第７回　マス・フェスタ

〈全国数学生徒研究発表会〉

日時　平成 27 年 8 月 22 日(土)

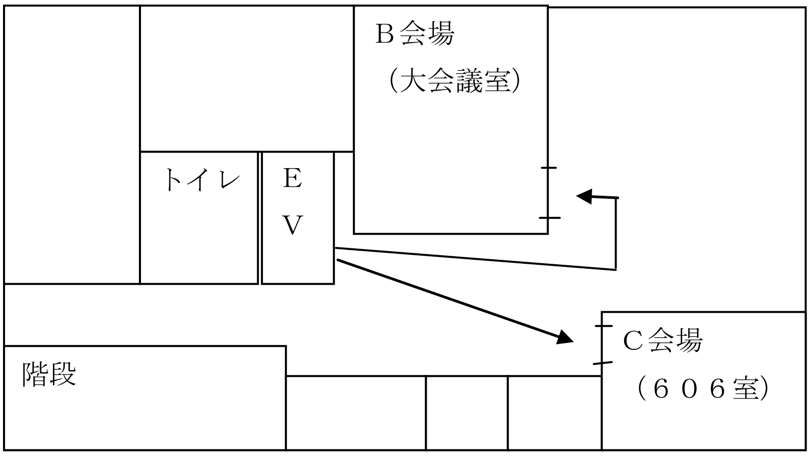
場所　エル・おおさか（大阪）

平成２７年度　科学人材育成事業
マス・フェスタ（数学生徒研究発表会）企画書

日　時　　　平成２７年８月２２日（土）　午前９時３０分～午後４時００分
場　所　　　エルおおさか　エルシアターおよび会議室（大阪市中央区北浜東 3-14）
目的　　　　数学に関する生徒の取り組み等（課題研究、部活動等）の研究発表を行うことにより、数学に対しての興味・関心を高め、今後の数学教育活動の発展に資する。
内　容　　　生徒による数学研究（課題研究等）についての発表会
・数学の内容に関する発表、数学を利用しての研究の発表など。
時　程
■８月２２日（土）
9:00　一般入場開始
＜午前の部＞
9:30　開会式
・校長挨拶、来賓挨拶、来賓紹介等
・スケジュール確認と移動開始
10:10　５会場（エルシアターおよび会議室）での発表
15　発表
①10:15～10:35　②10:35～10:55　③10:55～11:15
④11:15～11:35　⑤11:35～11:55
11:55　昼食休憩・ポスター準備
＜午後の部＞
12:45　発表
⑥12:45～13:05　⑦13:05～13:25　⑧13:25～13:45
⑨13:45～14:05
14:20　ポスターセッション
15:10　ポスターセッション終了・全体会場へ移動
15:20　閉会式　全体講評、閉会の挨拶
15:45　終了　発表者記念撮影
●指導助言
高橋 篤史 先生 大阪大学　宇野 勝博 先生 大阪大学　村井 聡 先生 大阪大学
森脇　淳 先生　京都大学　鈴木 咲枝 先生 京都大学　高橋 太 先生 大阪市立大学
佐官 謙一 先生 大阪市立大学　河内 明夫 先生 大阪市立大学　中西 康剛 先生 神戸大学
入江 幸右衛門 先生 大阪府立大学　町頭 義朗 先生 大阪教育大学　小林 毅 先生 奈良女子大学
藤田 岳彦 先生 中央大学　中川 明子 先生 大阪府教育センター

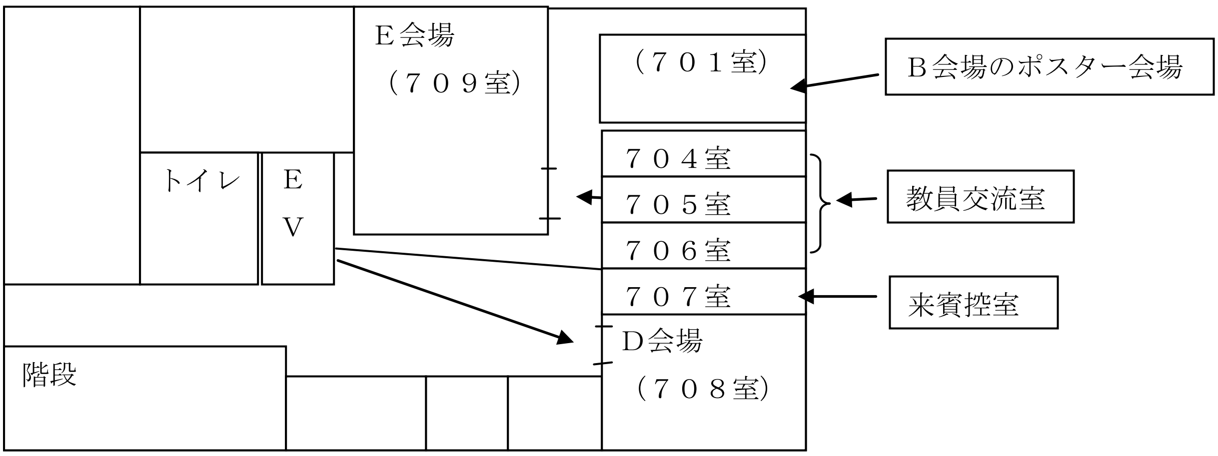
会場図

６F（Ｂ・Ｃ会場）



●口頭発表
Ａ会場（２Ｆホール）
Ｂ会場（大会議室６Ｆ）
Ｃ会場（６０６室６Ｆ）
Ｄ会場（７０８室７Ｆ）
Ｅ会場（７０９室７Ｆ）
交流会場　601～604 室
●ポスター発表
各発表会場にて発表。
（ただし、Ｂ会場は
７０１会場にて）

7F（Ｄ・Ｅ会場）



口頭発表・ポスターセッション発表会場

No	分科会 ポスター会場	発表順	都道府県	校名	タイトル
1	A	1	青森	青森県立八戸北高等学校	八戸市でのスギ花粉飛散予測
2	A	2	沖縄	沖縄県立球陽高等学校	ソーマキューブの解の解明 Part 2
3	A	3	茨城	茨城県立竜ヶ崎第一高等学校	和算における勾配に関する研究
4	A	4	愛媛	愛媛県立松山南高等学校	隣接三項間漸化式の係数による一般項の値の変化
5	A	5	東京都	筑波大学附属駒場高等学校	初等幾何と二次曲線
6	A	6	広島	広島大学附属高等学校	コード進行の数理的解析
7	A	7	新潟	新潟県立新潟南高等学校	多項式の展開について～６＝１＋２＋３～
8	A	8	奈良	奈良女子大学附属中等教育学校	カプレカー変換に関する考察
9	A	9	愛知	愛知県立明和高等学校	複素数の剰余
10	A	10	大阪	大阪府立大手前高等学校	ﾋﾟﾗﾐｯﾄﾞ型数列
11	B	1	岩手	岩手県立釜石高等学校	席替えの確率に迫る！！！
12	B	2	香川	香川県立観音寺第一高等学校	出生率の方程式
13	B	3	栃木	作新学院高等学校	懸垂鎖と等差数列
14	B	4	岡山	岡山県立岡山一宮高等学校	自然数の累乗和の一般化
15	B	5	東京都	東京都立小石川中等教育学校	セ･リーグにおける統一球の変更による成績の変動～打者の成績に注目して～
16	B	6	兵庫	神戸市立六甲アイランド高等学校	すごろくの考察
17	B	7	石川	石川県立七尾高等学校	指名されやすい出席番号
18	B	8	大阪	大阪市立東高等学校	和算Ⅱ
19	B	9	愛知	名古屋大学教育学部附属中･高等学校	人間知恵の輪
20	C	1	茨城	茗渓学園中学校高等学校	地元の神社の算額の問題を江戸時代の公式を使って解いてみた
21	C	2	香川	高松第一高等学校	実験計画法
22	C	3	茨城	茨城県立緑岡高等学校	ナビエストークス方程式の応用に関する研究
23	C	4	岡山	金光学園中学･高等学校	魔方陣
24	C	5	東京	東海大学付属高輪台高等学校	SEKAI NO OWARI×数学
25	C	6	兵庫	兵庫県立神戸高等学校	歪像画の射影変換-円柱アナモルフォーズについて-
26	C	7	長野	長野県屋代高校	どうなる！？　私たちの年金！
27	C	8	大阪	大阪府立住吉高等学校	グラフ理論
28	C	9	長野	長野県飯山北高等学校	色と香りと計算力の関係　 ～相乗効果を探る～
29	D	1	茨城	茨城県立並木中等教育学校	Linkage特有の図形融合を探る
30	D	2	福岡	久留米工業高等専門学校	すべて異なる確率は
31	D	3	千葉	千葉県立船橋高等学校	ルールを変えたときの三山崩しの必勝法について
32	D	4	岡山	岡山県立倉敷天城高等学校	リバウンドは俺が取る
33	D	5	東京	海城高等学校	2のべき乗に関する一予想
34	D	6	兵庫	兵庫県立尼崎小田高等学校	バケツ問題
35	D	7	岐阜	岐阜県岐山高等学校	結び目理論の研究
36	D	8	大阪	大阪府立天王寺高等学校	んてんは
37	D	9	愛知	愛知県立岡崎高等学校	4次元図形の考察
38	E	1	茨城	清真学園中学･高等学校	ボロノイ図でみる鹿嶋市
39	E	2	佐賀	佐賀県立致遠館高等学校	ハノイの塔
40	E	3	千葉	市川学園市川高等学校	グラフを用いた和音の分析
41	E	4	広島	安田女子高等学校	グラフについてのあるパズルより
42	E	5	神奈川	横浜サイエンスフロンティア高等学校	渋滞を数学的に捉える。
43	E	6	奈良	奈良県立青翔高等学校	Collatz問題
44	E	7	静岡	静岡県立磐田南高等学校	TVの視聴率
45	E	8	大阪	大阪府立千里高等学校	板チョコ割りゲーム
46	E	9	京都	京都府立洛北高等学校	奇跡のランダムウォーク～数式で繋ぐ運命の赤い糸～

＜発表順と時刻の目安＞

① 10:15～10:35 ② 10:35～10:55 ③ 10:55～11:15 ④ 11:15～11:35 ⑤ 11:35～11:55

⑥ 12:45～13:05 ⑦ 13:05～13:25 ⑧ 13:25～13:45 ⑨ 13:45～14:05 ⑩ 14:05～14:25

2204　青森県立八戸北高等学校

統計学による八戸市でのスギ花粉の飛散予測

Forecasting Cedar Pollen in Hachinohe

関下　堅也,　蔦木　圭介,　寺沢　和紘

Sekishita Kenya　Tsutaki Keisuke Terasawa Kazuhiro

Abstract

In Japan, the number of hay-fever patients is increasing. A forecast model was made based on pollen count, the amount of pollen that scatters in a year, and the first day of the pollen dispersal, the day when pollen start to scatter that year.　This forecast will help people take preventive measures against hay-fever symptoms.

1. 目的

八戸市で、いつから(飛散開始日)・どのくらい(総飛散量)スギ花粉が飛ぶのかの 2 点を予測する。

・スギ花粉の総飛散量の予測…回帰分析による 2015 年度のスギ花粉総飛散量の予測

・スギ花粉の飛散開始日の予測…予測に有用な気温の総和の基準温度・起算日の決定

2. 方法

総飛散量…7，8 月の気象データと総飛散量を用いて回帰分析を行った。回帰分析は気象データを上,中,下旬、または奇数年と偶数年に分けたそれぞれのグループと総飛散量で行った。

飛散開始日… ある一定の温度を基準温度として設定し、この温度を超えた気温のみを予測に用いた。加えて、総和を開始する起算日も変えて分析した。また、気温の総和の代わりに有効日数(起算日から飛散開始日までの気温が基準温度を超えた日数の合計)も用いて分析した。過去の気温データと基準温度などを用いて得られた飛散開始日と、実際の飛散開始日を比較して最も差が小さい基準温度と起算日の条件を検討した。

3. 結果

総飛散量…相関の大きい説明変数を用いた回帰式で予測し、予測値の平均を取ると 9562 個/cm²となった。今年の実測値は 12960 個/cm²である。

すべて 7/11~7/31	回帰式	総飛散量
平均気温	y = 2436.1x - 46575	10,302
最高気温	y = 1935.8x - 43772	10,753
最低気温	y = 3165.6x - 52791	9,360
降水量（奇数）	Y = 0.0189x – 11.927	7,833

飛散開始日…2/1 から最高気温が 0 度以上の日の数を足すと、34～38 日目で飛散を開始した。これが最も差の小さい条件である。　この条件で 3/7~3/11 に飛散開始すると予測した。今年の飛散開始日は 3/7 である。

4. 考察と結論

総飛散量…7/11～7/31 までの気温の予測値が実測値に近かった。しかし降水量の予測値が実測値を大きく下回っていた。使用したデータが少ないためかと考えられる

飛散開始日…予測が的中したため、予測法を確立できたといえる。

5. 参考文献

松原篤　他 (2005) 『降雪地域におけるスギ花粉飛散開始日の予測』耳鼻と臨床,Vol. 51,p. 220-225

高橋信 (2004) マンガでわかる統計学 回帰分析編　オーム社

上田太一郎　他 (2003) Excel で学ぶ回帰分析入門　オーム社　　　など

6. キーワード

回帰分析　総飛散量　飛散開始日

（２５４３）　沖縄県立球陽高等学校
Kyuyo high school

ソーマキューブの解の解明 ～Part2～

The solution of Soma Cube ~Part2~

濱田愛衣　比嘉碧　眞玉橋英恵
Ai Hamada, Aoi Higa and Hanae Madanbashi

Abstract

Soma Cube is one of the cubic puzzle game. We wonder whether Soma Cube has 480 solutions. So we researched on the solution of Soma Cube. As a result, we completed elucidation on February 27, 2015.

１．目的

立体パズルゲームの一種であるソーマキューブ（７つの異なるピースから構成）には、480 個の解があると分かっている。私たちは、実際にそれだけ多くの解があるのか疑問に思い、ソーマキューブの解 480 個を全て見つけ、分類しようと思った。

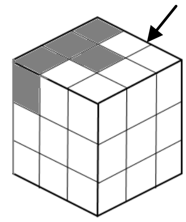
２．概要

３×３×３の立方体に、センターセル・コーナーセル・エッヂセルを設定し、コーナーセルに来ないピースに注目して解を探した。この方法で、昨年度の発表までに、480 個ある解のうち 472 個の解を見つけた。今回は、昨年度の研究を継続し、ソーマキューブの残り８個の解を探した。

３．方法

（１）「角に来ないピース」→「表上面のパターン」の樹形図を作る。
（図１で示した面を表上面とする。）
（２）樹形図を用いて、不足している解を探す。
（３）見つけた解を鏡写しにして、鏡像解を得る。

＜図１＞



４．結果

（１）480 個全ての解が解明できた。（表１参照）
（２）樹形図を作ることにより、昨年度発見した 472 個の解の中で重複していた解が判明した。
（３）樹形図をかいて整理することによって、解が 480 個しかないことが確かめられた。

＜表１＞コーナーにこないピースによって分類した解の個数

茶	116 個
白	116 個
赤	74 個
黒	66 個
緑	66 個
青	42 個
合計	480 個

５．考察

昨年度までの解の探し方は系統的でなかったため、重複する解もあり、不足している解を見つけることも困難であった。今回は、樹形図をかいてピースの配置を徐々に絞り込んでいくことで、ソーマキューブの解がちょうど 480 個あることを結論づけることができた。分類して整理することが、もれなく重複なく解を探す有効な方法であることがわかった。

６．参考文献

・「数学」じかけのパズル＆ゲーム（HBJ 出版局）
・昨年度のマスフェスタ資料

７．キーワード

ソーマキューブ　セル　鏡像関係　樹形図

2601　茨城県立竜ヶ崎第一高等学校
Ibaraki Prefectural Ryugasaki First Senior High School

和算における勾配に関する研究
A study on the gradient in WASAN

髙森彩花　　　江寺理紗
Takamori Sayaka , Edera Risa

Abstract

About the growth of the gradient in the book on WASAN, we compared the wrong value in Jinkouki and the approximate value we reached with the correct value in Kaizanki respectably . As a result, we found the close relationship between culture, technology and science. In addition, we tried to express clearly uncertain descriptions in WASAN, using the mathematical technology and skill today.

