第８回　マスフェスタ

〈全国数学生徒研究発表会〉

日時　平成 28 年 8 月 27 日（土）

場所　京都大学百周年時計台記念館

大ホール・国際交流ホール（京都）

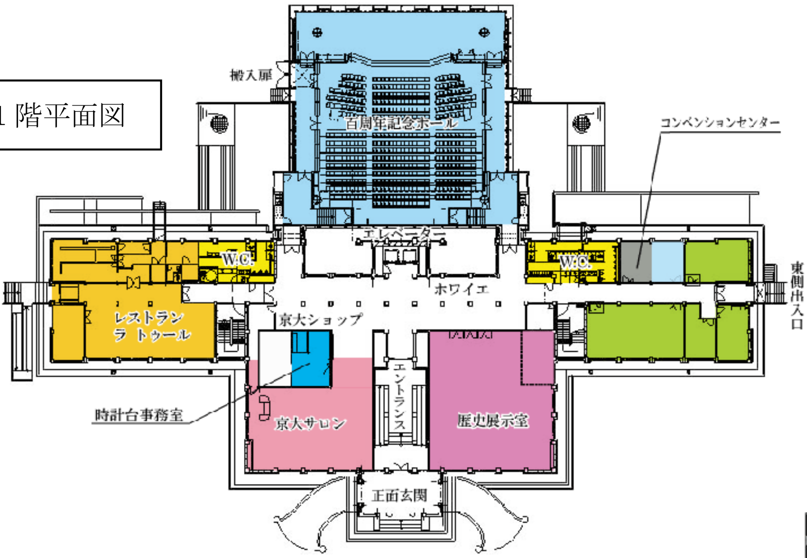
平成２８年度　科学人材育成事業
マスフェスタ（数学生徒研究発表会）企画書

日　時　　平成２８年８月２７日（土）　午前９時３０分～午後４時００分
場　所　　**京都大学百周年時計台記念館**（京都市左京区吉田本町）
目的　　数学に関する生徒の取り組み等（課題研究、部活動等）の研究発表を行うことにより、数学に対しての興味・関心を高め、今後の数学教育活動の発展に資する。
内　容　　生徒による数学研究（課題研究等）についての発表会
研究者による講演会・ミニセミナー・交流会
時　程
■８月２７日（土）
9:00　一般入場開始
＜第一部＞　9:30～11:30
9:30　開会式（1F 大ホール）
・校長挨拶、来賓挨拶、来賓紹介等
・スケジュール確認と移動開始
10:00　ポスター発表①およびアピールタイム①（2F 国際交流ホール）
11:30　昼食休憩
＜第二部＞　12:20～13:40
12:20　研究者による講演、ミニセミナー、交流会
講演会（1F 大ホール）（一般見学者も参加可）
および ミニセミナー・交流会（事前に申込をした発表者のみ参加可）
＜第三部＞　14:00～16:00
14:00　ポスター発表②およびアピールタイム②（2F 国際交流ホール）
15:30　ポスター発表終了・1F 大ホールへ移動
15:45　閉会式（1F 大ホール）・記念撮影

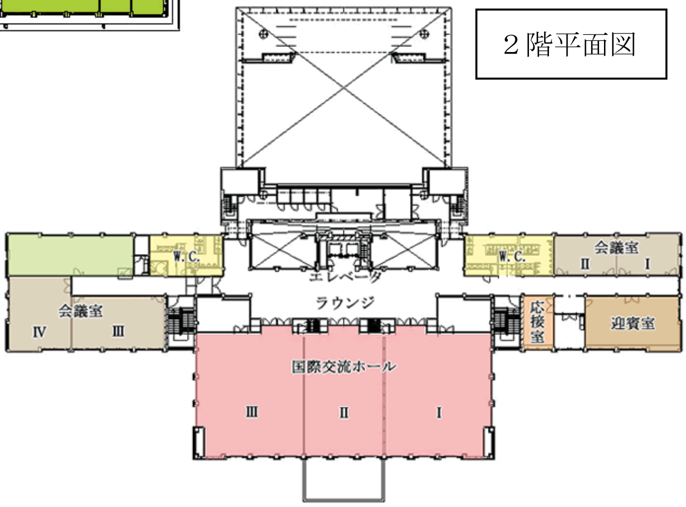
●指導助言・講演・セミナー・交流会
森脇 淳 先生 京都大学　國府 寛司 先生 京都大学　雪江 明彦 先生 京都大学（講演会）
並河 良典 先生 京都大学　鈴木 咲衣 先生 京都大学（交流会）　宇野 勝博 先生 大阪大学
高橋 太 先生 大阪市立大学　佐官 謙一 先生 大阪市立大学　河内 明夫 先生 大阪市立大学
中西 康剛 先生 神戸大学　入江 幸右衛門 先生 大阪府立大学　町頭 義朗 先生 大阪教育大学
小林 毅 先生 奈良女子大学　藤田 岳彦 先生 中央大学　鈴木 大慈 先生 東京工業大学（セミナー）
富安 亮子 先生 山形大学（交流会）　縫田 光司 先生 産業技術総合研究所（交流会）
中野 直人 先生 北海道大学（交流会）　藤原 隆志 先生 大阪府教育センター

会場図

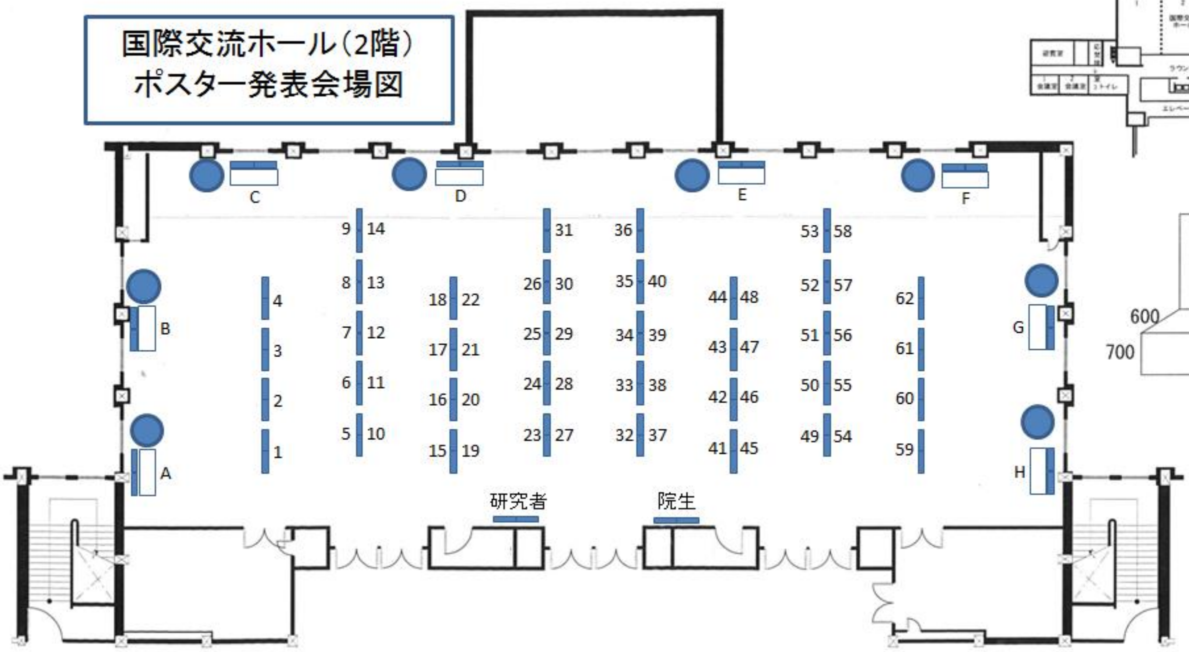
1 階平面図

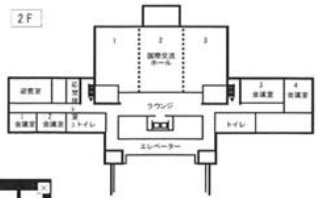


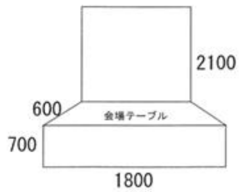
2 階平面図



国際交流ホール（2階）
ポスター発表会場図







ポスタータイトル

パネルNo.	ポスター説明	ブース	発表順	都道府県	校名	ポスタータイトル
1	午前	A	①	愛媛	愛媛県立松山南高等学校	回転式並べ替えゲームの解き方～あみだくじの性質を用いて～
						折り紙の展開図の色分け
2	午前	A	②	静岡	静岡市立高等学校	信号機の間隔と最速ルート
3	午前	A	③	富山	富山県立富山中部高等学校	バーゼル問題の一般化
4	午前	A	④	大阪	大阪教育大学附属天王寺校舎	平面図形上のキャロムビリヤード
5	午後	A	⑤	東京	筑波大学附属駒場高等学校	平方三角数とその拡張
						正n 角形と円
						球面三角法を使った球面二次曲線の考察
6	午後	A	⑥	青森	青森県立八戸北高等学校	ルービックキューブの小方体と位置の関係について
						算額の研究と問題の作成
7	午後	A	⑦	愛知	名城大学附属高等学校	計算上の確率は本当に正しいのか
8	午後	A	⑧	奈良	奈良女子大学附属中等教育学校	三角形の収束
9	午前	B	①	秋田	秋田県立秋田中央高等学校	集団行動はなぜぶつからないのか
10	午前	B	②	大分	大分県立大分舞鶴高等学校	FDS(Fire Dynamics Simulator)を用いた火災シミュレーション
11	午前	B	③	千葉	市川学園市川高等学校	ファレイ数列について
12	午前	B	④	長野	長野県屋代高等学校	長野県のスキー客数を予測する
13	午後	B	⑤	東京	文京学院大学女子高等学校	円周率π について探る
14	午後	B	⑥	愛知	愛知県立明和高等学校	フラクタル構造をもつ立体
						覆面魔方陣
						両面ハノイの塔
15	午後	B	⑦	奈良	奈良県立青翔高等学校	知恵の輪が解けないことの証明について
16	午後	B	⑧	大阪	大阪府立岸和田高等学校	x^3-y^3=z^2
17	午前	C	①	石川	石川県立七尾高等学校	小腸の表面積
18	午前	C	②	沖縄	沖縄県立球陽高等学校	ババ抜き ～最初にジョーカーを持った人は不利なのか？～
19	午前	C	③	福岡	福岡県立香住丘高等学校	混雑解消方法の数理モデル ～効率のよい入退場を目指して～
20	午前	C	④	長野	長野県飯山高等学校	和算
21	午後	C	⑤	東京	海城中学高等学校	数字つなぎ ～数字の並べ方とつなぎ方の規則性について～
						格子の対角線の長さのEuler関数による表現
						ウランバートル数学オリンピアード問題に由来するある研究
22	午後	C	⑥	愛知	愛知県立岡崎高等学校	微積分の拡張
23	午後	C	⑦	兵庫	兵庫県立尼崎小田高等学校	スプラウトゲームについての研究
24	午後	C	⑧	大阪	大阪府立千里高等学校	人の表情と数式
						Twitterのロゴに隠された黄金比
25	午前	D	①	茨城	茨城県立緑岡高等学校	リキッドドームの形成に関する研究
						コンピュータシュミレーションによるブラウン運動のフラクタル解析
26	午前	D	②	香川	香川県立観音寺第一高等学校	統計でサッカーGO～すべてはデータが語っていた～
						県内の中高生と通学時に起こる事故
27	午前	D	③	北海道	札幌日本大学高等学校	RSA暗号の安全性の実証
28	午前	D	④	新潟	新潟県立新潟南高等学校	Eゾーンにおける数学の一考察
29	午後	D	⑤	東京	東海大学付属高輪台高校	求根アルゴリズムにおける線形探索法と二分探索法
30	午後	D	⑥	愛知	愛知県立豊田西高等学校	n筆書き
31	午後	D	⑦	兵庫	兵庫県立神戸高等学校	立方体投影の世界地図
32	午後	D	⑧	大阪	大阪府立住吉高等学校	グラフの同型判断
						災害について人の心理を調べてみた

パネルNo.	ポスター説明	ブース	発表順	都道府県	校名	ポスタータイトル
33	午前	E	①	茨城	茗渓学園	N進数のカプレカー変換についての研究
34	午前	E	②	山口	山口県立宇部高等学校	ボールのバウンド数　理論
35	午前	E	③	北海道	立命館慶祥中学校・高等学校	重力つき4目並べについての一考察
36	午前	E	④	新潟	新潟県立長岡高等学校	4次方程式の解に関する考察
37	午後	E	⑤	横浜	横浜サイエンスフロンティア高等学校	図形の面積の分割
						正n角形内での光の反射
						角のn等分器で作図
						ハノイの塔
38	午後	E	⑥	愛知	愛知県立刈谷高等学校	フェルマー最終定理におけるニアミス解の探求
39	午後	E	⑦	兵庫	神戸市立六甲アイランド高校	すごろくの考察
40	午後	E	⑧	大阪	大阪府立大手前高等学校	数学ゲームにおける必勝法の考察
41	午前	F	①	茨城	茨城県立竜ヶ崎第一高等学校	図形作成ソフトを用いた角の三等分の作図
42	午前	F	②	熊本	熊本県立熊本北高等学校	月の出・入時刻を基にした地球から月までの距離の計算
43	午前	F	③	山形	山形県立米沢興譲館高等学校	「証明する」ことを探る
44	午前	F	④	新潟	新潟県立新発田高等学校	366種類の誕生日の人をすべて集めたい
45	午後	F	⑤	岡山	岡山県立岡山一宮高等学校	立体パズルの拡張
46	午後	F	⑥	和歌山	和歌山県立向陽高等学校	三角平方五角数
47	午後	F	⑦	大阪	大阪府立天王寺高等学校	Pi
48	午後	F	⑧	大阪	大阪府立泉北高等学校	完全方陣
49	午前	G	①	茨城	清真学園高等学校	フィボナッチ数列の美しさ
50	午前	G	②	埼玉	さいたま市立大宮北高等学校	指ゲーム必勝法
51	午前	G	③	栃木	栃木県立足利高等学校	「大原の定理」の作図
52	午前	G	④	広島	安田女子高等学校	彩色多項式について
53	午後	G	⑤	岡山	金光学園中学・高等学校	信号・交差点と渋滞の関係
54	午後	G	⑥	愛知	名古屋市立向陽高等学校	「ヒトの声を数学的に解釈する」
						「素数判定と素数生成多項式」
55	午後	G	⑦	大阪	大阪府立生野高等学校	スターリング数やEulerian numbersを一般化した数のmod mでの周期性について
56	午前	H	①	茨城	茨城県立日立第一高等学校	1/2！を求める
57	午前	H	②	静岡	静岡県立磐田南高等学校	f(f(x))=x^2を満たす連続関数y＝f(x)はどんな関数か？
58	午前	H	③	栃木	作新学院高等学校	ヤング図形と整数の分割
59	午前	H	④	広島	広島大学附属高等学校	最適LBL法の探究
60	午後	H	⑤	岡山	岡山県立玉島高等学校	スマートフォンの使用時間と勉強時間の関係性
61	午後	H	⑥	岡山	清心女子高等学校	2次方程式・3次方程式の解の個数の割合
62	午後	H	⑦	愛知	名古屋大学教育学部附属中・高等学校	連続自然数のグループ分け

現役の研究者と大学院生が皆さんのために特別にポスター掲示をして下さっています。（会場入り口付近）

研究者	山形大学（さきがけ研究者）	富安 亮子 先生	
研究者	京都大学（さきがけ研究者）	ダニエル パックウッド 先生	
院生	関西学院大学M1	宮木 優 さん	ミツバチの造巣初期段階に対するエージェントシミュレーション
院生	関西学院大学D2	青木 崇明さん	吸着質誘導相転移モデルに対する解のパターン形成

＜発表順と時刻の目安＞

① 10:15～10:30　② 10:30～10:45　③ 10:45～11:00　④ 11:00～11:15

⑤ 14:15～14:30　⑥ 14:30～14:45　⑦ 14:45～15:00　⑧ 15:00～15:15

◆ 講演（12:20～13:40）　1 階大ホール

「不定方程式と素因数分解」

雪江 明彦 先生（京都大学　大学院理学研究科 教授）

正の整数が一意的に素因数分解できることはよく知られていますが，この性質を使って特殊な形をした不定方程式（係数が整数の方程式で整数解を求めることが期待されるもの）の解を決定することができます。そのような例を紹介したあと，整数に平方根を加えたような集合では必ずしも素因数分解が成り立たないような場合もあることについて説明します。そのような集合が素因数分解が成り立つことからどれくらい遠いかをはかる量で類数というものがあります。類数の定義はしませんが，その計算法は知られています。その計算法とその例を紹介します。類数が計算できると，素因数分解が成り立たない場合でも不定方程式の解が求まる場合があります。そのような例についても解説します。最後に上のような類数の計算は「代数的な対象のパラメータ化」ということに関係していますが，そのパラメータ化の例についても解説します。

◆ セミナー（12:20～13:40）　2 階会議室Ⅲ

「確率の不思議と機械学習」

鈴木大慈 先生（東京工業大学・情報理工学院・准教授／さきがけ研究者）

本セミナーでは確率の面白さを知ってもらうため，いくつかの確率にまつわる不思議な現象を紹介します．具体的には，「モンティホール問題」「クーポンコレクター問題」「大数の法則・中心極限定理」を取り上げ，実際にコイン投げなどを体験しながら確率の不思議に触れる予定です．さらに，確率が機械学習とよばれる人工知能に必要な技術に深く関わっていることを解説し，実社会で大いに役立っていることを知ってもらいます．

なお，セミナーのスライドは

http://www.is.titech.ac.jp/~s-taiji/lecture/2016/mathfesta

にアップロードされる予定です．

◆交流会 α（12:20～13:40）　2 階会議室Ⅱ

富安亮子 先生 （山形大学・准教授／さきがけ研究者）

中野直人 先生（さきがけ専任研究者／北海道大学）

◆交流会 β（12:20～13:40）　2 階会議室Ⅳ

鈴木咲衣 先生（京都大学・白眉研究者／数理解析研究所）

縫田光司 先生（産業技術総合研究所・主任研究員／さきがけ研究者）

回転式並べ替えゲームの解き方
～あみだくじの性質を用いて～

矢野　雅和　　重松　孝宏　　上田　耕平　　渡邉　拓

Abstract

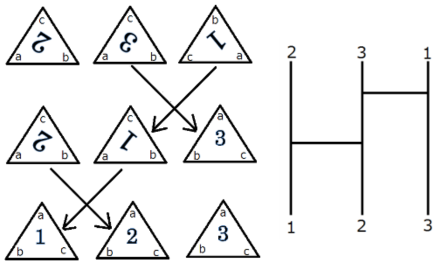
We made a new kind of card game. In this game, we line some cards at random.
Then, we interchange the adjoining cards.
We consider the game mathematically by using the system of Amidakuji.

1　目的

あみだくじは隣り合う 2 つのものの入替え操作（以下置換とする）を複数回繰り返すときの手順図という見方ができる。その手順図から置換の性質を見つけ、考案したカードの並べ替えゲームに応用して並べ替えの手順を数学的に考察し、手順図としてのあみだくじを作成する。

2　方法

図１　カードの移動とあみだくじ



ゲームのルールは以下の通りとする。

・m枚、n 角形の異なるカードを任意の順番、任意の向きに横 1 列に並べる。

・隣り合う 2 枚を入れ替え、同時に時計回りに 1 頂点分ずつ回転させる操作を繰り返し行う。

・指定された順番、向きを再現してその手順を「解」とする。(図は m=3, n=3)

まず 3 枚 3 角形の場合について考察する。あみだくじによる置換の性質を文献で調べ、本ゲームに応用する。その性質を文字で表し演算を定義して、数学的に考察する。

3　結果

あみだくじには横棒を省いて簡略化できるコクセター関係式があり、それを本ゲームに応用し 4 種類のコクセター関係式を見つけた。それを利用して並べ替えの手順を演算によって導き出し、手順図となるあみだくじを作成できた。

4　考察

演算によって定められた手順をあみだくじとして表記し、コクセター関係式を用いて横棒を省いていくことで最少手数が求まると考えた。しかし、最少手数に近づくためのコクセター関係式が今回利用したもの以外にも多数あると考えられ、最少手数を特定することは難しい。また、演算の過程から 15 手以内ですべての並べ替えが可能であり、n が 3 以上の奇数であれば m がどんな自然数でもゲームの解は存在すると考えられる。

5　結論

n が 3 以上の奇数のとき、m がどんな自然数をとってもゲームの解は存在し、

多くても $(n-1)(2m+2)+\frac{m(m-1)}{2}-2$ 手以内で指定された並びを再現できる。

6　参考文献

『数学のかんどころ 5 あみだくじの数学』　共立出版　小林雅人著　(2011 年)

7　キーワード

あみだくじ　群論　コクセター関係式　置換　エリクソンのナンバーズゲーム

折り紙の展開図の色分け
Coloring the figures in developed view of origami

長谷部 光輝　鬼武 太一　廣瀬 健人　山川 貴大
Mitsuki Hasebe　Taichi Onitake　Kento Hirose　Takahiro Yamakawa

Abstract
We looked for the connection between the number of shapes and the number of colors which can possibly be used without diverging from the theorem (ie: having two the shapes of the same color touching each other). And finally we have found the proof of this theorem.

1　目的

折り紙の展開図内の図形が、隣接せずに 2 色で色分けできるという性質を踏まえ、2 色以上を対象に、隣接せずに色分けをし、また、その証明をする。

2　方法

（1）4 種の展開図（折り鶴、パクパク、箱、セミ）について、自分たちで n 色に色分けする。点の隣接は可、線での隣接は不可として、色分けできたか判断する。

〈条件〉（m は展開図を構成する図形の数、2≦n≦m）

ⅰ.均等に色を使える場合→m/n 回ずつ使用する。

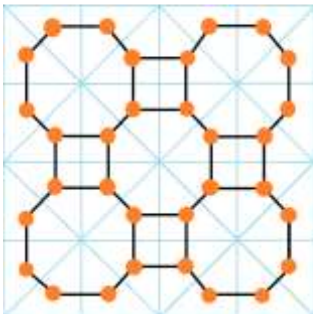
ⅱ.均等に色を使えない場合→m/n のあまりを差が 1 以内になるように使用する。

（2）展開図を双対グラフとして表し、任意の n で色分けできる証明をする。

3　結果

4 種の展開図は手作業ですべての n 色で色分けすることができた。

双対グラフを用いて一部の図形を n 色で色分けできることとすべての図形を n ＝2、3 色で色分けできる証明はできた。



双対グラフ(パクパク)

4　考察

折り紙の展開図は任意の n で色分けすることができるのではないか。

また、折り紙の展開図を双対グラフにするとすべての領域は偶数本の枝で囲まれている。これが n 色で色分けできる理由ではないか。

5　結論

すべての n 色で色分けすることはできた。

しかし、すべての図形を n 色で色分けできる証明は未完成である。今後、検証していきたい。

6　参考文献

NHK　スーパープレゼンテーション The math and magic of origami 2015 年　2 月 9 日
グラフ理論入門-基本とアルゴリズム　著：宮崎修一　森北出版

7　キーワード

グラフ理論　グラフ彩色　折り紙

2523　静岡市立高校
Shizuoka Municipal high school

信号機の間隔と最速ルート
Interval of traffic lights and the fastest route

大石育実　野村朋矢　森光生
Ikumi Oishi, Tomoya Nomura, and Koki Mori

Abstract
We reached the route through which we can arrive at the destination as soon as possible by using Excel. In order to this research, we made a formula of traffic light's cycle and used actual measurement data of traffic lights.

１．目的
目的地にいち早く着くために、最速ルートを導き出すこと。

２．方法
まず、現実の道路を用いて、出発地点と目的地を設定し７つのルートを決める。
次に各ルートの道中にある信号の周期を下のような式で表す。

y = n｛mod(周)｝ －(赤)

（周）は信号の１周期、（赤）は１周期内の赤の時間を示す。ｎはその信号までにかかった時間とスタート時の信号の状況を決める値(ｋ)の和である（時間の単位は秒とする）。ｙの値の正負で信号の赤、青を判別し赤の時は待ち時間を計算する。
移動にかかった時間を、信号の待ち時間と走行する時間の和とし、ｋ の値を変えて、各ルートの時間と同じｋにおいてどのルートが最速であるか 10 万回測定した。

３．結果
「最速になる確率が最も高いルート」「平均時間が最も短いルート」「最速時間が最も短いルート」の３つが異なるものとなった。

４．考察
「最速時間が最も短いルート」は距離が最も短いルートであった。

５．結論
目的地に最速で到着するには距離が最も短いルートが適しているが、安定した時間での走行には、そのルートが適していない場合もある。

６．参考文献
特になし

７．キーワード
信号機　最速ルート　交通　プログラム　シミュレーション

（２６０６）　富山県立富山中部高等学校
Toyama Prefectural Tayama Chubu Senior High School

バーゼル問題の一般化
Generalization of Basel problem

赤松 潤　滝澤 悠　中島 寛樹
Akamatsu Jun, Takizawa Yu, and Nakajima Hiroki

Abstract

We investigated Basel Problem. Basel Problem is one of the most difficult problems of series. However, we could solve this problem by doing logarithmic derivative about the Infinite power product expansion of $\sin \pi x$ and $\cos \pi x$ and a coefficient comparison of each of them.

