点圏打率、出塁率、奪三振率、防御率、被打率の相関係数を求めた。さらに、2014 年度関東高校女子ソフトボール埼玉県予選・学校総合体育大会予選のデータを用いてプロ野球と同様な解析を行った。

３．結果

勝率に対する相関係数の値

	被打率	防御率	出塁率	長打率	打率	得点圏打率	奪三振率
野球	−0.57	−0.54	0.35	0.32	0.31	0.28	0.26
ソフトボール	−0.5	−0.54	0.64	0.72	0.65	※	0.29

※ 高体連のデータからは得点圏打率は算出できなかった

４．考察・結論

プロ野球のデータ解析の結果より勝率に対する相関が、防御率、被打率が強いことから、プロ野球における真の好プレーは守備と考えられる。一方ソフトボールでは、勝率に対して、長打率、打率、出塁率の相関が強いので、埼玉県の女子高校ソフトボールにおいては攻撃が真の好プレーであると考えられる。しかし、今回用いたソフトボールのデータは、トーナメント戦のものであり、プロ野球のデータとは性質が異なるものである。また２大会分であることから、データ量も少なく 1 試合の影響が大きく出ると考えられる。今後の課題として埼玉県の高校女子ソフトボールの試合データ数をさらに増やすことや、全国大会などのデータなどを解析し、高校女子ソフトボールの真の好プレーとは何か探求していきたい。

５．キーワード

統計　相関係数　ビックデータ　プロ野球　ソフトボール

新潟県立新潟南高等学校
Niigata Minami High School

ベルトランの逆説

Bertrand Paradox

田邊良太　　星野祐介　　山田一輝　　米沢嘉彦
Ryota Tanabe　Yusuke Hoshino　Ikki Yamada　Yoshihiko Yonezawa

Abstract

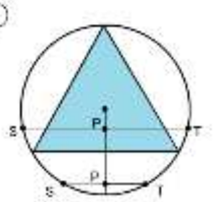
We took an interest in “Bertrand paradox”. Considering “Bertrand paradox”, we focused on the definition of “random”, because the solution of “Bertrand paradox” varies depending on how to think about “random”. So we conclude that how to choose a certain point in the circle shows the “random” the best.

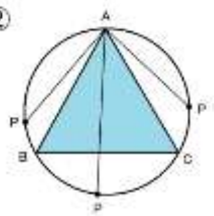
1. 目的

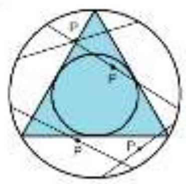
「ある円に無作為に弦を引くとき、その弦の長さが円に内接する正三角形の１辺より長くなる確率は？」という求め方により解がいくつも存在するベルトランの逆説という問題に興味を持ち、その問題について、なぜ解がいくつも存在するのか調べてみたいと思った。

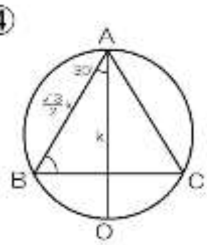
2. 方法

まず、紙とエンピツで考え、次の①～④の考え方により確率を求めると、異なる確率が導き出された。次に、それぞれの考え方に従いグラフ描写ソフト（GRAPES）でプログラムを作成し、コンピュータの中で実験した。下の図は４つの考え方を表した図である。

①


②


③


④


3. 考察

GRAPES で実験した図を見比べると分布が異なった。原因は､「無作為」の定義の違いによるものである。そのうえで、私たちは特徴的な結果が表れていた弦の中点に注目して、どの方法が「無作為に弦を引く」ことを表しているのか考えることにした。

4. 結論

考察より、弦の中点が円内に均等に分布しており､「無作為さ」をよく表している方法③（中点を主に考えた方法）が､「無作為に弦を引く」ことを表していると考える。

さらに、方法①と③はどちらも中点を主に考えるという類似性をもつ。①と③を比較すると、①は中点を直線上（半径上）に無作為にとるという一次元的な考え方であり、③は中点を平面上（円内）にとるという二次元的な考え方である。

5. 今後の課題

「無作為」についてさらに考えて、ベルトランの逆説の解を吟味したい。また、一般化した考え方で、球の問題についても取り組んでみたい。

6. キーワード

ベルトランの逆説　　無作為

2467　学校法人安田学園　安田学園中学高等学校
Yasuda Girls Junior High School, Yasuda Girls High School

グラフ理論とあるゲーム
Graph Theory and a certain game.

