Aomori Prefectural Kita High School

交項級数と積分

Alternating Series and Integrals

小向 紘人

Hiroto Komukai

Abstract

In the textbook, the solution for $\int_0^1 \frac{1}{1+x^k} dx$ is given when k=1or2. However , solutions for $k \ge 3$ are not discussed. This is study will find and prove how to find solutions $\int_0^1 \frac{1}{1+x^k} dx$ when $k \ge 3$, using alternating series and integrals.

1. 目的

自然数 \mathbf{k} について $\int_0^1 \frac{1}{1+x^k} d\mathbf{x}$ が交項級数となることを確認し、 $\mathbf{k} \ge 3$ のときの値を実際に計算してみる。

2. 方法

無限等比級数の和を用いて交項級数となることを示し、部分分数分解や置換積分を用いて計算する。

3. 結果

$$\int_0^1 rac{1}{1+x^k} \mathrm{d}x = \sum_{n=1}^\infty rac{(-1)^{n-1}}{k(n-1)+1}$$
となり交項級数であることが確認でき、 $k=6$ のとき

$$\int_0^1 \frac{1}{1+x^6} \mathrm{d}x = \sum_{n=1}^\infty \frac{(-1)^{n-1}}{6n-5} = 1 - \frac{1}{7} + \frac{1}{13} - \frac{1}{19} + \dots = \frac{\sqrt{3}}{6} \log \left(2 + \sqrt{3}\right) + \frac{\pi}{6}$$
 が得られた。

4. 考察

k=6 のときは部分分数分解の際に、係数は実数となったが、k=3 のときのように係数が複素数となって現れる場合もあった。

5. 結論

k=3 のとき複素数の係数は最終的に消え、k=6 のときと同様な形で値を求めることができた。 k が自然数のときは自然対数と π を用いて値を表現できると予想できたが、 k が自然数以外の分数や負のときについても今後調べていきたい。

6. 参考文献

2013八戸北高等学校卒業論文集 大学への数学微積分基礎の極意(東京出版)

7. キーワード

交項級数 積分 部分分数分解

正星型{n/m}角形の基礎的考察

Fundamental consideration of the {n/m} regular star polygon

石黒 椋太郎 髙井 優 髙橋 大地 戸田 健太 平松 瑞基

Ishiguro Ryotaro Takai Yu Takahashi Daichi Toda Kenta Hiramatsu Mizuki

Abstract

The formula for the area of the regular star polygon has not been much considered in previous studies. For this reason, we considered about the regular star polygon. The purpose of the research is to find the interior angle at each vertex of the regular star polygon, and then to find a formula for the area.

1. 目的

本研究では正星型{n/m}角形の先端の角の大きさを n, m の式で表し, それを用いて正星型{n/m}角形の面積公式を求める。

2. 方法

円周上に互いに重ならない n 個の点を等間隔で取りそれぞれ m 個先の点と直線で結ぶ。この時,円の内部にある直線で囲まれた面積が最大の図形を正星型 $\{n/m\}$ 角形とする。また,合同な図形の重複を避けるため n, m は n>2m を満たすものとする。正星型 $\{n/m\}$ 角形の面積を 2n 等分し,その 1 つ分の面積を求め,それを 2n 倍することで正星型 $\{n/m\}$ 角形の面積を n, m の式で得ることができる。

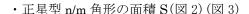
3. 結果

・正星型 n/m 角形の先端の角の大きさθ (図 1)

正星型 n/m 角形の頂点を反時計回りに A_1 , A_2 , … , A_n とする。

 $\angle A_1$ は弧 $A_{1+m}A_{n-(m-1)}$ に対する円周角である。

よって $\angle A_1$ の大きさは、円周角の定理より $\theta = \frac{n-2m}{n} \pi$



半径 r の円に対する正星型 n/m 角形を考える。

$$\angle AOD = \frac{\pi}{n} \ , \quad \angle OAD = \frac{(n-2m)\pi}{2n} \quad \ \ \, \angle DAH = \frac{(m-1)\pi}{n}$$

$$OH = r\cos\frac{\pi}{n} \ , \quad AH = r\sin\frac{\pi}{n} \ , \quad OD = OH - DH = r\cos\frac{\pi}{n} - r\sin\frac{\pi}{n}\tan\frac{(m-1)\pi}{n}$$

$$\triangle OAD = \frac{1}{2} \times OA \times OD \times \sin\frac{\pi}{n} = \frac{1}{2}r^2\sin\frac{\pi}{n} \Big\{ \cos\frac{\pi}{n} - \sin\frac{\pi}{n}\tan\frac{(m-1)\pi}{n} \Big\}$$

$$\angle OCC \quad S = nr^2\sin\frac{\pi}{n} \Big\{ \cos\frac{\pi}{n} - \sin\frac{\pi}{n}\tan\frac{(m-1)\pi}{n} \Big\}$$