１．目的

一年次に私たちは平方数の逆数の無限和を求めるバーゼル問題を研究し、実際に値を求めることに成功した。さらに自然数の逆数の４乗、６乗の無限和を求めることができた。そこで、自然数の偶数乗の逆数の無限和の一般式を導出できるのではないかと考え、バーゼル問題の一般化を目的とした。

２．方法

$\sin \pi x$ や $\cos \pi x$ の無限乗積展開した式を対数微分したものをオイラーの公式とマクローリン展開の二通りの方法で計算し、係数比較により求めた。また、ベルヌーイ数の定義を用いた。

３．結果

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{2k}} = (-1)^{k-1} \frac{2^{2k-1} B_{2k}}{(2k)!} \pi^{2k} \ , \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^{2k}} = \frac{2^{2k}-1}{2^{2k}} \cdot (-1)^{k-1} \cdot \frac{2^{2k-1} B_{2k}}{(2k)!} \pi^{2k}$$

４．考察

研究に用いた数式は、高校生でも理解できるものであったが、それらを巧みに用いることにより、美しい級数和を求められることに、数学の奥深さを感じた。証明に出てくるベルヌーイ数については、オイラーはバーゼル問題を解決する際に、オイラー・マクローリンの和公式と呼ばれるものを考え出しており、そこから関連を推測したのだろうと考えられる。

５．結論

一般化に成功した。偶数乗の逆数の無限和については全ての場合について解決できたが、奇数乗に関してはさらなる研究が必要である。

６．参考文献

黒川信重.“現代三角関数論”岩波書店.

７．キーワード

バーゼル問題　オイラーの公式　ベルヌーイ数　無限乗積展開

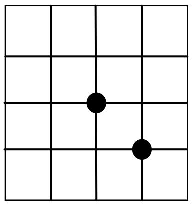
（２７１１）　大阪教育大学附属高等学校天王寺校舎
Tennoji senior high-school attached to Osaka Kyoiku university

平面図形上のキャロムビリヤード
A carom billiard on a plane figure

吉井 俊祐、 雀部 啄寛、 谷 駿希
Yoshii Shunsuke , Sasabe Takumi and Tani Takaki

Abstract
We have researched a carom billiard by mathematical way. The carom billiard is a special billiard to hit two target balls on a square billiard stand. We calculate all patterns to put two target balls. We find all patterns to hit both of the two balls.

１．目的
キャロムビリヤードとは手球をワンショットで 2 個の的球に当てるというものである。質量や摩擦などを考慮しない場合に 2 個の的球に当てることができるかを数学的に解析することを目的とした。

２．方法


右図のように一辺の長さが４の正方形のビリヤードの台(左下が原点、黒丸は的球)を考える。的球を格子点に置き、手球を原点から打った場合、２個の的球に当てることができるかを、手球の軌道を一次関数で表すことによって、連立方程式を用いて考察した。

３．結果
台の内側の 9 箇所の格子点のうち 2 箇所に的球を置く。全ての置き方 36 通りのうち両方の的球に当てることができるのは 7 通りだけであることを証明した。上図は当たる置き方の一例である。また当たる場合のときには、最短経路で 2 個の的球に当てる軌道も求めることができた。

４．考察
2 個の的球に当てることができる置き方にはひと目で見て分かるものとそうでないものの２種類ある。後者では法則性が存在すると考えていたが見つけることは出来なかった。

５. 結論
台の大きさが 3 の場合については、昨年の研究で結果を求めることができている。今回は、台の大きさを４にすることができた。ビリヤードに関する疑問を数学的に検証することができた。

６．キーワード
キャロムビリヤード　格子点　一次関数　連立方程式

2424　筑波大学附属駒場高等学校
Senior High School at Komaba, University of Tsukuba

平方三角数とその拡張
The Square Triangular Numbers and their Expansion

野原　翔
Nohara Kakeru

Abstract
Find the general terms of the square triangular numbers. A square triangular number is the number that has the properties as both a perfect square number and a triangular number. And then expand this idea to the pentagonal square numbers.

１．目的
平方三角数の一般項を求める。ここで、平方三角数とは、平方数と三角数を同時に満たすような自然数のことである（たとえば、36＝6^2=1+2+3+…+8 は平方三角数である）。また、この考え方を応用して平方五角数を求める。

２．方法
まず、ペル方程式を使って、小さい値（n=6 まで）での平方三角数を求めた。そこから規則性を見つけ、その規則を証明した。その規則性から、平方三角数の一般項を求めた。また、平方三角数を得るのに用いた方法を平方五角数へ応用することで、平方五角数の一般項も求めた。

３．結果
平方三角数の一般項は、

$$S_n = \frac{1}{32}\{(3+2\sqrt{2})^n - (3-2\sqrt{2})^n\}^2$$

であることが分かった。また、平方五角数については、一般項に示されるうちの１つ飛ばしで得られることが分かった。

４．考察
フィボナッチ数の一般項のようなきれいな一般項が得られた。

５．参考文献
なし

６．キーワード
ペル方程式

2424 筑波大学附属駒場高等学校

Senior High School at Komaba, University of Tsukuba

正 n 角形と円

The regular polygon and the circle

伊藤　優輝

Yuki　Ito

Abstract

We study the defining equation of the regular polygon. Furthermore, when n is large enough, we proof that the regular polygon is considered to be the circle.

1. 目的

n を 3 以上の自然数とし、正 n 角形において n を限りなく大きくしたとき、正 n 角形が円に近付くことを証明する。

2. 方法

1. 座標平面上で正 n 角形の形になるグラフの式を求める。
2. 1. で求めた式で、n を変化させたときの図形的な変化と、求めた式で表された正 n 角形が満たす性質を考察し、n を限りなく大きくしたときに円に近付くことを証明する。

3. 結論

実際に求めた式は、以下の通りである。

$$\prod_{k=1}^{n}\left\{x\cdot\cos\left(\frac{2\pi}{n}k-\frac{\pi}{n}\right)+y\cdot\sin\left(\frac{2\pi}{n}k-\frac{\pi}{n}\right)-r\cdot\cos\left(\frac{\pi}{n}\right)\right\}=0$$

$$(x^2+y^2\leq r^2)$$

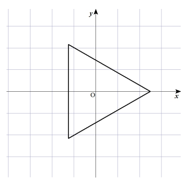


図 1　$n=3$

例えば、$n=3$ のときは以下のようになる。

$$\left(\frac{1}{2}x+\frac{\sqrt{3}}{2}y-\frac{1}{2}r\right)\left(-x-\frac{1}{2}r\right)\left(\frac{1}{2}x-\frac{\sqrt{3}}{2}y-\frac{1}{2}r\right)=0\quad(x^2+y^2\leq r^2)$$

このように、n 本の直線と n 個の一次式を対応させ、直線の範囲を半径 r の円周を含む円の内部に制限して正 n 角形を表現した。そして、n を限りなく大きくしたときの一次式の振る舞いを考察して、円に近づくことを証明できた。

4. 参考文献

なし

5. キーワード

正 n 角形　円　極限

2424　筑波大学附属駒場高等学校
Senior High School at Komaba, University of Tsukuba

球面三角法を使った球面二次曲線の考察

A consideration about the spherical quadratic curve by using spherical trigonometry

中川 皓太
Nakagawa Kota

Abstract

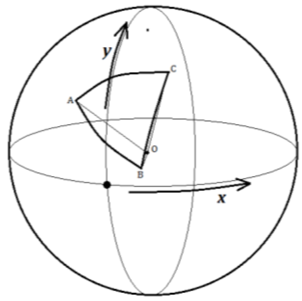
We study the spherical quadratic curve by using spherical trigonometry. The domain of the surrounded spherical quadratic curve is always closed. We evaluate the area of the closed domain, and compare spherical quadratic curves and plane quadratic curves.

１．目的

平面座標の二次曲線と同様の性質を持つ単位球面上の曲線(球面二次曲線と呼ぶ)を考え、その主な性質を調べる。またこれが必ず閉領域になることをふまえて、その領域の面積を求める。

２．方法

原点からの距離が一定(=1)で、2 つの偏角($-\pi \leqq \theta \leqq \pi$、$-\pi/2 \leqq \phi \leqq \pi/2$)を成分とする球面座標系を利用した。ここで、極座標はあえて使わず球面三角法を使って考えた。こうすることで平面座標と同様のアプローチが可能になるので、二次曲線の性質の適用が容易になった。



３．結果・考察

簡単な考察によって、球面では円、放物線、双曲線は全て楕円に帰着して考えることができることが分かった。また、球面上の二点間距離を球面三角法により一般化できるので、球面座標の方程式のグラフとして球面二次曲線を自在に表現できるようになった。このうちϕで積分が可能な楕円の方程式を利用して、焦点間距離と二焦点からの距離の和の 2 つの変数からその面積を定積分形で表現できた。この 2 つの定数が決定すれば楕円は一意に定まるので、実質これで球面二次曲線の面積の一般化ができたことになる。そして、この面積の定積分を具体的に計算することが困難であるため予想に留まるが、平面座標を「原点からの距離が無限の球面座標」と考え、球面楕円面積公式に原点からの距離の変数を導入して極限を取ることで、平面楕円面積公式に帰着できると考えられる。

４．参考文献

岩波書店「数学公式Ⅱ」, 森口繁一 著

５．キーワード

球面三角法　二次曲線　球面座標系

2204　青森県立八戸北高等学校

ルービックキューブの小方体と位置の関係について

Developing Algorithms for Solving 2× 2 Rubik's Cubes

荒川雅貴　田中滉大　市川さとみ

Arakawa Masaki　Tanaka Kodai　Ichikawa Satomi

Abstract

We studied a 2×2 Rubik's Cube to see if there was a way to match the colors more easily. Using algorithms Y, Z and K that we developed, we found all 54 permutations that we had calculated. In the future, we want to find out how match the colors of the top half of the cube while the cube itself is randomly disordered.

1. 目的

ルービックキューブをそろえることは難しいので、誰でも簡単にそろえことができる方法を見つける。

2. 方法

３×３のルービックキューブより簡単な２×２のルービックキューブを使って行った。２×２のルービックキューブの崩れ方があまりにも多すぎたので、上段と下段の１か所を固定した状態の崩れ方を計算し、組み合わせを書き出していき、実際にあるかどうかをルービックキューブを操作して作っていった。

3. 結果

上段と下段の１か所を固定した場合

・小方体の取り得る位置の順列…３！通り

・小方体の独立に取り得る向き…3^2通り

よって、$3!\times 3^2 = 6\times 9 = 54$ 通り

操作 Y、操作 Z、操作 K と名付けた操作を使って 54 通り見つけ出すことが出来た。

4. 考察

上段と下段の１か所がそろっている状態であれば、そこから全部をそろえることが可能になった。

5. 結論

上段の揃え方がわかるとすべての揃え方がわかり、それを３×３のルービックキューブに応用すれば、３×３のルービックキューブの揃え方もわかる。

6. キーワード

２×２のルービックキューブ　小方体

2204　青森県立八戸北高等学校

算額の研究と問題の作成

A Study of *Sangaku*

新山　茉奈美　名古屋　雄大　阿部　功幹　尾崎　彩夏

Niiyama Manami, Nagoya Yudai, Abe katsuyoshi and Ozaki Ayaka

Abstract

We visited Kouryuji temple where sangaku was dedicated, and mainly studied geometry problems. We solved most of the famous sangaku in Hachinohe and we wanted to make our own geometry sangaku problems to know the difficulties involved and to know the enjoyment of classic math.

1. 目的

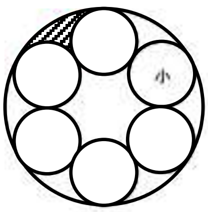
八戸の算額の解法を探り実際に自分たちの手で問題を作ることによって、古典的な数学の楽しさ、算額を作ることの難しさなどを知る。

2. 方法

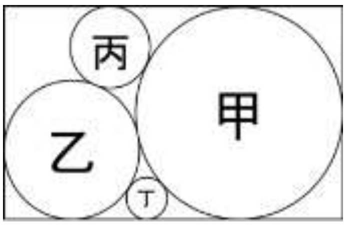
算額について学び、実際に青森県八戸市の算額を調査し、独自の問題を作成する。

3. 結果

作成した問題



今有全円其之径六尺内如
図容小六円其之径二尺斜
線部之積問幾何
答曰　九十0平方寸餘



今有直容甲乙丙丁円
甲円径三二四寸
丁円径六四寸
丙円径幾何
答曰　一百二十六寸
五分六厘二毛五糸餘

4. 考察と結論

算額の楽しさは解法の書いてない問題を解くことにあり、算額作成は、古典的な単位を学び、漢文に翻訳する、図形の存在を示す、きれいな値になるように設定するなどの必要があったため難しい。八戸の算額についてすべてを解くことはできなかった。力がないのか訳が間違っているのか等を調べる必要がある。

5. 参考文献

和算の館　http://www.wasan.jp/

6. キーワード

算額、八戸

2817　名城大学附属高等学校
Meijo University Senior High School

計算上の確率は本当に正しいのか
Probability of a calculated really correct?

榎 史弥　杉山 日南乃　髙鳥 紗那　寺澤 孝駿
Fumiya Enoki　Hinano Sugiyama　Sana Takatori　Takatoshi Terazawa

Abstract
We examined whether the difference is of the results obtained in the actual experiment with the results of the probability obtained by calculation. Thereupon we decided to find out for the two of “Spaghetti Problem” and “Monty Hall Problem”.

ベイズの定理
P(B|A)＝P(A|B) P(B)／P(A)
P(A):事象 A が起こる確率
P(B):事象 B が起こる確率
P(A|B):事象 B が起こった後に事象 A が起こる確率
P(B|A):事象 A が起こった後に事象 B が起こる確率
P(A∩B):事象 A が起こり、事象 B も起こる確率

1. 目的
ベイズの定理は、ある結果、データが得られた時、その結果を反映した下で事後確率を求めるのに使われている。私たちは今回、ベイズの定理で導き出された計算結果が本当に正しいかを検証した。

2. 方法
(1)スパゲッティ問題:パスタを無作為に 3 本に折り、3 本以外に折れたときのものは無効とし、三角形が出来る確率を求める。
(2)モンティホール問題：あたり 1 枚を含む 3 枚の紙のうち 1 枚を相手に選ばせ、選んだ紙以外の中からはずれを 1 つ捨てる。相手が最初に選んだ紙を変えたときと変えないときのあたりの確率を求める。

3. 結果
(1)スパゲッティ問題:36%確率で三角形ができた。計算結果とは異なった。
(2)モンティホール問題:変えたときのあたりが 68%、変えなかったときのあたりが 33%となり、計算結果とほぼ同じになった。

4. 考察
モンティホール問題は色々な人に試しランダム性があったためか、計算上の確率とほぼ一致したが、スパゲッティ問題は手で折っていたからか、意識がはたらきランダム性がなかったため値が異なったと考えられる。

5. 結論
実験にランダム性があり試行回数が多ければ計算上の確率と一致する。

6. 参考文献
フジテレビ「たけしのコマ大数学科 第 4 期 スパゲッティ問題」
高校数学の美しい物語～定期試験から数学オリンピックまで 800 記事～
史上最強 図解 これならわかるベイズ統計学　著者：涌井 良幸、涌井 真美
楽しく学べるベイズフィルターの仕組み

7. キーワード
確率・スパゲッティ問題・モンティホール問題

(2716)　奈良女子大学附属中等教育学校
Nara Women's University Secondary School

三角形の収束

Convergence of triangles

古宮　昌典
Masanori Furumiya

Abstract

In a triangle inscribed in a circle, by drawing midperpendiculars of three sides of the triangle, we can making a new triangle consisting of the intersections of the midperpendiculars and the circle. I would like to show that by repeating this process, every triangle converges to an eqlateral triangle.

１．目的

円に内接する三角形において、3 辺の垂直二等分線を描き、円との交点をとることによって、新たに円に内接する三角形を作ることができる。独自に考えたこの操作の図形的意味を捉える。

２．方法

上記の操作を無限に繰り返すと三角形の形はどのように変化するのかを考えた。実際に、図形を描くと三角形は正三角形に近づいていくと予想できる。操作を繰り返すごとに変化する中心角に注目することにより、これを証明した。

３．結果

3 つの中心角が 120°に近づいていくことを示せばよい。そのために、中心角の大きさからなる数列を考え、この数列に関する漸化式を立てることにより、証明を行った。

４．考察

円に内接する三角形の辺の垂直二等分線と円との交点をとるということは、その辺の対角の二等分線と円との交点をとることと同じなので、この操作は三角形の内心に関係していると考えられる。

５．結論

今回考えた操作を、内心と三角形の各頂点を結ぶ直線を引き、その直線と外接円との交点をとることと捉えることができる。これを一般化し、他の五心と三角形の頂点を結ぶ直線を考え、その直線と外接円との交点をとるという操作を考えることができる。

６．参考文献　　なし

７．キーワード　　円　三角形　垂直二等分線　操作　正三角形

2503　秋田県立秋田中央高等学校
Akita Prefectural Akita Chuo High School

集団行動はなぜぶつからないのか
Why isn't group behavior crashed?

鐙　一那　　阿部　賢勇
Kazuna Abumi , Kenyu Abe

Abstract

Group behavior is first assumed to be a point, and we mathematically expressed the condition that points do not collide each other. Then, while visually verifying that the condition is right, we tried to prove on the basis of the intersection condition that group behaviors are not bumped together.

１．目的

学校の体育等で行われる集団行動の中でも難易度の高いパフォーマンスは，一糸乱れぬ動きで観る人々を魅了する。その動きに着目し，演じる人々の動きを数学的に表現してぶつからない事象について考察し，示すことを試みた。

２．方法

座標平面上を直線上に動く点を媒介変数表示し，点がぶつからない条件を数式で表した。そして，その条件を満たす点を任意においてグラフ描画ソフト grapes を用いて視覚的に確認するとともに，点を円，線分に拡張して公差，衝突する条件について考察した。

３．結果

２点 (a_1t+x_1, b_1t+y_1)，(a_2t+x_2, b_2t+y_2) が一致しない条件 $\dfrac{a_1-a_2}{b_1-b_2} \neq \dfrac{x_1-x_2}{y_1-y_2}$ $(*)$ が得られた。n 個の点に対していずれの点も一致しない時は $(*)$ のような条件式が $\dfrac{n(n-1)}{2}$ 個存在することになる。これらの条件を満たす係数を決定し，15 個までの点に関しては一致しない場合を視覚的に確認することができた。

４．考察

点を円と置き換え，衝突判定を行うことができる。また，線分と置き換えたとき，線分公差判定を行うことによりぶつからないことを示すことができる。

５．結論

点は部分をもたないことを考慮し，円，線分としてぶつからない条件を考えることができた。直線上の点の移動のみならず，他の図形上の点の移動の考察を深めていきたい。

６．参考文献

譚学厚，平田富夫（2001）．計算幾何学入門―幾何アルゴリズムとその応用．森北出版

７．キーワード

衝突判定　線分交差　計算幾何　媒介変数表示

大分舞鶴高校
Oita Maizuru High school

FDS（Fire Dynamics Simulator）を用いた火災シミュレーション
Fire Simulation Using Fire Dynamics Simulator

福井誠人　江原優斗　岡崎壮太
FUKUI Masato EHARA Yuto OKAZAKI Sota

Abstract
A fire is a disaster that may occur anytime. So it is important for us to prepare for an emergency. We think that we must look at our evacuation routes to prepare for this rare possibility. To do this we performed a fire simulation using software called Fire Dynamics Simulator. We evaluated our evacuation routes. As a result, we found that we should change the evacuation routes for class 2-6, 2-7, 2-8MS, and 2-8SS.

1.　目的
FDS（ Fire Dynamics Simulator）を用いて、大分舞鶴高校で調理室から火災が派生した際の現在使われている避難経路の安全性の検証。

2.　方法
計算条件は壁の厚さを 5.0×10^{-1}m、計算間隔格子を、高さ方向は 1.0×10^{-1}m、幅、奥行き方向は 1.0m として、火元を調理室に設置し、煙の放出量は 1.5ｇ/s とした。また、壁などの障害物には燃え移らないことにし、火元のみから煙が発生するようにした。校舎見取り図を参考にして管理棟及び特別棟を作成し火災発生から 10 分(600 秒)後までの煙の動きについてコンピュータを利用して計算を行った。

3.　結果
結果は右の表 1 のようになった。火災発生後 60 秒で特別棟の教室の避難に使う階段が使用できなくなることが分かった。

4.　考察
避難訓練では、火災が発生してすぐに避難が可能なことを想定している。しかし、実際の火災が起きた場合そのようなことは不可能であろう。また、避難の際に最も危険なのは、調理室前の階段と考えられる。そのため、現在の避難経路では安全に効率よく避難することができない。しかし、大きく避難経路を変えるのではなく、部分的に避難経路を修正することによって私たちは、この問題点を解決できると考えた。

時間(s)	煙の状態
30s	煙が特別棟階段に到達する。
60s	特別棟階段 2 階踊り場に煙が充満する。
120s	管理棟の 2 階渡り廊下前のホールに煙が充満する。 特別棟側 3 階渡り廊下に煙が到達する。
210s	3 階渡り廊下に煙が充満する。
300s	特別棟に煙が充満する。

表 1. 一定時間ごとに煙が到達する場所

5.　結論
2－6、2－7、2－8MS、2－8SS の避難経路は現在の避難経路ではなく、ベランダを通り、外階段を使って避難するのが、適切である。

6.　参考文献
・トンネル火災時のスプリンクラー散水と煙の流動に関する数値シミュレーション～トンネル高さの影響～　錦慎之助（鹿児島大学）
・こうえいフォーラム第 18 号/2009.12 最近の道路トンネル防災設計の動向　久保田真　滝本孝哉

7.　キーワード
シミュレーション、火災、避難経路

（2603）　市川高等学校
Ichikawa Senior High School

ファレイ数列について
Farey sequence

村上柊香　村山泰章
MURAKAMI Syuka, MURAYAMA Hiroaki

Abstract

In this paper we show two formulas as Farey sequence. The first formula is about the first term that k appears as the numerator. The second formula is about the area of figure which is made by connecting a series of points (b,a) that correspond to $\frac{a}{b}$.

1. 研究背景

自然数 n に対して区間 [0,1] にある分母が n 以下の既約分数を小さい順に並べた数列をファレイ数列といい，F_n と表す．ファレイ数列の性質として

F_n の隣り合う分数 $\frac{p_i}{q_i}$，$\frac{p_{i+1}}{q_{i+1}}$ について $q_i p_{i+1} - p_i q_{i+1} = 1$ が成り立つ

などが知られている．

２．研究結果

１：n と互いに素な a $(1 \leqq a \leqq m)$ の個数を表す関数を次のように定義する．

$$\phi(m,n) = \#\{a | 1 \leqq a \leqq m,\ \ gcd(a,n) = 1\}$$

F_n において初めて分子に k（ただし，$gcd(n,k) = 1$）が現れる第 t 項は次のように表せる．

$$t = 2 + \sum_{p=1}^{k-1} \left\{\phi(n,p) - \phi\left(\left\lceil\frac{pn}{k}\right\rceil - 1, p\right)\right\}\ (k \geqq 2)$$

２：F_n の項数を R_n として，F_n の第 m 項を $F_{n,m}$ とおく$(1 \leqq m \leqq R_n)$．$F_{n,m}$ の分数 $\frac{a}{b}$ を xy 平面上に点 (b,a) と対応させ，その点を $\mathrm{P}_{n,m}$ と表すとき，線分$\mathrm{P}_{n,k}\mathrm{P}_{n,k+1}$　$(1 \leqq k \leqq R_{n-1})$ と線分$\mathrm{P}_{n,1}\mathrm{P}_{n,R_n}$で囲まれた領域の面積$S_n$は次のように表せる．

$$S_n = \sum_{k=1}^{R_n - 1} \Delta \mathrm{O}\mathrm{P}_{n,k}\mathrm{P}_{n,k+1} - \frac{1}{2} = \frac{R_n}{2} - 1$$

３．参考文献

枡田幹也，福川由貴子，『格子から見える数学』，日本評論社，2013

４．キーワード

ファレイ数列，ピックの公式，オイラー関数

2814　長野県屋代高等学校
Nagano　Prefecture　Yashiro High　School

長野県のスキー客数を予測する
Forecasting the number of ski – resort tourists to Nagano

伊草 聖　坂口 旺　小泉 慧
Sho Igusa, Akira Sakaguchi, and Satoru Koizumi

Abstract

In order to examine which meteorological data is most related to the number of ski – resort tourists to Nagano, we analyzed the relationship between. The data and the number using regression analysis method, and estimate the number of the tourists from snow forecast.