１．目的
和算書に記されている勾配ののびについて、誤った値と近似値をそれぞれ正しい値と比較し考察することを目的とした。

２．方法
「塵劫記」、「改算記」および現代の数学的な考えや解法を比較し、正値との相違を特定し、その誤りの原因を考察した。また、「勘者御伽双子」で紹介されていた計算方法で求められる近似値と正しい値を比較するため、その差をグラフで表した。

３．結果
五と九の取り違えが複数存在した。途中計算における誤りがあった。勾配が大きくなるほど正値と近似値の誤差が大きくなることを、関数ソフトを使い表現することができた。

４．考察
制作過程で版木の利用によるインクのかすれや彫り間違い，および字体が複数存在したことによる文字の取り違いが生じた。計算過程で開平法に誤りがあった。関数ソフトを用いたグラフから、近似値として採用可能な勾配の値の境界を求めることを検討した。

５．結論
江戸時代において文化と技術と科学は密接に関わっていた。また、和算書の曖昧な記述を、現代の私たちが科学と技術を用いることで、明確に表現することが可能になった。

６．参考文献
吉田光由 1629 塵劫記, 山田正重 1659 改算記, NPO 和算を普及する会 2008 勘者御伽双子中

７．キーワード
和算　勾配　塵劫記　改算記　勘者御伽双子　近似値

２７２１愛媛県立松山南高等学校

隣接三項間漸化式の特性方程式の解による一般項の値の変化について

The recurrence formula between contiguity 3 clauses whose characteristic equation's solutions are imaginary number

木村　公亮　　重見　遼真　蔵本　恵介　　松木　優一郎

Kimura Takaaki, Sigemi Ryouma, Kuramoto Keisuke and Matuki Yuitiro

Abstract

Our study target is the recurrence formula between contiguity 3 clauses whose characteristic equation's solutions are imaginary number. We made a computer program to analyze it and we studied what fixes the value of general term through its data.

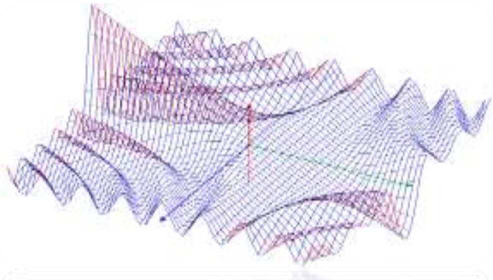
１．目的

隣接三項間漸化式 $a_{n+2}+pa_{n+1}+qa_n=0$ の特性方程式が虚数解 $x=r(\cos\theta\pm i\sin\theta)$ をもつ場合に、一般項 a_n がどのように表されるか、またその数列の性質を調べる。

２．方法

マイクロソフトのエクセルを利用して隣接三項間漸化式から各項を計算するプログラムを作り、特性方程式が虚数解をもつような係数を代入して計算させる。

その結果をもとに規則性を推測し、性質を考える。また隣接三項間漸化式の一般項を三角関数や複素数平面の知識を利用して求める。n を拡張することを考え、実数範囲まで拡張し、グラフを作成する。



Ｘ軸：θ　Ｙ軸：ｎ　Ｚ軸：An のグラフ

３．結果

特性方程式が虚数解をもつ隣接三項間漸化式の一般項は、初項$\boldsymbol{a_1}$、第二項$\boldsymbol{a_2}$、複素数の絶対値をr、偏角を θ とすると、$\boldsymbol{a_n=\frac{r^{n-2}\sin(n-1)\theta}{sin\theta}a_2-\frac{r^{n-1}\sin(n-2)\theta}{sin\theta}a_1}$ と表すことができた。このことから、$n\to\infty$ のとき r の値によって数列 $\{a_n\}$ の値が発散もしくは収束することが分かる。

４．考察

現在、n を実数まで拡張し関数として考えることで、グラフを作成しようと考えている。しかし、得られた一般項が実数の範囲において成り立つかどうかまだ分からないため、検証する必要がある。

５．結論

三角関数や複素数平面の考え方を用いて、特性方程式が虚数解をもつ隣接三項間漸化式の一般項を求めることができた。

６．参考文献

https://www.chart.co.jp/subject/sugaku/suken__tushin/73173-9.pdf

７．キーワード

隣接三項間漸化式、特性方程式、三角関数、複素数平面、極形式、ド・モアブルの定理
オイラーの公式

２７２１愛媛県立松山南高等学校

カードゲームとあみだくじ

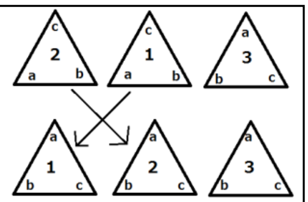
矢野　雅和，重松　孝宏
Yano Masakazu，Shigematsu Takahiro

Abstract
We made a new kind of card game. In this game, we line some numbers and colors at random. Then, we interchange the adjoining numbers or colors.
We search the fewest numbers of the moves by using the system of Amidakuji.

1　研究の目的

カードの並び替えゲームを考案し、あみだくじの性質を利用してその最少手数を求める。

ゲームの内容：n 角形、m 枚の異なる番号札を、任意の順番、任意の向きに並べ、隣り合う 2 枚を入れ替えながら、昇順かつ向きがそろった状態に並び替える。（図を参照）



2 研究方法

○まずは最少ではなく、カードを揃える手数について考察する。

○完成した並びの状態からカードを逆手順で移動させ、再びカードを揃えるという実験を通して法則性を導き出す。

3　研究結果

m:数（カード）の枚数	n: n 角形（n 色を用いる）
M:任意のカードの必要な最少回転数	N:任意のカードの必要な最少移動数

M+nk－N…①が 0 以上の偶数となるような k を求めて、以下の手順を得た。

手順 1：M+nk－N 本の横棒を引く

手順 2：N 本の横棒を引いて移動させる

手順 3:　縦棒が 3 本になったら、上の①を応用してまとめて考える

4 考察

m 枚のカードを 1,2,3,……i とし，Mi+nki－Ni が偶数となるとき，$\sum_{i=1}^{m}$ kiが最少となるような

ki を求めることで最少手数を求めることができると考えた。

5　展望

手数を求める式は求まったが、まだ最少の手数を求める公式は見つけることができていないので、代数学以外の分野からの視点も考えていきたい。

6　キーワード

互換　代数学　フェルマーの小定理　オイラーの定理

２７２１愛媛県立松山南高等学校

折り紙の展開図の色分け

長谷部　光輝，廣瀬　健人
Hasebe Mitsuki，Hirose Kento

Abstract
We learned about the theorem of Origami in which one can always color every space of development of Origami which has common borders with only two colors. We have come to wondered if this can be true when we add some other conditions. So we are going to search about this theorem.

１．目的

「折り紙の展開図内の図形を必ず隣接せずに 2 色で塗り分けできる」という性質を知り、条件を加えた場合にも同様に言えるのか疑問を持ち、研究を始めた。使用する色の数を変える、などの条件を加え、前述の性質が成り立つ条件を考える。

２．方法

折鶴の展開図について、自分たちで色分けする。

点の隣接は可、線での隣接は不可として、色分けできたか判断する。

[加えた条件](ｎは使用する色の種類　48 は鶴の展開図を構成する多角形の数)

（ⅰ）ｎ＝(48 の約数)となるとき→ｎ色を 48/ｎ回ずつ使用して色分けする。

（ⅱ）ｎ≠(48 の約数)となるとき

→48/ｎの商を一色の使用回数とし､あまりは差が１になるように使用する。

３．結果

（ⅰ)，(ⅱ)ともにすべてのｎで色分けできた。

４．考察

鶴ではすべてのｎで色分けできたことから、ほかにも同様なものがあるのではないか。

５．結論

対象が鶴だけだったためデータは少ないが、他にも成り立つものがあると予想できる。

これから、ほかの対象も加え、ⅰⅱが成り立つ条件を調べていきたい。

６．参考文献

ＮＨＫ　スーパープレゼンテーション
http:/www.ted.com/talks/robert_ lang_ folds_ way_ new_ origami#t-8835

2424 **筑波大学附属駒場高校**
Senior High School at Komaba, University of Tsukuba

初等幾何と二次曲線

Synthetic Geometry and Conic Sections

青木 孔
Ko Aoki

Abstract

My research theme is about Euclidean plane geometry. I proved facts of elementary geometry with using conic sections.

1. 目的

初等幾何においては対称性の高い結果に対称性の低い証明がつくことが多い．そこで対称性の高い証明が得られないかと考えた．

2. 方法

角度計算などに頼ると対称性が低くなりやすいので二次曲線を用いて示すことを考える．

3. 結果

完全四辺形や完全四角形に関する命題が放物線や直角双曲線を使って示せる．また五角形に関する命題が一般の二次曲線を用いて示せることがある．

4. 考察

与えられるもの全体の自由度が 4 の時には二次曲線の中でも放物線や直角双曲線といったふうに離心率を固定して自由度を下げている．自由度が 5 の時には一般の二次曲線が使えるがそのような命題は，対称性を保つように円を考えると煩雑になるので，初等幾何色が薄いだろう．

5. 結論

対称性のある初等幾何の対象（点，直線，円）4 つが現れてそれが共円や共線であることを示す場合においては放物線や直角双曲線を考えることは有効である．逆に 3 つなどの場合は一般にはあまり有用でない．また一般の二次曲線が適用できる場合も少ない．

6. キーワード

初等幾何，射影幾何，二次曲線，放物線，直角双曲線，完全四辺形，完全四角形．

筑波大学附属駒場高等学校
Senior High School at Komaba, University of Tsukuba

～パスカルの三角形の活用～

助田　一晟
SUKEDA Issey

Abstract

With a bit of tricky ideas, not only the sum of binomial coefficients (pCq) but also the multiplication of them can be indicated on a "Pascar's Triangle". I studied the way to prove various kinds of equations composed of binomial coefficients, by making use of the visual quality of a "Pascar's Triangle".

１．目的

C（コンビネーション）絡みの等式の証明問題はふつう数学的帰納法を用いた代数的な式処理によって行うが、わかりにくい。そこで、視覚的にも理解しやすい「パスカルの三角形」の性質を利用した証明を考える。

２．考察

「パスカルの三角形」の基本的な性質: ${}_pC_q = {}_{p-1}C_{q-1} + {}_{p-1}C_q$（※）を活用すると、次の等式①が成立する。

① ${}_{p+1}C_{q+1} = \sum_{k=q}^{p} kCq = {}_qC_q + {}_{q+1}C_q + \cdot\cdot\cdot + {}_{p-1}C_q + {}_pC_q$

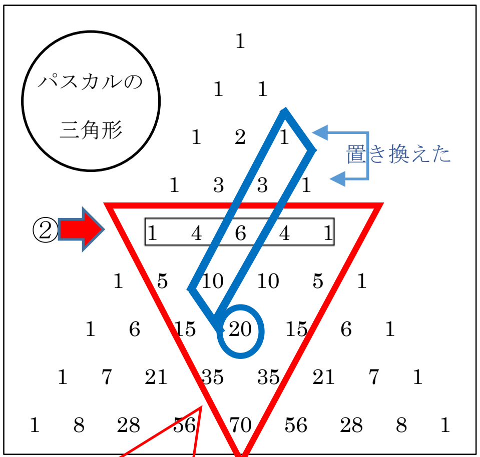
（図の青線部について、${}_6C_3 = {}_2C_2 + {}_3C_2 + {}_4C_2 + {}_5C_2$）

その他の色々な C 絡みの等式も「パスカルの三角形」を利用して証明できそう！

② ${}_{2n}C_n = \sum_{k=0}^{n} ({}_nC_k)^2 = ({}_nC_0)^2 + ({}_nC_1)^2 + \cdot\cdot\cdot + ({}_nC_n)^2$

★「${}_nC_k \times {}_nC_k$」をパスカルの三角形上に何とか図示したい！！！

パスカルの三角形を２つ上下逆さまに重ねてみた。
（図の赤線部、図中の⇒の段が②の式に該当する。）



$70 = 35 \times 1 + 35 \times 1$
$= 15 \times 1 + 20 \times 2 + 15 \times 1$
・・・・・
$= 1 \times 1 + 4 \times 4 + 6 \times 6 + 4 \times 4 + 1 \times 1$

また、一般化した等式も同様にして証明できた。

３．結論

（二項係数）＝Σ（二項係数）×（二項係数）という形の等式は、一般式 ${}_{p+q}C_n = \sum_{k=0}^{n} ({}_pC_k \times {}_qC_{n-k})$ を含めて、「パスカルの三角形」を活用して綺麗に視覚的に証明できることがわかった。その他の C 絡みの等式や３つ以上の二項係数の積を足し合わせた形も工夫次第で「パスカルの三角形」上に図示できそうである。すぐに代数的な証明に取り掛かるのではなく、パスカルの三角形の活用を考えてみても面白い。

４．キーワード

パスカルの三角形　二項係数　コンビネーション

2465 広島大学附属高等学校

Hiroshima University High School

コード進行の数理的解析

Mathematical Analysis of chord progression

尾座本理奈　川仁実佳　関谷眞太朗　冨永真暉　平井和輔

Rina Ozamoto, Mika Kawani, Shintaro Sekiya, Naoki Tominaga, Kazuho Hirai

Abstract

Whether music is comfortable or not is often based on chord progression. We have proposed a method for mathematical analysis of the comfortableness which the chord progression has. With our method, we have found a mathematical difference between comfortable chord progressions and uncomfortable ones.

1. 目的

私たちが音楽を聴いたときに感じる心地よさを数学的に定義する。ただし本研究では，音楽を構成する要素としてコード進行のみに注目する。

2. 方法

8 つの和音で構成されるコード進行において，和音を順に①～⑧とする。[1]において，和音の心地よさを示す指標として「和音性」が提案されている。和音性は(i)不協和度，(ii)緊張度，(iii)モダリティの 3 要素で構成されている。１つの和音ではなく、コード進行の心地よさを数値化するために，隣り合う和音のそれぞれから音を選び，和音性を計算する。なお、①～⑧は循環するものとし，全ての隣り合う和音間についてそれぞれ(i)~(iii)を求め，それらの値の変化の様子を観察し，心地よいとされるコード進行の特徴を見出す。

3. 結果

一般に心地よいとされるコード進行である「カノンコード」について，横軸を和音①～⑧の並び，縦軸を和音性としてグラフにしたものが図である。ほか 20 種類のコード進行についても同様にした。

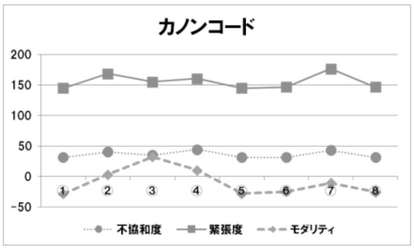


図　カノンコードの和音性の変化

4. 考察

カノンコードをはじめとする心地よいと感じるコード進行には，そうでないものに比べて，和音性の値の変化の幅が小さい傾向があることがわかった。

5. 結論

コード進行の心地よさとは，和音性の値の変化の幅の小ささであると考えられる。

6. 参考文献

「和音性についての定量的評価モデル」藤澤隆史ほか，2006，社団法人情報処理学会研究報告

7. キーワード

コード進行　和音性　カノンコード　心地良さ

多項式の展開について～6＝1+2+3～

新潟県立新潟南高校３年　　池田吉亨　唐沢崇史　佐藤元哉　山本寛太

・分割とは

n=n_1+n_2+⋯+n_k, 0<n_1<n_2<⋯<n_kとなるような整数n_1, n_2⋯， n_kの列を数ｎの分割と呼ぶ。
つまりある数をいくつかの異なる整数の和によって表す。

・分割の例

D(8)=6　　8=1+7 =2+6 =3+5 =1+2+5 =1+3+4

D(11)=12　　11=1+10 =2+9 =3+8 =4+7 =5+6 =1+2+8 =1+3+7 =1+4+6 =2+3+6 =2+4+5 =1+2+3+5

・分割の型

分割を次のように三つに分類する。用いる数字は上の分割の定義に用いたものに準ずる。また、$n_{k-x+1} = n_k - x + 1$を満たす最大のxをsとおく。（したがって$1 \leq s \leq k$である。）sは末項から初項へ数える時、連続して減少する項数である。（≤は≦と同じ意味を持つ。≤も同様。）

・Ⅰ型 $n_1 \leq s$ のとき。ただし、$n_1 = s = k$ を除く。

・Ⅱ型 $n_1 > s$ のとき、$n_1 = s + 1 = k + 1$ を除く

・Ⅲ型　Ⅰ型とⅡ型で除いたもの。つまり $n_1 = s = k$ または $n_1 = s + 1 = k + 1$ のとき。

・オイラー関数

このことから、オイラーの関数 $\varphi(x)$の展開した形が分かる。

$$\varphi(x) = (1-x)(1-x^2)(1-x^3)(1-x^4)\cdots = \prod_{k=1}^{\infty}(1-x^k) = 1 - x - x^2 + x^5 + x^7 - \cdots$$

基本的にＤ（ｎ）はⅠ型とⅡ型しか持たず、⑤の型と偶奇の一対一対応から、項数の偶奇が基本的に一致し、次数を分割した際に項数が偶数の項のｘの係数は１、奇数の項のｘの係数は（－１）となるため、ほとんどの係数が０になる。だが、Ⅲ型を持つものはその次数の分割がその型である項だけ残るために、その項の係数である±１となる。

・定理

$$\prod_{n=2}^{\infty}(1-x^n)$$

上記の式を展開した時の各項の係数の絶対値は１以内である。これにより１を使わないときの分割についても|（奇数の分割）―（偶数の分割）|≦１となる。また、このときの係数をxの指数が小さいほうから順番に並べたとき、同じ数の連続したところを「かたまり」と呼び、mを自然数とすると、$2m-1$個目のかたまりは$(-1)^{m+1}$が($2m$ -1)個連続したかたまりである。$2m$個目のかたまりは０が m 個連続したかたまりである。

（2716）　奈良女子大学附属中等教育学校
Nara Women's University Secondary School

カプレカー変換に関する考察
A study on the Kaprekar's operation

市田　美玲
Mirei Ichida

Abstract

Kaprekar's operation is the calculation that rearranges numbers and subtracts them. The repetition may lead to some fixed numbers. This process might have some regularities, which urged me to calculate from two-digit to six-digit numbers and examine the results.