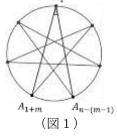
先端の角の大きさ $\theta = \frac{n-2m}{n}\pi$ 面積 $S = nr^2 \sin \frac{\pi}{n} \left\{ \cos \frac{\pi}{n} - \sin \frac{\pi}{n} \tan \frac{(m-1)\pi}{n} \right\}$

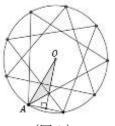
5. 参考文献

岩手県立釜石高等学校(2016)「星型正 n 角形の面積」 平成 29 年度 SSH 生徒研究発表会資料 P.198

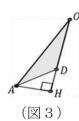
6. キーワード

星形図形 面積公式





(図2)



Aichi Prefectural Meiwa Senior High School

神経衰弱の確率

Probability of concentration

千葉 将太郎 岡本 敦紀 Shotaro CHIBA Atsuki OKAMOTO

The probability of concentration in card game was studied. When playing it by two people, it turns out that the winning average varies depending on the memory. However, the winning average does not change if the number of cards is large.

1. 研究の背景と目的

トランプの神経衰弱は通常 52 枚で行うが、枚数が多く時間がかかってしまう。そこで、先手と後手で有利不利がなく、より少ない枚数で早く勝負がつく最適条件を求めるために研究しようと考えた。その際、プレイヤーの記憶力を考慮した。

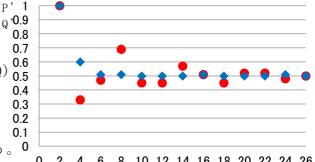
2. 方法

- ・2人(α 、 β)で神経衰弱をし、 α を先手とする。
- ・使用するカードは1~13とし、1つの数字につき2枚とする。

3. 結果

「表に向けたカードを全て覚える」(P) 「表に向けたカードを 1 枚も覚えない」(Q) という条件で α の勝率を計算した結果、 右図のようになった。

ただし、グラフの値は $\frac{\alpha \circ \mathbb{B}^{*}}{\alpha \circ \mathbb{B}^{*} + \beta \circ \mathbb{B}^{*}}$ とする。 $\mathbf{0}$



0 2 4 6 8 10 12 14 16 18 20 22 24 26

グラフから、表に向けたカードを全て覚える ●全て覚える ◆1枚も覚えないときは、カードの枚数が増えるほど αの勝率が 0.5 に近づき、表に向けたカードを 1 枚も覚えないときは、枚数が少ない段階で 0.5 に近づくことが分かった。

4. 結論

表に向けたカードを全て覚えるときは、カードが 16 枚のときに先手後手の有利不利がなく、早く勝負がつきやすい。表に向けたカードを 1 枚も覚えないときは、カードが 6 枚のときに先手後手の有利不利がなく、早く勝負がつきやすい。今後は、「表に向けたカードを m 枚覚える」という条件について詳しく研究する。

5. キーワード

トランプ 神経衰弱 確率 記憶力

Aichi Prefectural Meiwa High School

パスカルの三角形の拡張 Extension of Pascal's triangle

加藤 大晴 冨田 空人 Taisei KATO Takato TOMITA

Pascal's triangle was studied. We wanted to schematize the multinomial expansion. So, we extended it to a polygonal pyramid. However, there are things that multiple terms collect and do not gather.

1. 研究の背景と目的

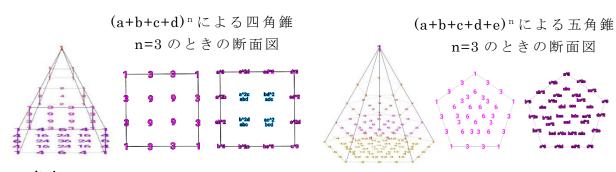
(a+b+c) ®を展開式の係数を三角錐状に並べて図式化ができることが知られている。さらに項を増やし、パスカルの三角形を拡張した図式化を研究した。