１．目的

長野県内における特定の地域の気象データを用いることによって、長野県全体の冬季のスキー客数を予測する。

２．方法

長野県内の主なスキー場がある地域の降雨量や降雪量のデータと長野県全体のスキー場利用客の相関係数を出し、相関関係を見る。相関関係が強い地域において、適切な気象データを用いて回帰分析を行い、長野県全体のスキー客数を予測する。

３．結果

〔図1〕　2006年～2015年の各地点の気象データと長野県における月別スキー場利用者数（千人）の関係

	白馬		菅平		野沢温泉		小谷	
	降雪量	降雨量	降雪量	降雨量	降雪量	降雨量	降雪量	降雨量
相関係数	0.674	0.003	0.802	−0.044	0.723	0.183	0.682	0.083
回帰直線の傾き	7.00	0.05	10.12	−1.50	4.54	2.26	5.39	1.13
回帰直線のY切片	529	1441	186	1564	483	1083	575	1236

１ヶ月の合計降雪量をx(cm)、長野県における月別スキー客数をy(千人)としたとき
「菅平」における回帰直線の方程式 ： $y = 10.12x + 186$

４．考察・結論

菅平の降雪量と長野県における月別スキー場利用者数の相関関係は 0.802 となり、この 2 つのデータは強い相関関係にあると考えられる。菅平の降雪量を用いて回帰分析を行うと、今年度の 12 月に菅平に例年通りの降雪（121.5cm）があった場合、長野県全体のスキー場利用者数は 140 万人ほどに上ると推測できる。

５．参考文献

向後 千春、冨永 敦子　統計学がわかる【回帰分析・因子分析編】　技術評論社

６．キーワード

観光　気象　回帰分析

（2430）　文京学院大学女子高等学校
Bunkyo Gakuin University Girls' Senior High School

円周率πについて探る
Searching for π

発表者 山澤寧々　横山みなみ
Nene Yamasawa　Minami Yokoyama

Abstract

We demand a polygon and a formula of the length of the polygonal lap to be circumscribed to touch a circle internally, then we calculate the formula by Excel to check how much polygon an approximation of pi 3.14, and looked at the tendency how much polygon neared 3.14 by.

１．目的

東大の入試問題で、円周率が 3.05 より大きいことを証明せよ。という問題が出た。この答えを解く例として、次のような解法がある。
円の半径を 1 としたとき、この円に内接する正 8 角形の周の長さとπを比較すると

$8\sqrt{2-\sqrt{2}}<2\pi$ となる。よって $4\sqrt{2-\sqrt{2}}<\pi$ となるため、3.061･･･＜πより、円周率πが 3.05 より大きくなることが証明される。
この解法を用いて正 10 角形、正 12 角形・・・と、辺の数を増やしていき、円周率π(3.1415･･･)に近付いていく速度を調べる。

内接n	周の長さ	外接n	周の長さ
6	3	6	5.196152423
12	3.105828541	14	3.195408641
57	3.14000234	36	3.149591887
94	3.141007839	160	3.141996443

２．方法

円に内接する多角形の長さ、外接する周の長さのそれぞれの公式を求めて、その公式を利用して実際の数字を代入してエクセルで計算していった。

３．結果

内接する正多角形では正 6 角形のときに周の長さが 3、正 12 角形で 3.10･･･、正 57 角形で 3.140･･･、正 94 角形で 3.141･･･となり、外接する正多角形では正 36 角形で 3.149･･･、正 160 角形で 3.1419･･･、正 1187 角形で 3.141599･･･、正 5467 角形で 3.141592･･･という結果になった。

４．考察

表より、円に内接する場合と外接する場合、どちらも正多角形の辺数が増えていくとともに円周率π(3.1415･･･)に近付いていく速度が遅くなることがわかる。

５．結論

今回は正多角形の周の長さで調べていったが，他の方法を用いても同様にπ(3.1415･･･)に近づくにつれ，近づく速さが遅くなっていく可能性がある。周の長さと同じように面積でも比較すれば，周の長さと面積の式が異なるのでπに近づく速度が変わってくると考える

６.参考文献

入試数学伝説の良問 100(ブルーバックス)

７．キーワード

π、正多角形、エクセル、速度

2321 愛知県立明和高等学校

Aichi Prefectural Meiwa Senior High School

フラクタル構造をもつ立体

The Solid Figures that have Structure of Fractal

鵜飼 明歩　　　　小野 裕太

UKAI Akiho　　　　ONO Yuta

Abstract

We researched fractal, especially Koch curve. Koch curve is known for its characteristic features of the length and area surrounded by it. So we made three solid figures by utilizing the properties of fractal, and calculated its surface area and volume. As a result, we found its surface area is infinite and its volume is finite.

1. 目的

コッホ曲線の長さが無限大で、コッホ曲線で囲まれた図形の面積が有限であることを示す。また、その特徴を生かして３つの立体を作り、表面積と体積にどのような特徴が現れるのかを探る。

2. 方法

ステップを踏むごとに、（ⅰ）1 ステップ前に追加された図形の各面に 1 辺の長さを 1/3 倍にした正四面体をくっつける　（ⅱ）1 ステップ前に追加された図形の各面に 1 辺の長さを 1/3 倍にした立方体をくっつける　（ⅲ）1 ステップ前に追加された図形の 1 辺の長さを 1/2 倍にした正四面体をくっつける

という、フラクタル面をもつ３つの立体について、表面積と体積を求める。

3. 結果

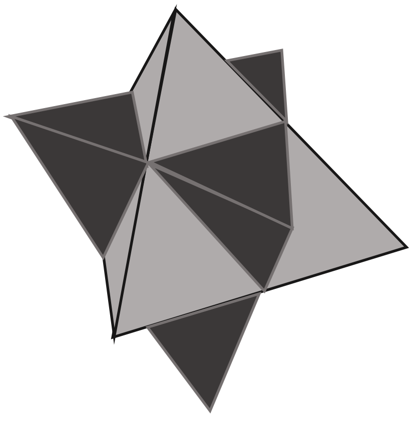
フラクタル面をもつ立体の表面積は無限大で、体積は有限の値となった。中でも（ⅲ）の立体の体積については、０ステップの１辺の長さを面の対角線とする立方体の体積と同じ値になった。

4. 考察

（ⅲ）の立体はステップを踏むごとに立方体に近づくと思われる。

5. 結論

フラクタル面をもつ立体の表面積は無限大で、体積は有限の値をとなる。



6. 参考文献

シリーズ　非線形科学入門　フラクタル　　本田　勝也　著　　朝倉書店

フラクタル　新装版　　高安　秀樹　著　　朝倉書店

7. キーワード

コッホ曲線　　立体フラクタル

2321 愛知県立明和高等学校

Aichi Prefectural Meiwa Senior High School

覆面魔方陣

Replaced Magic Square

竹味和輝　松下紗也輝

TAKEMI Kazuki　　MATSUSHITA Sayaki

Abstract

We invented Replaced Magic Square, magic square consisting of letters which are in the place of numbers in general magic square. We studied about the way to identify former numbers corresponding to letters.

As a result, we found that combining some ways enables us to solve it more easily.

1.目的

覆面魔方陣（すなわち、魔方陣の数字を文字に置き換えて作られる魔方陣）を考えた。
また、覆面魔方陣の文字に対応する数字を特定することを「覆面魔方陣を解く」とし、
解法があるかについて考える。

2.方法

（ｉ）　総当たり

（ⅱ）　位ごとに重複する文字の個数を数え数字を特定する（各位特定法）

（ⅲ）　すべての列において定和が等しいことを利用して連立式を立てて解く（定和連立法）

これらの 3 つの方法で実際に解けるかどうか考える。

3.結果

計算量を考えると、方法ｉ, ⅲは共に多項式時間で解くことができる。
また、方法ⅱは一部の文字と数字の対応を特定するには効率の良い方法であるが、
すべての対応を特定できなかった。

AB	BF	BE	AE
AI	BA	BB	AF
BC	AG	AH	AJ
BD	AD	AC	BG

図 1.4 次覆面魔方陣

文字 A~J に対応する数字 0～9 を特定

4.考察

方法ⅱで特定できる対応を特定し、方法ⅲで残りのすべての対応を
特定することにより、より簡単に解くことができる。

5.結論

それぞれの方法に利点、欠点があるが、それらを組み合わせることにより、
より簡単な覆面魔方陣の解法を見つけることができた。

6.キーワード

魔方陣　覆面魔方陣

2321 愛知県立明和高等学校
Aichi Prefectural Meiwa Senior High School

両面ハノイの塔
Double-Sided Tower of Hanoi

伊藤 仁　加藤 萌
ITO Jin, KATO Moe

Abstract

We researched on “Tower of Hanoi”, to which we added a new rule. It’s a kind of mathematical puzzle and is used as exercises for high school students to study mathematics. We were able to find the smallest number of times we move disks under the new rule that we turn disks over when we move them until we turn all the disks over.

1. 目的

「ハノイの塔」に新しいルールを付与し、円盤がn枚のときの最小手数a_nについての規則性を見つける。

2. 方法

新たに　①円盤を一度動かすごとにひっくり返す、②全ての円盤が裏になった状態で完成とする　という２つのルールを追加した。

3. 考察

両面ハノイの塔の完成までには、$n-k$枚目の円盤を移動させるために$n-k-1$枚の円盤を動かすという手順を繰り返す。また、$n-k+1$枚目の円盤を動かした直後に$n-k$枚目の円盤が裏向きであるとき、この手順を２回繰り返す必要がある。

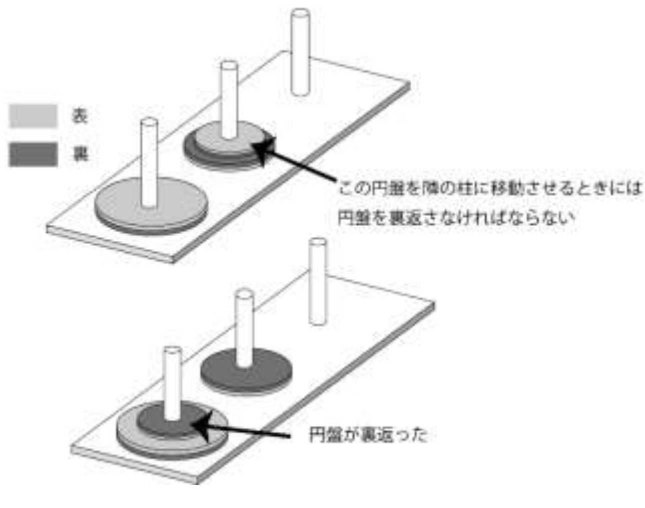
これによって次の漸化式が立つ。

$$\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_{n+1} = 2a_n + 2^0 \quad (n = 2l) \\ a_{n+1} = 2a_n + 2^1 \quad (n = 2l+1) \end{cases}$$

4. 結論

上の式から立つ漸化式を解くと、一般項は、

$$a_n = \begin{cases} 1 \ (n = 1) \\ \frac{16}{3} \times 4^{\frac{n}{2}-1} - \frac{4}{3} \ (n = 2l) \\ \frac{8}{3} \times 4^{\frac{n-1}{2}} - \frac{5}{3} \ (n = 2l+1) \end{cases}$$



5. キーワード

両面ハノイの塔、最小手数、漸化式

（2820）　奈良県立青翔高等学校
Nara Prefectural Seisho High School

知恵の輪が解けないことの証明について
How to prove the unsolvable puzzle ling

尾崎穂乃花　笹川隼汰　筒井三太　花谷友紀
, Honoka ozaki, Shunnta sasagawa, Santa tsutsui and Yuuki hanatani

Abstract

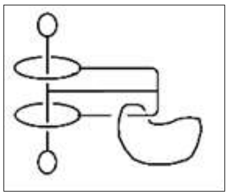
In this study, we define a puzzle ring as the combination of a rubber band and a set of Lego blocks. We made several puzzle rings at random, some of which were unsolvable. Then we decided to prove that they cannot surely be solved.

１．目的

ここでいう知恵の輪とは､ブロックで作られた部分に輪ゴムが絡まった状態のもので､知恵の輪を解くとは、輪ゴムをブロックの部分から分離させることをいう。学習を進め知恵の輪が解けるものはどのようなものかわかった。逆に解けない知恵の輪とはどのようなものか考えるようになり、解けないことを証明したいと考えた。

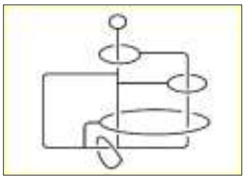
２．方法

私たちは、谷山先生が発表した論文の定理(TANIYAMA　２００２　Journal of Knot Theory and Its Ramification)をもとに、いくつかの知恵の輪が解けないことの証明を試みた。しかし、この定理だけでは、証明不可能なものがあった。そこで、新たな定理を考えようとした。



３．結果

定理：青翔高Ｍ２を考えつき、その定理と谷山先生の定理を用いて、知恵の輪が解けないことを証明することができた。



４．考察

その後いくつかの知恵の輪を考えた。すべて､解けないことを証明することができた。

５．結論

私たちの定理と谷山先生の定理を用いて、知恵の輪が解けないことの証明は可能だと考える。

６．参考文献

TANIYAMA　２００２　Journal of Knot Theory and Its Ramification　論文

７．キーワード

解けない知恵の輪　分離球面　切断球面　収縮可能な円盤　位相幾何学

（2324）　大阪府立岸和田高等学校
Osaka Prefectural Kishiwada High School

$x^3 - y^3 = z^2$
$x^3 - y^3 = z^2$

辻 魁斗　杉原 拓真
TSUJI Kaito, SUGIHARA Takuma

Abstract
We have tried to find natural number(x, y, z):$x^3 - y^3 = z^2$
by using the nature of the integer and thinking of the necessary conditions for square number.As a result, we find the number(x, y, z) infinitely.

１．目的

$x^3 - y^3 = z^2$ を満たす自然数(x, y, z)を探し、
性質があるか、一般化できるかを調べる。
また、$x^3 - y^3 = z^4$ を満たす自然数(x, y, z)があるかも調べる。

２．方法

$\mathrm{x} \to \mathrm{x} + \mathrm{k}, \mathrm{y} \to \mathrm{x}$ と置き換えて(k: 自然数，定数)、
k の値に応じて左辺が平方数になる条件を考える。

３．結果

目的を満たす(x, y, z)はともに無数に存在することがわかった:(8,7,13)など…
$\mathrm{k} = 3m^2$ のとき(m:自然数)
左辺が平方数になる x の個数は有限であることもわかった。
一般化については$x^3 - y^3 = z^2$ に関する恒等式を 11 個発見することができた。
例）$\boldsymbol{(n^4 + 6n^2 - 3)^3 - (n^4 - 6n^2 - 3)^3 = \{6n(n^4 + 3)\}^2}$

４．考察

k の値のとり方を工夫することでうまく一般化することができた。
k を 3 で割った余りで分類するのがベストだと思う。

５．結論

今後は k の値をもっと広げて新たに恒等式を発見したい。
また、$x^3 + y^3 = z^2$ となる自然数(x, y, z)についても研究していきたい。

６．参考文献

なし

７．キーワード

立方数　平方数　合同式　整数論

2431　石川県立七尾高等学校
Ishikawa Prefectural Nanao Senior High School

小腸の表面積
Surface Area of The Small Intestine

発表者 奥原伊織　酒井伍希　春成幹基
Okuhara Iori,　Sakai Ituki,　Harunari Motoki

Abstract
It was said that the intestinal surface area of humans was about 300 ㎡. But in 2014 Swedish study team announced that it was about 30 ㎡. Our purpose is to calculate an approximate value of the surface area of the intestine.
In conclusion, surface area of the small intestine is 590 ㎡

１. 目的
小腸の各部分のデータを集め、小腸の表面積の近似値を求められるような公式を作り、その式でとりうる値の範囲を調べる。また、数値を変化させてどの値が最も表面積の拡張に影響しているか調べる。

２. 方法
元となった論文や、組織学の本の写真から輪状ひだ・絨毛・微絨毛の実寸を求める。その後、各器官ごとの拡張倍率や表面積を求める。スウェーデンの研究の計算式の値に近い数値が出るか確認する。

３. 結果
ひだの拡張倍率は約 3 倍、絨毛の拡張倍率は約 21 倍、微絨毛の拡張倍率は約 41 倍。表面積は 590 ㎡となった。

４. 考察
組織学の本などを参考にしたため、ひだ、絨毛，微絨毛の構造に関する正確なデータ量が少なく値が大きくなってしまった。

５. 結論
小腸の表面積は 590 ㎡となった。

６. 参考文献
Anthony L. Mescher 著(2015)『ジュンケイラ組織学第 4 版』（坂井建雄・川上速人訳） 丸善出版
牛木 辰男(2013)『入門組織学改訂第二版』南江堂
HERBERT F HELANDER & LARS FÄNDRIKS (2014)「Surface area of the digestive tract」http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.3109/00365521.2014.898326 (2016 月 9 日参照)

７. キーワード　小腸の表面積

（2543）沖縄県立球陽高等学校
Okinawa Prefectural Kyuyo High school

バババ抜き　～最初にジョーカーを持った人は不利なのか？～

OLD MAID　～It is disadvantageous for person who has a joker at first? ～

安谷屋佳奈　安谷屋佳歩
Kana Adaniya and Kaho Adaniya

Abstract

In Old Maid, we researched that person who had joker before staring the game is disadvantage or advantage. We studied it to fuse the state transition diagram and the programing. We found that losing probability of person who has a joker before stating the game is higher than that of person who doesn't in these result.

１． 目的

トランプゲームの「ババ抜き」で最初にジョーカーを持った人は不利なのか有利なのか，それとも負ける確率は平等なのかという疑問を解決するために本研究をおこなった。

２． 方法

いくつかの条件を設定した「ババ抜き」について，以下の方法①②により負ける確率を求めた。ここで，初期手札におけるジョーカーの位置に着目し，次のようにプレイヤー名を設定した。

※最初にジョーカーを持った人を J，J のカードをとる人を J1，J1 のカードをとる人を J2 とする。

①ゲームの状態遷移図を描き，推移確率行列を求め，各プレイヤーの負ける確率を計算した。

②「ババ抜き」のシミュレーションをするプログラムを作成して，試行結果の割合から確率を求めた。

３．結果

①では，プレイヤーが 2 人の場合と 3 人の場合で，カード総数 3 枚または 5 枚でババ抜きをしたときに各プレイヤーの負ける確率を計算することができた。②では 2 人および 3 人のそれぞれの場合で，カード総数 3 枚～53 枚における各プレイヤーの負ける確率をグラフ化することができた（図 1，図 2：カード総数を横軸，負ける確率を縦軸とする）。また，同じ条件下での①の結果と②の結果は一致した。

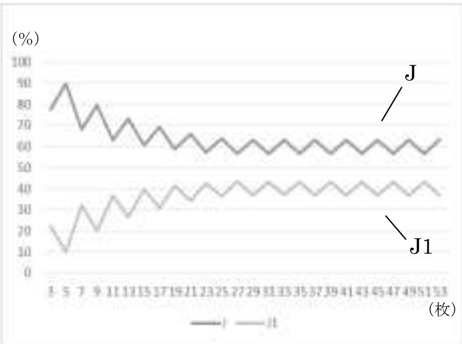


図１　2 人の場合にそれぞれの負ける確率

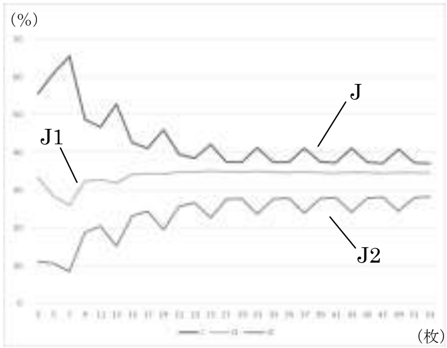


図２　3 人の場合にそれぞれの負ける確率

４．考察と結論

2 人，3 人のどちらの場合でも，またカード総数が何枚の場合でも，最初にジョーカーを持った人（J）の負ける確率が高かった。よって，最初にジョーカーを持った人が不利であるといえる。そして，カード総数が増えていくごとに J の負ける確率が低くなっているのは，カード枚数が増えた分，ゲーム終了までのカード移動回数が増え，ジョーカーの移動する確率が高くなるからだと考えた。また，グラフがギザギザになっている原因として，手札枚数の偶奇性が影響していると推測される。

５．参考文献

Python スタートブック　辻真吾　株式会社技術評論社

高校数学の美しい物語　http://mathtrain.jp/markovchain

６．キーワード

トランプ　ババ抜き　確率　状態遷移図　プログラミング

（２８２２）　福岡県立香住丘高等学校
Fukuoka Prefectural Kasumigaoka Senior High School

混雑解消方法の数理モデル　～効率のよい入退場を目指して～
Mathematical model of method for relieving congestion ~the road to efficient access~

木山 恵裕　仙波 拓人　城山 未帆　松下 詩織
Keisuke Kiyama　Takuto Senba　Miho Shiroyama　Shiori Matsushita

Abstract

We want to relieve a problem of congestion in access to a gym in our school by "*jutaigaku*". First, we made various "*cell-automaton models*". Next, we counted time, density, the average speed of movement and the number of moving people. Third, we made graphs of relationships between density and the number of moving people and classified these relationships into four categories. Then, we counted the number of dots in each category and calculated how largely the dots occupied each category. Finally, we made a solution of congestion, based on these results.

１．目的

本校では体育館に生徒が集合・解散するときに、廊下で混雑してしまい、集合・解散予定時刻を大幅に超えてしまう状況にある。そこで、渋滞学を用いることで混雑を解消しようと考えた。

２．仮説

東京大学大学院工学系研究科の西成教授が解明した渋滞のメカニズムに沿って、人の間の距離を一定以上空け、歩く速さを調節すれば、混雑の解消につながると予想した。

３．方法

①ルールを決めて、色々なセルオートマトンモデル（離散的な単位を「セル」の集まりの上で粒子たちをルールに従って動かすモデル）を作る。人数を 10 人、20 人…と増やし比較する。
②①から時刻や密度（＝幅内の人数÷セルの数）、平均速度（＝幅内の動いた人数÷セルの数）、流量（＝密度×平均速度）を計算し、密度と流量のグラフを作る。
③各時刻の状態を進捗・メタ安定・混雑・それ以外の 4 つに分類し、各モデルにおける割合を算出する。
④モデル同士を比較し改善点を探す。

４．実験

ルール：モデルは 1×10 とし、入口でスリッパを脱ぐ時間を 10 マス目に設け、これを stay と呼ぶ。
［モデル１］・前の人と 1 マス空けて入る。　・前が空いていれば進む。　・10 マス目で 1stay
［モデル２］・10 マス目で 2stay　・他はモデル 1 と同様にする。
［モデル３］・2 マス空けて入る。　・他はモデル 1 と同様にする。
［モデル４］・10 マス目で 2stay　・他はモデル 3 と同様にする。
［モデル５］・前に続いて入る。　・前が空いているか、連続している場合前が進めば進む。
・1 度止まったら、前が空いてから進む。　・10 マス目で 1stay
［モデル６］・10 マス目で 2stay　・他はモデル 5 と同様にする。

５．結果

モデル	1	2	3	4	5	6
入場完了時刻 t	39	49	39	49	31	49

６．考察

モデル 1,3 、モデル 2,4 はそれぞれ t が一致した。これより、1 マス目に間隔を空けて入れば、t に影響しない。しかし、モデル 5,6 のように間隔を空けずに入ると、stay 数が t に影響する。

７．課題

3 マス空けて入場するモデルと 3stay のモデルを作成する。そして、自動でモデルを作成するために Excel の関数を利用する。また、直線上のモデルを平面上に発展させる。

８．参考文献

西成活裕(2006)「渋滞学」新潮選書

９．キーワード

渋滞学　セルオートマトンモデル　メタ安定　密度　流量　平均速度

和算　Wasan

長野県飯山高等学校
Iiyama high school

鷲森勇希　宮崎雄也　日堂薫
Yuki washimori　Yuya miyazaki　Kaoru hido

Abstract

Wasan is traditional math, which was developed in Japan during the Edo period. Wasan has a variety of questions from geometry to a question in our daily life. Ancient people drew Wasan on Sangaku boards and offered them at shrines to hope for development of study. We researched the Sangaku discovered in a nearby shrine and also made our original one. Finally we restored Sangaku boards that the shrine had lost and offered the board there.