高下　真帆，佐々木　美希，相馬　由理佳，森川　愛子，吉田　晶栄
Maho Kouge, Miki Sasaki, Yurika Soma, Aiko Morikawa, Akie Yoshida

We are members of the society of mathematics at Yasuda High School.　We gather regularly every week, and work on the math questions. Today we are going to report on Graph theory and a certain Game.　We hope our presentation today will be successful and interesting.

1.　目的

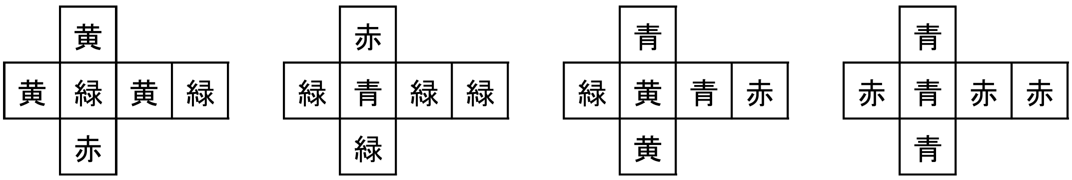
私たち数学研究部は，昨年の 6 月に創部されました。昨年より，現在 2 年生のお姉さま方は連分数表現に興味をもたれ，√で表された数の連分数表現がどうなるのかを研究して来られました。また，私たち 1 年生は，この 4 月より四色問題に興味を持ちその証明方法について勉強してきました。その中で，あるパズルがグラフ理論で解明できると知り，その変形を考えました。今回は，お姉さまが学校行事の関係で参加できないため，急遽私たちの研究とお姉さまの研究を紹介します。

2.　方法

参考文献の「グラフ理論入門」をクラブの中で輪読しながら，理解しにくいところは先生に質問して，わき道にそれながら読み進みました。そんな中，第 2 章の中のパズルに興味を持ち，また，その解法に感動して，それを拡張できないかと考えました。今回はその中で，皆さんに興味を持ってもらえそうな問題を発表します。

3.　結果・考察・結論

（例）下記のように立方体の各 6 面を 4 色で塗り分けたものを，4 種類用意します。この 4 個を縦に積んで四角柱を作ります。4 つの側面に 4 色のすべてが現れるようにするには，どのように積み上げればよいでしょうか。



6.　参考文献

グラフ理論入門　RJ ウィルソン著　西関隆夫・西関裕子共訳　近代科学社（1 年生）
連分数のふしぎ　木村俊一著　講談社ブルーバックス（2 年生）

7.　キーワード

数学パズル　グラフ理論　連分数

2542　熊本県立宇土中学校・宇土高等学校
Uto Junior and Senior High School

都道府県を一周しよう！！！　『グラフ理論』を使って都道府県を巡る
Let’s go around Japan!!!　Using the“graph theory”

小山 貴之　　　河野 寛大
Takayuki Oyama　　　Kandai Kawano

Abstract
We tried to verify, using the Hamilton Theory of Graph, whether it is possible to travel around Japan visiting each prefecture only once.　We found it is possible.