１．目的

カプレカー変換とは、自然数において各位の数を並びかえて作ることのできる最大の数から最小の数を引く操作のことである。この変換を繰り返すと 1 つの値に収束するか、複数の値を循環することが知られている。どのような場合に収束が現れるのか、またどのような値を経て収束、循環にたどりつくのかを明らかにする。

２．方法

2 桁から 6 桁のカプレカー定数を計算で求め、桁ごとに変換を繰り返した。また、収束または循環にたどりつくまでの過程についても分類、整理を行った。

３．結果

変換を繰り返すと、2, 5 桁の自然数は循環し、カプレカー定数は存在しない。3, 4 桁の自然数はそれぞれのカプレカー定数に収束する。また、6 桁の数は循環するものとカプレカー定数に収束するものがあるということがわかった。一方、変換の過程については、全体として明らかな規則性は見られなかったが、細かい部分に注目すると一定の規則性を見つけることができた。

４．考察・結論

桁数によって変換を行い続けた結果は異なるということがわかった。桁数が増えるにつれて、循環や収束のパターンが増え、変換の過程が複雑になると考えられる。このように、カプレカー変換は単純な操作だが、不規則な動きをする。

５．今後の方針

今後はカプレカー定数と循環あるいは収束といった変換の挙動との間の関係性や、カプレカー定数の値自体についてもう少し深く考察したい。

６．キーワード

カプレカー変換、カプレカー定数、ソート、収束、循環

2321 愛知県立明和高等学校

Aichi Prefectural Meiwa Senior High School

複素数の剰余

Remainder of complex number

野々山敬介　甲斐野佑真

NONOYAMA Keisuke　KAINO Yuma

Abstract

We tried to define the remainder of the Gaussian integer, or the complex number, there are both real part and imaginary part are integers, with reference to the remainder of integer.

As a result, we were able to make an appropriate definition and discover many kinds of related properties.

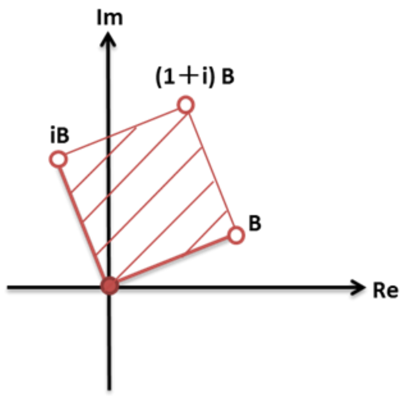
1.目的

ガウス整数（実部と虚部が整数である複素数）における除算では、剰余の絶対値が除数の絶対値より小さくなるように商と剰余を定義することが普通である。しかしこの定義では、整数での除算と矛盾が生じるところがある。そこで、矛盾が生じない定義を考える。

2.方法

実数における剰余の定義を参考にしながら、自分なりの複素数の剰余の定義を行い、その定義を用い、研究を行う。

3. 結果



商の実部、虚部を小数点以下切り捨てによって剰余を定義してみた。すると、B で割ったときの剰余が、右の図の正方形内の格子点であることが確認できた。

ガウス整数 B を除数としたとき、剰余は｜B｜種類存在することを、ピックの定理を用いて証明した。

4.考察

定義した複素数の剰余について、合同式も定義をし、実数のときと同じように、いくつかの主要な法則が成り立つことを確認した。

その合同式を利用することで、複素数での素数を定義するという見通しがたった。

5.結論

適切な複素数の剰余を定義することができた。また、剰余に関連した様々な研究をすることができた。

6.参考文献

ピックの定理 –Wikipedia

7.キーワード

複素数　剰余

2321 愛知県立明和高等学校

Aichi Prefectural Meiwa Senior High School

バババ抜きの勝率

Winning percentage of the game of Old Maid

須賀原夢　林恭佑

SUGAHARA Ayumu　HAYASHI Kyosuke

Abstract

We examined the winning percentage of the game of Old Maid, when played by two persons. We increased the number of kinds of the cards gradually and calculated the winning percentage.

As a result, we found that their winning percentage's ratio approached 1:1 as the number of kinds increased gradually.

1.　目的

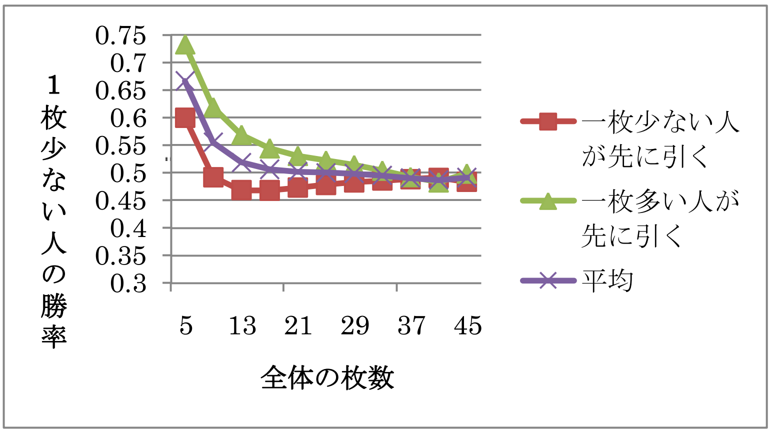
2 人で行うババ抜きについて、ルールを設定し、最初に配られたカードの枚数が 1 枚少ないほうと多いほうのどちらが有利になるか調べる。

2.　方法

1 種類のカードについて、4 つのマークすべてを使うとし、n 種類のカードとジョーカーを用いて、計 4n+1 枚でババ抜きをする。最初に配られた時点で、トランプの数字について、同じ数字のものが手札に何枚あるか、ということのみを区別して場合分けをし、それぞれの場合において、そのような手札になる確率とその時の勝率との積を求め、全体の勝率を計算する。

3.　結果

カードの枚数を増やしていって勝率を求めると、グラフのような結果になった。これより、枚数を増やすにつれて、1 枚少ない人の勝率が 5 割に近づいていくことがわかった。



4.　考察

配られたときに 1 枚少ない人は、最初にカードを捨てた時点で手札が 0 枚になるなど、勝率が高くなると考えられる。

また、全体の枚数が少ないと、はじめに 1 枚少ないことが大きく影響して有利になるが、全体の枚数が多いと初めの 1 枚の差の影響が小さくなり、徐々に勝率が 5 割に近づくと考えられる。

5.　結論

枚数を増やしていくと、優劣の差はほとんど無くなることが分かった。

6.　参考文献

(株)アンク　著「VBA の絵本」

7.　キーワード

ババ抜き

2321 愛知県立明和高等学校
Aichi Prefectural Meiwa Senior High School

17 ポーカー
17 poker

濱地哲成　山中祥平
HAMAJI Tetsunari　 YAMANAKA Shohei

Abstract

We tried to find various percentage of 17 poker . 17 poker is the poker that uses the seventeen cards. (A,K,Q,J and Joker). We examine all the cases and calculate final probability of making a hand.

As a result,　we discovered that it needs to device the way of changing the distributed cards. We are trying to make the program which calculates the winning percentage.

1. 目的

17 枚（A,K,Q,J and Joker）で行うポーカーの色々な確率を求める。また、勝率が高くなるようなカードの捨て方を考えていく。それらをもとに、エクセルで自動的に勝率を計算してくれるシステムを作る。

2. 方法

同じ役での数字の優劣は考えずに自分と相手の勝率を知るために必要な確率を求める。

3. 結果

最初の配られた手札から、最適と思われる切り方をした場合の最終的な役ができる確率を計算したら表 1 の通りになった。

役	確率
ワンペア	0.03046
ツーペア	0.22382
スリーカード	0.24653
ストレート	0.04072
フルハウス	0.28806
フォーカード	0.16004
RSF	0.00064
ファイブカード	0.00970

表 1

4. まとめ

17 ポーカーの各種確率を求めることができて、通常のポーカーに比べて、役ができる確率がかなり高いことが分かった。また、これらの確率を使ってエクセルで勝率を計算するめどがたった。

5. 参考文献

㈱アンク(2005)　『VBA の絵本』翔泳社
LIAR GAME

6. キーワード

17 ポーカー

7. 今後の展望

先ほどのエクセルの強化（数字の優劣を考慮して計算）に挑戦する。また、初手のカードに応じて、何枚チェンジしたら一番効率が良くなるかを調べる。

2530 大阪府立大手前高等学校

ピラミッド型数列

赤松拳斗　梅華世　福山励

1.　研究の概要

　私たちのグループは「１から１００までの数を並べ、隣り合った数を足す、ということを数がただ１つだけになるまでし続け、その最後の数（頂点）を求める。」という問題を解き、その問題の頂点の一般化を行った。さらに、この２次元のピラミッドの隣り合った３数を規則正しく足すことにより、３次元のピラミッドを作る。３次元のピラミッドの隣り合った４数を規則正しく足すことにより、４次元のピラミッドを作る。このようにｎ次元のピラミッドを作り、その頂点の一般化も行ってみた。また、今現在分かっていることも加えて発表する。

2.　方法

　ピラミッドの性質を見つけ、その性質に基づいて、最初の問題を解く。さらにその性質を頂点の一般化にも応用する。そのように３次元のピラミッド、４次元のピラミッドの性質を見つけ、それぞれの頂点の式をつくり、規則性を見つけてｎ次元のピラミッドの頂点の式をつくる。

3.　結果

　ある性質を用いると、最初の問題の答えは１０１×２＾９８だとわかる。ピラミッドの数を文字（最初の数を a、足す数を b、足す回数を c）で表し、一般化を行うと、（２a＋cb）×２＾｜c｜－１となる。さらに、３次元のピラミッドの頂点は、（２a＋cb）×２＾２｜c｜－１となり、４次元のピラミッドの頂点は、（２a＋cb）×２＾３｜c｜－１となるので、ｎ次元のピラミッドの頂点は、
（２a+cb）×２＾（n－１）｜c｜－１となることが予想される。

4.　課題

　ｎ次元のピラミッドの頂点の式にｎ＝０を代入、つまり０次元のピラミッドの頂点を表す時の不具合をどう説明するかということが今後の課題となっている。

5.　キーワード

　数列、パスケルの三角形、ｎ次元

2406　岩手県立釜石高等学校
Iwate Prefectural Kamaishi High School

席替えの確率に迫る!!!

Approach the probability of SEKIGAE

畑山　裕也　　　　松田　圭介
Yuya Hatayama　　Keisuke Matsuda

Abstract

Seating arrangement change gives us great pleasure. Nevertheless, some can sit at the same place, some can't sit near their friends all the time. So we tried to find out how these probabilities are. Then some can sit at the same places probability that proved turned out to be about 36.7 percentage. Besides some can sit near their friend's probability is proven by kamaishi high school's seating arrangements in each class.

1. 目的

席替えで席が変わらない人がいたり、仲のいい人と隣になる確率が気になったので法則性を発見することを目的として研究した。

2. 方法

1) 全員の席が変わる場合を完全順列と考えて、場合の数であるモンモール数を求める。
2) 全員の席が変わるという確率を人数を変えながらシミュレーションをする。
3) 仲のいい人と近傍（前後左右で隣り合う）になる確率を人数を変えながら求める。

3. 結果

1) 完全順列の公式より 2 から 40 までのモンモール数を求めた。
2) 席替えをする人数が極端に少ない場合を除いて、人数に依らず確率が約 36.7%になることが分かった。
3) 本校の今年度における 3 学年の席配置で、特定の二人が近傍になる確率を求めた。

4. 考察

1) 公式を用いて求めたモンモール数から完全順列が起こる座り方は人数が増えていくと、とてつもなく増えることが分かった。
2) 席替えの人数別に平均をとった結果から完全順列が起こる確率は約 36.7%であるといえる。
3) それぞれ求めた確率から近傍の起こる確率は人数によって左右されるといえる。

5. 結論

全員の席が変わる確率が $1/e=0.36787944117\cdots$ に収束していくことやシミュレーションの結果から人数にかかわらず約 36.7%になることが分かった。また、近傍になる確率は人数によって変化していくことも分かった。

6. 参考文献

・高校数学の美しい物語 http://mathtrain.jp/montmort

7. キーワード

完全順列　モンモール数　近傍

2331　香川県立観音寺第一高等学校
Kagawa Prefectural Kan-onji Daiichi High School

出生率の方程式

The equation of the birthrate

小畑照也　　中野　葉　　森　一起
Teruya Obata, Yo Nakano, and Kazuki Mori

発表要旨

We study what increases the birthrate. First, we generated an equation which can predict the birthrate with multiple regression analysis. And we think what increases the birthrate from the equation. As a result, we concluded "The oore men's working rate and women's working time increases, the more the birthrate increases."

目的

出生率の予測式を作成し、それを元にどうなれば出生率が高くなるのか明らかにする。

方法

①平成 22,17,12 年度の 47 都道府県を対象として、以下のデータを用意する。
「合計特殊出生率」　「男性就業率」　「女性就業率」
「男性就業時間」　「女性就業時間」　「三世帯家族率」
②出生率とその他 5 つのデータとの相関係数を調べる。
③５つのデータどうしの相関係数を調べ、相関が弱いペアを選ぶ。
④③で選んだデータをもとに重回帰分析を用いて予測式を作成する。

結果

上記のデータを用いて重回帰分析を行い以下の予測式を得た。

(出生率)＝0.0542×(既婚男性就業率)＋0.0307×(既婚女性就業時間)－4.889

この式を用いて東京都や福岡県などの予測値を計算すると実際の値が小数第 2 位まで一致していた。

考察

①既婚男性就業率が 1%増えると合計特殊出生率は 0.0542 ポイント高くなる。
②既婚女性就業時間が 1 時間増えると合計特殊出生率は 0.0307 ポイント高くなる。

結論

①男性が働くことで出生率も高くなる。
②女性の働く時間が増えることで出生率も高くなる。

参考文献：入門統計学、共分散構造分析入門
参考ＵＲＬ：XICA-Labs データ統計分析研究所（http://labs.xica-inc.com/）
データ引用元：統計局ホームページ（http://www.stat.go.jp/）
キーワード：少子化、出生率、相関係数、重回帰分析

2331　香川県立観音寺第一高等学校
Kagawa Prefectural Kan-onji Daiichi High School

統計 de サッカー　～J1 vs MⅠ～

Soccer with Statistics

香川県立観音寺第一高校　理数科　櫻井 天賀　田片 遼平　三好 樹里香

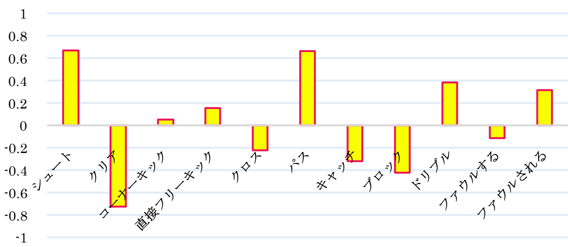
We studied what has an effect on soccer. As a result, “Shoot” and “pass” have the most impact on the score. Next, we researched what kind of “pass” leads to the scores. The result shows that the length of the “pass” which resulted in the goals is longer than the others. The result proves that counter strategy has an effect on playing soccer.

研究目的

私たちは「数学Ⅰ」の「データの分析」の手法を用いて、2013 年度の J1 リーグのデータを分析し、日本でもカウンターが効果的かを調べた。

研究方法

(1)各チームのゴール数とシュート数の散布図を作成した。
(2)得点に関わるプレイが何かを探った。ゴール数などの値とパス数やクロス数といった値の相関係数を求め、得点に繋がるプレイを調べた。
(3)J1 で当時トップだった『サンフレッチェ広島』は、研究(1)では他の上位チームと異なる結果だった。このチームが優勝した理由はそこにあると思い、研究(2)で強い相関であった『パス』の性質を調べた。パスの長さに注目し、得点に繋がった『アシストパス』について調査した。



↑図１サンフレッチェ広島のシュート直前のパスの長さ　↑図２ゴール数と各プレイの数との相関係数

結果と考察

(1) シュート数が増えればゴール数も増える。
(2) 得点とはシュート以外に『パス』が関わっている。パスによる得点が、日本では中心となっている。これは、研究(1)の結果も踏まえると、日本がパスサッカーといわれていることにも当てはまると考えた。
(3) ゴールに結びついたパスは、比較的その長さが長い。サンフレッチェにおいては、ロングパスが得点に関与している。
これより、日本は主にパスを繋いで得点している。中でも最上位のチームは、『カウンター』を用いていることが分かった。

今後の課題としては、カウンターがどれほど試合結果に効果を及ぼすかについて調べる。

＊今回使用したデータは、データスタジアム(株)様からの提供です。

参考文献…サッカーデータ革命/入門 統計学はこんなに役立つ

キーワード…サッカー カウンター 統計 数Ⅰ データ 相関係数 散布図

2305　作新学院高等学校
SakushinGakuin High School

懸垂鎖と等差数列

Suspended Chains and Arithmetic Progressions

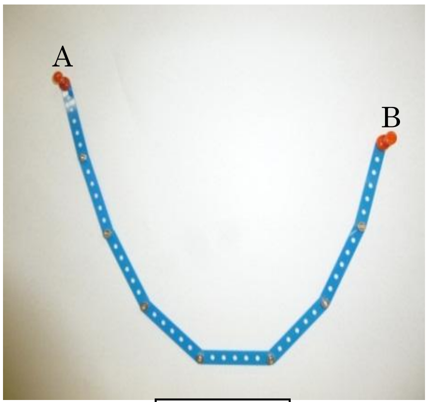
青木里穂　杉山浩子　水品陽色
Riho Aoki, Hiroko Sugiyama, Hiiro Mizushina

Abstract

A hanging chain forms a curve under its own weight when it is supported only at its ends, which we call a "suspended chain." We analyzed slopes of the curve and found out a certain mathematical law about the listed sequences, that is, an arithmetic progression.