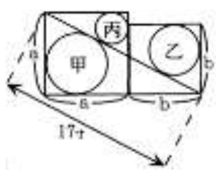
１．目的

和算とは江戸時代に発達した日本独自の数学である。私たちはこの地域に和算が普及していたので、和算に興味を持った。その中でも算額について研究した。算額とは問題が解けたことを神や仏に感謝し神社仏閣に奉納したものである。

２．考察

（１）算額の問題を知るため、かつ力試しに次の問題を解いてみた。この問題は正方形と円を組み合わせた問題で、術の中に和算独特の解法や公式、及び定理が使われているのではないかと考えた。

[問題]　大小の正方形があり、その斜辺を隔てて甲乙丙の円が１個ずつ内接している。ただし面積の和は１１３、　斜辺は１７である。大小の正方形の辺の長さと甲乙丙の直径を求めよ。



（長野県飯田市　元善光寺の算額より）

（２）これまで学んだ知識を使って算額の問題作成に挑戦し、「算額を作ろうコンクール」に応募した。図形の形、問題文の条件を試行錯誤していく中で和算の問題により近づけた。

（３）飯山市静間観音堂で失われていた算額を、当時の資料を元に復元し奉納した。

３．結論

和算の中に現在の高校の教科書に載っていないような定理や公式が使われていることがわかった。そしてその定理を使うと複雑な因数分解を簡単に解けるようなものもあった。私たちが学んだ知識を生かして、この地域にかつて存在した算額の復元という形で地域に貢献できた。

４．参考文献

・中村信弥ほか「長野県現存算額集大成　絵馬　算額への招待」教育書館（1999）
・中村信弥ほか「長野県非現存算額集大成　絵馬　幻の算額」教育書館（2001）
・岡本和夫ほか「楽しさひろがる数学３」啓林館
・飯山北高校　理数科 11，12 期生課題研究

５．キーワード　　和算　算額　元善光寺　静間観音堂

海城中学校

Kaijo　junior　high　school

数字つなぎ　～数字の並べ方とつなぎ方の規則性について～

江川　温人

Egawa Haruto

Abstract

We try to find a rule of numbers that relation to other numbers put at random on the line.

1，目的

直線上に１からｎまでの整数をランダムに並べる。その数字を１から小さい順に上方のみを使い順番に半円（）で結ぶ。そのときに交差する半円の弧どうしが違う色になるように色を付けていくことにする。ただし、使う色の数は最小限にとどめるものとする(図１)。このとき、数字の並べ方と数、最小の色の数に規則性を見つけたい。

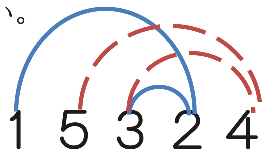


図１:15324 の時

2，方法

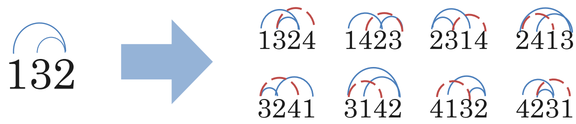
一つ一つ数字の数を増やしていき実際にやってみた。

3，結果

①最大の使う色の数をＡ、数をｎとするとき

ｎが前の数より１増えたときＡも１増えるの数の時には次のような規則が見いだせた。

$2^{n-1}=C$（最大に色を使う数字の並べ方が何通りあるか）



n=3　１色　　　　　n=3+1　２色　数字の並べ方が 8(つまり 2^{4-1})通り

②ｎの数を前の数列の倍ずつ増やし、なおかつ１　２　→１　３　２　４のように前の数列と数字を互い違いに並べた場合、使う色の最大の数の数列は２の累乗になる。

4，課題

実際に作業をした数が少ないので、もっと増やし実証できるか確かめる必要がある。

また、他の規則性も見いだせそうなので、そちらについても調べていきたい。

この研究を進めていくことが出来れば、例えば複雑な配線の仕方などを、あらかじめ計算で求め、

簡単化することが出来るかもしれない。

5，キーワード

数字の並べ方　、色の数、規則性

格子の対角線の長さのＥｕｌｅｒ関数による表現

An expression by Euler function about the length of a diagonal of the grid

海城中学校２年　山田宗太朗

Abstract

The aim of this study is to find a regularity about the length and number of a diagonal of the grid. We find the regularity between the number of and the number of the composition in square root by Euler function. The regularity is proved by using X-Y coordinates.

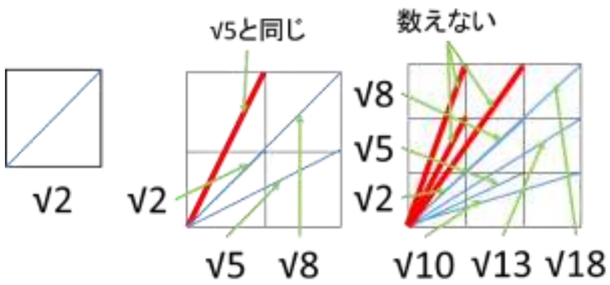
１、目的

格子の対角線の長さに関する規則性を見つけ Euler 関数を使って表す。

２、方法

(１)1×１の格子から 10×10 の格子まで対角線の長さと本数を調べる。対称性があるもの(太線)は数えない。

(２)結果を表にまとめ、規則性を見つける。



３、結果

格子の一辺の数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
対角線の長さのルートの中の数が分解出来るものの数	0	1	2	4	5	9	10	14	17	23

対角線の長さのうち分解出来る平方根（$\sqrt{k^2a}$ が $k\sqrt{a}$ になる事）の本数を、格子の一辺の数毎に調べたところ、上記の結果となった。一辺をｎとし、一辺がｎのとき分解できる平方根の数を D(n)とした時、D(n)—D(n－１)＝ｎ－φ(ｎ)と導き出されることが予想された。

４、証明

左にｎ個、下にｍ個格子があるとき、格子の交点を座標のように（ｎ，ｍ）とする。また、座標(A、B)が分解でき、A＝ｇｋ、B＝ｇｌと置いたとき、対角線の長さすなわちOから座標(A，B)までの長さは$\sqrt{A^2+B^2}$で仮定から$\sqrt{g^2k^2+g^2l^2}=\sqrt{g^2(k^2+l^2)}=g\sqrt{k^2+l^2}$とでき、ｇが２以上のとき分解できる。また、ｇが１のときは、A，Bは互いに素からオイラー関数を除けばよいと考えられる。よって、一辺の数を１増やしたときに分解できるものの増える数（Dｎ－D(ｎ—１))は、一辺の格子の数(ｎ)から、ｎのオイラー関数φ(ｎ)を引いた数となり、予想Dｎ－D(ｎ—１)＝ｎ－φｎは証明された。

５、結論

格子一辺の数とその対角線の長さのルート内の数が分解できるものの数との間に規則性がありEuler 関数を使って表すことができた。

６、キーワード

格子、対角線、平方根、オイラー関数

ウランバートル数学オリンピアード問題に由来するある研究

On a certain study derived from a problem in Mathematics Olympiad in Ulan Bator

島 倫 太 郎 （海城中学校 2 年）

Rintaro Shima (Kaijo junior high school)

Abstract

Kaijo Junior high school in Tokyo and Shine Mongol Secondary School in Ulan Bator hold the mathematics meeting regularly. One day a problem was sent from Shine Mongol to Kaijo. It was made a question as the problem for the third year students of junior high school in the Olympiad of mathematics that was held in Ulan Bator in Mongolia. There were no students who could solve this problem, the highest score on this problem is the half of perfect score on it. I solved this very difficult problem by myself and tried applying it to the fields of solid figure and probability in this study.

1. 目的と方法

任意の三角形の三辺の長さの和が 1 であるときに成立するある不等式の証明問題の解決、および証明した式の立体図形や確率への応用。主に、評価式の立式に工夫を凝らし解決する。

２. 結果および結論

与えられた不等式を証明することができた。また、三角形の三辺の長さの和が 1 のときに成り立つその不等式を応用することによって、ある条件を満たす等面四面体に関する新たな不等式の導出と、確率の値の限定を行うことができた。

３. 参考文献

「等面四面体とその性質｜高校数学の美しい物語」(http://mathtrain.jp/tomen)

４. キーワード

等面四面体，確率変数

愛知県立岡崎高等学校
Aichi Prefectural Okazaki High School

微積分の拡張
The Extension Of Calculus

杉山友浩
Sugiyama Tomohiro

Abstract
I tried to define the integrals and derivatives expended from natural number to real number based on rule of thumb and by using Fourier transform. As a result, I got the same consequence when I tried to do it in trigonometric functions, polynomial functions, and logarithmic functions.

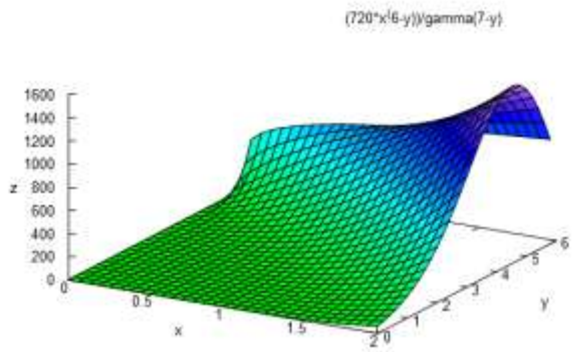
1. 目的

高等学校で学習した「微分」「積分」を整数から有理数、実数へと拡張し（実数階微分、実数階積分)、連続的なものとしてそれを３次元のグラフにする。

2. 方法

知られている関数（今回取り扱ったものは多項式関数、三角関数、対数関数）をそれぞれ別のアプローチで実数階微分（積分）を定義し、グラフを作る。

また、フーリエ変換、および逆変換を使った方法でも定義し、考察する。



z＝{x^6 を x で y 階微分した関数}

3. 結果

三角関数は微積分を角度の加減に、多項式関数はガンマ関数を使った階乗の一般化によって置き換えることで微積分を実数に拡張できた。その置き換えによってz＝{f(x)をy階微分した関数}というグラフを作ることができた。また、そこで得られた関数はフーリエ変換・逆変換で得られた関数と一致した。

4. 考察

今回扱った関数は無限回微分可能な関数であったからか、任意の実数回微分することができたのではないかと考えられる。今後は n 回まで微分可能な関数が n 以下の任意の実数回微分可能である（そのような微分が定義できる）か考えてみたい。

5. 結論

それぞれの関数に別々のアプローチで行う直観的な微積分の定義方法と、フーリエ変換・フーリエ逆変換による微積分の定義方法によって得られた関数は、三角関数・多公式関数・対数関数の時一致する。

6. 使用したソフト・参考文献

Maxima　フーリエ変換-Wikipedia

7. キーワード

微分　積分　フーリエ変換　ガンマ関数

（2714）　兵庫県立尼崎小田高等学校
Hyogo Prefectural Amagasaki Oda High School

スプラウトゲームについての研究

Investigation of Victory Conditions with Advantage in the Sprouts Game

井上　汐月　　植田　慧　　江口　愛雅　　野田　海渡
Inoue Yutsuki, Ueda Satoshi,Egutsi Yoshimasa and Noda Kaito

Abstract

To get probabilities that is whether the first mover win or the second mover in Suprouts Game , we tried playing this game again and again , and we calculated various things in Suprouts Game. And we got some formula through them. At last , we got conclusions that how advantageous the second mover is.

１．目的

スプラウトゲームにおける先手と後手の有利不利を調べる。

２．方法

はじめの点の数をｎ個とし、１ゲーム終了時点での試行回数の最大値・最小値を求める。求めた値を利用すると、確率を求めることができる。この確率が等しくない場合、大きい方から小さい方を引くことでどちらがどれだけ有利かがわかる。

３．結果

	nが偶数	nが奇数
先手が勝つ確率	$\frac{n}{2(n+1)}$	$\frac{n-1}{2n}$
後手が勝つ確率	$\frac{n+2}{2(n+1)}$	$\frac{n+1}{2n}$
後手が有利な確率	$\frac{1}{n+1}$	$\frac{1}{n}$

４．考察

意図的に手数を変えることにより、必勝に持ち込むことができると考えられる。また、ｎの値を変えることで先手後手の有利不利に影響するといえる。

５．結論

後手が先手よりどれほど有利であるのかというのは始めの点の個数ｎと密接に関係している。計算の結果、後手が有利である可能性の方が高いことがわかった。

６．参考文献

・私的数学塾-数学感動秘話-投稿１７５

http://www004.upp.so-net.ne.jp/s_honma/mathbun/mathbun175.htm

・「算数・数学なっとく事典」　　日本評論社　銀林　浩

（２２２１）　大阪府立千里高等学校
Osaka Prefectural Senri Senior High School

人の表情と数式
People’s facial expression and numerical formula

三浦 莉　安陪 顕久　谷口 聖太
Rai Miura, Akihisa Abe, and Shota Taniguchi

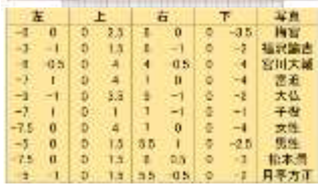
We get interested in people’s facial expression, so we looked with it in a mathmatical way. Specially we researched about three kind of expression; smiling face, sad face and serious face. We first research the shape of mouths and eyes to put people’s facial expression into a function.

１．目的

日頃，無意識に認識している人の表情を数学的に考えられないかと興味を持った。そこで，笑顔，真顔，悲しい顔の写真をそれぞれ 10 枚程度集め，検証を行った。

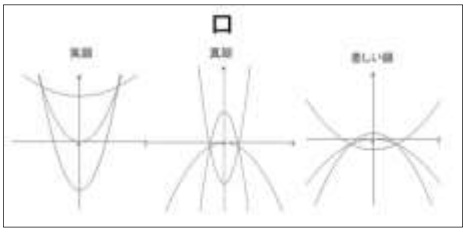
２．方法

まず，表情が顕著にでそうな口に関して調べた。右上の写真のように，口だけ切り取り拡大した。マス目を張り付け，口の真ん中を原点とし上下左右の端の座標をとって２次関数で表した。

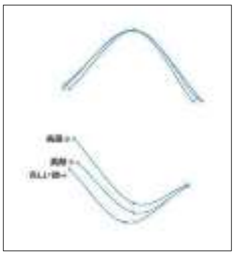


左		上		右		下		写真
[illegible]	0	0	2.5	[illegible]	0	0	-3.5	梅宮
[illegible]	-1	0	1.5	[illegible]	-1	0	-2	福沢諭吉
[illegible]	-0.5	0	4	4	-0.5	0	-4	宮川大輔
-7	1	0	4	1	0	0	-4	[illegible]
[illegible]	-1	0	3.5	[illegible]	-1	0	-2	大仏
-7	1	0	1	7	-1	0	-1	子供
-7.5	0	0	4	7	0	0	-4	女性
-5	0	0	1.5	5.5	1	0	-2.5	男性
-7.5	0	0	1.5	[illegible]	0.5	0	-3	[illegible]
[illegible]	-1	0	1.5	5.5	-0.5	0	-2	月亭方正

３．結果と考察



口では，座標は右のようになり，これをグラフにすると，右のようなグラフになった。このように左端→真ん中→右端を通るグラフの正負や中心からの距離に差が出た。次に目でも同じようにし，Excel の機能を使ってグラフにし，比較した。



次に目では，Excel の平滑線の機能を使って３種類の表情の数値をグラフ化した。右のグラフのように，上のまぶたはほとんど違いが見られず，下のまぶたには差が見られ，目頭を固定したところ笑顔では真顔より目尻が上がり，悲しい顔では下がった。ここでは，Excel の平滑線機能を使用したが，どのような仕組みで関数化しているかを調べるとスプライン関数を使って表示しているらしいことが分かった。スプライン関数については何種類か存在する。今後考察していきたい。

４．まとめ

口と目両方の結果から，口と目は連動して動いていることが推測される。つまり，口と目の間にある表情筋によって，表情をつくっていると考えられる。

５．参考文献

スプライン関数について：デジタルフロンティアホームページ

６．キーワード

スプライン関数　人の感情と数式

（２２２１）　大阪府立千里高等学校
Osaka Prefectural Senri Senior High School

Twitterのロゴに隠された黄金比
The logotype of Twitter Based on Golden Ratio

上原 早貴　冨田 寛子　山岡 咲輝
Saki Uehara, Hiroko Tomita, and Saki Yamaoka

We find that the golden ratio has relation with the Fibonacci sequence. The logotype of Twitter was made based on the circle of the golden ratio. We tried to make the Senri Senior High School badge using the golden ratio. We realize golden ratio was used in historical things as well as familiar things.

１．目的・方法

Twitter のロゴがバランスの取れた美しい形をしていると感じ，興味を持って調べてみたところ，ロゴの青い鳥は黄金比で作られていることがわかった。黄金比とは，この世で最も美しいとされる比のことである。その黄金比が他にどこでどのように用いられているのかを調べ，実際に黄金比を用いて校章を書き直した。

２．結果

Twitter のロゴは，直径が黄金比になっている円を組み合わせて構成されていることがわかった。他にもAppleのロゴや，有名なモナリザ，パルテノン神殿などのたくさんの美術作品にも黄金比が使われていた。また私たちがとったアンケートの結果から，日本人は黄金比に比べて白銀比の方に馴染みがあることがわかった。白銀比はノートのサイズだけでなく，日本のアニメキャラクターや，歴史的な建物などにも使用されていた。

中間発表の課題となっていたフィボナッチ数列に関しては，隣り合う数字の比が，数字が大きくなるにつれて黄金比に近づいていくことがわかった。

千里高校の校章が黄金比でないことが調べてみてわかった。そこで，黄金比の円を用いて校章を書き直し,オリジナルと比較した。校内の生徒に対しアンケートをとってみたところ,黄金比の校章が65%,公式の校章が35%となり，黄金比の校章が30%も上回る結果となった。

３．考察

校章のアンケート結果からもわかるように，黄金比のものはやはり美しいと感じられやすい。現在の私たちの身の回りには多くの黄金比があるので，目に馴染みやすいとも考えられる。また黄金比は，歴史的な作品や建造物にも使用されている。それらはみな有名で美しいものばかりである。このことから，黄金比は昔からその美しさを認められていたといってよい。

４．まとめ

Twitter やAppleのロゴからパルテノン神殿などの美術作品まで約2500年以上の間,黄金比が使われ続けていることがわかった。それは今でも，様々な場面で使用されている。私たちの身近にも多くあり，昔から使われ続けてきた黄金比は，人間にとって馴染み深く美しい比率だといえる。

５．参考文献

http://gakuen.gifu-net.ed.jp/~contents/museum/golden/page62.html
http://f.hatena.ne.jp/shinyanoana/20061204203853
http://livedoor.blogimg.jp/clock510/imgs/2/0/207b41a2.png
http://suecco.com/assets/images/blog/goldenratio/tumblr_kw26ndcjWT1qzyb10o1_500.jpq
http://www.gizmodo.jp/2012/06/post_twitter_newlogo.html

６．キーワード

黄金比、白銀比、フィボナッチ数列

（2506）　茨城県立緑岡高等学校
Ibaraki Prefectural Midorioka Senior High School

リキッドドームの形成に関する研究
Study on form of liquid dome

石井 優花
ISHII Yuka

Abstract

When a droplet collide with a surface, a liquid crown is formed. Changing the condition, a dome-like crown is formed. The regression analysis of the experiment show that times change of height is a sigmoid function.

１．目的

液面に液滴を衝突させたときにできるクラウンがドーム状になるプロセスを解析する．

２．方法

クラウンがドームになる様子をハイスピードカメラで撮影して，ドームの広がりと高さの変化を回帰分析した．

３．結果および考察

高さの測定値と回帰分析の結果は，図１のようなロジスティック曲線のような形になった．

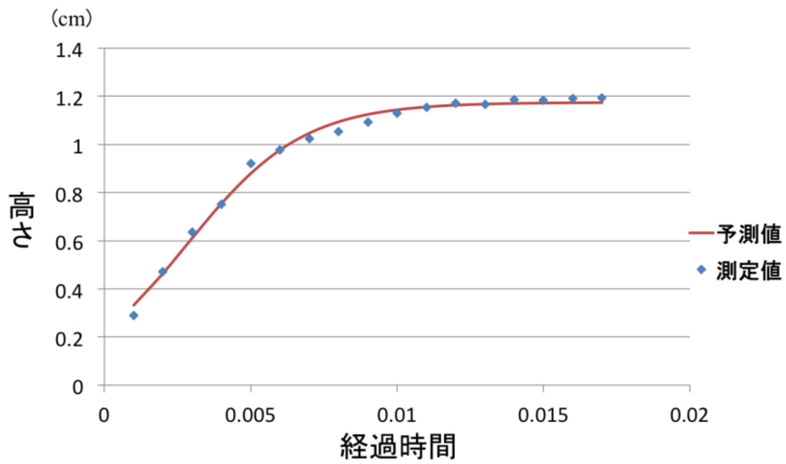


図１：ドームの高さの時間変化

５．結論

差分化による直線回帰を行った結果，高さの時間変化はロジスティック方程式になることが示唆された

６．参考文献

藤田秀臣 他 『落下水滴が静止液面に衝突する際の水滴および液面の挙動』（可視化情報,2000 年）

７．キーワード

差分化　回帰分析

（2506）　茨城県立緑岡高等学校
Ibaraki Prefectural Midorioka Senior High School

コンピュータシミュレーションによるブラウン運動のフラクタル解析

Fractal analysis of Brownian motion by computer simulation

阿部 悠太　石橋 佑哉　千田 脩　武藤 真由子
ABE Yuta　ISHIBASHI Yuya　CHIDA Shu　MUTOH Mayuko

Abstract

The Brownian motion is modeled by random walk. In this study, we simulated the Brownian motion with Excel and calculated fractal dimension by box counting method.

１．目的

ブラウン運動の軌跡をコンピュータシミュレーションし，そのフラクタル次元を算出する．

２．方法

ブラウン運動はランダムウォークでモデル化できることを利用して，Excel のマクロ機能を使ってブラウン運動をシミュレーションした．

３．結果

シミュレーションの結果からボックスカウント法によってフラクタル次元を算出した結果，100 万ステップでは，フラクタ次元が 1．7 になった．

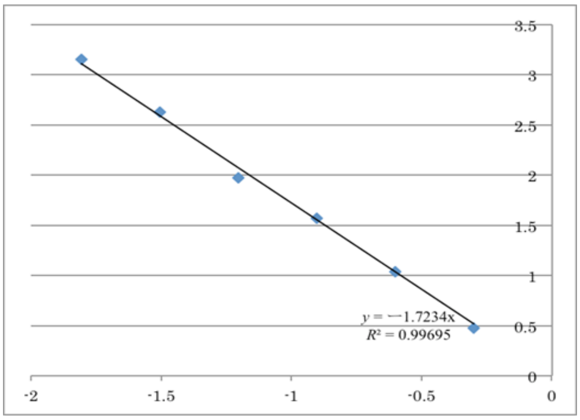


図 1：スケールとクラスター数の両対数プロット

５．結論および考察

ステップ数をステップと増やしていくごとにフラクタル次元は 2 に近づいた．

６．参考文献

松下貢　フラクタルの物理(I)−基礎編－裳華房　2012.2

７．キーワード

ブラウン運動　ランダムウォーク　フラクタル次元　ボックスカウント法

香川県立観音寺第一高等学校
Kagawa Prefectural Kan-onji Daiichi High School

統計でサッカーGO～すべてはデータが語っていた～

Analysis of Soccer Matches Using Data

糸川 涼太　大久保 孝　高谷 陽香
Itogawa Ryota　Okubo Takashi　Takatani Haruka

Abstract

To determine the difference between top soccer teams and others, we analyzed data from the J-1 league of 2014. Data from the top and bottom six teams were analyzed through time periods when goals and lost goals were scored. Based on a hypothesis, factors in the victory of the team “Sagan Tosu” were examined.

1. 目的

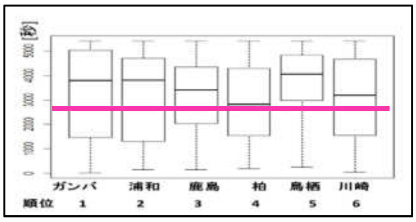
私たちはサッカーにおいて勝利の要因をデータを分析することで明らかにしたいと思い研究を始めた。2014年J1リーグの全試合の一年間のデータ約63万件を数学Ⅰ[データの分析]を用いて分析した。

2. 方法

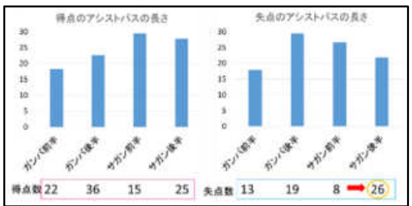
①上位 6 チームの得点時間と失点時間を箱ひげ図に表した。そこで、特徴的であったサガン鳥栖に注目して戦術を検証した。
②サガン鳥栖の戦術を検証するために時間帯ごとのボールを奪った位置を調べた。
③サガン鳥栖のシュート直前のアシストパスの距離、シュート位置を時間帯ごとにガンバ大阪と比較した。

3. 結果

①得点、失点の時間を箱ひげ図(図①)で表したところ、リーグ　5 位のサガン鳥栖の箱ひげ図は得点と失点がともに試合終盤(75～90 分)に全体の 25%が集中していることを示していた。箱ひげ図の中央の線は前半と後半の境目を表す。
②サガン鳥栖は試合前半から終盤にかけてボールを奪った位置が少し相手側に寄っていた。
③試合前半と試合後半でアシストパスの距離がサガン鳥栖は長く、ガンバ大阪は短くなっていた。サガン鳥栖は後半の失点が前半の３倍以上になっていた(図②)。



図①上位６チームの失点時間の分布



図②アシストパスの長さ

4. 考察

サガン鳥栖は得点と失点がともに試合終盤に集中していることから前半は守備的になって失点を防ぎ後半は攻撃的になって失点も増えるがその分得点していると考えた。

5. 参考文献

「サッカーデータ革命～ロングボールは時代遅れか？～」(オーム社)
クリス・アンダーゼン（著),デイビッド・サリー（著),児島 修（翻訳)

6. キーワード　統計　相関係数　箱ひげ図

2331　香川県立観音寺第一高等学校
Kagawa Prefectural Kan-onji Daiichi High School

県内の中高生と通学時に起こる事故

Junior and senior high school students in Kagawa prefecture and Traffic accidents they cause when they commute

菅原　一真　　　　　西口　エレナ
Sugahara Kazuma ,　Nishiguchi Erena

Abstract

Kagawa Prefecture, where we live, has bad reputation for its poor road safety. Indeed, the amount of traffic accidents per unit area is large now. Therefore, we decided to analyze the features of traffic accidents and find out what we can do to reduce them.