2. 方法

パスカルの三角形の形成方法に沿って多角錐状に図式化(九角錐まで図式化を行った)をして、現れた数字と展開式の項の係数との関係性を考える。

3. 結果

係数は図にすべて現れたが、四角錐、六角錐、八角錐、九角錐のときのみ 係数を圧縮した数(2つ以上の係数の和)が現れた。



4. 考察

項の数が素数個のときは係数の圧縮がおこらず、合成数個のときは係数の圧縮がおこると推測できる。

5. 結論

パスカルの三角形を多次元物体ではなく多角錐としても拡張できる。 またその際に項の数によって係数の圧縮がおこる場合がある。 今後の展望として 4. で挙げた仮説の証明を進めたい。

6. 参考文献

kato.chobi.net/pascal/index.html

7. キーワード

パスカルの三角形 多角錐 立体

無限 10 進数における代数方程式の解の研究

青山昂生 安藤智紀 奥村悠樹 川口拓人 吉本拓矢

Abstract

We researched on the quadratic equation in infinite digit decimal to find the formula of solutions.

1. 研究の背景と目的

2乗してもとに戻る数($x^2=x$ の解)が、一般的には $x_1=0$, $x_2=1$ のみであるが、文献では $P=\cdots 977392256259918212890625、<math>Q=\cdots 022607743740081787109376$ も解としてふさわしいと紹介されている。このように大きな桁に向かって数字が続いていく数を無限 10 進数といい、この数字の世界に興味を持ち、『天に向かって続く数』(加藤文元、中井保行)を通して研究をした。これらは、P+Q=1、PQ=0 となり $x^2=x$ の解と係数の関係 を満たしている。これらのことから、無限 10 進数という数における 2 次方程式の解の公式を求めることを目標に研究をした。

2. 方法

無限 10 進数における 2 次方程式の解の公式を見つけるために、無限 10 進数における平方根について以下 3 種類に分類してそれぞれ研究をした。その際無限 2 進数、無限 5 進数についての性質も研究した。 $x^2 = L$ の無限 10 進数解 x について

- (1) L が 10 と互いに素な数の平方根
- (2) Lが2の倍数、5の倍数の平方根
- (3) Lが 2^{∞} 、 5^{∞} の倍数の平方根

3. 結果

無限 10 進数 L は k,m を用いて $ilde{*}$ k_1 k_2 k は整数、 m、n は 0 以上の整数

- ① $L=(2^2)^m (8k_1+1)P+(5^2)^n (5k_2\pm1)Q$ のときL は 4 つの平方根を持つ。
- ② $L=(2^2)^m(8k_1+1)P$ のとき、Lは2つの平方根を持つ。
- ③ $L=(5^2)^n$ (5 $k_2\pm 1$)Q のとき、L は2つの平方根を持つ。
- ④ L=0 のときL=は平方根を1つだけを持つ。
- ⑤ Lが①~④以外の場合はLの平方根が存在しない。

以上より、無限 10 進数における全ての平方根を表すことができたので無限 10 進数における 2 次方程式の解を求めることができるようになった。

- 4. 参考文献 加藤文元 中井保行 『天に向かって続く数』(日本評論社)
- **5. キーワード** 無限 10 進数 ペレリマン数

発表テーマ 0ターンババ抜きの確率

発表者氏名 加藤一輝 納谷将人

Abstract

In this experiment, we looked for the probability that all players in a game of Old Maid would discard all of their cards at once, resulting in a "Zero Turn". To do this, we tested all possible combinations of the number of cards (13-53) and number of players (2-6). A trend was found, which is shown in the graph below.

1. 目的

0 ターンババ抜き(手札が配られた時点で全てペアとなる)が本当にできるのか?どのくらいの確率で起こるのか?を疑問に思い、枚数や参加人数を変えながらその確率を調べてみた。

2. 仮説

人数が少ないほど確率は高くなる カードの枚数が少ないほど確率は高くなる

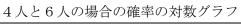
3. 方法

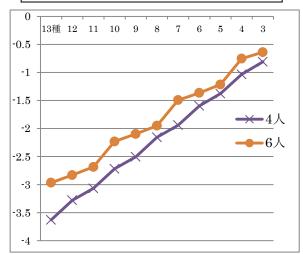
参加人数を変えたり($2\sim6$ 人の場合)、カードの種類を変えたり($3\sim1$ 3種類)しながら、それぞれの場合において、0 ターンになる可能性のある特定の人の確率について、組合せを用いて計算する。