1. 目的

変分問題の考え方を用いて懸垂鎖を調べ，身近な自然現象の中に数学的な規則が存在することを検証する。



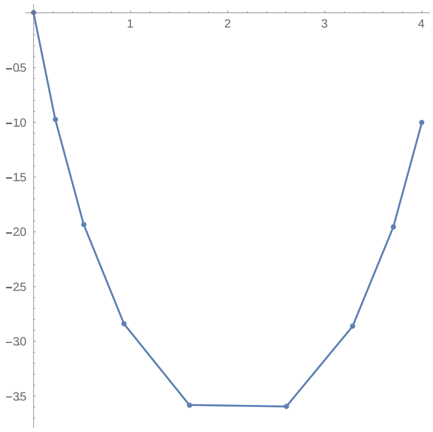
懸垂鎖

2. 方法

一本の鎖を用意し，鎖の両端を固定して手を離すと，重力の作用によって，鎖はある特別な形になる。この状態の鎖を懸垂鎖という。「あらゆる鎖の中で懸垂鎖の位置エネルギーは最小である」という仮説から懸垂鎖の形に関する予測を導く。さらにこの予測を実験により検証する。

3. 結果

懸垂鎖についての仮説が正しいとすると，懸垂鎖のすべての辺が y 軸（鉛直上向き）と平行でないなら，各辺の傾きから得られる数列は等差数列である。



Mathematica による作図

4. 考察

懸垂鎖を方眼紙に描写して，各辺の傾きの測定実験を行ったところ予測に近い結果が得られた。また，Mathematica を用いて作図を行った。

5. 結論

懸垂鎖の各辺の傾きから得られる数列に，数学的な規則(等差数列)が見られ，測定実験により仮説の妥当性が確認された。

6. 参考文献

「数学とは何か」　R.クーラント　H.ロビンズ　共著　　森口繁一監訳　　岩波書店

7. キーワード

懸垂鎖　変分問題　微分法　等差数列

（2609）　岡山一宮高等学校
Okayama Ichinomiya High School

自然数の累乗和の公式の一般化

Generalization of the formulas of the sum of natural numbers raised to a power

中司　雅人，長瀬　駿也
Nakatsuka Masato, Nagase Syunya

Abstract

Generalization of the formula of the sum of natural numbers raised to a higher power is the main subject of our research. We arranged formulas of natural numbers raised to a power in line. Then we generalized formula of natural numbers raised to a power, using the regularity and Bernoulli numbers. We were able to confirm that the generalized formula can be applied when raised up to the fourteenth power.

１．目的

先輩方が研究された累乗和の論文を読み，さらに発展させたいと考えた。恒等式から累乗和の公式を求め，項の係数の関係から規則性を見つけ，ベルヌーイ数を用いて一般化を目指す。

２．方法

恒等式を作り，その恒等式を用いて $\sum_{k=1}^{n} k^m$ の公式を求める。求めた公式とベルヌーイ数から規則性を見つけて一般化する。その際にパスカルの三角形からもヒントを得た。

３．結果

$$\sum_{k=1}^{n} k^m = \frac{1}{m+1}n^{m+1} + B_1 n^m + \frac{m}{2}B_2 n^{m-1} + \frac{1}{4}\binom{m}{3}B_4 n^{m-3} + \frac{1}{6}\binom{m}{5}n^{m-5} + \cdots + \frac{1}{m-1}\binom{m}{m-2}B_{m-1}n^2 + \frac{1}{m}\binom{m}{m-1}B_m n$$

４．考察

ベルヌーイ数は□=1 を除く奇数番目は 0 である。したがって，奇数番目の項は省略することができるため上のような表記なる。さらに□が奇数のときと偶数のときで末項が異なる。

５．結論

縦の項の係数の関係とベルヌーイ数から，14 乗和まで一般化をし，恒等式で求めた 14 乗和の公式と一致することで確かめた。今後はその一般化した公式が全ての自然数□について成り立つことを証明したい。

６．参考文献

荒川恒男 他 2 名.（2011）. ベルヌーイ数とゼータ関数，p1-5. 牧野書店
竹之内脩.（2008）. 関孝和の数学,P17-18. 共立出版

７．キーワード

数列　ベルヌーイ数　パスカルの三角形

2311　東京都立小石川中等教育学校
Tokyo　Metropolitan　Koishikawa　Secondary　Education　School

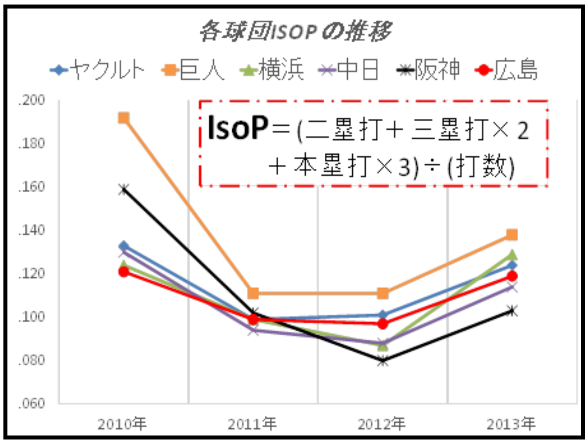
セ・リーグにおける統一球の変更による成績の変動
～打者の成績に注目して～
The effect of the new official ball on the batting statistics in the Central League

小川　慧　赤宗　颯太郎
Ogawa Kei　Akamune Sotaro

Abstract
Do you know the “Japanese official ball problem” which happened in the NPB? This was the big news picked up by many TV Shows in 2013. We challenged to clarify the effect of the new official ball using baseball statistics called “Sabermetrics”. Our result shows this effect from batting statistics .

１．目的
2011 年，NPB(Nippon Professional Baseball organization)は，日本プロ野球の各球団によって異なっていた公式使用球を NPB 公認球に統一すると発表した。しかし、これは、反発係数の平均が基準の下限値を下回る違反球であった。その後、2013 年再度統一球に変更があり、本研究ではこれらの変更が打者の成績にどのような影響を与えたか、セイバーメトリクスを用いて明らかにすることを目的とする。

２．方法
統一球の変更によって反発係数が変化したため、打球の飛び具合にその影響が見て取れるのではないかと仮説を立てた。そこで、本塁打数に代表されるような長打の記録や IsoP といったセイバーメトリクスの指標についても算出し、考察を行う。



３．結果
長打系の記録や IsoP の推移のグラフは、どれも似たような傾向を示した。すなわち、2010 年から 2011 年にかけて大幅に減少し、2012 年から 2013 年にかけて増加した。

４．考察・結論
2013 年、統一球変更隠蔽問題が世間を賑わせた当時には、「『飛ぶボール』への変更」という報道が散見された。しかし、グラフから判断しても 2010 年以前の使用球の方が「飛んでいた」ことは明らかであり、むしろ 2011 年に導入した「統一球」が反発係数の規定を下回るいわば違反球であった。そのため、2013 年に導入された「新・統一球」はそれを是正するための適正球、という扱いであることに言及しておきたい。

５．引用・参考文献
鳥越規央・データスタジアム野球事業部(2014).『勝てる野球の統計学』, 岩波書店

６．キーワード
統計学、セイバーメトリクス、野球、統一球問題

2326　神戸市立六甲アイランド高等学校
Kobe Municipal Rokko Island High School

すごろくの考察
Consideration of SUGOROKU

中尾 祐香　　龍野 雄太
Yuka Nakao and Yuta Tatsuno

Abstract

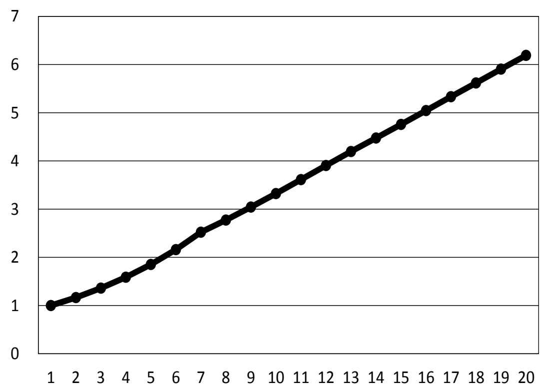
We aimed on how many times on average we throw dice in order to finish SUGOROKU. We calculated the expected value using knowledge of combinations, probabilities, and progressions.

１．目的

さいころを何回振ればすごろくの上がりに到達するかを検証する。

２．方法

マスの数の少ないすごろくについて、さいころを振る回数の期待値を計算した。続いてその期待値を漸化式で表し、ｎマスのときの期待値 E(n)の近似式を求めた。



３．結果

右のグラフ（横軸ｎ、縦軸 E(n)）の通り、マスの数ｎが大きくなるにつれて、期待値 E(n)はほぼ一定に増えていった。ｎが十分大きいとき E(n)の近似式は等差数列で表された。100 マスのすごろくの場合、上がるのに必要なすごろくを振る回数は約 29 回であることが明らかになった。また、上がりの折返し（ちょうど止まらないと上がりにならない）がある場合は、ない場合に比べて期待値が４程度大きくなった。

４．考察

E(n)の近似式である等差数列の公差は 2/7 であるが、これはさいころを 1 回振ったとき進めるマス数の期待値 3.5 でｎを割った値であると考えられる。

５．結論

今回用いた方法により、すごろくを上がるのに必要なさいころを振る回数の期待値が計算できた。これを応用すれば、「１マス戻る」などの特殊なマスの影響や、別れ道がある時にどちらが有利かを判断できるツールになると期待できる。

６．キーワード

確率　　期待値　　漸化式　　等差数列　　無限等比級数

2431　石川県立七尾高等学校
Ishikawa Prefectural Nana Senior High School

最初に指名されやすい出席番号
The person who is called on first in class

古田　優生　　前田紘希　　舛屋　太一
Furuta Yuki　Maeda Hiroki　Masuya Taichi

Abstract

Our purpose is to find out the student number which is most likely to be called on first in class. We sent out a questionnaire to find out different ways which our teachers employ to call on students. We analyzed how each student number can be created by using dates. Finally, we found out that No.13 appears most often.

１．目的

先生が生徒を授業で指名するときに、日付を利用して出席番号を指名することが多い。そこで、どのような出席番号が最初に指名されやすいのかを明らかにすることを目的として、本研究を行った。

２．方法

① 最初に指名する番号を決める方法について先生にアンケート調査を行う。
② アンケート結果で多かった上位4つの方法において、1〜40 の番号が 1 年間の日付により作られる回数を調べる。

３．結果

番号を決める上位 4 つの方法とその特徴は次の通りである。

1	日付	28 番以降が減り、32 番以降はできない
2	月＋日付	13〜31 番が多い
3	月－日付	1 番が最も多く数字が大きいほど、少なくなっている
4	全ての数字を足す	9 月 29 日の 20 番でそれ以降の番号はできない

４．考察

それぞれの方法において指名されやすい番号が存在する。そこで、現実的な結果を出すため、アンケート結果をもとに 4 つの方法の加重を変えて計算したところ、13 番が最も指名されやすい番号となった。

５．結論

アンケートの方法の票数を考慮すると、最も指名されやすい番号は 13 である。

６．キーワード

指名されやすい番号

(2325)　大阪市立東高等学校

和算Ⅱ

～Japanese Method of MathematicsⅡ～

児玉日菜子　松田葉月　村井絵美　森田笑未　安井友哉
乾隆志　鳥井孝輔　中西快斗　藤塚貴史　山本明

Abstract
Wasan was Japanese method of mathematics in the Edo period.
We tried to translate the old books "Taizen-Jinkoki" into modern Japanese and analyze them.
As a result, we found Wasan was using original tools and methods, and also we found Wasan developed into working modern mathematics.

1．目的

江戸時代の長い鎖国の間、西洋の科学が入ってこない中で発展した和算は、日常の生活に密着したものであり、庶民に親しまれていた。その和算にアプローチする窓口として、まず和算発展の基礎であり、江戸時代のベストセラーである『大全塵劫記』の解読・解説に引き続き取り組む。

2．方法

『大全塵劫記』はくずし字で書かれている。私たちは、原書から取り組むことを課題の一つとした。まず国語班が『大全塵劫記』の原書を判読・解読し、現代語訳を行った。数学班は『大全塵劫記』の中の『天元術』を算木と算盤を用いて再現し、現代の数学を用いて計算方法を証明した。

3．結果

私たちが学んだ数学を使って、『天元術』の計算方法に根拠があることが分かった。
『天元術』を現代の計算方法を用いて再考することができた。

4．考察

今後も『大全塵劫記』を読み進め、『天元術』以外の計算方法について研究していくとともに、新たに和算発展のもう一つの柱である"算額"についても研究をしていきたい。

5．結論

今後も引き続き『大全塵劫記』を読み解くとともに、身近な神社などに奉納されている算額の解読・解答に取り組み、作り上げた解説を神社に奉納して和算についても啓発していきたい。

６．参考文献

祐野隆三編『変体かな字典』　おうふう

7．キーワード

大全塵劫記　くずし字　天元術　算盤　算木

2319　名古屋大学教育学部附属中・高等学校
Nagaya University School of Education Affiliated Upper and Lower Secondary School

人間知恵の輪
Hand-Shake Puzzle

河井 亮　新井 一希　堀江 孝文
Kawai Ryo, Arai Kazuki, Horie Takafumi

Abstract

Do you know the game of Hand-Shake Puzzle? In the game, we make a circle, shoulder to shoulder, and we hold someone`s hands, but s/he has to be someone who is not next to you. Then we try to clear the knot and go back to one circle. We try to examine the success rate of the game.

１．目的

人間知恵の輪とは、複数の人間が円上に集まってランダムかつ余すことなく円の中心に向かって手をつなぎ、それをほどき一つの輪にすることを目的としたゲームである。

我々は、人間知恵の輪の成功確率について考えた。

２．方法

人間知恵の輪の成功確率を調べるために、①平面上での手のつなぎ方　②そのつなぎ方それぞれにおける交点の数の特定　③それぞれのつなぎ方の腕の上下による成功、失敗の判別、の３つを順に調べなければならない。そこでそれぞれに関して法則性を見つけ、それらを数式化することによって、成功確率を出そうと試みた。

３．結果

５人で行った場合、$\mathbf{5/8}$　(0.625)の確率で成功し、
６人で行った場合、$\mathbf{39/64}$　(0.609)の確率で成功、
７人で行った場合、$\mathbf{1001/4960}$　(0.202)の確率で成功する。

また、５人、６人の場合のほどいたときの場合分けの様子も明らかにした。

４．考察

ここまでの研究で、５人で行った時の成功確率は上記の③の手順を数え上げることによってわかっている。また、９人で実際に行った成功確率などから、予想では行う人数を増やすと、成功確率は減少していくのではないかと考えている。

５．キーワード

人間知恵の輪

2304　茗溪学園高等学校
Meikei Gakuen High School

地元の神社の算額の問題を江戸時代の公式を使って解いてみた

We tried to solve the math questions with the way used during the Edo period

萩原 誠　杉江 亜美
Makoto Hagiwara　Ami Sugie

Abstract

I went to the Yakuouinn temple in Sakuragawa city, Ibaraki prefecture. There are math questions written on 'Sangaku' which is a board made of wood. I saw it with my own eyes and tried to solve it in two ways, one is the way used during the Edo period and the other is the way we use today.