１．目的

香川県の交通事故件数は年々減少しているが、全国的に単位面積当たりにすると多い。香川県の中高生の通学時に発生する交通事故についての研究を進めて軽減策を見つける。

２．方法

データは 2010～2014 年のものを香川県警察からいただき、県内の中高生の交通事故の特徴を知るため、天候や時間帯、接触時の状況などについてグラフや表を用いて分析を行った。平日の晴れの日の 7:00～8:00 に発生しやすいことがわかり、接触相手に多かった自動車の運転状況に着目した。分析結果と同様な条件のもとで学校付近の図１のような交差点で車、トラックなどの交通量の変化を調べるため実地調査を行った。図２、図３は平日の２日間で調べた合計台数を平均にして示した。

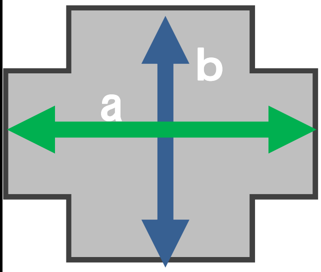


図１:a 県道８号線、b 国道１１号線

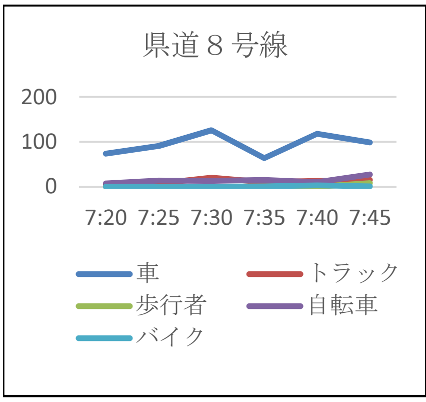


図２:県道８号線での交通量の変化

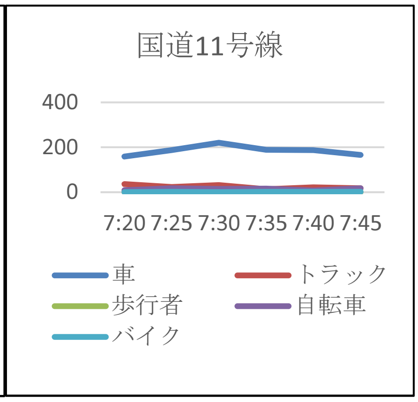


図３:国道１１号線での交通量の変化

３．結果

登校時に時間帯が集中して事故が発生し、車との出合い頭での事故が多かった。

４．考察

図２、３より車の交通量は一定時間内で急激な変化を生じている道路がありそれが交通事故を引き起こしやすくしているのではないかと考えた。

５．結論

一定時間内での交通量の変化を緩和していくことが交通事故件数をおさえられる

６．参考文献

https://www.police.pref.kanagawa.jp/images/87/87007_06.jpg

２０２２　札幌日本大学高等学校
Sapporo Nihon University Senior High School

RSA 暗号の安全性の実証
Demonstration of the safety in RSA

藤原　徹平　　高橋　賢
Teppei　Fujiwara　　Ken Takahashi

Abstract

One way to protect data is the use of modern ciphers that use the power of computing to provide information secrecy, integrity and sender authentication. We are particularly interested in the RSA cipher, named after its developers, Rivest, Shamir, and Adleman from the Massachusetts Institute of technology. The strength of the RSA cipher is based on the difficulty of factoring the product of two large prime numbers.　Our research focuses on the difficulty of the factorization which we will demonstrate through EXCEL.

１．目的

Microsoft Excel を用いて RSA 暗号の核心である素因数分解の困難性を実証する。

２．方法

ランダムに選択した素数を掛け合わせた１４桁までの整数を、試行割り算法、ｐ－１法、2 次ふるい法の３つの方法を用いて素因数分解をする。

３．結果

１４桁までの素因数分解で、試行割り算法は 7 回、ｐ－１法は 2 回、2 次ふるい法は 9 回成功した。

４．考察

1. 試行割り算法　今回の実験でパソコンに入力した素数表では数が足りなかったため，結果が出なかった。

2. p-1 法　素数ｐについてｐ－１が小さい数の素因数分解のときに成功するとい特性上，成功する場合が少なく、excel で行う場合，15!までしか表示できないため，もっと精度を上げるにはもっと大きな階乗の数が必要である。

3. 2 次ふるい法　2 つの素数の相加平均と相乗平均の差が小さい時に素因数分解が成功する場合が多かったと思われる。

５．結論

１４桁までの素因数分解でも失敗が多かったので、３００桁の整数を使っている RSA 暗号は安全性が高い

６．参考文献

講談社　『素数入門』　　芹沢　正三、講談社　『暗号の数理』　　一松　信

７．キーワード　素数　素因数分解　ＲＳＡ暗号

（2518）　新潟県立新潟南高等学校
Niigata Prefecture Niigata Minami High School

Ｅゾーンにおける数論の一考察

One Consideration of The Number Theory in the E Zone

上田大雄　近藤勝典　杉原沢理
Hirokatsu Ueda,Katsunori kondo, and Takumichi Sugihara

Abstract

When we studied Fermat's little theorem, we encountered the "E zone"(which stands for the even number zone). To prove Fermat's little theorem, we focused on even numbers that are composite numbers. This time, we define E zone's numbers as doubled integers, and we'll verify Fermat' little theorem.

１．目的

Ｅゾーンの数字を整数×２と定義し、学習してきた、フェルマーの小定理を検証する。

２．証明

a が偶数、p が 3 以上の素数のときフェルマーの小定理より

$a^{p-1}\equiv 1 \pmod{p}$ …$a^{p-1}=1+px$...①

a^{p-1} は偶数なので x は奇数である

$x=1+2m$　①より $a^{p-1}=1+(1+2m)p\equiv 1+p \pmod{2p}$　$a^{p-1}\equiv 1+p \pmod{2p}$ ...②

合同式は $\alpha_1\equiv\alpha_2 \pmod{\gamma}$, $\beta_1\equiv\beta_2 \pmod{\gamma}$ なら

$\alpha_1\cdot\beta_1\equiv\alpha_2\cdot\beta_2 \pmod{\gamma}$ が成り立つので　②より　$a^{2p-2}\equiv(1+p)^2 \pmod{2p}$...③

仮定より p は 3 以上の素数なので　$p=1+2n$

$(1+p)^2=1+2p+p^2=1+2(1+2n)+(1+2n)^2=1+2(1+2n)+1+4n+4n^2$

$=1+(1+2n)+2(1+2n)+2(1+2n)n\equiv 1+(1+2n) \pmod{2(1+2n)}$

よって $(1+p)^2\equiv 1+p \pmod{2p}$...④

②,④より　$a^{2p-2}\equiv p+1 \pmod{2p}$

４．考察

法が素数×２の時成り立つことが証明されたが、それ以外の時証明できたわけではない。

５．結論

Ｅゾーンにおいて法が素数×２の時に成り立つことが証明されたが、Ｅゾーンにおける素数についてはまだ証明できていない。今後の課題にしていきたい。

６．参考文献

ジョセフ・H・シルヴァーマン著 鈴木治郎　訳:はじめての数論（丸善出版,2007）

７．キーワード

合同式　Ｅゾーン　フェルマーの小定理

(2429) 東海大学付属高輪台高等学校
TOKAI UNIVERSITY TAKANAWADAI SENIOR HIGH SCHOOL

求根アルゴリズムにおける線形探索法と二分探索法
Linear method and binary method in root-finding algorithm

種田　建太郎
Kentaro Taneda

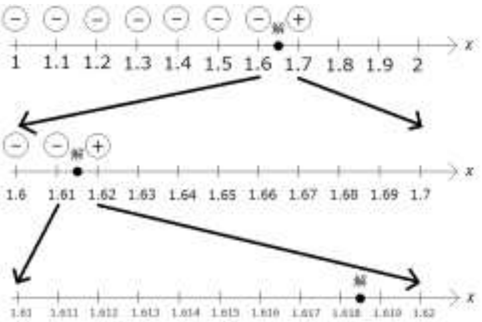
Abstract
The aim of this research is to quickly get a specific numerical value of solution of an equation in two ways.

１．目的

方程式の解の具体的な数値を、より効率よく得られるようにする。

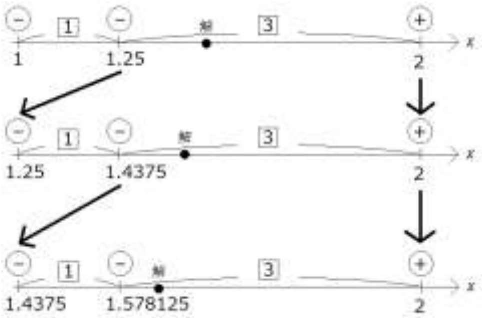
２．方法

関数$f(x)=x^2-x-1$について、方程式$f(x)=0$の正の解が、区間[1,2]に存在することを既知として、中間値の定理を利用して、以下の2つの方法で解の具体的な数値を求めた。



<u>●線形探索法</u>

(1)区間$[x_0,x_n]$をn等分する点を小さい順に$x_1,x_2,\dots,x_{n-1}$とする。
(2)小さい順に関数$f(x)$に代入し、符号が変わる区間を探す。
(3)符号が変わる区間を、改めて$[x_0,x_n]$とする。
以上の(1)~(3)の手順を繰り返し行い、区間を縮めていく。



<u>●二分探索法</u>

(1)区間$[x_0,x_n]$を$1:n-1$に内分する点をx_tとする。
(2)区間$[x_0,x_t]$と区間$[x_t,x_n]$の符号の変化を調べる。
(3)符号が変わる区間を、改めて$[x_0,x_n]$とする。
以上の(1)~(3)の手順を繰り返し行い、区間を縮めていく。

３．結果

1回の代入計算で絞り込める解の範囲の倍率の期待値は以下の表のようになった。

	$n=2$	$n=3$	$n=4$	$n=5$
線形探索法	0.5	0.52	0.54	0.56
二分探索法	0.5	0.53	0.57	0.61

４．考察と結論

どちらの方法でも$n=2$のとき、最も効率よく求められ、nを2より増加させると効率が悪くなった。しかし、nが 2 より大きいとき、$n=2$よりも効率よく求められる場合もある。また、線形探索法と二分探索法では、nが等しいとき、線形探索法の方が効率よく求められる。

５．キーワード

数値解析　求根アルゴリズム　方程式の解　近似値

(2526) 愛知県立豊田西高等学校

n 筆書き

n times stroke sketch

三苫凌

Mitoma Ryo

Abstract

In the graph theory, we usually think whether there is Eulerian path or Eulerian cycle. But I focus how many times I need to draw a geometric figure without lifting a pen. Then I try to find the solution of the problem that I thought myself.

1. 目的

一筆書きを考える際、一筆書できない図形は何回で書けるのかという疑問を持った。その回数を求めたうえで、その考え方を利用する問題を作成し、その解法について考察する（以下 n 筆書きとする)。

2. 方法

①グラフ理論を用い、一筆書きできる条件を発展させすべての図形における n を考える。

②n を求めるときの考え方を利用するような問題を自作した。

n 筆書きができる重み付きグラフが与えられたとき、それを n 個の一筆書きができる部分グラフ G_1、G_2、・・・、G_nに分割する。一つのグラフ G 内の重みの総和をS_Gと表すとき、S_{G_1}、S_{G_2}、・・・S_{G_n}の値が互いにできるだけ近い値になるものを求める。

この問題の最適解を簡単なアルゴリズムでは求められないことを確かめたうえで、グラフに関する有名な問題である郵便配達問題の解法と比較した。

3. 結果

①n の数は点の次数のみに関係していることが分かった。

②しらみつぶし法による自作問題の最適解を求めることを考えたとき、多項式時間では解が見つからないだろうと予想したため、自作問題の近似解を見つけることを目的とした。郵便配達問題等の解法と比較した際、上述の自作問題の近似解を出せるアルゴリズムについて、ある程度の結果が得られた。

4. 考察・今後の展望

マッチングに関するアルゴリズムを用いると、貪欲法の考え方で自作問題の近似解が出せないかと考えている。今後、このアルゴリズムをＣ言語で作成したり、計算量や近似率を求めたりしていきたい。

5. 参考文献

仁平政一・西尾義典， 2005， 「グラフ理論|序説」， プレアデス出版

茨木俊秀・石井利昌・永持仁，2010， 「グラフ理論連結構造とその応用」， 朝倉書店

浅野哲夫・和田幸一・増澤利光，2003， 「アルゴリズム論」， オーム社

6. キーワード

一筆書き　グラフ理論　アルゴリズム　郵便配達問題

兵庫県立神戸高等学校
Kobe high school in Hyogo

立方体投影の世界地図
World Map projected on Cube Surface

金　栄世　　嵩原　博也　　竹村　雄介　　森山　実幹広　　八木　健悟
Yonse Kimu, Hiroya Takehara, Yusuke Takemura, Mikihiro Moriyama, Kengo Yagi

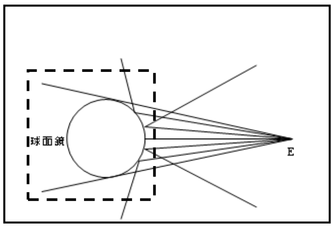
Abstract

Anamorphosis is a distorted projection requiring the viewer to use special devices such as cylindrical mirror and spherical one or occupy a specific vantage point (or both) to reconstitute the image. We aimed at making Anamorphosis of the globe, .

１．目的

アナモルフォアシスを応用することで球面鏡に映すと地球儀と同じ像が得られる平面画を作成し、作成した平面画を地図としてみたときの性質を考察する。

２．方法



平面画の作成にあたって、まずは投影について考える。計算の手間を省くため、投影面は立方体表面とする。視点から直接見える、もしくは直接見えない球面上の点と平面上の点の対応関係をそれぞれ設定し、それらの対応関係をExcel により具体的に導出する。そして、球面上の全ての点に対応する平面上の点をWord で描く。

３．結果

意図した平面画を作成することができた。

４．考察

- 視点を含む面とそれに平行な面についてそれぞれの中心からの方位が正しい。
- 中心の点を通る南北及び東西の大円が直線で示される。
- 中心点とその対蹠点付近で形がある程度正確である。

５．結論

高校課程までの数学で今回の目的を達成できる。

６．参考文献

井村　俊一　円筒鏡アナモルフォーズの作図法について　　歴史的見地から種々の作図法についての検証を主として　金沢美術工芸大学紀要/金沢美術工芸大学編
..(50)2006.29~44ISSN0914-6164
http://ci.nii.ac.jp/naid/110004830196

（2450）大阪府立住吉高校
Sumiyoshi Hi-School

グラフの同型判断

How to distinguish the isomorphic graph from the other

勝正　寛和　　奥　竜一
Katsumasa Hirokazu, and Oku Ryuichi

Abstract
Two graphs G_1 and G_2 are isomorphic if there is a one-one correspondence between the two vertices of G_1 and those of G_2 such that the number of edges joining any two vertices of G_1 equals the number of edges joining the corresponding vertices of G_2.

１．目的

グラフの数え上げを行うために、同型判断を行う方法を考える。

２．方法

１．グラフの隣接行列から判断　　２．隣り合った点の次数から判断

３．結果

どちらの方法でも同型判断ができたが、手作業で行う上では、
方法２のほうがミスが起こりにくく、作業が少し楽だった。

４．考察

方法１について、グラフの対称性が分かれば、多少の手間を省ける。
方法２はそのグラフの隣接行列から行うことも可能。

５．結論

方法１は確実に判断できるが、手間がかかり、効率の良い方法とはいえない。
方法２は１と比べて手間はかからないが、確実に判断できるとは限らない。

６．参考文献

近代科学社　　　「グラフ理論入門」　著：R.J.ウィルソン
日刊工業新聞社　「グラフ理論入門　C 言語によるプログラムと応用問題」
著：佐藤公男　監修：樋口龍雄

７．キーワード

グラフ理論　数え上げ　アルゴリズム

２４５０　大阪府立住吉高校
Sumiyoshi high school

災害について人の心理を調べてみた

喜多修也　中村大樹　山中彪雅　義本琢磨
Shuya Kita, Daiki Nakamura,Hyoga Yamanaka,Takuma Yoshimoto

Abstract
We investigated person's psychology about a disaster.

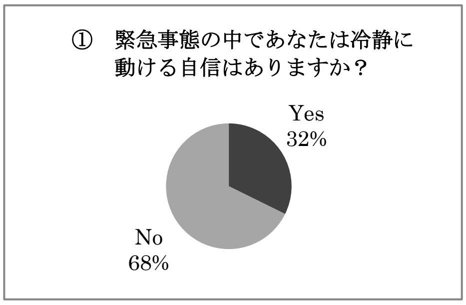
１、目的

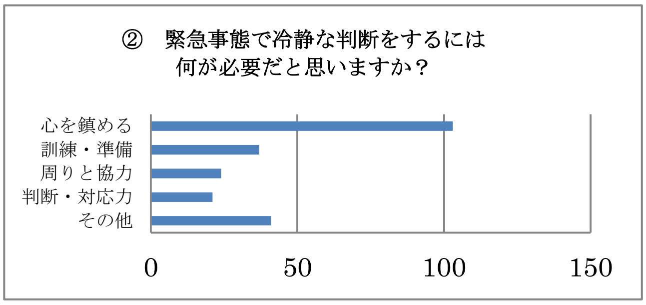
経験していない人々が緊急事態に対してどのような考え・意識を持っているか。私たちは動ける自信がある人が多いと仮説を立てた。

２、方法

大阪府立住吉高校の２年生約２３０人にアンケート調査を行い､その結果をグラフにまとめる。

３、結果





４、考察

質問①より災害を経験しておらず､ニュースなどで緊急地震速報や災害の様子を見てきているはずなのに、もし実際に災害が起こったら、冷静に対処できる自信があるという人は少ない。ここではたらいていると考えられる心理は､現実として認識しているつもりでも非日常すぎて他人事と認識しているという心理である。

質問②より精神状態の安定、心の落ち着くことが大事だと考えている。また、災害に対する訓練や準備、周りの人との協力も必要だと考えている。

５、結論、今後の課題

緊急事態時に冷静な判断をするには何が必要かは考えているが､実際にそのような事態に陥ったことがないため他人事と捉えてしまい､実際に緊急事態に備えている人が少ないということがわかった。

今後は､緊急事態でも本当に動けるかどうか実際にそのような状況を作り出して観察してみたいと思う。

６、キーワード

災害心理学　アンケート　緊急事態

（2304）　茗渓学園
Meikei high school

N 進数のカプレカー変換についての研究

Research about Kaprekar Operation in Base-N

堤海斗　藤井悠輝
Kaito Tsutsumi, Fuji Yuki

Abstract

Kaprekar’s operation is the calculation that rearranges numbers and subtracts them. We are examining how the number behave by this Operation in base-N. A result of our research we found some rules of Kaprekar Numbers in base-N.

１．目的

カプレカー変換とは、自然数において各位の数を並びかえて作ることのできる最大の数から最小の数を引く操作のことである。10 進数ではこの変換を繰り返すとある値に収束するか、複数の値を循環することが知られている。ここで、N進数ではどのような値に収束するか、またどのような値を経て収束、循環にたどりつくのかを明らかにする。

２．方法

プログラムを組みN進数M桁のカプレカー変換を行った。また、収束または循環にたどりつくまでの過程についてマップを作成し、整理した。

３．結果

基数、桁によりあるカプレカー数に収束するもの、ある値をループするもの、またそのどちらも起こるものがあることが分かった。カプレカー数の中にいくつかの規則が存在することが分かり、それらを証明することもできた。カプレカー変換の様子を表したマップを作成し、変換される様子が視覚的にわかるようになった。

４．考察

規則を見つけることができたことからカプレカー数は無限に存在すると考えられる。ループ、変換させる数などでもさらに規則がありそうなので、今後はこれらについても考察していきたいと思っている。

５．参考文献

「Wikipedia」<http://www.wikipedia.org>

平田 郁美（2005）.『高次桁のカプレカ変換１』 ．2005，p21-48

R.W. Ellis and J.R. Lewis, Investigations into the Kaprekar Process, 2002.

６．キーワード

カプレカー変換、N 進数、カプレカーマップ、プログラム

(2468)　山口県立宇部高等学校

ボールのバウンド数　理論

Bound times of ball, Theory

園田 慧　弘中 祐希　古谷 健児

Sonoda Akira, Hironaka Yuki and Furutani Kenji

1　Abstract

The purpose of this research is to answer the following question: how many times can a ball bounce in a game? In the game, you must bounce a ball as many times as possible on desks lying at the same interval. As a result of this research, we found the formula which can be used to calculate the maximum value of the bounce number.

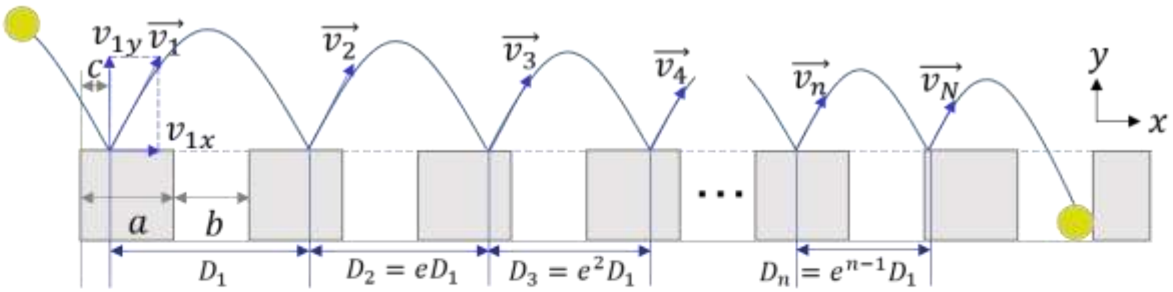
2　ゲームのルール

ボールを等間隔に並んだ机の上でどれだけ連続して跳ねさせられるかを競う。ボールは手前の机から順に１回ずつ跳ねるものとする。ボールが跳ねるべき机の上面以外に当たった場合（床で跳ねる、机の側面に当たる、ひとつの机で２回以上跳ねる、机をひとつ以上飛ばして跳ねるなど）はゲーム終了とする。

3　目的

このゲームにおけるボールの跳ねる回数の最大値と、それを与える投げ方を求めるための計算式の作成。

4　研究内容

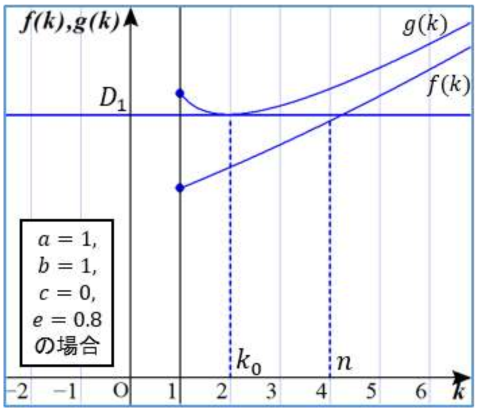


机の幅をａ、机と机の間隔をｂ、１番目の机の手前の端から１回目のバウンドまでの距離をｃ、ボールの反発係数をｅ（$0<e<1$）、ｋ回目のバウンドから$(k+1)$回目のバウンドまでの距離を D_k、跳ねる回数をＮとし、$n=N-1$ とする。ボールは質点とみなし、空気抵抗・摩擦は無視する。

斜方投射の式、斜衝突の式と、条件を元に描いたグラフを利用して計算した結果、机の手前の端に当てる投げ方の中に最大値を与える投げ方が存在することと、e≒1 のときに、

$$N \fallingdotseq 2\sqrt{\frac{2a}{(a+b)(1-e)}}\ ,\quad D_1 \fallingdotseq (a+b) + \sqrt{\frac{a(a+b)(1-e)}{2}}$$

この二つの式が成り立つことがわかった。



5　参考文献

数学Ⅱ・Ｂ・Ⅲ、総合物理１（数研出版）

イプシロン-デルタ論法 - Wikipedia

デデキント切断 - Wikipedia

（2405）立命館慶祥高等学校
Ritsumeikan Keisho Senior High School

重力つき 4 目並べについての一考察
A study of Shannon Switching Game with gravity

大金隼太朗　尹喜信之輔

OGANE Shotaro and TAKI Shinnosuke

Abstract
We studied the victory of Shannon Switching Game.　It is a game that a person sets up four more pieces with length and the side and a slant in consideration of gravity.　We studied Shannon Switching Game with gravity.