4. 結果と考察

仮説の通り、カードの枚数が少ないほど確率は高かったが、仮説に反して参加人数が多いほど確率が高くなっていた。

また、結果をグラフ化し、規則性を考えた。常用対数の値をとることにより、グラフがほぼ直線で表せた。また、人数によっては折線になったが、それにも規則性があることを発見した。





5. 結論

仮説に反して参加人数が多いほど確率が高くなっていたのは、参加人数が多いほど1人に配られるカード の枚数が少なくなったためと考えられる。

グラフがほぼ直線で表せており、人数によっては折線になったが、それぞれの場合で 0 ターンになる可能性のある人数毎に分けて考えるとほぼ直線になっていた。

コラッツ予想の複素数平面への発展

Development of Collatz conjecture into complex plane.

原田 秦冴 六郷 碧空 田中 崇太郎 Shingo Harada, Sora Rokugo and Sotaro Tanaka

Abstract(要旨)

It is generally expected that the "Collatz conjecture", which is expected in terms of natural numbers, is proved.

So, we wonder what happens when we develop Collatz conjecture into complex plane.

1. 目的

コラッツ予想を複素数の範囲に拡張し、奇数に対する操作を変化させていき、得られる値を 複素平面上に図示すると、自然数の時と同じように特定の値を繰り返す(以下、ループする、という) 場合があった。

ループする時の奇数の操作の法則性の発見、及びその一般化をする。

2. 方法

偶数に対しての操作を一定にして、奇数に対する操作を変化させていき、最終的にループするのかどうか を調べた。

偶奇条件、それぞれに対する操作の基本となるものは、先行研究を参考にした。

先行研究から得られた、奇数 a+bi に対しての基準の操作は(a+bi)(2+i)+(b+ai)である。

これを展開して整理すると 2a+(2a+2b) i と表すことができる。

基準の操作のかける数や足す数の符号を変えたり、共役な複素数にしたりして同様に整理すると ループする場合において、

Pa+Qb+(Ra+Sb)i (PQRS のうち三つの絶対値は 2、もうひとつは 0)

という形になることがわかった。

そこで、考えられる PQRS の符号の組み合わせ、全32 パターンについて調べた。

演算には Excel 2016 を用いた。

3. 結果

Pa+Qb+(Ra+Sb) *i* について

Р	Q	R	S	ループ
0	+	+	+	0
0	+	+	_	0
0	+	_	+	×
0	+	_	_	×
0	_	+	+	×
0	_	+	_	×
0	_	_	+	0
0	_	_	_	0

Р	Q	R	S	ループ
+	0	+	+	0
+	0	+	_	×
+	0	_	+	0
+	0	_	_	×
_	0	+	+	×
_	0	+	_	0
_	0	_	+	×
_	0	_	_	0

P	Q	R	S	ループ
+	+	0	+	0
+	+	0	_	×
+		0	+	0
+	_	0	_	×
_	+	0	+	×
_	+	0	_	0
_	_	0	+	×
_		0	_	0

Р	Q	R	S	ループ
+	+	+	0	0
+	+	_	0	×
+	_	+	0	×
+	_	_	0	0
_	+	+	0	0
_	+	_	0	×
_	_	+	0	×
_	_	_	0	0

4. 考察

Pa+Qb+(Ra+Sb) i の「P E S」「Q E R」の符号がそれぞれ等しいとき、ループした。0 は ± 0 と考える。

5. 結論

偶数に対する操作を 1+i で割ることで統一したとき、奇数に対する操作から、ループするかどうかを判別 することができると予想される

6. 参考文献

虚数の整数の研究 - 偶奇性を使った魅力的応用の創造-津山高専・数学クラブ

http://www.tsuyama-ct.ac.jp/matsuda/mathclub/complex_2011.pdf

7. キーワード

コラッツ予想 複素数 複素数平面

時間割の評価システム

柳原 功太郎 宮原 里菜 足立 紘基 竹内 翔維

Abstract

Now, when a school makes a new class timetables, it takes a lot of time and requires a specialized program which cost much money. So, our goal was to develop new programs that can create, evaluate and optimize class timetables by using "Microsoft Office Excel".