１．目的

算額に書かれている江戸時代の数学の問題を、江戸時代に使われていた公式集（算法助術）と現代の２通りの方法で解き、和算と洋算の違いを考察する。

２．方法

地元にある茨城県桜川市椎尾山薬王院を訪問し、そこに奉納されている算額の問題を現代の解き方と『算法助術』の公式を使う方法の２通りの方法で解いてみる。

３．結果

問題を解く際に和算、洋算ともに公式を使ったが洋算の公式はどの問題にも対応できる汎用性を持っているが、和算の公式はパターンに特化している印象を受けた。『算法助術』も、多くのパターンが列挙してあり、現代の目から見ると、公式集というより問題集という感じだった。

４．考察

和算の公式がパターンに特化している理由として、解いた問題を絵馬に書き奉納する、という日本独自の文化があったからと考えられる。また今回使った公式集のほかにも公式集が存在しており、いろいろな考え方や流派があったと考えられる。このように１つの問題でも流派により多面的に考えることができる和算を.教育に活かす方法を考察していきたい

５．参考文献

松崎　利雄. 茨城の和算. 筑波書林, 1997 年, 333 ページ.
土倉　保. 新解説・和算公式集　算術助術. 朝倉書店, 初版第一刷, 2014 年, 310 ページ

６．キーワード

和算　洋算　算額　算法助術　公式

2720　高松第一高等学校
Takamatsu Daiichi Senior High School

実験計画法

The experimental design

菊田 冬真　幸田 瑶平
Toma Kikuta, Yohei Koda

Abstract

The experimental design is a technique for doing experiments efficiently. If we use this technique, we can have various advantages in the analysis of data. We can also reduce expense, time for experiments and so on.

１．　目的

・実験計画法の有用性を示す。

２．方法

実験計画法で求めた結果と、実際に全通りの実験を行って求めた結果とを比較する。

＜実験内容＞

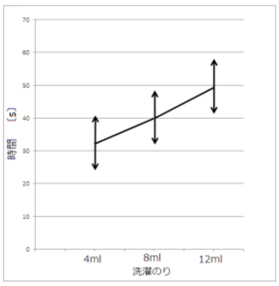
配合量によるシャボン膜の強度を測定する。
材料：水、洗濯のり、洗剤、グラニュー糖

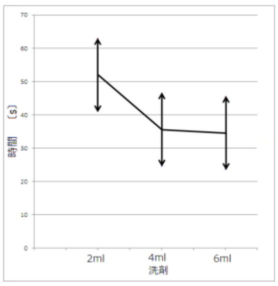
針金で作った輪をシャボン液に浸して、できた膜が割れるまでの時間をストップウォッチで測定した。

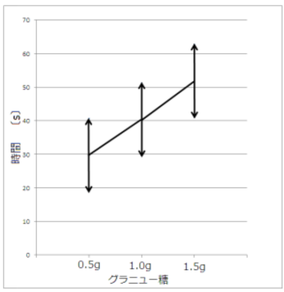
３．結果・考察

実験計画法を用いた解析結果と全通りの結果を比較した。
実験計画法でも全通り行った時と同じような結果が得られた。

＜実験計画法での解析結果＞







４．参考文献

改訂版　実験計画と分散分析のはなし（日科技連出版社）　著者　大村 平
よくわかる実験計画法（近代科学社）　著者　中村 義作
第３版　実験計画法　上下（丸善）　著者　田口　玄一

５．キーワード

実験計画法　分散分析　直交表　確率化

（2506）　茨城県立緑岡高等学校
Ibaraki Prefectural Midorioka Senior High School

ナビエーストークス方程式の応用に関する研究
Study on an application of Navier – Stokes equation

岡﨑昂大，加藤桃佳，小林香澄，小松雄義
OKAZAKI Koudai, KATOU Momoka, KOBAYASHI Kasumi and KOMATU Yugi

Abstract
If a droplet collides with a liquid surface, a structure like a crown is formed. Changing conditions, a structure like a dome is formed. The governing equation of incompressible viscous fluid is Navier-Stokes equation. In this study, we calculated velocity field based on the discrete partial differential equation

１．目的
離散化したナビエストークス方程式を用いて，液滴を液面に滴下したときにできるドーム状のクラウンの形成過程のシミュレーションを試みた．

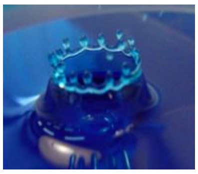


図１：クラウン

図２：ドーム

２．方法
あらかじめ圧力場を仮定し，離散化したナビエストークス方程式から，表計算ソフトの Excel によって，速度場を算出し，ドーム状のクラウンの形成過程の視覚化をした．

３．結果
シミュレーション結果は図 3 の通りになった．シミュレーションとしては，不十分な結果になった．

図３：t = 0.08 における計算結果．
色のついたセルが液体を表す．

４．考察および結論
微分方程式の境界条件，初期条件については，検討が不十分であった．

６．参考文献
今井功：物理ストシリーズ９流体力学　岩波書店　（1973）

７．キーワード
Navier-Stokes 方程式　数値計算　コンピュータシミュレーション

2329 金光学園高等学校

魔方陣

金光学園高等学校　竹内勝己

Abstract

I investigated about my research about method for constructing magic squares of odd order.

1.目的

ルービックキューブ等の空間図形に興味があり、無限に存在する数について研究してみたいと考えた。その時、立体魔方陣を作成したいと思い、まず、平面の奇数×奇数の魔方陣について研究した。

2.方法

魔方陣の簡単な方法でつくり，その方法が成り立つことを証明する事。

3.結果

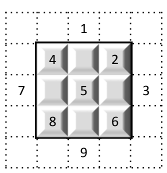
ⅰ） n (奇数かつ自然数)× n (奇数かつ自然数)の魔方陣の作成方法の証明。

奇数×奇数の方陣【図 1】のように 1 から順に斜めに数を書き入れる。次に方陣の枠の外側の数を枠の内側に入れると魔方陣【図 2】が完成する。

ⅱ） n (奇数かつ自然数)× n (奇数かつ自然数)方陣のラテン魔方陣を 2 つ作成する。それを組み合わせて n 進数の魔方陣を作成する方法の証明。

n × n (奇数かつ自然数)の方陣に 0 から(n-1)までの数を配置したラテン方陣を 2 つ【図 3】作成する。次に 2 つのラテン魔方陣を組み合わせて n 進数と n 進数の魔方陣【図 4】が完成する。

【図 1】



【図 2】

4	9	2
3	5	7
8	1	6

【図 3】

2	4	1	3	0
0	2	4	1	3
3	0	2	4	1
1	3	0	2	4
4	1	3	0	2

0	3	1	4	2
3	1	4	2	0
1	4	2	0	3
4	2	0	3	1
2	0	3	1	4

【図 4】

20	43	11	34	2
3	21	44	12	30
31	4	22	40	13
14	32	0	23	41
42	10	33	1	24

4.考察

これらの方法を応用して、立体魔方陣の方法も作れると考える。

5.結論

ⅰのやり方は証明が出来たが、ⅱのやり方は、出来ていない。

6.参考文献

内田伏一「魔方陣にみる数のしくみ」(日本評論社)

7.キーワード

魔方陣・ラテン方陣・n 進数

（2429）東海大学付属高輪台高等学校
TOKAI UNIVERSITY TAKANAWADAI SENIOR HIGH SCHOOL

SEKAI NO OWARI×数学

Mathematical Analysis of SEKAI NO OWARI

望月　ルカ
Ruka Mochizuki

Abstract
This research is to clarify the tendencies that each member of SEKAI NO OWARI has when they compose music by quantifying the intervals and the phonetic values and by analyzing them statistically.

１．目的

作曲者の特徴を掴むために数学的に解析することはできないのかという仮説のもと、複数の作曲者のいる「SEKAI NO OWARI」というアーティストを題材として解析した。

２．方法

それぞれの音に通し番号を振り、音の高さや長さを数値化する。そして前音の差、音の高さの偏差、音程の分散や標準偏差などを導き出しヒストグラムを作成する。

３．結果

		小節数	○音符	長さ	高さ	前音との音程	傾き	音数	1小節あたりの音数
Fukase	平均値	16.20	9.06	0.13	11.94	−0.05	0.27	112.60	7.57
	最大値		9.60	0.23	18.60	9.80	1.71		
	最小値		4.80	0.11	8.00	−12.40	−1.67		
Nakajin	平均値	12.50	8.74	0.14	12.54	−0.38	−0.02	80.50	6.44
	最大値		11.00	0.50	21.75	11.75	0.22		
	最小値		2.75	0.10	8.25	−10.00	−0.42		
Saori	平均値	14.00	10.37	0.13	11.86	−0.011	−0.015	97.50	6.96
	最大値		12.00	0.38	21.00	7.00	0.25		
	最大値		3.00	0.09	7.50	−11.5	−0.97		

４．考察

Fukase　明るい曲調/サビ長め/シンプル/テンポ早め
Nakajin　サビ短め/表現豊か/テンポゆっくりめ
Saori　なめらか/暗い曲調

５．結論

前音との音程差が大きいこととその傾きがプラスであることから明るめの曲調であるなどのような分析を通して作曲家ごとの特徴を捉えることができた。

６．参考文献

バンド・スコア　SEKAI NO OWARI 「ENTERTAINMENT」　出版社：シンコーミュージック

７．キーワード

音楽　統計　標準偏差　分散　ヒストグラム

（2533）　兵庫県立神戸高等学校
Kobe High School

歪像画の射影変換−円柱アナモルフォーズについて−

Projective transformation to distorted pictures –cylindrical anamorphosis-

齊藤 玲央
向 麻里　　森野 はるか
Reo Saito, Mari Mukai and Haruka Morino

Abstract

In the convex mirror, we cannot look at the accurate image although we reflect the accurate pictures. How should we draw pictures to look at the accurate image in the convex one? Considering cylindrical anamorphosis in mathematics would enable us to reflect the accurate image in the convex one.

１．目的

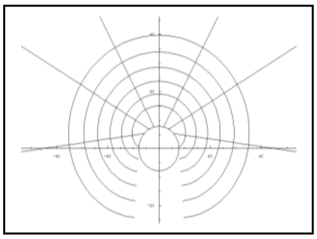
円柱アナモルフォーズを数学的に座標空間上で考え、セグメント格子枠(鏡に像を映す際に正方格子の虚像が見えるように描かれたアナモルフォーズ)を作成する。

２．方法

円筒鏡を座標空間上に設定し、次の２段階で研究を進めた。

① 実像と虚像の点の関係式を求める

② ①の式から媒介変数表示で、虚像を動かした時の実像の軌跡を導き、セグメント格子枠を作成する



３．結果・考察

円筒鏡の半径と視点の位置を定めたとき、①から虚像と実像の点の関係、②から虚像と実像の直線の位置関係が分かった。図は②から作成したセグメント格子枠である。

図のグラフは原点を中心とする同心円状ではないため、設定した視点以外から見ると極平面の格子枠は歪みを生じてしまう。

４．結論

図のセグメント格子枠では、正方格子枠の虚像を映すことに成功した。このセグメント格子枠をもとにして、正確なアナモルフォーズを描くことが可能である。

５．参考文献

井村 俊一.　円筒鏡アナモルフォーズの作図法について--歴史的見地から種々の作図法についての検証を主として.金沢美術工芸大学紀要/金沢美術工芸大学編. . (50)2006.29~44 ISSN0914-6164　http://ci.nii.ac.jp/naid/110004830196

６．キーワード

歪像画　アナモルフォーズ　射影変換

2317 長野県屋代高等学校

Yashiro high school

どうなる！？私たちの年金

HOW　MUCH!?　OUR PENSION

発表者　三戸部　輝　　吉岡翔司

Presenters　Akira Mitobe , Shoji Yoshioka

Abstract

We, the Mathematics Team, have been studying pensions. We estimated the population in the future and using it, we calculated how much money pensioners would receive. Finally we thought about a solution to Japanese pension problems.

１. 目的

私たちの世代の年金を予想し、生じている問題の一つの未納問題の解決策を考える。

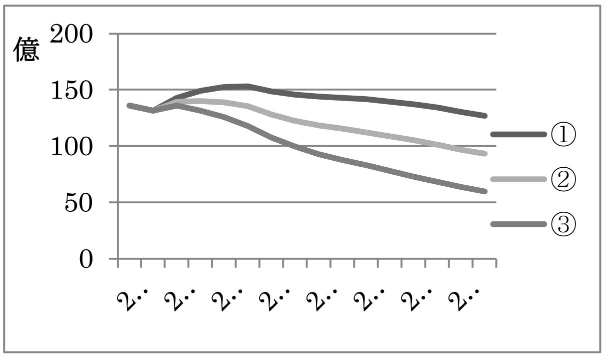
２. 方法

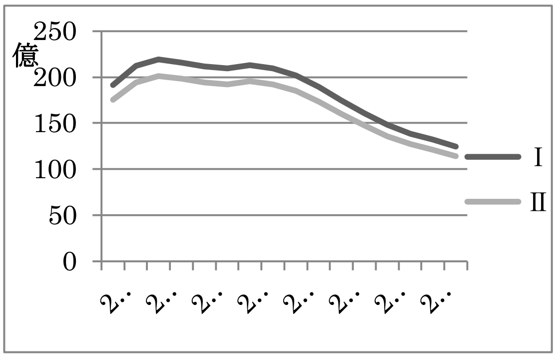
2010 年の人口を元に、将来人口を予想し、国民年金の保険料・受給額の総額を求める。また、計算過程を変えて、現在の年金問題である未納率の増加についての解決策を考える。

３. 結果

保険料総額
① 280 円ずつ引き上げ
② 140 円ずつ引き上げ
③ 16900 円で固定

受給額総額
Ⅰ 54500 円で固定
Ⅱ 50000 円で固定





４. 考察

年金で損をすると考える人がいる →本当に損をするのか？

私たちの世代では…　利益が少ないと考えられるⅡ-①であると仮定し計算する

保険料(16900 円毎年 280 円ずつあがる保険料を 40 年間払う場合)

(保険料総額)＝16900×12×40＋12×280Σk[k=1, n=40]=<u>10867200(円)</u>

受給額(平均受給期間である 18.33 年間受け取った場合)

(受給料総額)＝50000×12×18.33＝<u>11000000(円)</u>

→年金で得をすることを示し、納付を促す

５. 結論

年金未納率の増加への解決策として、上記の納付の促しの他に、高齢者を支える負担の緩和のための出生率の増加や、年金制度存続のための政府負担の軽減などがあげられる。

これらによって、納付率の増加を促進できれば、年金制度をうまく活用できるのではないでしょうか。

６. 参考文献

総務省統計局、内閣府、日本年金機構　どうなっているの！年金保険料

７. キーワード　「年金」「人口」「少子高齢化」「年金未納」

（２４５０）大阪府立住吉高校
Sumiyoshi high school

グラフ理論

Graph theory

勝正 寛和　奥 竜一
Katsumasa Hirokazu, Oku Ryuichi

Abstract

In mathematics and computer science, graph theory is the study of graphs, which are mathematical structures used to model pairwise relations between objects. A "graph" in this context is made up of "vertices" or "nodes" and lines called edges that connect them. A graph may be undirected, meaning that there is no distinction between the two vertices associated with each edge, or its edges may be directed from one vertex to another

１. 目的

グラフ理論における n 点の単純グラフには様々なパターンがあり、それらの関係性や数をわかりやすくまとめる方法を考えた。

２. 方法

n 点の完全グラフから辺を１本ずつ除去していきそれを１つのグラフにしてまとめる。

３. 結果

n 個の単純グラフのパターンをわかりやすくまとめることができた。

４. 参考文献：「グラフ理論入門　原初だい４版」R.J.ウィルソン著　西関隆夫・西関裕子共訳　近大科学社　２００１年

５. キーワード

グラフ理論　数え上げ　単純グラフ

2214 長野県飯山北高等学校
Iiyamakita High School

色と香りと計算力の関係　～相乗効果を探る～

The Relationship between Colors and Scents and the Calculating Ability

川上さつき　小林奈央　中澤理紗　山﨑美法　弓削眞子
Satsuki Kawakami, Nao Kobayashi, Risa Nakazawa, Minori Yamazaki, Mako Yuge

Abstract
We researched on the way to increase the calculating ability using colors and scents. We had subjects solve calculation questions in eight special rooms and compared the results of the number of answers and the percentage of correct answers. In addition to that experiment, we did an experiment to test synergies.
We found that blue increases our calculating ability most.

1.　目的　手軽に準備できるものを用いて、計算力を向上させる環境を作成すること。

2.　実験　実験①　5 種の色（白、青、赤、黄、緑）と 3 種の香り（コーヒー、ラベンダー、グレープフルーツ）をそれぞれ用いた環境で、2 分間計算問題に取り組んだ。解答数と正答率における結果は、表 I の通りである。

表 I

	色	香り
最高	青	グレープフルーツ
最低	赤	ラベンダー

実験②　実験①の結果をふまえ、4 種（青×グレープフルーツ、青×ラベンダー、赤×グレープフルーツ、赤×ラベンダー）の環境で、2 分間計算問題に取り組み、相乗効果を調査した。表Ⅱは、実験①における平均値を 1 とした場合の①の結果値であり、表Ⅲ、Ⅳは相乗効果の期待値である。

表Ⅱ

	青	赤	グレ	ラベ
解答数	1.1065	0.9532	1.0300	0.9567
正答率	1.0045	0.9989	0.9977	0.9957

※グレ＝グレープフルーツ　ラベ＝ラベンダー

表Ⅲ

解答数	青	赤
グレ	1.1397	0.9818
ラベ	1.0586	0.9120

表Ⅳ

正答率	青	赤
グレ	1.0022	0.9966
ラベ	1.0002	0.9946

期待値と同様の方法で求めた実験②の結果値は、表Ⅴ、Ⅵの通りである。期待値との一致は見られなかった。

表Ⅴ

解答数	青	赤
グレ	0.9762	0.9552
ラベ	0.9677	0.9405

表Ⅵ

正答率	青	赤
グレ	1.0000	1.0017
ラベ	0.9996	1.0018

3.　考察・結論　最も良い結果が出たのは、実験①の、青のみを用いた場合であった。期待値と実験②の結果値が異なっており、相乗効果を確認することはできなかった。しかし、集中できたか主観的に評価するアンケートの結果は、実験②の 4 種の環境の中で、青×グレープフルーツの場合が最も良かった。

4.　キーワード　計算力　相乗効果　色　香り

2413　茨城県立並木中等教育学校
Ibaraki Prefectural Namiki Secondary School

Linkage 特有の図形融合を探る～「へ」の字型 Linkage の数式化～

Search for the Fusion of shapes Particular to Linkage - Making function for two-bar-Linkage -

吉田　真也
YOSHIDA Shinya

Abstract

I made a function for two-bar-Linkage by transforming the “table of displacement”. This function’s calculation frequency is lighter than before, and the function’s form shows the matrix of rotation and enlargement.