１．目的
陸路と空路を用いて、熊本県を出発し各都道府県を一度ずつ巡り、熊本県に戻ってくることを目的とした。

２．方法
日本地図の各都道府県に一つずつ点を打ち、隣り合う点や実際に航空路が存在する都道府県を線で結び、日本地図をグラフ化した。そのグラフにおいて各点を一度ずつ通って元の点に戻るというハミルトンサイクルの有無に注目し、それを判別するため諸定理に当てはめ検証した。

３．結果
パス・サイクル原理を用いた結果、都道府県の数は 47 なので $n=47$、次数が最も多い東京(31)と大阪(22)は $d(\text{東京})+d(\text{大阪})\geqq 47$ を満たす。東京と大阪を結ぶハミルトンパスの存在は確認できたため、ハミルトンサイクルを持つ。

４．考察
検証時、日本地図がたくさんの航空路、陸路の線で埋もれてしまったので、もっとグラフを整理して検証したい。今回の都道府県一周は実在の道路や新幹線等は考慮していないので、それを含めて無駄のない旅行経路や世界地図まで発展させたい。

５．結論
都道府県をグラフ化したとき、ハミルトンサイクルは存在する。これより、各都道府県を一度ずつ巡り日本を一周することができるということがわかった。

６．参考文献
小学生の学習教材「ちびむすドリル」、Wikipedia、卒業論文 Hamiltonian、
空から見える景色のご案内航空券 ANA 国内線、JAL　JAPAN　AIRLINES

７．キーワード
グラフ理論、ハミルトンサイクル

岐阜県立岐山高等学校
Gifu Prefectural Gizan High School

実証的な数学の研究

Demonstrative Researches on Mathematics

小川　将弥　小林　史弥　十市　優斗　林　誠也　間宮　梨央
Masaya Ogawa　Fumiya Kobayashi　Yuto Toichi　Seiya Hayashi　Rio Mamiya

Abstract

(1) "Voronoi" is a diagram where a plane with some points [Boten] arranged is divided into several parts by following which is the nearest point. We have studied the properties of Voronoi and have researched about "the problem of digging a hole" ," the experiment on piled salt",and "the division of school districts".

(2) We can calculate the volume of a solid body by integration now. In the age of B.C. Archimedes found the volumes of various solid bodies by using "equilibrium principle of scales". We have researched how Archimedes found them, and have made many disks of cardboard to demonstrate his method.

1. 目的

数学について研究や証明をするだけでなく、応用することで実生活への結び付けが出来るものを研究したいと考え、(1) ボロノイ図と、(2) アルキメデスの求積法について研究をした。

2. 方法

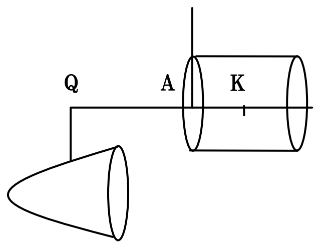
(1) 岐阜市の小学校を母点としたボロノイ図を作成し、実際の小学校区割りと比較することで実生活と結びつけて考えた。

(2) アルキメデスが行った証明を解釈して、それを自分たちで実証した。

3. 結果

(1) ボロノイ図と実際の校区割りとは誤差が生じた。

(2) アルキメデスは、立体を平面の集合体と考え、各面におけるつりあいから立体のつりあいを証明したが、これを円盤を作成し実証できた。



4. 考察

(1) 人口や地形、大きな道路が実際の校区割りには反映されているので、ボロノイ図を平面的ではなく、立体的に考えることによってより実生活に結び付けられると考えた。

(2) 立体を平面の集合体と考えることで、平面 1 つ 1 つのつりあいを考えると、立体のつりあいを証明できるということ、半球の重心についての証明から仮想の天秤を用いているということがわかった。

5. 主な参考文献

(1)「なわばりの数理モデル　ボロノイ図からの数理工学入門」　杉原　厚吉　（共立出版）

(2)「アルキメデスの数学」　林　栄治・斎藤　憲　（共立出版）

6. キーワード

ボロノイ図、ドロネー図、外心、凸領域、アルキメデス、求積、重心、モーメント

２４４１　愛知県立岡崎高等学校
Aichi Prefectural Okazaki Senior High School

４次元図形の考察

Consideration of a 4-dimensional figure.