1. 目的

時間割評価を最適化問題として定義し、Excel を用いて本校の時間割を評価するプログラ ムを構築すること。「時間割が最適である」とは、以下のように定義する。

- (i) 生徒の授業予習の負担が少ない (ii) 教員の授業準備の負担が少ない

2. 方法

①状況に応じた条件(絶対条件、制約条件)に対し、ある時間割の得点を目的関数 P と して定式化。目的関数 P の最大値を求め、その値をとる時間割を最適とする。

$$P = A * \{ \sum a(i) * (S(i) - p(i)) \}$$

ただし、ある科目 i に対して、得点及び、条件を以下のように表す。

- S(i): 得点 $A = \{0,1\}$: 学校絶対条件 $a(i) = \{0,1\}$: 科目絶対条件 p(i): 科目制約条件
- ②(i)と(ii)に基づき条件を定め、Excel VBA を用いて時間割を評価する。

※制約条件の例 ・各科目の授業日程の間隔が均等である

- ・各科目の授業時間(午前・午後)が均等である
- ・文系科目と理系科目が連続しない

3. 結果

本校の時間割における目的関数を定式化し、時間割を評価するプログラムを構築した

4. 考察·結論

- ・作製した評価システムの採点方法について、正確性を確認する必要がある
- ・学校の様々な状況に応じて制約条件を変更できることに加え、Microsoft Office Excel を 用いたことでの汎用性が期待できる
- ・評価済みの時間割をより高い得点にするようなプログラムに改変することで、評価シ ステムの実用化が期待できる

5. 参考文献

「今すぐ使えるかんたん mini Excel 小辞典」 「完全ガイド Excel 関数&マクロ・VBA」 「Excel VBA 実践テク ユーザー・ハンドブック」

6. キーワード

Microsoft Office Excel 時間割 最適化問題 定式化 標準偏差

School School

ループという現象~コラッツ予想より~

The loop phenomenon ~ Collatz Conjecture~

古川陽一

Yoichi Furukawa

Abstract

Collatz Conjecture is one of the most difficult problem which has bothered all the mathematician in the world. Now, I research Collatz Conjecture and the loop which is found in the modified Collatz Conjecture.

1. 目的

コラッツ予想とは、ドイツの数学者ローター・コラッツによって唱えられた未解決問題である。それは、 任意の自然数に対して、奇数であれば3をかけて1を足す、偶数であれば2で割るという計算で、どんな自然数 も必ず1になるというものである。簡単な四則計算でありながら世界中の数学者を悩ませている問題であること に興味を持ち、計算過程や改変した問題を考えることから証明への糸口がないか考えてみた。

- 2. 方法
- (1) コラッツ予想の計算において、ある自然数を n とした時、 $\lceil 3n+1 \rfloor$ を $\lceil 3n-1 \rfloor$ 、 $\lceil 5n+1 \rfloor$ 、 $\lceil 7n+1 \rfloor$ に変化させた場合の結果を比較した。
- (2) ループについて多項式を用いて考えてみた。
- 3. 結果・考察
 - (1) の結果を円グラフにして、解の割合を調べたところ「3n-1」では、調べる範囲を拡大しても各割合はほぼ変わらなかった、また「5n+1」では、調べる範囲を拡大したところオーバーフロー(数が発散する)割合が大きくなった。
 - (2) ループについて 2 度だけ n 倍して 1 を足す場合は左下の式で表し、この 2 つの式より次の (あ) を導いた。 An+1=PB

Bn+1=QA B $(PQ-n^2)-n=Q \cdot \cdot \cdot (5)$

- (あ)を満たす数の組み合わせの例として、A=27, B=611, $PQ=2^{15}$, n=5 があり、これは、181m+1 の計算では、27からスタートしてループし、181m+1 がループの中で 2 回行われていることになる。実際に、 $\{181m+1\}$ $27\rightarrow4888 \rightarrow 2444\rightarrow 1222\rightarrow 611\rightarrow 110592\rightarrow 55296\rightarrow 27648\rightarrow 13824\rightarrow 6912\rightarrow 3456\rightarrow 1728\rightarrow 864\rightarrow 432\rightarrow 216\rightarrow 108\rightarrow 54\rightarrow 27$ となる。A=27 以外にも、A=35, 99, 611 があることが分かった。
- 4. 結論・今後の展望
 - (1) で見られた、解の割合の変化について、変化する理由、変化しない理由を考えていきたい。
 - (2) ループについて、ループするための計算とループする元の数をより多く見つけて、その散らばりを調べたい。
- 5. キーワード コラッツ予想、3n+1、多項式

Aichi Prefectural Toyota Nishi Senior High School

自然界に愛された1 ~ベンフォード則の不思議~

"1" Loved by nature. ~mystery about the rule of Benford~

清水 遥介 高橋 直希

Yosuke Shimizu Naoki Takahashi

Abstract

Prof. Dr. Benford said "The top digit of some data is not random. They have some special distribution." We check some data and make sure that they have some special distribution.