１．目的

Linkage とは，長さが一定の線分同士を，端点または線分上の点でピン止めして，線分同士が回転することのみを許して結合したものである。

最初は 3-bar-Linkage の動きを数式化したが，得られた数式はとても長く，かつ式の形状から「拡大」や「回転」などの情報が読み取れないほど複雑であった。

そこで，「へ」の字型 Linkage に注目して「変位表」を作成・着色して傾向を視覚的に捉えてきたが，今回はその表を変形させることで数式の単純化を行った。

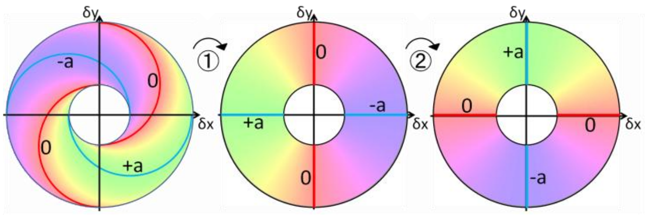
２．方法

①「変位表」の変形

右図のように，複雑な変位表の数値配列を移動させることで単純化する。

②「変位表」の変形を数式化し整理

①での変形を数式で表し，式を見やすい形に整理する。



３．結果

右のような行列で表すことができた。

この式により，計算量を減少させることができ，かつ回転と拡大が混合した式であることも理解することができた。

$$\begin{pmatrix} d_x \\ d_y \end{pmatrix} = \frac{a}{r} \begin{pmatrix} \cos\phi & -\sin\phi \\ \sin\phi & \cos\phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta_x \\ \delta_y \end{pmatrix}$$

４．参考文献

エリック・D・ドメイン，ジョセフ・オルーク著　上原隆平訳
「幾何的な折りアルゴリズム -リンケージ，折り紙，多面体-」　近代科学社　2009

５．キーワード

Linkage　線分配置　「へ」の字型 Linkage　回転・拡大行列

久留米工業高等専門学校

すべて異なる確率

発表者　　白水孝始（電気電子工学科 2 年　Takashi Shiramizu）

Abstract : When we choose k kinds materials in the n kinds one, the probability that materials are different each other .is $\mathrm{P}(n,k) \fallingdotseq e^{-\frac{k(k-1)}{2n}}$.
When n was fixed and the $\mathrm{P}(n,k) = \frac{1}{2}$,then $k \fallingdotseq 1.2\sqrt{n}$ and $\mathrm{P}(n,k) = \frac{1}{10}$, then $k \fallingdotseq 2.1\sqrt{n}$ hold.

１．目的

n 種類のものからk種類のものを選んで、それらがすべて異なる確率を$\mathrm{P}(n,k)$とする。n を固定したとき、$\mathrm{P}(n,k) = \frac{1}{2}, \frac{1}{10}$ となるkの値を求める。

２．方法

$\mathrm{P}(n,k) = \frac{n-1}{n} \times \frac{n-2}{n} \times \cdots \times \frac{n-k+1}{n} = \left(1-\frac{1}{n}\right)\left(1-\frac{2}{n}\right)\cdots\left(1-\frac{k-1}{n}\right)$ に対して、$x \fallingdotseq 0$ のとき成り立つ近似式 $1 - x \fallingdotseq e^{-x}$ を利用する。

３．結果

$\mathrm{P}(n,k) \fallingdotseq e^{-\frac{k(k-1)}{2n}}$ が成り立つ。

４．考察

n を固定したとき、$\mathrm{P}(n,k) = \frac{1}{2}$ で、$k \fallingdotseq 1.2\sqrt{n}$、$\mathrm{P}(n,k) = \frac{1}{10}$ で、$k \fallingdotseq 2.1\sqrt{n}$.

５．結論

誕生日が同じ人がいる確率が 9 割以上になるのは、$2.1\sqrt{365} \fallingdotseq 40.12$ より 40 以上のクラスである。

６．参考文献 ：根本伸司、50 人のクラスで同じ誕生日の人のいる確率は 97%、話題源数学、とうほう出版、1989 年、p.555.

７．キーワード ：すべて異なる確率、1 次近似、同じ誕生日

(2602)千葉県立船橋高等学校
Chiba Prefectural Funabashi High School

ルールを変えたときの三山崩しの必勝法について
The Winning Strategy of “*Miyamakuzushi*”, a Combination Game of “Number and Order” If We Changed its Rule

羽生田聖人　和田一樹
Masato Haniuda　Kazuki Wada

Abstract
The aim of this study is to find the best combination of “number and order”at any setting of the game.Two-system of Notation makes the settings clear and leads to the winning strategy.

１．目的
三山崩しと呼ばれる石取りゲームを数学を使って応用，発展させて必勝法を見つける。

２．方法
三山崩しとは，２人で場に出ている３つの山から石を交互に取っていき，最後の一個を取ったら勝ちというゲームで，１つの山からであれば，一度にいくつでも石を取ることができる。これが基本的なルールである。このルールから山の数や取れる石の数を変え，必勝法を考える。

３．結果
各山の石の数を２進数表記することで，先手必勝，後手必勝の形の区別がはっきりした。

４．考察
山の数を変化させても，石の数を２進数表記することによって先手必勝か後手必勝かが決まり，一度に取れる石の数を制限しても応用することができる。

５．結論
三山崩しの必勝法は２進数表記することで求めることが可能である。

６．参考文献
『Nimって知ってますか？』　内藤久資

７．キーワード
２進数表記

（2602）千葉県立船橋高等学校
Chiba Prefectural Funabashi High School

“二次体の素因数分解”
Factoring quadratic field into prime factors

吉原和志
Kazushi Yoshihara

Abstract
Multiplication and division of quadratic field causes mistakes.Calculation by factoring quadratic field, $a+b\sqrt{2}$ into prime factors, makes the correct answer. The distance between the position of $a+b\sqrt{2}$ and the origin of the coordinate axes, leads to the uniqueness of the factorization of a quadratic field into prime factors.

１．目的
二次体において因数分解をおこない，素数にあたる数をみつける。

２．方法
二次体とは，$a+b\sqrt{d}$（a，b は有理数かつ d は素数の平方で割り切れない有理整数）と表される数で，特に a，b が有理整数のとき，二次体の整数と呼ぶ。d=2 に限定し，積の形で表し，これ以上分解できない数をみつけ，素数とみなす。

３．結果
原点からの距離により数字の大小を明確にすることで $a+b\sqrt{2}$ の素数を決定することができた。

４．考察
$a+b\sqrt{2}$ の素因数から約数を求めることができる。d が 2 以外の自然数のとき，素因数分解が可能かどうか判別が必要である。

５．結論
$a+b\sqrt{2}$ においても素数にあたる数をみつけ，分解することができる。

６．参考文献
武隈良一『2 次体の整数論』
上島和久（2002)『2 次体の整数環について』兵庫教育大学大学院

７．キーワード
二次体　素因数分解　素数

（2717）　岡山県立倉敷天城高等学校
Okayama Prefectural Kurashiki Amaki Senior High School

バスケットボールにおけるリバウンドの重要性
IMPORTANCE OF REBOUND IN BASKETBALL

安田 弘毅　　高橋 一成　　中尾 俊亮
Kouki YASUDA, Issei TAKAHASHI, and Shunsuke NAKAO

Abstract

To take the rebounding ball is an important action which can decide victory or defeat in basketball. We predicted the positions of the balls rebound and where it will fall to make it easy to select rebound locations in this study .We also calculated the possibility of the rebounding ball falling in different locations.

１．目的

リバウンドをより取りやすくするために、リバウンドの落下位置の予測を行い、その確率を割り出した。また、落下位置予測の値を知らない場合と知っている場合で、リバウンド取得率に有意差がでるかどうかを統計処理ソフト SPSS で調べた。

２．方法

Ⅰ① １人の人間が打つ位置を固定してシュートを打ち、リバウンドしたものだけを 50 本カメラで撮影する。　② パソコンでリバウンドしたシュートのうちから角度と速さのデータをとる。角度は分度器を使用して測る。速さは比を使用する。　③ ②で得られたデータより平均値をとりシューターの条件を一定にする。Ⅱ 実験Ⅰで作ったモデルシュートの条件を満たしているリバウンドの落下位置のデータをとりエリアごとに落下する確率を求める。

３．結果

Ⅰ　角度の平均・・・57.5°　±2.5 速度の平均・・・1.6 メートル毎秒　±0.5

Ⅱ　正面から打った場合正面に返ってきやすく、左右 45 度から打った場合光の入射角、反射角のようになった。

４．結論

本研究ではリバウンドをより取りやすくするためにリバウンドの落下位置の予測を統計的分析と確率で割り出した。その結果、落下位置予測を知っている方が、リバウンド取得率が上がることが分かった。

５．参考文献

1K03B019-2　市川 藤乃　バスケットボールの競技におけるリバウンドとフリースローの勝利に対する影響

６．キーワード　バスケットボール、リバウンド、統計、確率、excel

2のべき乗に関する一予想

江川温人(Haruto Egawa)
海城中学校1年

Abstract

We search for some rules about the n-th power of 2.

1.　目的

2の自然数乗についての規則を見つけること.

2.　方法

①2の1乗，２の2乗，…の計算結果を比較する. 300乗までのデータを列挙し、けた数を同じにする数でグループ分けする.
例えば，(2，4，8)，(16，32，64)，(128，256，512)，(1024，2048，4096，8192)，…のように.

②図１のような表を書き出し、それを各位毎に上に詰め、図２のようにした. このようにすると一行目に各位の１番目に現れた数の列、二行目に各位の２番目に現れた数の列となり、また行ごとに各位の何番目に現れた数字かを表すことができる.

③次に、図２を使って新たな表を作る。図２において、５以上の数字が上にある数字を×、それ以外の数字を○とする（図３参照).

図１

```
      1
      2
      4
      8
    1 6
    3 2
    6 4
  1 2 8
  2 5 6
  5 1 2
1 0 2 4
```

図２

```
1 1 1 1
  2 3 2
  5 6 4
  0 2 8
    5 6
    1 2
    2 4
      8
      6
      2
      4
```

一行目:各位において１番目に出現した数字の列
二行目:各位において２番目に出現した数字の列

図３

```
1 1 1 1        ○○○○
  2 3 2         ○○○
  5 6 4         ○○○
  0 2 8         ××○
    5 6    →     ○×
    1 2          ××
    2 4          ○○
      8           ○
      6           ×
      2           ×
      4           ○
```

3. 予想

これまでに得ている諸予想のうちの主なものを列挙する.

Ⅰ. 方法①により, (2, 4, 8), (16, 32, 64), (128, 256, 512), (1024, 2048, 4096, 8192), …などと繰り上がる前までをひとくくりにすると、その中にある数値の個数は、

３ ３ ３ ４ ３ ３ ４ ３ ３ ４ ３ ３ ４ ３ ３ ４ ３ ３ ４ ３ ３ ４ ３ ３ ４ ３ ３ ４

が繰り返される規則になっている（９３乗周期).

Ⅱ. ９３乗の周期が数回まわった時に、図２において、繰り上がりの形が最初と同じ数字群が現われる。

Ⅲ. 図３において, ○と×を上記と同様とすると,

$$\begin{array}{ccccc} & \vdots & \vdots & \vdots & \\ \cdots & \times & \times & \times & \cdots \\ \cdots & \times & \bigcirc & \times & \cdots \\ \cdots & \times & \times & \times & \cdots \\ & \vdots & \vdots & \vdots & \end{array}$$

のように○が孤立点となる（×が孤立点のこともある）場合は, その出現の仕方に何らかの規則がある.

Ⅳ. 図２において, １の位, １０の位, １００の位, …に出現する数の周期をそれぞれ $x_1, x_2, x_3, \cdots$ とすると,

$$x_1 = 4,\quad x_{n+1} = 5x_n$$

と予想される.

4. 課題

上記の諸予想に関する証明をつける. また, これらの諸結果がどのように応用できるかを研究する.

5. キーワード

２の累乗, 周期, 孤立点

2714　兵庫県立尼崎小田高等学校
Amagasaki Oda High School

バケツ問題
The Algorithm of Water Jug Problem with Three Jugs

桝井　颯希　　平島　栄志
Satsuki Masui,　Takashi Hirashima

Abstract

We carried out the research of water jug problem, and discovered that it is effective to apply thought of sequence or matrix to change of volume,that we can lead easily the most simple way to measure by using modulo operation, and we were able to discovered regularity from these results.

１．目的

バケツ問題を最短手順で解く方法を求めることを目的とし、今回はバケツの個数が 3 つの場合について主に取り組んだ。

２．方法

コンピュータを用いて探査し解となる手順を求め、それをヒントとし最短手順の一般化を試みた。

３．結果と考察

バケツ 2 つの場合で得た理論を用いることが困難であったため、バケツ 2 つの場合と遷移図の形が似た$\{1,1,c\}$に限定して考えた。最終的に右の図のような始点への最短経路の遷移図を描き、目的体積までの量り取る手順、操作回数、経路本数を求めることができた。

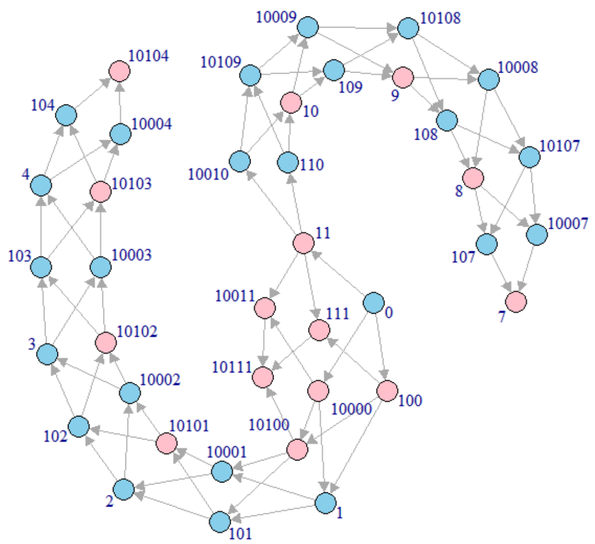


図 1: $\{1,1,9\}$での純始点への最短経路の状態遷移図

４．結論と展望

現在は、バケツの容量を$\{n,n,c\}$ や、$\{a,b,c\}$ として、任意の値に変えた場合について取り組んでおり、新しい定理もいくつか発見している。その後は、バケツの個数を増やした場合についても研究してみたい。さらに類題として、複数の砂時計で任意の時間を計る「砂時計問題」についても取り組みたい。

５．キーワード

R：統計解析向けのプログラミング言語およびその開発実行環境。
遷移図：状態の繊維を、有向グラフを用いて表現した図。

岐阜県立岐山高等学校
Gifu Prefectural Gizan High School

結び目理論の研究

The Research of Knot Theory

山口　英之　　伊藤　凌哉　　酒向　一憲
Yamaguchi Hideyuki　Ito Ryoya　Sako Kazunori

Abstract

Types of knot include the Trivial knot, the Trefoil knot, the Figure-eight knot, and so on. Various ways of distinguishing a Trefoil knot from a Figure-eight knot exist, however we considered the “P-coloring number” ,the ”Conway Polynomial”,and the “Jones Polynomial”.