木村豪男　生駒健太　星野佑介　八木貴志
Kimura Takeo　Ikoma Kenta　Hoshino Yusuke　Yagi Takashi

Abstract

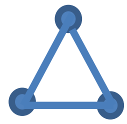
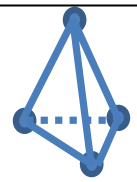
We analyzed 4-dimensional figures. They are figures which appear in the process of the change of 3-dimensional figures. And they have some interesting rules. So, we checked each of them and thought about the relation between dimension and figures. It is a little difficult, but very interesting.
Please read with your flexible mind.

1. 目的

人間が存在する3次元の世界から、第4の次元として「時間」を取り入れた4次元の世界における図形を、身近に存在する3次元図形から発展させて考察し、その広がりを調べる。

2. 方法

右図のように3～0次元の図形の頂点を考える。
表から（頂点の数）＝(次元の数)＋1
という関係が成り立っている。

次元	0	1	2	3
頂点	1	2	3	4
図形				

ここで、４次元図形で正四面体を発展させた図形の頂点は5であると推定できる。
同様に、正六面体についても考える。

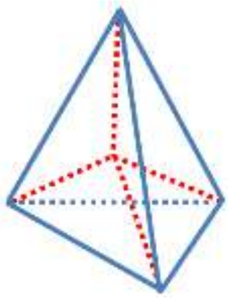
また、シュレーフリの４次元公式が成り立つかどうかも調べる。

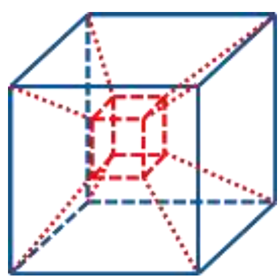
3. 結果

正四面体、正六面体から発展させた4次元図形は下の図のようになった。

4. 考察・.結論

下の図は正多胞体と呼ばれ、正五胞体と正八胞体であることが分かった。また、これらは4次元の図形であるため3次元の世界では、正確に表現できない。そこで、より理解を深めるために正多胞体の3次元展開図を考える必要性を感じた。





5. 参考文献

「図形・空間の意味がわかる」 野崎昭弘　他著

6. キーワード

四次元図形　多胞体　シュレーフリの４次元公式

生野高校
Ikuno High School

第２種スターリング数と二項係数の周期性について

On periodicity of Stirling numbers of the second kind and Binomial coefficients

植田　悠輔
Yusuke Ueda

Abstract
We research about the periodicity of Stirling numbers of the second kind and Binomial coefficients modulo 2 , 3 , 5.
We can predict that sequences of periods are geometric sequences.

１．目的

二項係数や第２種スターリング数の mod 2 , 3 , 5 の場合においての周期の値がもつ法則を調べる。

２．方法

二項係数や第２種スターリング数の漸化式を用いてパスカルの三角形を作り、
それぞれの値に mod をとって、縦の数列の周期を調べる。さらに、それぞれの数列の周期の値を数列にしてその規則性を考察する。

３．結果

周期の値の数列について、二項係数、第２種スターリング数ともに次のような予想ができる。

・２を法とした場合、公比が２の等比数列になる。
・３を法とした場合、公比が３の等比数列になる。
・５を法とした場合、公比が５の等比数列になる。

4.考察

一般的な素数 p を法とした場合、周期の値の数列は公比が p の等比数列になるのではないかと考えられる。

5.結論

法の値が素数のとき、二項係数と第２種スターリング数の周期の値の数列は、公比が法の値である等比数列になると予想できた。今後、形式的な証明にとりかかり、その真偽を確かめる必要がある。さらに、法の値に合成数を用いた場合の周期性も調べたい。

6.参考文献

第２種スターリング数の法 n についての周期性 学習院大学　村田洋輔,
スターリング数：パスカルの三角形 Wikipedia

７．キーワード

第２種スターリング数　二項係数　パスカルの三角形

生野高校

Ikuno High School

カタラン数

Catalan numbers

玉村庄汰

Shota Tamamura

Abstract

Let C_n be the number of rooted binary trees with n internal nodes. We prove the following equation by induction;

$$C_n = {}_{2n}C_n - {}_{2n}C_{n-1},$$

Where ${}_nC_r$ is Binomial coefficients.