1.目的

身近な事柄についてベンフォード則が成立するかについて調査し、10 進数以外でも規則性があるのか、最高位の数が どのような分布を示しているのか、どのような条件下でベンフォード則が成り立つのか考察する。

2. 方法

世界の国や東海地域の人口・面積で最高桁の数において 1 から 9 の数の分布を調査し χ^2 検定で調べた。また最高位から二桁目の数がベンフォード則に従うかや、ポアンカレのルーレット定理に基づくその他の規則についても調べた。世界の国の人口、面積において 3 進数から 9 進数の最高桁の数の分布について調査した。各進法での最高桁の分布は $\log_m(N+1) - \log_m(N)$ (m は進数の数、N は最高桁の数に対応している)と予測した。予測値が正しいことを統計的に示すために χ^2 検定で評価した。

3.結果

世界の人口・面積においては χ^2 の値が 4.46、1.12 となり棄却域に入ったので、ベンフォード則に従った。東海地方の市町村の人口・面積でも同様に χ^2 の値が 8.27、1.49 となり棄却域に入ったのでベンフォード則に従った。二桁目の数に関しては、ベンフォード則に従わなかった。選挙の得票数においては、 χ^2 の値は 122 となり、棄却域に入らなかったので、ベンフォード則に従わなかった。選挙についてはもう一年分のデータも検証を行ったが、 χ^2 値は 105 となり、棄却域に入らなかったので、ベンフォード則に従わなかった。

4.結論とその考察

人口・面積の最高桁の分布は、 χ^2 検定からベンフォード則に従っていることがいえるが、選挙では、棄却域に入らなく、二回とも同じような分布を示したので、選挙については特有の分布が存在していると考察した。 他の進法について最高桁の数の分布を調査したところ、他の進法でも最高桁の分布が一様なものでなく特定のものになっているので、ベンフォード則を応用できると考察した。最高位から二桁目の分布はベンフォード則に従わなかったが、ポアンカレのルーレット定理に基づき、より深い考察も行った。

5.参考文献

数学で身に着ける柔らかい思考力 ダイヤモンド社

ロブ・イースタウェイ ジェレミー・ウィンダム 著 水谷淳 訳

例題で学ぶ統計的方法 創成社 井上洋 野澤昌弘 著

6.キーワード

ベンフォード則、対数関数、統計

2811 石川県立金沢泉丘高等学校

Ishikawa Prefectural Kanazawa Izumigaoka Senior High School

黄金角を利用した針葉樹型太陽電池の効率的なデザイン

An Effective Design of Coniferous-tree-like Solar Cell by Using the Golden Angle

油片 愛翔 片岡 律貴 駒形 圭吾 時岡 直輝 中橋 優介

Abstract

We designed Coniferous-tree-like solar cell. It can generate electricity effectively since it catches light from any direction. We made the model of Coniferous-tree-like solar cell, and calculate its area. We compared changes of the calculated area of it and generated electricity of the real experiment.

1. 目的

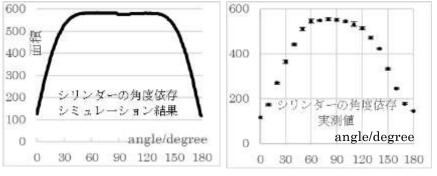
本校の物理部では、空のあらゆる方向からくる光(散乱光)を利用することで、太陽光発電を効率化できると考え、針葉樹の葉を模した太陽光電池の開発を行っている。フィボナッチ数列(1.1.2.3.5.8...)と関連する黄金比、黄金角($\phi = 137.508$)を用いることで針状の太陽電池が重ならずに効率的に配置できる太陽電池(生態模倣技術)のデザインのキーポイントとなる直接光を受光する面積の計算を理論とシミュレーションの両方で行った。

2. 方法

針状太陽電池の受光面積の角度依存を理論計算した。また、3D モデルをソフト "Blender"を用いてコンピュータ上で作成し、角度を変えて 3D モデルの画像を画像解析ソフト"ImageJ"を用いて解析し、受光面積を比較した。