1. 目的

日常生活にある結び目を数学的に考察し、区別したいと考え、(1)p−彩色数、(2)コンウェイ多項式、(3)ジョーンズ多項式を用いて研究した。

2. 方法

結び目を区別するために、以下の(1)～(3)の方法を用いた。

(1)　p−彩色数を用いた結び目の分類。

(2)　コンウェイ多項式を用いた結び目の分類。

(3)　ジョーンズ多項式を用いた結び目の分類。

3. 結果

下記の(1)～(3)から三つ葉結び目と8の字結び目を区別することができた。

(1)　p−彩色数において、三つ葉結び目は 3−彩色可能、5−彩色不可能である。8の字結び目は 3−彩色不可能、5−彩色可能である。

(2)　コンウェイ多項式において、三つ葉結び目は$1+Z^2$、8の字結び目は $1-Z^2$ である。

(3)　ジョーンズ多項式において、三つ葉結び目は $t^1+t^3-t^4$ 、8の字結び目は $t^{-2}-t^{-1}+1-t+t^2$ である。さらに、鏡映対称を区別することができる。

4. 考察

(1)　p−彩色数、コンウェイ多項式、ジョーンズ多項式から三つ葉結び目と8の字結び目を区別できることがわかった。

(2)　ライデマイスター移動でコンウェイ多項式とジョーンズ多項式が不変であることの証明が必要であることがわかった。

(3)　p−彩色数において、p が素数でなければならない理由が必要であることがわかった。

5. 主な参考文献

(1)「結び目のはなし」　村上 斉（遊星社）

(2)「新版 組みひもの数理」　河野 俊丈（遊星社）

(3)「結び目理論とゲーム」　河内 明夫＋岸本 健吾＋清水 理佳（朝倉書店）

6. キーワード

結び目、自明な結び目、ライデマイスター移動、p−彩色数、コンウェイ多項式、スケイン関係式、ジョーンズ多項式

2452 大阪府立天王寺高等学校
Tennoji high school

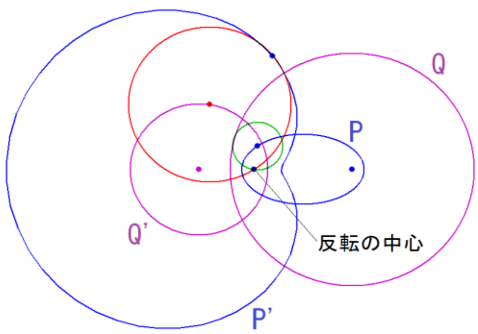
んてんは
The relationship between path of centers and envelope curve

志原 大輝　早崎 泰寅　藤原 拓
Daiki Shihara　Hironobu Hayasaki　Taku Fujihara

Abstract
We studied about “Circle Inversion.” When “Circle Inversion” was used for various figures, an interesting phenomenon was found. We would like to explain about amusement of "Circle Inversion" and its utility.

１．目的
反転をすることによって得られる性質を見つけ、調べる。

２．方法
とある曲線とそれを反転した曲線について成り立つものについて調べたところ、連続で微分可能な曲線 P 上に中心をとり、原点を通るような円の包絡線が曲線 Q のとき、これを反転した曲線 Q’上に中心をとり、原点を通るような円の包絡線が、P を反転した後の曲線 P’と一致することが予想された。これを命題として設定し、証明した。



３．結果
P 上の一点について、その点における接線とその点を中心として原点を通る円と Q との接点の位置関係に着目して証明することができた。

４．結論
今回の研究によって、反転する前の図形同士の関係が、反転後の図形にも維持されることがわかった。包絡線という普段はあまり考えないようなものを反転によって体系的にとらえることができた。これは今後、図形の一種の解析法として用いることも可能であろうと考える。

５．キーワード
反転　包絡線

２４４１　愛知県立岡崎高等学校
Aichi Prefectural Okazaki Senior High School

４次元図形の考察 2

Consideration of a 4-dimensional figure.

織田　祥徳　　手嶋　利典　　濱邉　陸矢
Oda　Yoshinori　Tejima　Toshinori　Hamabe Rikuya

Abstract

We analyzed 4-dimensional figures, which appear in the process of the change of 3-dimensional figures. We calculated its surface area and volume. Before the calculation, we also put it in coordinate.

1. 目的

先輩たちの研究によって、ある程度性質の分かっていた正五胞体の、表面積と体積の値を文献で発見して興味を持ち、自分たちの手で求めてみようと思った。昨年のマスフェスタで座標化のアドバイスをもらったので、まず、正五胞体の座標化から着手した。

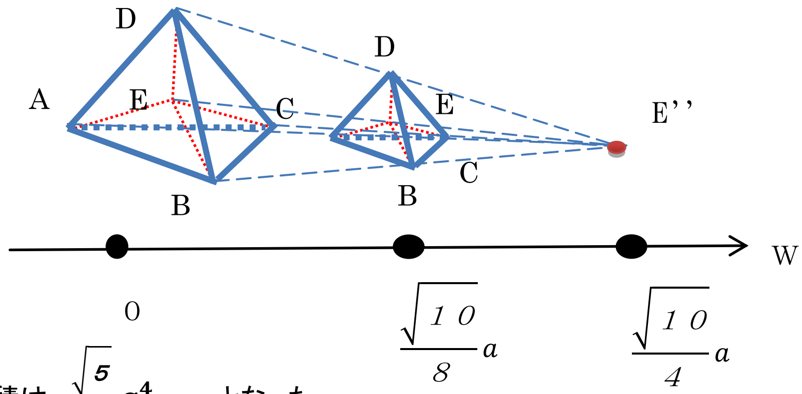
2. 方法

正五胞体を座標化する。4本目の軸としてw軸を導入し、二点間の距離公式を4次元に応用した $\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2+(w_2-w_1)^2}$ を用いて、すべての辺の長さがaとなるようにした。正五胞体の表面積は正五胞体の”面”である5つの正四面体の体積の和、体積は正五胞体の“切断面”である正四面体をwで積分したものである。（下の図の正四面体はあるwの値で正五胞体をw軸に垂直に切断した、“切断面”）積分の際に正四面体をwの関数として表すのには、正五胞体を正四面体が4次元目の値変化に伴って重心に向かう収縮としてとらえ、1辺の長さの変化に注目した。積分区間は、wの定義域である。

3. 結果

A$(0,\frac{\sqrt{6}}{4}a,0,0)$
B$(0,-\frac{\sqrt{6}}{12}a,\frac{\sqrt{3}}{3}a,0)$
C$(-\frac{1}{2}a,-\frac{\sqrt{6}}{12}a,\frac{\sqrt{3}}{6}a,0)$
D$(\frac{1}{2}a,-\frac{\sqrt{6}}{12}a,\frac{\sqrt{3}}{6}a,0)$
E$(0,0,0,0)$

E’’$(0,0,0,\frac{\sqrt{10}}{4}a)$



表面積は $\frac{5\sqrt{2}}{12}a^3$　　体積は $\frac{\sqrt{5}}{96}a^4$　となった。

4. 結論・考察

求めた表面積と体積は、参考文献の値と一致した。四次元においても2点間の距離公式や積分などの道具は使え、“面”や“切断面”などの概念の拡張は有効であると分かった。

5. 参考文献

「図形・空間の意味がわかる」 野崎昭弘　他著

6. キーワード　四次元図形　多胞体　体積　表面積

２４４１　愛知県立岡崎高等学校
Aichi Prefectural Okazaki Senior High School

メビウスの帯

Consideration of a Mobius strip .

宮田識園　　水田雅也　　井上諒　　濱邉和希
Miyata Shion　Mizuta Masaya　Inoue Ryo　Hamabe Kazuki

Abstract

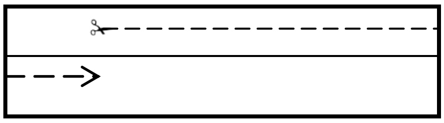
We analyzed Mobius strip. They are figures made of rectangular sheets of paper twisted once, but in this experiment we regarded the strips twisted more than once as Mobius strips. We checked each of them and thought about the relation between the time we twist the paper and its figure. We found out why they aren't separated into pieces when we twist them odd times.

1. 目的

ねじれの回数が1回の時に2等分すると輪がひとつになったことを不思議に思ったので、その理由を解明する。さらに、ねじれの回数や切る回数を変えた時にどうなるか調べ、一般化を目指す。

2. 方法

ねじれの回数の異なるメビウスの帯を作成し、切る回数を変えた時にできた輪のねじれの数、長さ、個数を調べる。また、帯は縁に平行になるように切り、ねじり方は180°で1回ねじりとする。



3. 結果

m 回ねじりの輪を n 等分する。
また、n=1 のときの輪の長さを L とする。

m=1

n	2	3	4	5
長さ	2L	L，2L	2L，2L	L，2L，2L
ねじれの回数	4	1，4	4，4	1，4，4

m=3

n	2	3	4	5
長さ	2L	L，2L	2L，2L	L，2L，2L
ねじれの回数	8	3，8	8、8	3，8，8

m=2

n	2	3	4	5
長さ	L，L	L，L，L	L，L，L，L	L，L，L，L，L
ねじれの回数	2，2	2，2，2	2，2，2，2	2，2，2，2，2

m=4

n	2	3	4	5
長さ	L，L	L，L，L	L，L，L，L	L，L，L，L，L
ねじれの回数	4，4	4，4，4	4、4，4，4	4，4，4，4，4

4. 考察･.結論

～ 一般化 ～

m回ねじりの輪をn等分する。また、n=1のときの輪の長さをLとする。m=2k(kは自然数)のとき長さがLであるm回ねじりの輪がn個できる)m=2k−1(kは自然数)のとき長さがLである成分の輪には、m回、長さが2Lである成分の輪には、2m+2回のねじれが生じる。また、nが奇数のとき、(n+1)/2 個, nが偶数のとき、n/2 個の輪の成分が生じる。

～ 奇数回ねじった輪を切った時にできる輪の個数について ～

図1において、Aを始点として縁をたどっていくとA ‘に行きつく。そのままBを通り縁をたどっていくと今度はB’に行きつきAに戻る。つまり、この図形の縁はひとつにつながっている。また、輪が二つに分かれるというのは縁が二つに分かれるとも考えられる。ここで図の輪が二つに分かれると仮定すると、縁が二つに分かれるような切り方をしなければならないが、縁に平行に切っているので、縁が切断されることはない。よって奇数回ねじった輪を2等分しても輪は二つに分かれない。また、3等分のときは、図2のように上側と下側の黒い部分で長さ2倍の輪が一つ、真ん中の白い部分で長さ等倍の輪が一つできる。

5. 参考文献　　なし

6. キーワード

メビウスの帯　トポロジー

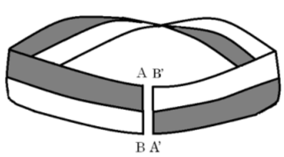


図１

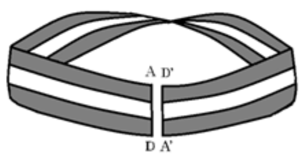


図２

2415 清真学園高等学校・中学校
Seishingakuen High School・Junior High School

ボロノイ図の活用

Application of Voronoi Diagrams

永山幸歩, 中村汐里
Yukiho Nagayama and Shiori Nakamura

Abstract

We are studying Voronoi diagram, one of the divided diagram. We drew Voronoi diagrams of the schools and the convenience stores in Kashima City. We hypothesized these diagrams have something to do with the school district and considered about it.

1. 目的

鹿嶋市内の小・中学校のボロノイ図を描き，それらを実際の学区と比較する。また，学校の分布とコンビニエンスストアの配置に関係性はあるのかを考察する。

2. 方法

① 鹿嶋市内の小学校及び中学校を母点とするボロノイ図を描き，実際の学区と比較する。

② 鹿嶋市のコンビニエンスストアを母点とするボロノイ図に中学校を点で示す。

図①

3. 結果

結果は右図のとおりである。図①は小学校，図②は中学校，図③はコンビニエンスストアのボロノイ図である。

4. 考察

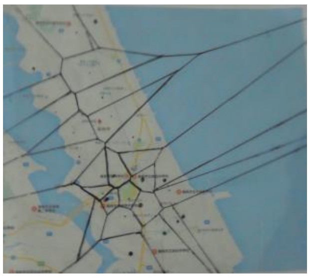
① 道路が学区の境界になることが多いため学区は複雑な形をしているが、そのような地理的条件を除けば，ボロノイ領域と近い形になる。

② 鹿島神宮駅周辺に学校もコンビニエンスストアも密集しているが，学校とコンビニエンスストアには関係性があまり見られなかった。

図②

5. 結論

学区は，学校間の距離だけで考えればボロノイ領域になり，そのほかに地理的条件などの条件も加えられていると考えられる。コンビニエンスストアは学校とはあまり関係性が見られなかったが，どちらも駅の周辺に密集していたので人口と関係があると思われる。



図③

6. 参考文献

杉原厚吉(2009) 「なわばりの数理モデル」 共立出版

https://maps.google.co.jp/

www.gaccom.jp/

7. キーワード

ボロノイ図　母点　ボロノイ領域

2335 佐賀県立致遠館高等学校
Saga Prefectural Chienkan High school

ハノイの塔
Tower of Hanoi

池田 尚輝　梅﨑 一彰　安武 郁也
Naoki Ikeda , Kazuaki Umezaki , Ikuya Yasutake

Abstract

"Tower of Hanoi" is invented by Lucas, a mathematician from France. It is an intellectual puzzle that you move all the discs placed at a column to another one. We got interested in "Tower of Hanoi" and we wanted to calculate the least number of times we moved. First, when there are three columns, we were able to calculate the general term easily. Second, when there are four, we made related equations paying attention to the way we move the discs. As a result, we succeeded in making the general term.

1.目的

「ハノイの塔」において、柱が３本、４本の最小手数の規則性を見つける。そして、その規則性を一般項として表す。

2.方法

(1)3 本の時

個数 n	1	2	3	4	5	6
手数 a_n	1	3	7	15	31	63

規則性から

$$\begin{cases} a_1 = 1 & \cdots\cdots① \\ a_{n+1} - a_n = 2^n & \cdots\cdots② \end{cases}$$

したがって一般項は　$a_n = 2^n - 1$

(2) 4 本の時

個数 n	1	2	3	4	5	6	7
手数 b_n	1	3	5	9	13	17	25

表より、円盤の個数を増やすと移動手数

$+2, +2, +2^2, +2^2, +2^2, +2^3, +2^3, +2^3, +2^3 \cdots$ と規則性をもって増えている。

一般項について$b_n = -2^{p-2}(p^2 - 3p + 4 - 2n) + 1$

（ただし p は、$\frac{p(p-1)}{2} < n \leqq \frac{p(p+1)}{2}$ を満たす自然数）

3.考察

柱の本数を $h = 3,4,5, \cdots$ と増やしていくとき、増加量が変化するところで仕切りを入れると、その間にある項数は右表のようになる。この表を傾けて見ると、パスカルの三角形があらわれる。

	第１群	第２群	第３群	第４群
3 本	1	1	1	1
4 本	1	2	3	4
5 本	1	3	6	10
6 本	1	4	10	20

4.結論

個数と最小手数の関係を柱の本数が4本のときの一般項を求めることができた。

5.参考文献

ダネージ・マーセル　世界でもっとも美しい10の数学パズル　青土社

6.キーワード

頭脳パズル　数列

（２６０３）　市川高等学校
Ichikawa High School

グラフによる和音の分析
Analysis of the Chord with the Graph

小松崎理緒　坂井綾
Komatsuzaki Rio　Sakai Aya

概要

2 つの音に関しては、協和音、不協和音が存在しこれらは周波数の比率により決められている。また、2 つの音が調和しているかを考察したものとして、ヘルムホルツのうなり曲線が存在する。私たちは、3 つの音に関して調和しているかを調べるために、1 音めは 440Hz、2 音めは 660Hz で固定して流し、3 音めを 440Hz から 880Hz までを５Hz 刻みに流して、その３つの音の和音を聞いて非調和度を７段階にランク付けした。12 平均律または純正律に存在する周波数に近い周波数の音と 440Hz、660Hz の３音で構成された和音の非調和度は比較的低く、実音の周波数から最も遠い周波数に近い周波数の音と 440Hz、660Hz の３音で構成された和音の非調和度は比較的高いことが分かった。

また、この実験をしている際に 440Hz、660Hz、551Hz を同時に流すとうなりが聞こえることを発見した。このうなりは 440Hz、442Hz を同時に流したときに聞こえるうなり（１秒間に２回）と同じ速度である。その原因を調べるため、440Hz、660Hz、551Hz を三角関数を用いて sin 波で表し考察した。

参考文献

・音感覚論　ヘルマン・フォン・ヘルムホルツ
・[新版]音楽の科学　ホアン・G. ローダラー

キーワード

和音，うなり，ヘルムホルツのうなり曲線

2467　学校法人安田学園　安田学園中学高等学校
Yasuda Girls Junior High School, Yasuda Girls High School

グラフについてのあるパズルより
Graph Theory and a certain puzzle.