1.　目的
重力付き四目並べの必勝法の存在の有無を証明すること。

2.　方法
オセロや平面でのｎ目並べなどのゲームに使われる、数学的法則や経験則を利用する。体系化が難しい部分については、将棋や囲碁のように定石を考えた。

3.　結果
交互にひとつ前のブロックの上に置くことを無限に繰り返す。

4.　考察
平面の四目並べとは違い、重力付きという制約によって、平面の場合で最善手とされた手を打つことができない。また、次の一手を打つ場所も制限される。よって、煩雑な場合分けが生じ、有効なアルゴリズムを確立することが困難である。

5.　結論
本問は、有効なアルゴリズムを確立することが困難である、いわゆる NP 困難である可能性がある。

6.参考文献
http://www.ise.chuo-u.ac.jp/ISE/outline/Gmajor/matsui/contents07.html
（中央大学理工学部情報学科 HP より）

7.キーワード
ペアリング戦略　NP 困難　四目並べ

2517　新潟県立長岡高等学校
Niigata Prefectural Nagaoka High School

4次方程式の解に関する考察

Quartic equations and their Galois groups

永井 悠太郎　牧口 康平 中野 柊太 五十嵐 凜
Yutaro Nagai, Kohei Makiguchi, Shuta Nakano, and Ryo Igarashi

Abstract

We looked for relationships among roots, coefficients, Galois groups and invariants in 4th degree equations. We found that Galois groups is distinguishable by coefficients 4th degree equations and proved some propositions on the inverse Galois problems.

1. 目的

私たちは代数的な解の公式が存在する最高次の方程式である4次方程式の解について興味を持った。そこで、4 次方程式の解、係数、ガロア群、不変式の関係について明らかにすることを目的として研究を進めることにした。

2. 方法

3 次方程式、4 次方程式の解法をガロア理論によって理解し、実際に具体的な4次方程式を解き、それぞれの方程式に対応するガロア群を特定する。また、扱う4次方程式は全て既約であり、有理数体$\mathbb{Q}$上のものである。

3. 結果

命題を3つ示した。以下には概要だけ記しておく。
4次方程式の3次分解方程式の係数によるガロア群の判別。
係数の符号反転によるガロア群の変化や、複二次式のガロア群の判別。
4次の相反方程式の係数によるガロア群の判別。

4. 考察

方程式の係数から、ガロア群をある程度判別することができた。
C_4, D_4の方程式の判別が不完全なので、今後の課題としていく。

5. 参考文献

1) 『代数学 1 群論入門』雪江明彦/日本評論社
2) 『代数学 2 環と体とガロア理論』 雪江明彦/日本評論社
3) 『ガロア理論の頂を踏む』 石井俊全/ベレ出版
4) 『数学ガール　ガロア理論』 結城浩/SBクリエイティブ

6. キーワード

群　体　ガロア群　置換

2705　横浜市立横浜サイエンスフロンティア高等学校
Yokohama Science Frontier High school

図形の面積の分割
Division of any plane Figure

石郷岡　卓
Taku Ishigooka

Abstract

I have researched features of the straight line dividing a plane figure in half (I call this line “Dividing Line”). Dividing Lines have a greatly interesting feature. All Dividing Lines touch a curve decided by a plane figure! For instance, please look at fig.1, this consists of a triangle and a curve Dividing Lines touch.

1. 目的

図形の面積を二等分する直線（以下、二等分直線とする）の性質を調べること。

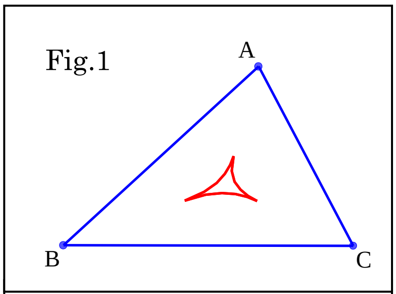
2. 方法

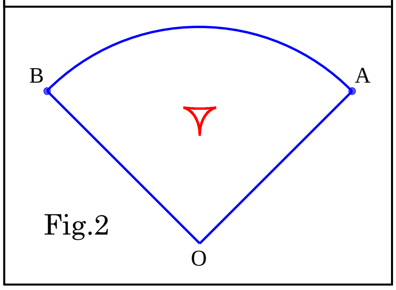
三角形→考えやすい他の図形→あらゆる図形　というように三角形から少しずつ一般化して二等分直線の性質を調査した。

3. 結果

直線が“ある曲線”に接する⇔直線が二等分直線

ということを必ず満たす“ある曲線”があらゆる図形に存在することが分かった（この曲線を二等分関数とする)。Fig.1,2 はそれぞれ三角形 、扇形の二等分関数で、この曲線に直線が接すればその直線はそれぞれの面積を二等分する。





4. 考察

Fig.1,2 から分かるように二等分関数はすべての図形である程度類似した概形を持っている。しかし、二等分関数の方程式を求めることは可能な一方で、図形がある程度複雑になると非常に複雑な方程式となり曲線の概形を調べるのが困難になってしまうことがある。また、証明までには至ってないが二等分関数と重心との興味深い関係も分かっている。

5. 結論

二等分直線は二等分関数に接するということから、すべての二等分直線を一平面上に視覚的に表すことができた。

2705　横浜市立横浜サイエンスフロンティア高等学校
Yokohama Science Frontier High school

角のｎ等分器で作図
Construction with n-angles sector

神田大樹
Kanda Hiroki

Abstract
I study construction with n-angle sector which can divide any angle into n equal parts. I want to know whether we can divide into k equal parts which is less than n

１.目的
ｎ等分器とコンパス、定規を使った作図で、任意の角のｎより小さいｋ等分が出来るか否かを示す。

2.　方法
コンパスと定規で２等分は出来るなどから考えていって、自明に作図できる数を探す。コンパスと定規で３等分は出来ないなどから考えていって自明に作図できない数を探す。自明ではない数の法則性を探り、作図できるかどうかを示す。

3.結果
数種類の素数等分器を使って、任意の素数等分ができるという命題の真偽を調べればよいことが分かった。

4.考察
二等分器、つまりはコンパスと定規で、三等分をすることは、ギリシアの三大作図問題の一つで否定的に示されている。これを使えば、2 の累乗等分器のみを使った作図については、不可能の証明ができそうである。それ以外の等分器に関しては、直接は使いにくそうである。

5.結論
今回、コンパスを作図の道具として入れてしまったために 2 の累乗等分については自明となってしまった。純粋にｎ等分器のみで作図はできるのかどうかも探っていきたい。

6.参考文献
数学ガール　ガロア理論　結城浩
“Angle trisection, the heptagon, and the triskaidecagon”　Gleason, Andrew

7.キーワード
作図　ギリシアの三大作図問題

2705　横浜市立横浜サイエンスフロンティア高等学校
Yokohama Science Frontier High school

ハノイの塔
Tower of Hanoi

鍋野　楓太
Nabeno Futa

Abstract
I considered conditions of Tower of Hanoi change to conditions which I think, how to change the minimum hand. And how to express general term of sequence of the minimum hand.

1. 目的
自分が考えた条件の下での最小手を求め、最小手数の数列の一般項を求め、条件との関係性を導き出すこと。

2. 方法
(ⅰ)柱を増やしたときの数列の変化を考察する。
(ⅱ)塔を増やしたときの数列を考察する。
(ⅲ)柱を 4 本、塔を白黒 1 つずつ用意し縞々の模様にするときの数列を考察する。

3. 結果
柱 3 本

段数	1	2	3	4	5	6
手数	1	3	7	15	31	63

塔 1 個

段数	1	2	3	4	5	6
手数	1	3	7	15	31	63

柱 4 本

段数	1	2	3	4	5	6
手数	1	3	5	9	13	17

塔 2 個

段数	1	2	3	4	5	6
手数	2	6	14	30	62	126

※↑柱は(塔の数)＋2　とする

4. 考察
柱が増加すると最小手数は減少し、塔の数が増加すると最小手数が増加するという関係性があることにより柱 4 本、塔 2 個で縞々の模様にするために必要な最小手数はハノイの塔と大差がないように思われるが縞々の模様にするのには単純にハノイの塔の手数にならないと考えられる。

5. 結論
柱と塔の数の関係性を導くことにより縞々にするときの最小手の考えの材料がそろった。

6. 参考文献　なし

7. キーワード
ハノイの塔　数列

2705　横浜市立横浜サイエンスフロンティア高等学校
Yokohama Science Frontier High school

正 n 角形内での光の反射
Reflection of light in a regular n- polygon

野沢 諒太
Ryota Nozawa

Abstract

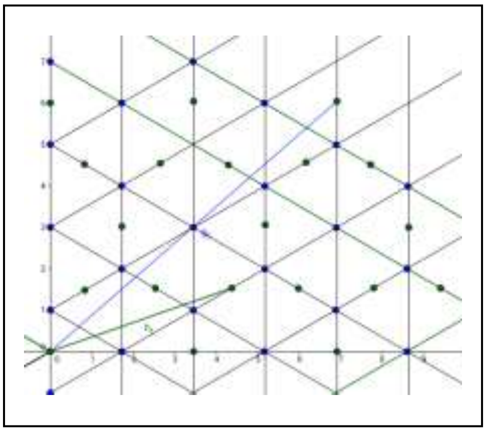
In regular polygon, light release from one middle point of a side and reflect at sides except for vertexes. When the light comes back to the middle point of the side which it started from, what is the conditions?

1. 目的

正多角形の辺の中点から光を出して、その光を出した辺の中点に戻ってくるときの条件を、数式によって表す。

2. 方法

辺の中点から出た光とその辺の垂直二等分線のなす角度を θ とおき、$\tan\theta$ がどのように式で表せるか調べる。グラフ上で正多角形を辺が鏡であるとして像をつくっていき、全ての辺の中点と正多角形の頂点の座標を求めることによって $\tan\theta$ を求める。



3. 結果

正三角形、正方形、正六角形など隙間なく敷き詰めることができる図形に関しては求めることができたが、正五角形など隙間なく敷き詰めることができないものに関して求めることが難しい。

4. 考察

正五角形などに対応できる方法を模索しなければ、正 n 角形への一般化が難しい。正三角形と正方形については求めることができた条件が似ているので正多角形同士の図形に関係があるのではないか。

5. 結論

うまく正多角形の辺の中点の座標と頂点の座標を求める方法を探さなければ、行き詰ってしまうので、他の方法を考えていったほうが良い。

6. キーワード

正多角形　光　反射

愛知県立刈谷高等学校

フェルマー最終定理におけるニアミス解の探求

沢木卓、竹内龍之介、西澤佳飛、森下航宇、和田悠佑

Abstract

The equation $x^3+y^3=z^3$ $(x,\ y,\ z\in\mathbf{N})$, which is widely known as the Fermat's Last Theorem, has no solution. Therefore, we modified this into $x^3+y^3=z^3+\varepsilon$, where ε is a non-zero integer with $|\varepsilon|\leqq 7$, and examined it by numerical analysis. This lead us to discover a new formula in $\varepsilon=-2$ case.

1. 目的

$n=3$ フェルマー方程式　$x^3+y^3=z^3$ には自然数解が存在しないことが証明されている。しかし、両辺がわずかな数値のずれとなる自然数の組 $(x,\ y,\ z)$ もいくらかは存在する。我々はこれらの組を『ニアミス解』と名づけて、その特性を調べることにした。

2．方法

表計算ソフト Excel を用いて、5000 以下の範囲で自然数 $x,\ y$ の値を動かし、x^3+y^3 の値に z^3 の値が最も近くなるときの両辺のずれ値 $\varepsilon=x^3+y^3-z^3$ を求めた。例えば、$(x,\ y)=(5,\ 5)$ と固定すると、$z=8$ がずれ値を最小にする z であり、そのとき $\varepsilon=5^3+5^3-8^3=-12$ を得る。さらに、$\varepsilon=\pm1,\pm2,\cdots,\pm7$ となる場合について、ニアミス解 $(x,\ y,\ z)$ を書き出して、それらの振る舞いを調べた。

3．結果

$\varepsilon=-2$ のニアミス解に特徴的な振る舞いが見られ、さらに詳しく調べると、$\varepsilon=-2$ におけるニアミス解は無数に存在することが判明した。

4．考察

最小誤差 $\varepsilon=\pm1$ となるニアミス解は存在するのか。もし存在するのなら、無数に存在するのか。さらには、$|\varepsilon|\leqq 7$ の各 ε のときにニアミス解は存在するのか。もし存在するのなら、各 ε におけるニアミス解が無数に存在するのか。それらの定式化ができるのか。などについて考察をした。

5．結論

5000 以下の $(x,\ y)$ の組の中に、$\varepsilon=\pm1,\ -2,\ 3,\ -6,\ 7$ のニアミス解があることが分かった。さらに、$\varepsilon=-2$ のニアミス解が無数に存在することを示す興味深い公式を発見することができた。

6．参考文献

数論入門（G.H. ハーディ/E.M. ライト著）、　数論（Daniel Duverney 著、塩川宇賢訳）

7．キーワード

フェルマーの最終定理、　ニアミス解、　整数論

神戸市立六甲アイランド高校

すごろくの考察

Consideration of SUGOROKU

中尾祐香　龍野雄太名

Yuka Nakao　Yuta Tatsuno

Abstract

To find out the number of dice-roll it takes to reach the goal, we calculated the expected value. The following are the results of our calculation. From this, we found. The number of dice-rolls needed to reach the goal is dependent on whether there is a turn-back or not.
We found that EN Recurrence formula is similar to arithmetic progression.

１．目的

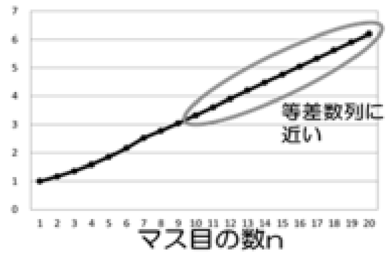
私たちは数学の確率に興味があり excel などを使ってすごろくのゲームでサイコロを何回振ればゴールできるか、期待値や確率を計算した。さいころを何回振ればすごろくの上がりに到達するかを検証することを目的とし、計算によって期待値を求めた。

２．方法

数学の確率に興味を持ち、さいころを何回振ればすごろくの上がりに到達するかを検証した。設定した条件は以下の通りである。
(A)振り出し以外のマス目の数＝n　　(B)一本道で分岐がない
(C)「１マス戻る」等の特殊なマスはなし　　(D)最後ピッタリでなければ上がりにならず折返す
今回、条件(D)の有無の違いを検証した。

３．結果

N マスのすごろくを上がるためのサイコロを振る回数の期待値は折り返しの有無によって明らかに違い、E（n）の漸化式は等差数列に近い形になるということがわかった。



４．考察

折返し有無による差異
上がりの折返しがあると、期待値は４程度増加する。

５．結論

n が十分大きいとき、E0(n)は等差数列に近似できる。E0(99)と E0(100)の値から、初項と公差を求め、以下の近似式を導いた。 $\boxed{E_0(n)\text{の近似式} = \frac{2}{7}n + \frac{100}{21}}$

さらに、これをもとに６分の７の法則を得た。 $\boxed{E(n) = \left(\frac{7}{6}\right)^{n-1} \quad (1 \leq n \leq 7)}$

2530 大阪府立大手前高等学校

１００とりゲーム

増田敏紀　青山拓　今井祐一　小城楓矢　田之上達哉　椿竣介　安賀優人

1. 研究の概要

大手前高校の行事「サマースクール」で、私たちのグループは次のゲームでＡ君とＢ君のどちらが勝つかを考えた。

《ゲーム》

Ａ君とＢ君が次のようなゲームをする。交互に１～９の自然数を言い合うが、前の人の言った数を続けていうことはできない。言った数を足していき、100 以上になったときゲームは終わり、最後に数を言った人が勝ちである。Ａ君を先番とすると、両者最善を尽くしたときにどちらが勝つか。

2. 方法

メンバーの中に「１～３の自然数を交互に言い合い、和が 20 以上になったら負けのゲーム」をした記憶を持つものがいた。この場合は和が 15 や 11 などある数をとれば必ず勝てる。今回のゲームでもそのような数（勝ち確と名づけた）があるのではないかと思い、取り組んだ。

前の人の言った数を続けていうことができないというルールに注意しながら、100 から逆上る形で「勝ち確」を求めていった。最善を尽くすということを、以下のように解釈した。

① 勝ち確の数を言えるときは言う。

② 言えないときは、相手に言わさないようにする

3. 結果

勝ち確の数列を求めることができた。その結果、1 に最も近い勝ち確をとれるのはＡ君である。したがって、このゲームにおいてはＡ君が勝てるとわかった。

4. 課題

勝ち確の数列は｛100、90、79、68、58、47、36、26、……｝である。これは、初項が 100 で、階差数列が｛10、11、11｝の繰り返しとなる数列である。今回は試行錯誤しながらこれを見つけたが、その構造を取り出すことができると、なおよいと思った。

5. キーワード

ゲーム、必勝法、アルゴリズム、数列

6. 参考文献

この問題は「ピーター・フランクルの中学生でもわかる大学生でも解けない数学問題集①」による。

2601 竜ヶ崎第一高等学校

Ibaraki Prefectual Ryugasaki First Senior High school

図形作成ソフトを用いた角の三等分の作図

Drawing a line which cut an angle into three equal parts using Geogebra

石井　均　　大熊　陸

Ishii Hitoshi　　Ohkuma Riku

Abstract

To clear the route of the drawing which Pappus did, we decoded the Book 7 of Pappus' Collection and drew a line which cut an angle into three equal parts using “Geogebra”.We succeeded to draw the figure and find that we can broaden feasibility’s horizon doing analysis and using compass, ruler and hyperbolas.

１．目的

古代ギリシャの数学者の一人であるパッポスが行った角を三等分する作図の道筋を明らかにし、図形作成ソフト「GeoGebra」を用いて作図する。

２．方法

パッポスやギリシャ数学の参考文献を検討し、数学集成第四巻命題 31、32 を理解し、解析を用いて図形の作図法を求め、「GeoGebra」を用いて上記命題を作図する。

３．結果

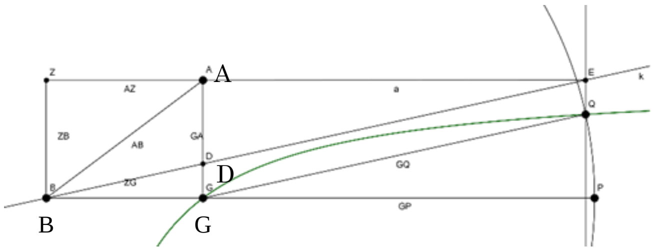
平行線・三角形・双曲線・円の性質を使って作図しようとしていた。

４．考察

解決不可能といわれる作図問題でも、コンパスと定規に加え双曲線を用いることで、解決可能としていた。解析という手段を用いることで、問題の解法を見つけるのが容易にしていた。

５．結論

右図のように角 ABG を三等分する線分 BD が作図できた。



６．参考文献

佐々木力(2010).数学史.岩波書店

斎藤憲(2010).エウクレイデス全集第４巻.東京大学出版会

７．キーワード

パッポス　解析　角の三等分　GeoGebra

2823　熊本県立熊本北高等学校
Kumamoto Prefectural Kumamoto-kita High School

月の出・入時刻を基にした地球から月までの距離の計算

Calculation of the distance from the Earth to the moon based on the time of moonrise and moonset

野宮航太　豊岡亮司　吉村銀平
Kohta Nomiya, Ryoji Toyooka, Ginpei Yoshimura

Abstract

We thought that we could find out the distance from the Earth to the moon by using the time of moonrise and moonset. We mainly used trigonometric ratio. To improve the accuracy of the calculation, we considered the effects of the revolution of the moon round the earth and atmospheric refraction. Finally, we were able to find the actual and close values.

1. 目的

月の出，月の入を観測する地点は月の中心と地球との接線になっている。このことを利用して、地球から月までの距離を三角比だけで求める。

2. 方法

国立天文台ホームページの熊本市における 2015 年から 2017 年までの月の出，月の入の時刻を参考にし、熊本市で月が出ている平均の時間（TM）を求める。しかし月が常に公転しており、月の出の位置（M_1）と月の入の位置（M_2）が等しくないことから、熊本市の位置する北緯 32.8°における、ある時点での月の見えている範囲（TM´）と TM は異なる。また、天体から届く光は大気によりおよそ 0.6°屈折することなどを考慮して、月の中心と地球との接点（K）と月の出の位置の月の中心（M_1）・地球の中心（E）を結んだ 2 つの直角三角形を考える。

3. 結果

月は太陽と比べて十分に近い距離にあるので TM´は約 12H より短くなり、$\angle KEM_1$は$\frac{TM´}{12H}\times 180°\times\frac{1}{2}$であることから、K・$M_1$・E の位置関係は図のようになる。
したがって距離 E−M_1は$\frac{地球の半径}{\cos 89°}$＝約 36 万 km

4. 考察

地球から月までの平均距離は 38 万 4400km である。今回、三角比を使って求めた値は 36 万 km で、約 2 万 km の誤差が発生した。大気による光の屈折を考慮しないときには 73 万 km となり約 40 万 km の違いが出た。このように、一つのことを考慮しないだけで大きな差が出るため、誤差が生じた原因としては、まだ考慮できていない現象や星の動きがあるのだろう。

5. 結論

月の出ている時間を基に月の見えている範囲を考え、E と K と M_1の位置関係を想定して、三角比のみでおよその距離 E−M_1を求めることが出来た。

6. データの引用元

・国立天文台ホームページ　≪http://www.nao.ac.jp/≫　・JAXA ホームページ　≪http://spaceinfo.jaxa.jp/≫

7. キーワード

月の出，月の入り，地平大気差，公転周期，朔望，三角比

２４１１　山形県立米沢興譲館高等学校

「証明する」ことを探る

What is a Mathematical proof.

渡部　一馬

Kazuma Watanabe

Abstract

Mathematical logic is a subfield of mathematics exploring the applications of formal logic to mathematics. How does the proof make? I attempt to prove a proposition using the rule of inference.

１．目的

中学校で図形の証明を学び、高校では等式や不等式の証明など様々な数学的証明を扱うが、そもそも証明するとは何なのか。証明が成り立つための規則（推論規則）について検証する。

２．方法

(a) 推論規則について調べる。

(b) 具体的な命題について推論規則を用いて証明を試みる。

３．結果

(a) 推論規則について（抜粋。ここで、下図のφおよび ψ は「論理式」を表し、¬と ⊥はそれぞれ否定、矛盾を表す記号である）

$$\frac{\varphi \to \psi \quad \varphi}{\psi}$$ 〔　→除去　〕

$$\frac{\neg\varphi \quad \varphi}{\perp}$$ 〔　¬除去　〕

$$\frac{\perp}{\varphi}$$ 〔　矛盾（いわゆる背理法）　〕

(b) $\sqrt{2}$ が無理数であることの証明導出図（概要）

$$\frac{\neg(\sqrt{2}\text{は無理数}) \qquad \sqrt{2}\text{は無理数}[※]}{\perp}$$

〔※〕この部分の詳細は省略した。

４．考察

数学における証明はシステムであり、形式に則って行われることが分かった。しかし、高校の数学ではそのシステムを知ることはなく、意味を考えることで形式に則らずに証明を行っているように思う。

５．結論

よく知られた命題であっても形式に則った証明を書くことは大変面倒である。しかし、形式化することで証明をシステムにすることが出来る。このことを進めていくと、数学そのものをシステムで考えることが出来るようなので、今後さらに内容を深めていきたい。

６．参考文献

鹿島亮（2009)『数理論理学』朝倉書店

キーワード　証明　定義　定理　公理　論理　命題　推論規則　数理論理学

2515　新潟県立新発田高等学校
Niigata Prefectural Shibata High School

366種類の誕生日の人をすべて集めたい

Gathering all people born on each of the 366 days

五十嵐功太　丹野圭太
Kota Ikarashi　Keita Tanno

Abstract

We made a general expression of CMP(m,n):the probability that exactly n selections from a set are needed to gather all m kinds of members. And using it, we found the expected value of the necessary number of people wherein there is at least one person born on each of the 366 days of the year.

１．目的

取り出される割合の異なるｍ種類のものをちょうどｎ回の取り出しで集める確率と、集めるための回数の期待値を求め、366の誕生日をすべて集めるための人数の期待値と分散を求める。

２．考え方

我々の研究テーマは「クーポンコレクター問題」の変形である。ｍ種類の要素が取り出される割合をそれぞれ $p_1, p_2, p_3, \cdots, p_m$、ｍ種類のものをちょうどｎ回の取り出しで集める確率を CMP(m,n)として、CMP(m,n)を求めてから、ｍ種類のものを集めるための取り出し回数の期待値 E(X)と分散 V(X)を求める。

$$\mathrm{CMP}(m,n)=\sum_{k=1}^{m-1}\left\{(-1)^{k-1}\sum_{|J|=k}\left(1-\sum_{j\in J}p_j\right)^{n-1}\left(\sum_{j\in J}p_j\right)\right\}\quad (n\geqq 2, J\subseteq\{1,2,3,\ldots,m\})$$

$$E(X)=\sum_{k=1}^{m}\left\{(-1)^{k-1}\sum_{|J|=k}\frac{1}{\sum_{j\in J}p_j}\right\}$$

366日の誕生日を集めるための人数に関しては､2月29日以外の誕生日の条件が同じであることを利用し、同じ値となる項をまとめてから計算する。

３．結果

366の誕生日を集めるための人数の期待値は2669.1…人である｡確率分布に関しては、平均だけではとらえられない特徴がある。

４．考察

結果の値は我々の予想をはるかに上回った。また､結果を導くために使った確率分布関数の応用範囲は広い。

５．キーワード

コンプリート　クーポンコレクター問題　期待値　分散　最頻値　中央値

（2609）　岡山県立岡山一宮高等学校
Okayama Ichinomiya High School

立体パズルの拡張
Expansion of a cubic puzzle

西山悠太　渡辺宏大　今村真綾　敷田智哉
Nisiyama Yuta , Watanabe Koudai , Imamura Maya, and Sikida Tomoya

Abstract

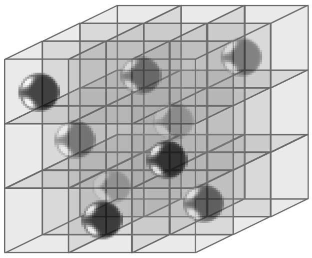
A large cube, composed of 27 smaller clear cubes, arranged in a $3\times3\times3$ fashion, was imagined. The purpose of this study is to calculate the number of possible configurations of opaque ball placed into the cubes. The balls are placed so that；There is only 3 balls in each layer. All 9 balls are visible when the cube is viewed on any face.