さらに、白熱電球と本物の針状太陽電池を用いて電力の角度依存を測定し、結果を 比較した。

3. 結果



90 degrees
60 degrees

受光面積を求める計算式の一般化に成功した。

10 degrees

4. 考察と結論

針葉樹型太陽電池の発電量と、画像解析による受光面積の測定値は一定の関係がある。 また、針状太陽電池の受光面積の計算式の一般化を行うことができたので、シミュレーション結果や実測値との比較を行うことができた。

- 5. 参考文献 石川県立金沢泉丘高等学校 物理部
 - "散乱光を最大限利用する針葉樹型太陽電池の開発~太陽光発電を新たな次元へ~"
- 6. キーワード フィボナッチ数列 黄金比 黄金角 生態模倣技術

折り紙を折って作る器の最大容積

The maximum capacity of a folded origami

田原功揮 栁澤啓史 袖元継 御手洗勇輝 中條朝陽

Abstract

Our purpose is to find the maximum capacity of a folded origami. So we made some figures and some formula to determine theirs capacity. We assumed that the capacity of the hemisphere is the maximum and according to the assumption, the proportion of the capacity of the hemisphere to the figures was given out. Now, in our research, the maximum value of it is about 91.5%

1. 目的

一定の面積を以て最大の容積を作れたならば、折り畳み可能な水筒のようなものを作れるかもしれない。疑 似平面的に折り畳みが可能であり、かつ容積が大きいのならばパフォーマンスのいい持ち運び容器といえよう。

2. 方法

一定面積の正方形を、切ったりせず折るだけという条件の下で可能な限り様々な図形の種類を考える。そしてその形での最大容積を、式を立てその関数の最大値を求め、一定面積で作ることのできる半球の体積で割って (図形の容積)/(半球の容積)……① の値を比較し最大容積を定める。ただしここでは容積は、入れられるだけの水の体積と定義する。(表面張力は考慮しない)

3. 結果

私たちが鬼灯型と呼んでいる半球を平面に置いて平面と平行に切ったどの面でも正方形が内接しているように変化する図形が最大容積ではないか、となった。

4. 考察

まず直方体型の容積<台形立体型となったため、図形の形が半球の形に近づいていくほど容積が大きくなるのではないかと考えられる。鬼灯型は台形立体型を半球に極限に近づくようにさらにさらにと折っていった図形であることが、鬼灯型が最大となった要因であろう。

5. 結論

鬼灯型が≃91.5%(①の定義に従う)となり現時点で最大となった。

6. 参考文献

進め数学探検隊〜微積編〜

7. キーワード

折り紙 鬼灯型

N進レプユニット数が合成数になるための条件

小坂 孝一郎

KOSAKA Koichiro

Abstract

This study is to find BIG prime numbers by using repunit number in Base n. It seemed difficult to find the conditions that the numbers are prime number. So this study is about the conditions that the numbers are composite number. If you know that conditions, the numbers that might be prime numbers get less.

0. 定義

n進法におけるa桁の数111…111_(n) = $\frac{n^{a}-1}{n-1}$ = f(n,a)

1. 目的

f(n,a)型の素数を見つける

2. 方法

f(n,a)が合成数になる条件を求め、素数の候補であるf(n,a)を絞る

3. 結果

f(n,a)について

- 1. aが合成数 $\rightarrow f(n,a)$ は合成数
- 2. nが累乗数のとき $(n = q^r)$ 、rがaの累乗数でない $\rightarrow f(n,a)$ は合成数
- 3. $a = 3m^2 (m \in \mathbb{N}) \land n, 2n + 1$ が素数 $\rightarrow f(a, n)$ は合成数(証明は不完全)
- 4. 考察

f(n,a)が合成数になる条件はいくつか求まったものの、素数の探索が飛躍的に簡単になってはいない。

5. 結論

f(n,a)が合成数になる条件が3つ求まった。これにより、f(n,a)型の素数を探索するのが若干平易になった。

- 6. 参考文献 なし
- 7. キーワード

n進法 レプユニット数 素数

n 次元空間内のオイラー線についての考察 Consideration of n-dimensional Euler Line

青柳俊吾

Aoyagi Shungo

Abstract

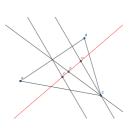
I studied Euler Line in n-dimensional space by application of orthogonal coordinate system. And the proposition was proved that some types of n-dimensional simplex has the Euler Line.

1.目的

三角形の性質の一つとして知られるオイラー線が n 次元直交座標系への一般化によってどのような振る舞いをするのかについて考え, その証明を与える.