高下　真帆，佐々木　美希，相馬　由理佳，森川　愛子，吉田　晶栄
Maho Kouge, Miki Sasaki, Yurika Soma, Aiko Morikawa, Akie Yoshida

Abstract

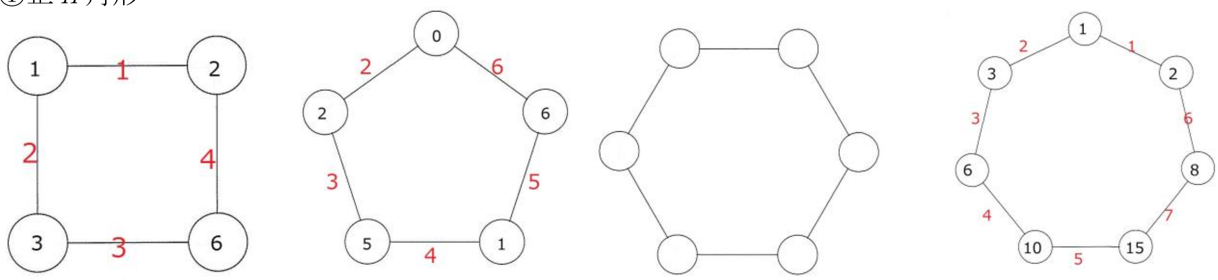
We are members of the society of mathematics at Yasuda High School. We gather regularly every week, and on the math questions　Today　we are going to report on puzzle of Graph. We hope our presentation today will be successful and interesting.

1, 目的

私たち数学研究部は、昨年グラフ理論から四色問題について研究しました。続いて今回の内容は、「グラフの各頂点に適当に整数を配置し、各辺には隣り合う頂点の差を配置したとき、１，２，３，４、・・・のように連続する数とするにはどうすればよいか。」という問題について考えました。

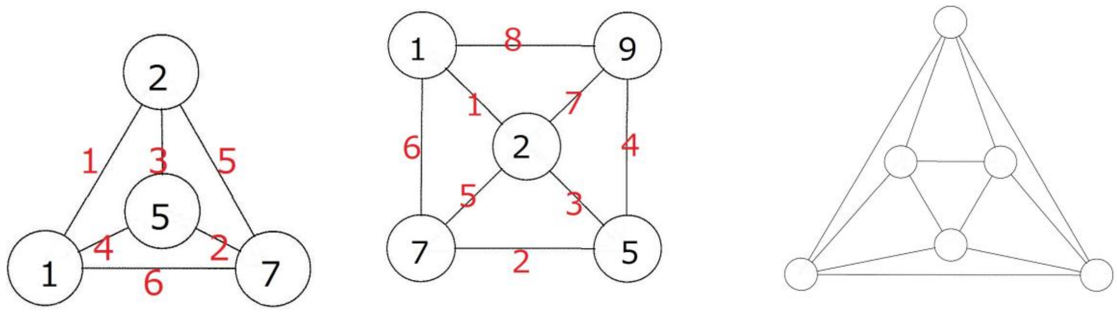
２．結論

①正 n 角形



４ｎ，４ｎ+３のときはできない。
４ｎ+１のときは２，３……でできる。
４n+２のときはできない。

②正ｎ角形+中心



３．キーワード

グラフ　連続した自然数

2705　横浜市立横浜サイエンスフロンティア高等学校
Yokohama Science Frontier High school

人の渋滞を数学的に捉える
Understanding Congestion of People Using Mathematics

深谷　祐介
Fukaya Yusuke

Abstract

Can we escape in the crowd of people if it will be happened an earthquake. I researched the relationships among the number of people and the wide of door and the time of escaping with math. First I made simple model the situation of full people in the room. Second I made model of more complex. And last I considered congestion of modern world to use two models.

１．目的

部屋の中にいる人の数と、扉から一回に出ることのできる人の人数から、渋滞解消までの最短時間を求める数式を考察し、実生活や避難誘導などに近い状況まで発展させて考察する。

２．方法

① 部屋の中に満員の人がいる状況をモデル化し、モデル上の人全てが部屋から出るのにかかる最短の時間を求める。
② 部屋の中に壁を配置し、すべての人にとって自分が最短となるルートを進むように配置したとするとき、その壁の配置の位置関係を数式で表す。
③ ①で考察した式から、実生活でも使えるように発展させる。

３．結果

それぞれの方法を一度に出ることのできる人数 k 人 縦 m 人 横 n 人の長方形の部屋のモデルとして公式を立てることができた。

４．考察

長方形の部屋で起こる渋滞は人の流れに分けることで最短を求めることができ、流れを作り出すことで逆に最短を作り出すことができる。

５．結論

一見複雑に見える式でもモデルとして考えることで、容易に公式を導くことができ、実生活においても実用のある公式を組み立てることができた。

６．参考文献

よくわかる渋滞学(図解雑学)　西成活裕　著

７．キーワード

現象数理　数理モデル　一般化　渋滞　ガウス記号　数列　漸化式

2705　横浜市立横浜サイエンスフロンティア高等学校
Yokohama Science Frontier High school

一般多次元迷路の難易度及びアルゴリズムの評価
Evaluation of the degree of difficulty and algorithmic of the general multidimensional maze

池田　悠輝
Ikeda Yuki

Abstract
Express the degree of difficulty and evaluate the algorithmic precision of the maze with numerical value. And choose algorithm most suitable for the limit of the maze.

１．目的
一般多次元迷路の難易度を数値を用いて評価する。
また制限に合わせた最適なアルゴリズムを選択する。

２．方法
（ⅰ）平面正方出入口固定迷路に於いて、迷路の場合の数を求める。
（ⅱ）上記迷路に於いて、難易度を評価する。
（ⅲ）上記迷路に於いて、最適アルゴリズムを選択する。
（ⅳ）制限緩和迷路に於いてⅰ～ⅲを行う。

３．結果
$2\times n$の迷路の場合の数$\mathcal{W}_{(2,n)}$は

$$\mathcal{W}_{(2,n)} = \frac{\left(2+\sqrt{3}\right)^n - \left(2-\sqrt{3}\right)^n}{2\sqrt{3}}$$

と表せる。

４．考察
ここから$\mathcal{W}_{(m,n)}$も同じように求められるのではないか。
難易度評価の一つの基準にならないか。

５．結論・今後の課題
$\mathcal{W}_{(m,n)}$を求める。
難易度評価の基準を定める。
既知のアルゴリズムを用いて検証してみる。
制限の緩和。

６．参考文献
なし

７．キーワード
迷路　数列　グラフ理論　全域木　アルゴリズム　オーダー

2705　横浜市立横浜サイエンスフロンティア高等学校
Yokohama Science Frontier High school

三角形の面積の分割
A division of a triangle's area

石郷岡　卓
Taku Ishigo-oka

Abstract

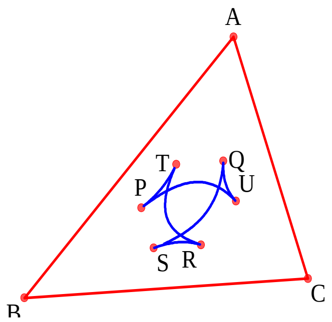
I considered the feature of straight lines which divide a triangle's area n:m.Then I discovered that when a straight line and specific curved lines in the triangle come in contact with each other, the straight line divide a triangle's area n:m.And the specific curved lines has some interesting feature.

１．目的

三角形の面積をn:m に分ける直線に共通の性質はあるのかどうかを調べ、三角形と直線の関係を視覚的に表すこと。

２．方法

三角形の面積を1:1に分ける直線をいくらか引いてそこからそれらの直線の性質を予想し、証明する。その後、面積をn:mに分ける直線への拡張や座標平面上の三角形での応用を考える。



３．結果

面積を分ける直線は三角形内部のある曲線に接していて、座標平面上では曲線の関数の式を表すことができる。（右上の図は1:2に分けられる場合の曲線）

４．考察

三角形の面積を直線によってn:mに分割するにはn,mに応じて任意の三角形内部に存在する曲線に直線が接すればよいことが分かった。

５．結論

三角形の面積をn:m に分ける直線には三角形内部のある曲線に接するという共通の性質があり、三角形と直線の関係を視覚的に表すことも可能である

２３２７　　奈良県立青翔高等学校
Seisho　High　School

コラッツ問題
Collatz　Problem

西岡伸二　　阿部匡　　桝井勝太　　中村優斗
Shinji Nishioka　　Tasuku Abe　　Shota Masui　　Hiroto Nakamura

Abstract

We studied about the Collatz Proglem.　We are trying to solve the Collatz Problem.　First, we looked to convert the base 10 to base 2.　Next we collected similar natural numbers and then made them in a group. As a result, we could solve a part of the group.　This result means that we may be able to solve the Collatz Problem.

１．目的

Collatz 問題を総合的に検証し、その特徴を掴む。

Collatz 問題とは

ある自然数ｎがあり、ｎが奇数の場合３倍して１を加え、偶数の場合は２で割る。この操作をｎに対して繰り返せば、有限回数で、１→４→２→１のループに入るという問題。提示から６０年以上たった今でも、証明されておらず、未解決問題となっている。

例　３→１０→５→１６→８→４→２→１

２．方法

①Collatz 問題の類似問題を作成し、Collatz 問題と比較する。

②Collatz 問題を２進法展開して自然数の分類をする。さらに分類した自然数の中から証明可能な数を探す。

③証明できた自然数と同一視可能な自然数を見つけ、証明可能な自然数を増やす。

④自然数を４の剰余系で分け、各列の動向を探ることで Collatz 問題の特徴を掴む。

３．結果

方法①の結果

３ｎ－１問題では、ループが２つ見つかった。

方法②の結果

等比数列の和の公式を使うことで、４の累乗の数を足した自然数は必ず１になることが証明できた。

方法③の結果

ある自然数ｎが奇数の場合はｎ、４ｎ、４ｎ＋１の三つの数が同一視できることが分かった。さらに全ての偶数は全ての奇数と同一視が可能なので、自然数全体の内、約６７％の自然数が同一視可能なことが分かった。

方法④の結果

自然数を４の剰余系で分類した結果、４ｋ－１型の自然数は発散することが分かった。さらに、４ｋ－１型の数は有限回数の操作で４ｋ－１型から脱出することが証明された。

４．考察・結論

②と③の結果から、自然数の中には１に収束する事を証明できる数も存在した。またその自然数と同一視出来る数もあり、探せばもっと沢山の自然数の証明が可能と考えられる。しかし、全ての自然数の証明は難しいと考えた。

④の結果から、Collatz 問題の反例の一つである、無限に発散し続ける自然数は存在しないことが証明された。

５．参考文献

Collatz の３k +1 予想に現れるフラクタルと記号力学　　愛知教育大学数学教育講座　橋本 行洋

６．キーワード

Collatz 問題　　２進法　　等比数列　　剰余系

2318　静岡県立磐田南高等学校

TVの視聴率

Rating　Of　A　Television　Program

加藤駿 西城直人 清水清義　冨原星陽

We usually lay eyes on a number as the audience rating casually. But we don't know much about the contents in detail of the audience rating. So we decided to focus on a specimen error in a rating survey and make sure of the reliability of the rating survey using a computer.

１. 目的

視聴率のサンプル数は母体数のたった 0.003%である(関東地区) という事実を知り, 誤差の目安を表す標本誤差に着目し視聴率の信憑性を研究することにした.

２. 方法

検証①　表計算ソフトを用いて乱数を作り標本を抽出し, 静岡県の視聴率調査をモデルに検証を行うため, 総世帯数 50 万世帯を 1～50 万の数字に置き換えて検証した.

検証②　磐田南高校の生徒に協力して頂いた視聴率アンケートを集計し静岡県で行われた調査との視聴率と比較をした.

３. 結果

検証①については, 標本数 100 のときはいずれも理論値通りとなり. 標本数 200 のときには 3 回値が外れ, 平均では 50%のときにのみ 95%を下回り標本誤差の定義通りにならなかった. これでは視聴率調査の精度が下がったように見えるが, 図 1 より標本数 100 から 200 へ 2 倍となったとき誤差自体の幅は平均, 約 2 から約 1.4 になり, $\frac{1}{\sqrt{2}}$倍になっているのでこの検証においても視聴率調査における精度は下がっていないことが分かる.

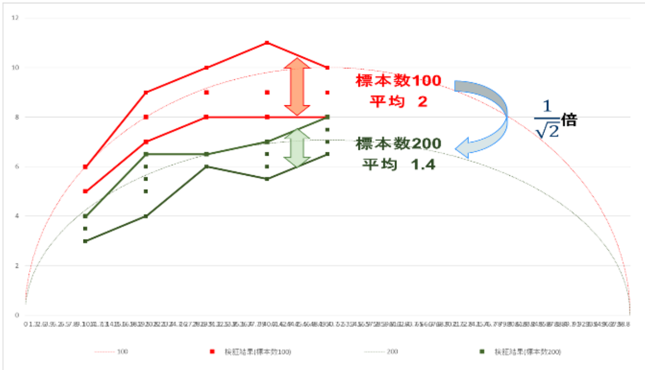


図 1　各視聴率における誤差

検証②では, 本校生徒と静岡県の比較結果, 抽出した標本の全局視聴率計が実際の全局視聴率計に近いと標本誤差内に入りやすく, 視聴率が実際の値に近くなった.

４.　まとめ・考察

標本誤差のズレや特定の場合の視聴率比較から, 現行の視聴率の標本誤差は, 実際の視聴率調査では定義通りではない可能性があり, 公表されている視聴率に対して考えられる誤差は数式による理論値とずれうることを考慮し, 視聴率を取り扱うことが望ましい。

５. 参考文献・URL

VideoResearch ; https://www.videor.co.jp/

６. キーワード

視聴率　標本誤差

2221　大阪府立千里高等学校

板チョコ割りゲーム
Chocolate bar split game

吉崎 雄太　猫島 颯　大桑 綾介
Yoshizaki Yuta, Nekoshima Hayate, and Okuwa Ryousuke

Abstract

We investigated patterns of winning strategies of the chocolate slab split game based on a past investigation called ‘subtraction game'.　We tried to find the best strategy in two shapes of the slabs while changing the position of the key tablet. As a result, we found a winning strategy valid regardless of the shape of the slab or the position of the key tablet.

１．目的

板チョコ割りゲームとは、縦５マス横８マスで右下の１マスだけがホワイトチョコである板チョコを、二人で交互に割って相手にホワイトチョコを取らせるようにするゲームである。私達はこのゲームのホワイトチョコの位置や、板チョコの形を変えた場合（図１）の必勝法を調べた。

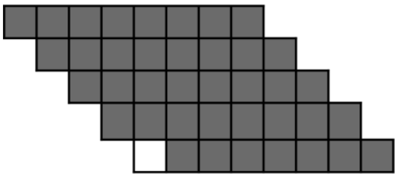


図１

２．方法

ホワイトチョコの位置を変えた場合に、長方形の板チョコについては線対性を利用した。また、板チョコが平行四辺形の場合は、本校の過去の探究レポートの１つである「三山崩し」との関連性を利用して調べていった。

３．結果

図１の平行四辺形の板チョコについては、先手が必勝であることが分かった。

４．考察

三山崩しにはその形にすれば必ず勝てる「良形」というものがあり、平行四辺形のその良形は通常とは異なった条件を満たす。ホワイトチョコレートを基準に溝に沿って番号を与え、条件を考慮して良形を探すと

(0, 1, 1) (0, 2, 2) (0, 3, 3) (0, 4, 4)
(1, 1, 2) (1, 2, 1) (1, 3, 4) (1, 4, 3)
(2, 2, 3) (2, 3, 1) (2, 4, 5)
(3, 3, 5) (3, 4, 1)
(4, 4, 6)　・・・　　　　となった。

５．結論

図１の板チョコの場合、先手が最初に(4, 4, 6)の形に割れば必勝である。

６．参考文献

・たけしのコマ大数学科サイト
「板チョコ割りゲーム」
http://gascon.cocolog-nifty.com/blog/2007/02/post_6fd0.html
・千里高等学校 44 期生科学探究レポート
「三山崩し」2011

７．キーワード

板チョコ割りゲーム　必勝法　良形
三山崩し

２４４７京都府立洛北高校
Kyoto Prefectural Rakuhoku High School

奇跡のランダムウォーク　～数式で繋ぐ運命の赤い糸～
Miraculous Random Walk ~Red Thread of Destiny Connected by Numerical Formulas~

松田　龍樹　　　　宮嶋　香帆
Tatsuki Matsuda, Kaho Miyajima

Abstract

We evaluated the probability which is they are on the point of same coordinate until it decided movement frequencies if a man and a woman on a plane move to random directions.

１．目的

「運命の人」という特定の人間と平面上で出会える確率を求める。

２．方法

有界平面上にランダムに2点を選び、その2点がそれぞれ同確率で縦横に動くプログラムを考える。ここではN×Mの格子点から選ばれた2点が、移動回数・試行数を定めたとき、同じ座標上に存在する確率をプログラムによって求める。

３．結果

100×100での平面上では移動数5000回、1000×1000での平面上では移動数50万回以上のとき出会える確率が10%を越えた。

４．考察

今回、移動数を大幅に増やしたところ、高確率で出会えることがわかった。具体的には人が1秒間に1m移動すると仮定したとき、1年間（約52万回）動き続ければ1k㎡の範囲で10%の確率で出会えるということがわかった。実際には大きさから考えると遊園地などで、はぐれた際に再び出会える確率とも考えられるのではなかろうか。

５．結論

無限回試行すれば100%出会えるが、上記の条件を指定したときに10%の確率でしか出会えないことが分かった。今後は京都市を1m間隔の格子点で描き、実際に出会える確率を考え、10%の確率を超えることに期待したい。

６．参考文献

なし

７．キーワード

ランダムウォーク　確率