１．目的

龍安寺の石庭には１５個の石があるが，それはどこからみても１５個全てが同時には見えないように配置されている。三次元空間に石を立体的に配置する方法を考えた。立方体の内部に球を配置することで視点を６方向に限定した。立方体の球の配置には法則性が見られなかったので，立方体を構成する塊について研究を行った。

２．方法

① 透明で内部が空洞の立方体を２７個用意し，３×３×３の立方体を作る。
② ９個の立方体に石をひとつずつ入れる。
③ 立方体の各面に垂直な全ての各位置から見て，すべての石が見えるようにする。（この状態で新たに石を１つ入れても必ず９個しか見えない）
④ ３×３×１で構成される塊（以下「基底」と呼ぶ）の種類を数える。
⑤ 立方体の数を $n\times n\times n$ に拡張する。



３．結果

数え上げると基底の数はこのようになった。

マスの数	2^2	3^2	4^2	5^2	6^2
基底の数	1	2	7	23	78

４．考察

$n\times n\times n$ の基底の数を a_n とすると，数漸化式 $a_{n+2}=3a_{n+1}+a_n$ を満たすと予想した。

５．結論

$n=6$ の時，漸化式が成り立たなかった。その要因として，反転と回転以外になんらかの基底の種類を減らす条件があるのではないか。

６．参考文献

細野透，謎深き庭　龍安寺石庭；十五の石をめぐる　五十五の推理，淡交社

７．キーワード

パズル　数列　漸化式　ラテン方格

２３２８　和歌山県立向陽高等学校

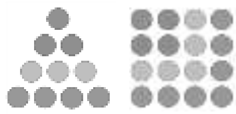
三角平方五角数
Triangular-Square-Pentagonal Number

田村祐樹　開田亮佑　平井智崇
Tamura Yuki, Hirakida Ryosuke, Hirai Tomotaka

Abstract
A polygonal number is a number represented as dots in the shape of a regular polygon. There's one question related to polygonal numbers, "Does a triangular-square-pentagonal number exist?" , that being a natural number which is both a triangular number, a square number and a pentagonal number. We worked on this question.

１．目的
三角数かつ平方数かつ五角数である自然数(以後三角平方五角数と呼ぶ)は無限に存在するのか。また，無限に存在する場合はその一般項を求め，無限に存在しない場合はそのことを証明する。

２．方法
プログラムを組んで三角平方五角数の例を探す。その例から仮説を立て，ペル方程式や無限降下法などを用いて証明する。



３．結果
１から約 1.8×10^{19} まで調べた結果，三角平方五角数は１の他に見つからなかった。よって，三角平方五角数は１のみであると仮説を立て，証明を試みた。

４．考察
三角平方五角数を G とおくと，自然数 l,m,n を用いて G は次のように表される.

$$\mathrm{G}=\frac{l(l+1)}{2}=m^2=\frac{n(3n-1)}{2}$$

このことから m=1,すなわち G=1 であることが示された。

５．結論
三角数かつ平方数かつ五角数である自然数は１のみである。

６．参考文献
はじめての数論 原著第３版 発見と証明の大航海 - ピタゴラスの定理から楕円曲線まで　Joseph H. Silverman (著), 鈴木 治郎 (翻訳)

７．キーワード
三角平方五角数　ペル方程式　無限降下法

（2452）大阪府立天王寺高校
Tennoji high school

Pi

中谷和也　乾弘樹　鐮納雄騎　土井駿也

Abstract
As you know, Japanese `Yutori` generations calculated with π,which was regarded as 3. This means a regular hexagon is a circle. So we set up π from regular polygon in various ways, and find which way is the best.

1. 目的　　正 n 角形の n を∞に近づけると円になるのではと考え、その基準に円周率をとりあげて研究した。

2. 方法

4 つの方法（Ⅰ）～（Ⅳ）で円周率を求め、それぞれの値と真の値との関係性について調べた。

（Ⅰ）半径 1 の円に内接する正 n 角形の周の長さを、外接円の直径 2 で割る。
（Ⅱ）半径 1 の円に外接する正 n 角形の周の長さを、内接円の直径 2 で割る。
（Ⅲ）重心と各頂点の距離が 1 の正 n 角形の面積を(半径)^2＝1 で割る。
（Ⅳ）重心と各頂点の距離が 1 である正 n 角形（但し、n は 3 以上の奇数）の周の長さを、直径で割る（ここでは周上に任意の 2 点をとるときの 2 点間の距離の最大値を直径と定める)。

3. 結果

（Ⅰ）図 1 のように、合同な n 個の二等辺三角形を作り、うち 1 つを図 2 のように取り出す。
$BC=2BH=2\sin(\pi/n)$。よって周の長さは $2n\sin(\pi/n)$となる。∴(周の長さ)÷(直径)＝$n\sin(\pi/n)$。
（Ⅱ）図 3 のように、二等辺三角形を 1 つ作り、図 4 のように取り出す。△ABC について $BC=2BH=2\tan(\pi/n)$。よって周の長さは $2n\tan(\pi/n)$となる。∴（周の長さ）÷（直径）＝$n\tan(\pi/n)$。
（Ⅲ）図 5 のように、n 個の合同な二等辺三角形を作り、うち 1 つを図 6 のように取り出す。△ABC について、$AH=\cos(\pi/n)$、$BC\times1/2=BH=\sin(\pi/n)$となり、(面積)$=AH\times BC\times1/2=\sin(\pi/n)\cos(\pi/n)=\sin(2\pi/n)/2$。
よって正 n 角形の面積は、$n\sin(2\pi/n)/2$。∴(面積)÷(半径)^2$=n\sin(2\pi/n)/2$
（Ⅳ）図 7 のように、線分 BC をとり、図 8 のように取り出す。△BCH について、$\angle CBH=\pi/2n$ なので、
(直径)＝$BC=CH/\sin(\pi/2n)$となる。また、(周の長さ)$=2n\times CH$ となる。
∴(周の長さ)÷(直径)＝$2n\times CH\div CH/\sin(\pi/2n)=2n\sin(\pi/2n)$

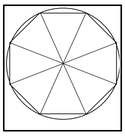


図 1

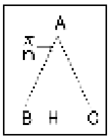


図 2

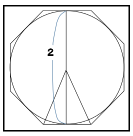


図 3

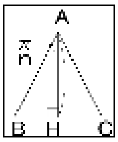


図 4

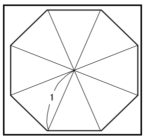


図 5

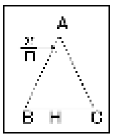


図 6

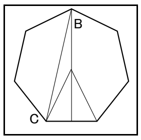


図 7

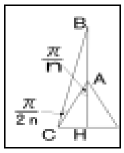


図 8

4. 考察

・（Ⅰ）～（Ⅳ）で求めた円周率の近似値は全て、n→∞の時の極限が π に収束する。これより、正 n 角形では n の値が大きくなればなるほどその形は円に近づくが、決して円にはならないとわかる。
・（Ⅰ）と（Ⅲ）と（Ⅳ）で求めた円周率の近似値を表す式は非常によく似ているが、n の係数だけが異なる。ここで、k を 3 以上の自然数とすると、方法（Ⅰ）における正 2k 角形での値は、方法（Ⅳ）における正 k 角形での値と等しくまた、方法（Ⅲ）における正 4k 角形での値と等しい。表 1 は k＝25 のときの例である。

方法	求められた円周率
(Ⅰ) (n=50)	3.1395259764656
(Ⅲ) (n=100)	3.1395259764656
(Ⅳ) (n=25)	3.1395259764656

表 1

5. 結論

今回のアプローチの中では奇数角形からの求め方が一番速く 3.141592…に近づくことが分かった。また、それぞれの求めた値の関係に気づくことができた。

6. 参考文献　　なし

7. キーワード　　円周率　正多角形　近似　極限

2451 大阪府立泉北高等学校
Osaka Prefectural Semboku Senior High School

完全方陣
Pandiagonal magic square

小林 史弥, 向川 崇
Fumiya Kobayashi, Takashi Mukaigawa

Abstract

We have studied how to find the sum of $n \times n$ pandiagonal magic square since the first year of high-school. This time, we'll evaluate if $(6k \pm 1) \times (6k \pm 1)$ or $(4k+2) \times (4k+2)$ panmagic squares exist or not.

１．研究の背景と目的

$n \times n$の完全方陣(対角線を平行移動させた列の和も定和になる魔方陣)の総数を一般化した式で表すことを目的としている。そのためにまずnがどのような値をとるときに$n \times n$の完全方陣が存在するかしないかを研究している。

２．方法および結果

$6k \pm 1$型、$4k+2$型の完全方陣の有無について証明を行った。

(1) nが奇数かつ 3 の倍数でない($6k \pm 1$型)場合に適用できる、桂馬飛び法による$6k \pm 1$型の完全方陣の作成方法が数学的に正しいことを示した。

(基本的な合同式の性質やn進数への変換などを用いて、桂馬飛び法で作った方陣の各斜・行・列が定和をもつことを証明した。)

(2) $4k+2$型の完全方陣は存在しないことを示した。

(定和の公式と完全方陣の性質を用い、定和を 2 通りで表して、その偶奇の違いによって矛盾を導いた。)

1	14	22	10	18
25	8	16	4	12
19	2	15	23	6
13	21	9	17	5
7	20	3	11	24

桂馬飛び法で作成した完全方陣

３．結論と今後の課題

nを 12 で割ると 2, 6, 10 余る完全方陣は存在せず、1, 5, 7, 11 余る完全方陣は少なくとも 1 つ存在することが判明した。今後は残った 0, 3, 4, 8, 9 余る完全方陣の作成方法の証明を行い、総数の一般化に繋げたい。

４．参考文献

(1)高木 貞治 ： 数学小景 (岩波書店, 200 頁, 2002/4/16)
(2)魔方陣について
http://www.rimath.saitama-u.ac.jp/lab.jp/tsakurai/MagicSquare/MagicSquare_2014.pdf

５．キーワード

完全方陣　魔方陣　桂馬飛び法　合同式

清真学園高等学校

フィボナッチ数列の美しさ

The Beauty of Fibonacci Sequence

石塚 康介

Kosuke Ishizuka

Abstract

What can we see when Fibonacci sequence is reduced mod p ? I found it periodic. I have done research on the period of Fibonacci sequence. I focused particularly when m is a prime number. In addition, I examined when Fibonacci sequence is represented in X-Y and X-Y-Z coordinate. I got a result about it which satisfied me.

1. 目的

フィボナッチ数列を法 p で表した数列にあらわれる周期やその数列にどのようなパターンがあるかを調べる, そしてリュカ数列との関連性も見る。さらに k −フィボナッチ数列の周期についても考察する。またフィボナッチ数列, トリボナッチ数列をグラフに表し対称性などを調べる。

2. 方法

フィボナッチ数列を法 p で実際に表し，予想を立てる。よく知られる二項定理での証明では最短周期を調べるのに限界があるように思われるため，別の方法を試みる。mathematica を使いフィボナッチ数列を xy 座標，xyz 座標に表し，目に見えるようにして予想を立てる。またどちらとも先行研究を参考にし，そこから更に発展させ発見したことを自分で証明する。

3. 結果

周期については先行研究に加え，いくつかの予想を立てることができ，解決にいたったものもある。k −フィボナッチ数列にも通常のフィボナッチ数列の周期と似ている性質があるが，周期の長さには一貫性があまり見られない。グラフはついてはある程度満足出来る結果が得られた。

4. 考察

周期の長さを調べることが周期の性質を知ることにもつながる。k が 3 以上の k −フィボナッチ数列は周期の長さを調べることが困難である。

5. 結論

フィボナッチ数列の周期にはまだまだ研究すべきところがある。

6. 参考文献

Marc Renault ，”The Fibonacci Sequence Under Various Moduli”

PATRICK FLANAGAN, MARC S. RENAULT, AND JOSH UPDIKE，”SYMMETRIES OF FIBONACCI POINTS, MOD m ”

7. キーワード

フィボナッチ数列　合同式

2805 さいたま市立大宮北高等学校
Saitama Municipal Omiya Kita High School

指ゲーム必勝法
A Game Named “Fingers’ War”

高野 慣大　片岡 尚志　中町 賢志郎
Takano Kanta, Kataoka Naoshi Nakamachi Kenshiro

Abstract
To find a winning strategy of the game. The first player wins when he/she gets surplus in the mod 5. The probability of winning can be improved.

１．目的

指ゲーム（Finger’s War）をやっていて必勝法が知りたいと思い、研究をしようと思った。
＜ルール＞
まず二人で向き合い、先攻後攻を決める。両者両手の人差し指を出してゲームを始める。できる行動は＜攻撃＞＜分身＞とする。＜攻撃＞とは自分の片手の数をそのまま相手の片手に数を加える行動とし、＜分身＞とは自分の出している両手の指の数の和を変えずに数の組み合わせを変える行動とする。片手が５を超えた場合、５で割った余りの数が残る。余りが０になると手を下ろす。先に相手の両手を下ろさせた方の勝ちとなる。この基本的な動作はローカルルールが存在している。

２．方法

（１）両者の片手のみの場合を考え、実際に試行し、結果をまとめ、一般化を試みる。
（２）＜攻撃＞のみを考察する。（＜分身＞をなしとする）
（３）両手にして考察する。

３．結果と考察

方法（１）（２）を考察した。（＜攻撃＞のみ考察）
（１）スタートの手が‘１－２’‘２－４’‘３－１’‘４－３’（左が先攻）の時は勝負がつかなかった。（以下「ループ」と呼ぶ）ループする手は４つのみである。
（２）片手同士での勝率は、先攻で 50%、後攻で 25%、引き分け 25%となった
（３）$1 \leq a \leq 4$ かつ $1 \leq b \leq 4$(a, b は整数、a は先行、b は後攻)とすると、

・$a^2 + b^2 \equiv 0\ (mod 5)$　後攻の勝ち、もしくはループとなる。

・$a^2 + b^2 \equiv 2$ または $3 (mod 5)$　先攻の勝ちとなる。

・ループの場合、a と b を逆にすると後攻の勝ちとなる。

４．結論と今後の課題

・片手のみの場合、数式にまとめ一般化することができた。今後は方法（３）も試みる。
・必勝法を導き出すことは出来なかったが、勝つ確率が高くなる方法が分かった。

５．キーワード

指ゲーム　必勝法　合同式

2416 栃木県立足利高等学校
Tochigi Prefectural Ashikaga High School

「大原の定理」の作図
Drawing the Theorem of *Ohara*

阿部 将大　増田 裕介　大根田 睦　槇田 育也
Abe masahiro　Masuda yusuke　Oneda atushi　Makita ikuya

Abstract

In our hometown,Ashikaga,there is a national treasure known as Bannaji Temple. In this temple,there are *Sangaku Ema,* which are wooden tablets with geometrical theorems. We tried to draw the Ohara Theorem,which is displayed on the *Sangaku Ema* in Bannaji Temple.

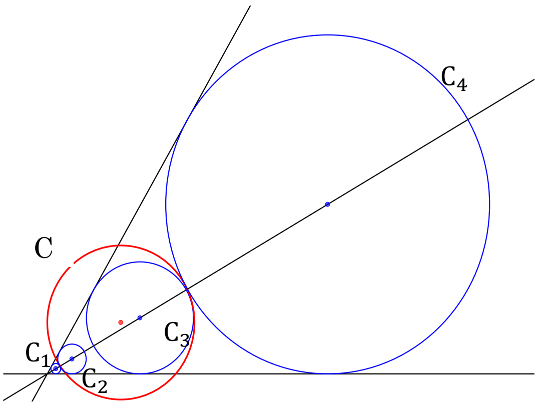
1. 研究の背景と目的

足利には国宝である鑁阿寺があり、そこには大原の定理を使った算額絵馬が奉納されている。大原の定理を作図したいと考えた。

大原の定理：下の図のように円Cと2本の直線が交わっている。2直線と円Cに接する4つの円をC_1,C_2,C_3,C_4とし、それぞれの半径をr_1,r_2,r_3,r_4とすると、$r_1 \cdot r_4 = r_2 \cdot r_3$が成立する。

2. 方法

関数グラフ作成ソフト（Grapes）を用いて大原の定理が成り立つことをまず確かめた。また、現在までに習った知識を用いて、作図を試みた。



3. 結果

大原の定理の図を作図することができた。

4. 考察

現在までに習った知識を用いて、大原の定理の図を作図することができた。

5. 結論

和算には幾何を扱った問題が多く、図が美しいものが多い。一見、簡単に作図出来そうな図でも、実際にやってみると容易ではなかった。当時の人たちはどのように作図をしたかを考えることが今後の課題である。

6. 参考文献

栃木の算額, 松崎利雄（著）, 筑波書林

作図教材としての算額　愛媛大学教育学部　平田浩一

7. キーワード

数学　作図　和算　円

2467　学校法人安田学園　安田学園中学高等学校
Yasuda Girls Junior High School, Yasuda Girls High School

彩色多項式について
chromatic polynomial

西谷知佳，荒谷菜佳，友則瑛留，小林未来
Nishitani Chika, Aratani Nanoka, Tomonori Eru, and Kobayashi Miku

Abstract

We are interested in the four color theorem, and it's proof.　We are reading "Introduction to Graph Theory" by our teacher's introduction.　We knew "chromatic polynomial" , and calculated it of various graphs.

１．目的

私たちは、4 色問題に興味を持ち、その証明方法に興味を持ちました。先生の紹介で「グラフ理論入門」を読んでいく中、「彩色多項式」というものを知りました。いろいろなグラフの彩色多項式を計算してみました。

２．方法

次の公式を用いて各種の彩色多項式を計算した。

【公式：定理21.1】

$$P_G(k)=P_{G-e}(k)-P_{G|e}$$

３．結果

(1)　連鎖

$k(k-1)^{n-1}$

(2)　輪

$(k-1)^n+(-1)^n(k-1)$

(3)　車輪

$k(k-2)^n+(-1)^n k(k-2)$

６．参考文献

グラフ理論入門　RJ ウィルソン　近代科学社

７．キーワード

グラフ理論　彩色多項式　四色問題

2329 学校法人金光学園　金光学園中学・高等学校
Konko Gakuen Junior & Senior High School

信号・交差点と渋滞の関係
The relation between traffic signal, crossing and traffic jam

発表者　髙原健
Ken Takahara

Abstract

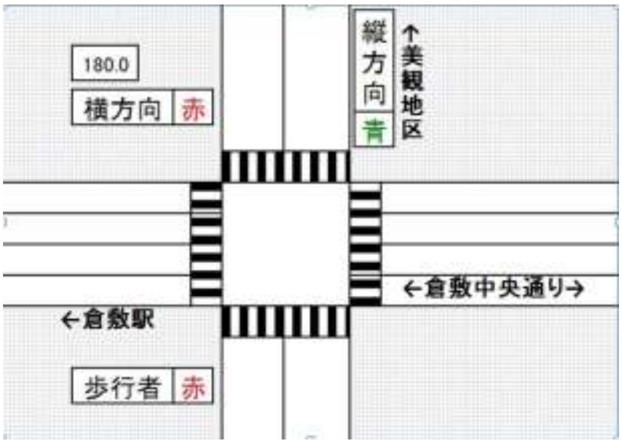
Generally speaking, scramble crossings are easy to make traffic jam, so I want to make sure the rumor is true. In the way of it, I got interested in the time of traffic signal, so I study relationship between it and traffic jam from waiting cars and time of view.

1.目的

一般にスクランブル交差点の方が普通の交差点よりも渋滞しやすいと聞くがそれが本当か。また、同じスクランブル交差点でも信号の長短を調整すれば渋滞が緩和されるのかどうかを待ち時間と車の量の観点で研究した。

2.方法

Excel　VBA を使用して作成したアプリを用いてシミュレーションをした。シミュレーションで使用した交通量のデータは実際に岡山県倉敷市の美観地区で採集したものを使用した。シミュレーションの結果、信号待ちをしている車を比較する場合は平均で何台交差点に止まっているかを比較し、待ち時間を比較する場合は全ての車が平均で何秒待っているのかを比較対象とした。



3.結果

スクランブル交差点の方が普通の交差点より渋滞しやすく、倉敷中央通りの青信号が長い時に待っている車の量、待ち時間という両方の観点について渋滞が緩和された。

4.考察

倉敷中央通りの交通量が、美観地区へ向かう通りの車通りに比べて顕著に多く、またどちらの場合も倉敷中央通りの信号が長時間青なのでこのような結果になったと考える。

5.結論

一般的にスクランブル交差点の方が渋滞しやすいというのは本当だった。また、待っている車の量、待ち時間の観点で倉敷中央通りの信号が青の時間を延ばすと、渋滞が緩和される。

6.キーワード

スクランブル交差点　シミュレーション　Excel　VBA　渋滞

（2706） 名古屋市立向陽高等学校
Nagoya city Koyo high school

「ヒトの声を数学的に解釈する」
Mathematical Analysis of Human Voice

発表者　愛葉　優斗　尾浪　龍太郎　鈴木　淳平
Yuto Aiba　Ryutarou Onami　Jyumpei Suzuki

Abstract
Humans have different voices. However, we can identify “あ” or “a”、“い” or “i” and so on when these sounds are said by different voices. Our research is to analyze our voice mathematically. We use Fourier analysis software, which decomposes the complex waveforms of human voice into simple ones.

１ 目的
人の声は違うのになぜ「あ」や「い」と識別できるのか知りたい

２ 仮説
複数の人の声をフーリエ解析し、それをもとにスペクトルグラフ（横軸：周波数、縦軸：振幅）を作り、特徴を見ることにより、「あ」や「い」などを数学的に定義できる

３ 方法
① 数学Ⅲ程度の微分積分を学習する
② フーリエ解析の原理を学習する
③ 声を sound Engine で集めて保存する
④ その声をエクセルの中にあるフーリエ解析というソフトを用いて解析する
⑤ 解析で得られたデータから自作ソフトを用いてスペクトルグラフを作成する
⑥ ③～⑤の作業を繰り返し、それらのある程度大きい振幅における周波数を比較する

４ 結果
ⅰ 人と声の高さによらず、「あ」のある程度大きい振幅における周波数は等間隔に現れる
ⅱ 同じ人の高さの違う「あ」のスペクトルグラフでは、拡大縮小の関係がみられた
ⅲ 同じ人の同じ高さの「あ」と「い」のスペクトルグラフでは、ある程度大きい振幅における周波数の現れる位置が全く違って、「い」の方が比較的低い周波数が多い

５ 考察
ⅰ 最も大きい振幅における周波数にその周波数を整数倍した波が合成されて「あ」の波形になっている
ⅱ 同じ人の「あ」の波形は、高さによらず、拡大縮小されているだけである
ⅲ 同じ人であっても「あ」と「い」では、波形が全く異なる

６ 今後の展望
① 声のサンプル数を増やして、より正確な考察をして「あ」や「い」を定義する
② 同様に残りの母音についても調べる
③ 子音を調べる方法を考えて、実行する
④ ①～③を用いてそれぞれの音の波形の式を定義する

７ 考文献
高校数学でわかるフーリエ変換（竹内　淳)、図解雑学フーリエ変換（佐藤敏明)、
マンガでわかるフーリエ変換（渋谷　道雄）

８ キーワード
フーリエ解析、フーリエ変換、振幅、周波数、スペクトル

(2706) 名古屋市立向陽高等学校
Nagoya city Koyo high school

「素数判定と素数生成多項式」
The Methods of Judging Prime Numbers and Creating Prime Numbers by Prime Generator Polynomial

阿部　航大　　奥田　雄也　　酒井　実季穂　　阪本　舞香
Kota Abe　Yuya Okuda　Shikiho Sakai　Maika Sakamoto

Abstract
The goal of our research is to create bigger prime numbers by prime generator polynomial we made. First, we made a program to judge whether an arbitrary number is a prime number or not. Then, we are working on creating prime generator polynomial to make bigger prime numbers.