１　目的

二分木の個数 C_n が二項係数を用いた形でのカタラン数の関係式 $C_n = {}_{2n}C_n - {}_{2n}C_{n-1}$ を満たすことを証明する。

２　方法

帰納法を用いて関係式 $C_n = {}_{2n}C_n - {}_{2n}C_{n-1}$ を証明する。

３　考察

新たなカタラン数の例を見つけるための証明方法を得ることができ、今後の研究の幅が広がった。

４　結論

ある対象がカタラン数のモデルであることを証明するためには、それを二分木に対応させることも考えなければならない。よって、その対応方法の考察が今後重要である。

今後の課題であるｎ-分木によって定義される一般化されたカタラン数（n-カタラン数）の関係式の証明についても、今回の証明が参考になると考えている。

５　参考文献

・カタラン数　ウィキペディア

・情報技術者試験の森

６　キーワード

カタラン数　二分木　パスカル　三角形

（2224）　兵庫県立尼崎小田高等学校
Hyogo Prefectural Amagasaki Oda High School

奇数取りゲームを拡張する
A Detailed Look at the Game “Kisuutori”

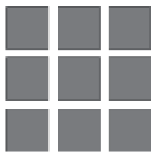
発表者　小形 翔平　　黒澤 睦登　小山 猛
Syohei Ogata , Hokuto Kurosawa , Takeshi Koyama

Abstract

We knew of the game called “Kisuutori”. Two players playing this game take cards put in order by a line. We have had interest in changing this pattern when we change the line into a square. The purpose of our research was finding the way of certain victory in this game. As “n” becomes larger, this game becomes more complex.

１．目的

一列に並べた奇数個の石から石を順に取り合い、最終的に奇数個取った方の勝ちという「奇数取りゲーム」がある。それには必勝法がある。それを参考にして、僕たちは新しいゲームを考え、そのゲームを一般化し必勝法を調べる。



２．方法　~ルール～

①縦横が（２ｎ－１）枚×（２ｎ－１)枚の正方形になるようにカードを並べる。（ｎ≧１）②先手が取り始め、場のカードがなくなるまで、交互にカードを取りあう。③一度に取れるカードの最大枚数はｎ枚である。④複数枚取りにおいて、斜め取りや離れたカード同士を取ることはできず、一直線につながっているカードのみを取ることができる。（Ｌ字型は×）⑤場のカードがなくなったとき、持っているカードの枚数が奇数枚である方が勝ちである。⑥～追加ルール～先手は最初に中心のカードについて対称に（４ｓ＋１）枚のカードをとることはできない。ただし、（４ｓ＋３）枚は取ることができる。

３．結果

⑴　ｎ＝２のとき、先手の必勝法あり。⑵　ｎ＝３のとき、先手の必勝法あり。
⑶　ｎ≧４については完全な必勝法は見つけられなかった。

４．考察

ｎ≧４では正確な必勝法を見つけることはできなかったが、経験的に後手が勝つ事も多かったため、後手必勝のｎが存在するのではないかと思った。

５．結論

並べるカードの枚数が増えるとそれだけ考えなければならない場合の数が増えるので、パターンを見つけ出す事ができればカードの枚数が増えてもどのような時必勝かが分かる。

６．キーワード

先手が有利　カードの取り方　カードの並べ方　必勝法

平成２６年度　スーパーサイエンスハイスクール
科学技術人材育成重点枠「数学」

平成２７年３月１日　初版第１刷
発行　　大阪府立大手前高等学校　数学科
〒540-0008　大阪市中央区大手前 2-1-11
電話　06-6941-0051　　FAX　06-6941-3163
ＨＰ　　　http://otemae-hs.ed.jp/