1.目的
最初はできるだけ大きい素数を見つけることが目的だったが、今は素数を簡単に判定するシステムを開発し、できるだけ高い割合で素数を生成することができる多項式の作成を目的にしている。

2.方法①
大きい素数を見つけるために 2 つの素数判定法を試した。

a.エラトステネスのふるい	b.リュカレーマーテスト
方法　2 をとって 2 の倍数を消す	$M_{\mathrm{p}}=2^p-1$(p は奇素数)が素数
3 をとって 3 の倍数を消す	⇕
5 をとって 5 の倍数を消す…	$S_0=4, S_n={S_{n-1}}^2-2$ (n≧1)と定義し、
これを繰り返して残った数が素数	S_{p-2}がM_{p}で割り切れる

方法②　マクロの作成
Excel のマクロを使って素数を判定するプログラムを作成した。

方法③
様々な素数生成多項式を作り、その素数生成割合を方法②で作成したマクロを用いて調べた。

3.結果①
発見できた最大の素数：　a,10009　b,8191(2^7-1)

結果②
ある 1 つの数の素数判定、決められた範囲の数を多項式に代入しての素数判定をすることができた。

結果③

a,オイラーの素数生成多項式	n^2+n+41	割合：58.1%	
b, 自作(一次式)	$30n+17$	割合：41.0%	
c, 自作(二次式)	$6n^2-6n+1$	割合：32.5%	($1\leqq n \leqq 1000$)

4.考察
①エラトステネスのふるいはとても時間がかかった、またリュカレーマーテストはS_{p-2}の値が急激に上がるため、限界があった。③二次式よりも一次式のほうが数があまり大きくならないため割合が高くなった。

5.結論
ここまでエラトステネスのふるいの考えをもとに素数生成多項式を作ってきたが、より高精度なものを作るためには数学の理論的な裏付けをもとにする必要がある。

6.参考文献　素数が奏でる物語(ブルーパックス)

7.キーワード　素数　素数判定　素数生成多項式　マクロ　オイラー

大阪府立生野高等学校
Ikuno High School

スターリング数や Eulerian numbers を一般化した数の mod m での周期性について

On Periodicity of Modulo m within Generalized Stirling and Eulerian Numbers

潮田 祥一郎
Shoichiro Ushioda

Abstract.

For n, k$\in \mathbb{Z}_{\geq 0}$, We define a integer T(n,k) which is a generalization of Stirling numbers, Eulerian numbers, etc. Let k, m$\in \mathbb{N}$, using induction and pigeonhole principle, We show that the sequence {T(n,k) mod m}$_{n\in\mathbb{Z}_{\geq N_k}}$ has a periodicity, where N_k is a natural number depending on k.

1. 目的

$\mathrm{k} \in \mathbb{Z}_{\geq 1}$, $n \in \mathbb{Z}_{\geq k}$とする.
次の漸化式で定まる整数を T(n,k)とする

$$T(n,k)=f(n,k)T(n-1,k)+g(n,k)T(n-1,k-1)$$

ここで, f(n,k), g(n,k)$\in \mathbb{Z}$は次を満たす.
「任意の自然数 m に対して, $n_1 \equiv n_2 \pmod m$ ならば $f(n_1,k)\equiv f(n_2,k) \pmod m$, $g(n_1,k)\equiv g(n_2,k) \pmod m$」

任意の自然数 k に対して数列$\{\,T(n,k)\,\}_{n\in\mathbb{Z}_{\geq k}}$の m$\in \mathbb{N}$ を法とする周期性を調べる.
ただし, ある非負整数N_0に対して数列 $\{\,T(n,0)\,\}_{n\in\mathbb{Z}_{\geq N_0}}$は mod m で周期を持つとする.

2. 方法

上記の数列の特殊な例である, 第 2 種スターリング数 $\{\,S(n,k)\,\}_{n\in\mathbb{Z}_{\geq k}}$, Eulerian numbers $\{\,E(n,k)\,\}_{n\in\mathbb{Z}_{\geq k}}$ の mod m での周期性を数学的帰納法, 鳩ノ巣原理などを用いて証明し, 同様の方法で数列 $\{\,T(n,k)\,\}_{n\in\mathbb{Z}_{\geq k}}$ についても証明する.

3. 結果

ある k 以上の自然数N_kに対して数列 $\{\,T(n,k)\,\}_{n\in\mathbb{Z}_{\geq N_k}}$は mod m で周期を持つ.

4. 今後の課題

・$\{\,T(n,k)\,\}_{n\in\mathbb{Z}_{\geq k}}$の周期の最小値を求める.
・他の形の漸化式を持つ数列が周期性を持つことを証明する.

5. キーワード

パスカルの三角形, 周期性, 数学的帰納法, 鳩ノ巣原理

（2414）　学校名　茨城県立日立第一高等学校
Ibaraki Prefectural Hitachi First High School

$\frac{1}{2}!$ を求める

Find the value of $\frac{1}{2}!$

鈴木　芽依，　森泉　怜

SUZUKI　MEI,　MORIIZUMI　REN

Abstract

We learned about Gamma and Beta functions, which are adapted for university entrance examinations. We became interested in them, and found the following equation using those functions：$\frac{1}{2}! = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$.

１．目的

大学入試問題の中にガンマ関数やベータ関数を扱っている問題があり，その性質に興味を持った。これらを利用すれば，ｎが０以上の整数以外のときでも，ｎ！の値が求められるのではないかと思い，まず，$\frac{1}{2}!$ を求めることを考えた。

２．方法

ガンマ関数の定義 $\Gamma(n) = \lim_{x\to\infty}\int_0^x t^{n-1}e^{-t}dt$ とベータ関数の定義 $\mathrm{B}(p, q) = \int_0^1 x^{p-1}(1-x)^{q-1}dx$ から，$\Gamma(n) = (n-1)!$ と $\mathrm{B}(p, q) = \frac{(p-1)!(q-1)!}{(p+q+1)!}$ を導き，これらを利用して，$\frac{1}{2}!$ の値を求める。

３．結果

$\frac{1}{2}! = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$ となることが分かった。

４．考察

$\frac{1}{2}!$ を求める過程で出てくる $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x(1-x)}}$ の値は，うまく置換積分を行い求めることができたが，それ以外，例えば，$\frac{1}{3}!$ や $\frac{1}{4}!$ の場合では，うまく置換積分ができないことが分かった。

５．結論

$\frac{1}{2}! = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$，　$\left(\frac{2n-1}{2}\right)! = \frac{(2n-1)(2n-3)(2n-5)\cdots5\cdot3\cdot1}{2^n}\sqrt{\pi}$ を求めることができたが，

$\frac{1}{3}!$ や $\frac{1}{4}!$ の値を求めることはできなかった。

６．参考文献

2015　数学 III　入試問題集（数研出版）

７．キーワード

$\frac{1}{2}!$　ガンマ関数　ベータ関数

2318 静岡県立磐田南高等学校
Shizuoka Prefectural Iwata Minami High School

$f(f(x))=x^2$ を満たす連続関数 $y=f(x)$ はどんな関数か？

What are the continuous functions f(x) which satisfy the condition $f(f(x))=x^2$?

江間大晴　佐野晃平　塩田千空
Ema Motoharu　Sano Kohei　Shioda Chiaki

Abstract

Our purpose is to discover the relation between f(x) and f(f(x)). We tried to create graphs of continuous y=f(x) from the graph of $y=f(f(x))=x^2$. Then, we narrowed down coordinates which y=f(x) goes through by using graphs of y=x and y=f(f(x)).We found that we could draw countless graphs of y=f(x), and continuous graphs f(x) do not have extremum, furthermore, the graphs show monotonic increase or decrease.

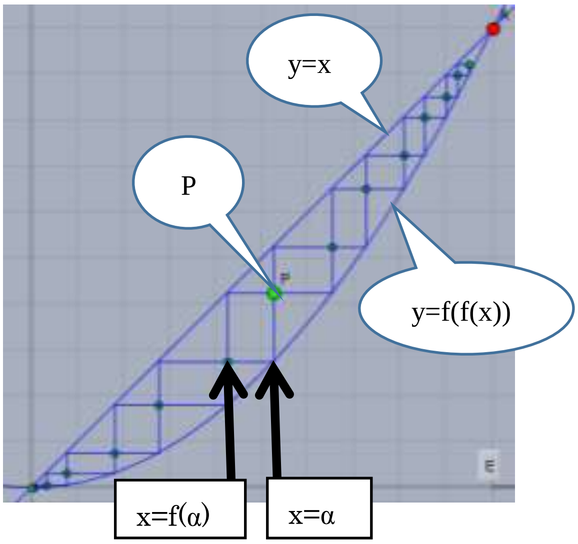
１．目的

$f(f(x)) = x^2$ から関数 f(x)を求める方法を模索すること．

２．方法

計算では考えづらいので，グラフで考える．

f(f(x))は f(x)と f(x)を合成した関数なので，f(f(x))に x=α を代入したときの値と f(x)に x=f(α)を代入したときの値が一致する．右図で，y=f(x)が点 P(α, f(α))を通ると仮定すると，y=f(x)は P´ も通らなければならないと分かる．この操作を繰り返すことで，１つの仮の点 P から同時に通るべき無数の点が階段状に定まっていく．このことを利用して，y=f(x)のグラフの作成を考えていく．



３．結果

「$y=f(f(x))= x^2$ (x≧0) をみたす連続関数は無数に存在する.」「$y=f(f(x))= x^2$ (x≧0) をみたす連続関数 f(x)は，極値を持たない単調関数である.」「$y=f(f(x))= x^2$ (x≧0) をみたす連続関数は無数に存在するが，それは単調増加と単調減少の２つのタイプがある.」という３つの定理が証明できた．

４．結論

$y=f(f(x))= x^2$ (x≧0) をみたす連続関数は無数に存在し，単調増加と単調減少の２つのタイプがある．

５．新たな疑問と今後の課題

$f(f(x))= x^2$ (x≧0) 以外の関数 f(f(x))について調べてみたところ，f(f(x))= sinx, e^x, logx を満たす f(x) についてはどれもグラフが描けたが，cosx については描けなかった．このことから，f(f(x) が単調増加のときに限り連続関数 f(x)が存在するという仮説が考えられ，この仮説の検証が今後の課題である．

６．キーワード

連続関数　f(f(x))　単調増加　単調減少

2305　作新学院高等学校
Sakushin Gakuin High School

ヤング図形と整数の分割

Young diagram and Division of integer

鈴木皓士　篠塚亮太　高嶋雄治
Suzuki Koji, Shinotsuka Ryota, Takashima Yuji

Abstract

Our group examined the relationship between Young diagram and Division of integer. Young diagram is often used in representation theory of groups and combinatorics. By considering the nature of Young diagram, we found out the validity of the Young diagram for Division of integer.

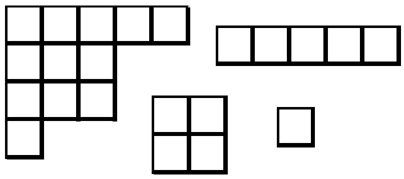
1. 目的

イギリス人数学者アルフレッド・ヤングによって導入されたヤング図形は，整数論や組合せ論などの分野によく用いられている。ヤング図形を考察することで，整数の分割に対し，図形的考察が有効であることを検証する。

2. 方法

ヤング図形は，有限個の正方形をルールに従って，何行かに分けて並べたものである。

【ヤング図形の並べ方のルール】
① 左端をそろえる
② 間を開けずに，つめて並べる
③（上の行の正方形の数）≧（下の行の正方形の数）



【ヤング図形の例】

ヤング図形の個数に関する恒等式や，ヤング図形に対する操作を通じて，ヤング図形の代表的な性質を考察し，整数の分割との関係性を検証する。

3. 結果

サイズnのヤング図形と正整数nの分割は，一対一対応しており，ヤング図形と整数の分割に関係性があることがわかった。

4. 考察

ヤング図形と整数の分割との関係性を，代表的な整数の分割恒等式を用いて，それらがなぜ成り立つのかについて，初等的な証明を行った。

5. 結論

整数問題や数え上げ問題などの整数の分割に対し，ヤング図形のような図形的思考がいかに有効であるかを理解することができた。

6. 参考文献

「整数の分割」ジョージ・アンドリュース，キムモ・エリクソン著　数学書房　2006

7. キーワード

ヤング図形，整数の分割，分割恒等式

２４６５　広島大学附属高等学校
Hiroshima University High School

最適ＬＢＬ法の探究
The Search for Ideal LBL

高 翔一朗　中村 周　服部 諒
Shoichiro Taka, Shu Nakamura, and Ryo Hattori

Abstract

In This Research, we studied on the efficiency of the solutions of the Rubik's Cube. We calculated the time needed in each process of the solutions to evaluate the efficiency from both time to solve the puzzle and the number of patterns we must memorize. The result shows that, in LBL method, reducing the number of patterns is more efficient than reducing time.

１．目的

ルービックキューブには様々な解法があるが，解くために覚えなければならないパターン数と，解くために必要な時間は，負の相関を持つと予想した。本研究では，その２つの要素がどちらもかなり少ない解法を探し出すことを目的とする。

２．方法

今回は，多数ある解法のうち，LBL 法及びその派生形に注目して考察を行った。コンピュータを用いたモンテカルロ法，または，手計算により，解くために必要な時間の期待値 t を算出した。そして，このtと，覚えなければならないパターン数pとの積 tp を「解法比較数」と定め，解法比較数 tp を比較して，より小さい方を良い解法と判断し，最適な解法について考察した。

３．結果

必要な手数が少ない解法は，覚えなければならないパターン数が少ない解法に比べて，解法比較数が大きくなった。

４．考察

手数を減らそうとすると，解法としては膨大なパターン数を覚えなくてはならなくなる。パターン数が一定以上になると，より多くのパターンを覚えても，１つのパターンが役立てられる割合が減るために，手数への影響が少なくなるからであると考えられる。

５．結論

覚えるパターン数の少ない（または「比較的少ない」）解法と，多い解法では，少ない解法の方が最適解法に近いということがわかった。今後，LBL 法以外でもこの傾向があるのかどうか調べていきたい。また，今回の解法比較数の定義は，それぞれの積としたが，実際は単純な積であるとはかぎらない。その点についても，詳細な議論が必要であると考えられる。

６．参考文献

David Joyner 著，川辺治之訳，『群論の味わい　置換群で解き明かすルービックキューブと 15 パズル』，共立出版，2012 年.

７．キーワード

ルービックキューブ，LBL 法，モンテカルロ法

（2462）　岡山県立玉島高等学校
Okayama Prefectural Tamashima High School

スマートフォンの使用時間と勉強時間の関係性
The relationship between time used for a smartphone and studying

発表者 菊池桃花
Kikuchi Momoka

Abstract

I carried out a questionnaire survey on the length of time used for a smartphone and studying, which had closed-ended questions. The result showed that for school girls, the shorter the amount of time used for a smartphone was, the longer the amount of time used for studying was. As for school boys, however, it didn't reveal such a correlation.

１．目的

近年、スマートフォンの急激な普及により一般的に勉強時間が減ったと言われている。私自身、中学生の時より勉強時間が減ったと感じている。そこで、スマートフォンの使用時間は勉強時間にどれほど影響をもたらすのか調べようと考えた。

２．方法

スマートフォンの使用時間と勉強時間やテレビの視聴時間、睡眠時間等について択一式のアンケートを用いて調査した。玉島高校二年生は 280 名である。サンプルサイズを考えると 163 名以上にアンケートを取ればよいので、今回は 172 名に調査をした。

３．結果

全体を通して、女子においてスマートフォンの使用時間と勉強時間は中程度の相関があった。

４．考察・結論

玉島高校二年生について調べたが、一般的に言われているスマートフォンの使用時間と勉強時間の関係は女子以外認められなかった。

５．参考文献

情報活用力養成http://www.icit.jp/analysis/sample-no-04.html
サンプルサイズとは～exBuzzwords 用語解説
http://www.exbuzzwords.com/static/keyword__4995.html
著・篠原昌彦　すうがくぶっくす８　確率・統計　朝倉書店
著・松井敬　勉強したい人のための統計解析のきほん

６．キーワード

統計　スマートフォン　勉強時間

２８２１清心女子高等学校
Seishin Girls' High School

２次方程式・３次方程式の解の個数の割合

Ratio of the number of solutions of the Quadratic and Cubic Equation

坪倉 妃那　　前田 萌絵
Hina Tsubokura　and　Moe Maeda

Abstract

We determined the number of solutions of the quadratic and cubic formula and calculated the ratio between them. For the quadratic equation, we substituted random numbers for the coefficient and then calculated the conditional expression. For the cubic equation, we plotted a graph of cubic function and compared the number of intersections along the χ axis.

１．目的

２次方程式や３次方程式の解の個数に関する問題を解くことがよくある。そこで解の個数がどれくらいの割合で存在しているかを，係数を任意の整数値にして調べてみた。

２．方法

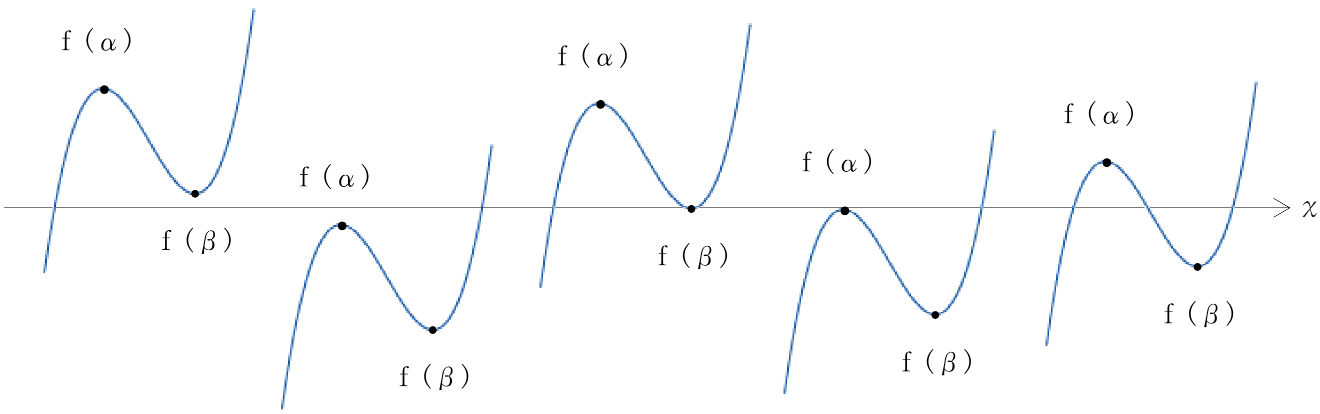
２次方程式$a\chi^2+b\chi+c=0$，３次方程式$a\chi^3+b\chi^2+c\chi+d=0$　の係数にそれぞれ整数の乱数を代入。

２次方程式は，判別式$D_1=b^2-4ac$が，$D_1>0$，$D_1=0$，$D_1<0$の割合を調べた。

３次方程式は，$f(\chi)=a\chi^3+b\chi^2+c\chi+d$のグラフの形を利用し，単調増加(減少)するかしないかで場合分けした。

(1) 単調増加する場合は２次方程式$f'(\chi)=0$の判別式$D_2/4=b^2-3ac\leqq 0$となる割合を調べた。

(2) 単調増加しない場合($D_2/4>0$)は極値を与える２つのχをα，βとおき，$f(\alpha)\cdot f(\beta)$をａ，ｂ，ｃ，ｄで表し，それが正か負か０かで解の個数の割合を調べた。



$f(\alpha)\cdot f(\beta)>0$　　　　$f(\alpha)\cdot f(\beta)=0$　　　　$f(\alpha)\cdot f(\beta)<0$

３．結果

２次方程式・３次方程式ともに２重解をもつ割合はほとんどなかった。また，２次方程式の解は０個より２個の割合のほうが多かった。３次方程式の解は３個より１個の割合のほうが多かった。

４．参考文献なし

５．キーワード

二次方程式　三次方程式　解の個数　判別式　解と係数の関係　極値

2815　名古屋大学教育学部附属中・高等学校
Nagaya University School of Education Affiliated Upper and Lower Secondary School

連続自然数のグループ分け
Experimental Grouping of consecutive positive integers.

新井 一希　堀江 孝文　河原　杏莉
Arai Kazuki, Horie Takafumi, Kawahara Anri

Abstract

We studied that we can either divide consecutive positive integers into two groups which their products are equal, or not. In fact, we proved that it is impossible for k which is less than 26 to divide them with above. We will change consecutive positive integers into arithmetic progression and prove it is also impossible.

１．目的

n, n+1, n+2, … ,n+k-1 の k 個の連続する自然数があるとき、この自然数を２つのグループ A,B に分ける。この時、A の要素の総積(P_A)と B の要素の総積(P_B)について、等しくならない条件について研究した。

２．方法

(1) k が素数の時の証明
(2) 他のどの数とも互いに素な数が含まれることによる証明
(3) k 以上の素数の倍数が必ずふくまれることによる証明
(4) コンピュータによる実証

３．結果

(1) k が素数の時は$(P_A) \neq (P_B)$となることを示した。
(2) 方法２．(2)を用いて　k＜18 について示すことができた。
(3) k が合成数のとき、うまく数学的帰納法を定義し、素数と素数の間においては、真偽が一致することを証明した。
(4) コンピュータにより k≦26 まで実証した。

４．考察

方法２．(3)が現在最も有力である。２．(3)は、シルベスター・シューアの定理により示されているが、もし３．(3)のような方法で証明することができれば先述の定理により簡潔な別証明を与えることができる。

５．キーワード

連続自然数　シルベスター・シューアの定理

関西学院大学 大学院理工学研究科
Kwansei Gakuin University Graduate School of Science and Technology

ミツバチの造巣初期段階に対するエージェントシミュレーション

A Model for Worker Honybees Building the Triggers of Honycomb Constructio

関西学院大学 大学院理工学研究科　数理科学専攻　M1　宮木　優
Kwansei Gakuin University Graduate School of Science and Technology
Mathematical Sciences M1 Yu Miyaki

Abstract

Honeycombs consist of a regular configuration of hexagonal holes, however, the rules by which it is constructed have not yet been elucidated. We carried out two-dimensional simulations of an agent simulation model, and obtained some trigger structures of the honeycomb construction.

1. **目的**

微小な脳しか持たないミツバチがどのようにして精巧な巣を造り上げるのかを、生物の群れと自己組織化の観点から理解する。

2. **方法**

実際にミツバチを飼って観察し、その観察結果を元にエージェントシミュレーションを行った。

3. **結果**

造巣の契機となる三角つまみ、および魚骨パターンの発生を確認できた。

4. **考察**

蜜ロウ発展の異方性が､魚骨パターン発生において重要であることが分かった。

5. **結論**

2 次元シミュレーションにおいて、造巣のきっかけとなる三角つまみパターンならびに魚骨パターンが再現することができ、また蜜ロウ発展の異方的な成長が必要であることが明らかになった。

6. **参考文献**

T. Narumi, K. Uemichi, H. Honda, and K. Osaki, SWARM2015 abstract (2015).

7. **キーワード**

ミツバチ，群れ，自己組織化，パターン形成，エージェントシミュレーション

関西学院大学大学院理工学研究科
Kwansei Gakuin University Graduate School of Science and Technology

吸着質誘導相転移モデルに対する解のパターン形成
Pattern Formation in an Adsorbated-Induced Phase Transition Model

関西学院大学大学院理工学研究科数理科学専攻 D2 青木　崇明
Kwansei Gakuin University Graduate School of Science and Technology
Mathmatical Sciences D2 Takaaki Aoki

Abstract

Hildebrand, Ipsen, Mikhailov and Ertl (New J. Phys. 5 (2003)) proposed an adsorbate-induced phase transition model. In this study, we study stationary patterns numerically corresponding to bifurcating nontrivial solutions and show the stability of the solutions.

１．目的

Hildebrand, Ipsen, Mikhailov and Ertl[1]等の提案した吸着質誘導相転移モデルの解が空間パターンを形成することを数値的に確認し，また安定性も調べる．

２．方法

久藤・辻川[2]等により理論的に存在が証明されたストライプ，四角形および六角形パターンに対応する解を数値的に求める．また，モデルの時間発展を計算することにより，その安定性も調べる．

３．結果

各パターン解に対応する空間パターンの存在を数値的に確認することができた．また，得られた数値解により，パターン解が安定解であることが確認できた．

４．考察

数値計算の際に，求めるパターン解が現れるようにモデルの係数を決定しなければならない．そのため，係数の決定は線形化行列の固有値として求めた．したがって，これらのパターン形成はパターンパターン解がない解からの分岐現象であることが示唆された．

５．結論

ストライプ，四角形および六角形の空間パターン解について数値的存在と安定性を証明することができた．

６．参考文献

[1] M.Hildebrand,M.Ipsen,H.S.Mikhailov and G.Ertl,New J. Phys.,5(2003)
[2] K.Kuto and T.Tsujikawa,RIMS Kokyuroku Bessatsu,B3(2007)

７．キーワード

パターン形成，吸着質誘導相転移モデル，白金触媒酸化，分岐現象，自己組織化

この冊子のデータはこちらからダウンロードできます。

http://www.otemae-hs.ed.jp/ssh/2016mathfesta_abstract.pdf