2. 方法

2 次元で外心, 重心, 垂心を結ぶ直線だったオイラー線を, n 次元直交空間に一般化するために外心, 重心, 垂心それぞれの点の位置ベクトルを考えて, それが一直線上にあるかどうかを調べる.



3. 結果

外心は必ず存在し、外心を原点とする座標系で重心の位置ベクトルは $\frac{1}{n+1}\sum_{k=1}^{n+1}A_k$ で常に存在し、垂心は頂点を共有しない 2 辺が直交という条件付きで $\frac{1}{n-1}\sum_{k=1}^{n+1}A_k$ という位置ベクトルで存在することが分かった。従ってオイラー線は $t\sum_{k=1}^{n+1}A_k$ と表されることが分かる.

4. 結論

外心と重心についてはn次元空間に拡張しても性質はほとんど変化しない。垂心は2次元の時に予想された一般化とは少し違った形となった。

5. 参考文献

大学の線形代数 石井俊全著 株式会社技術評論社,2015

6. キーワード

n 次元空間 オイラー線 垂心 単体

(指定校番号) 東京学芸大学附属高校

Affiliation

発表テーマ

Title 自然数の二つ飛ばしの和と素数、およびその発展

発表者 氏名 藤本 修嗣

Abstract

I considered the properties of the numbers which can't be made by TWO-skipped sum (ex.1+4+7,3+6), from any numbers and add any times, of the sequence which is arranged in ascending order. I made a proposal by using the program and could prove the properties of these numbers.

1. 目的

1, 2, 3, 4…と続く数列 An について、任意の数から任意の回数 2 つ飛ばしで足した和 (ex. 1+4+7, 3+6) で作れない数の性質について考察し、一般化を行う。また、 $2h(h \in N)$ つ飛ばしにおいて、同様に作れない数について一般化する。

2. 方法

Excel のマクロを使用して、2 つ飛ばしで作れる数をリストアップし、自然数全体の集合(作ることのできた最大の数まで)から取り除くことで、作れない数を求めた。それらの数を分析し、性質の予想を立てた上で、証明を行った。その証明をもとに、2h つ飛ばしの場合の証明を行った。

3. 結果

2 つ飛ばしの場合、その和で作れない数は、5 以下の自然数、2q、p*2q ($2q+1+13), のいずれかの形で表せることが証明できた。ただし、<math>q \in \mathbb{N}$ 、 $p \in P-\{2\}$ 。

4. 考察

2つ飛ばしのほかにも、4つ飛ばし、6つ飛ばしなどがあるので、

一般化ができるのではないかと考えた(飛ばす数が奇数の場合、簡単なので省略)。

5. 結論

2h つ飛ばしの場合、その和で作れない数は、2h+3 以下の自然数、p*2q $(2q+12h-12h+1<p<2h+12q+1-(2h-1), q∈N、p∈P-{2}$ a*b*2q (0<2h-12h+1-2q+1<b≤a<2b-1h+b+12q+1

bはabを素因数分解したときの最小の素数,b \in P-{2},a \in 0dd)となることが証明できた。

6. 参考文献 なし

7. キーワード

素数 自然数の和 2 つ飛ばし 2hつ飛ばし Excel のマクロ

共円の三次元拡張

東京学芸大学附属高等学校 濱田初佳

(発表形式;ポスター発表)

Abstract

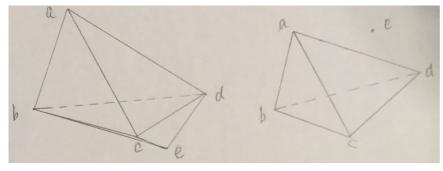
二次元空間における共円条件に関しては方べきの定理や対角の和、プトレマイオスの定理などが成り立つことが認められ、それを元に定石が考えられている。今回は、二次元で認められているプトレマイオスの定理に注目して三次元空間に応用し、その際に加法定理 sin(a+8)=sinacos8+cosasin8 を利用して sin(a+8+y)を考えることでこの式を図形的に表したものが三次元空間におけるプトレマイオスの定理に対応するものになるのではないかという仮説を立てて研究を進めた。

1 目的

「詰め共円」という同一平面上の4点を見つけるゲームを拡張し、三次元空間で同一球面上の5点を見つけるゲームを想定し、定石を考えることを目的とした。

2. 方法

角 a—dce)



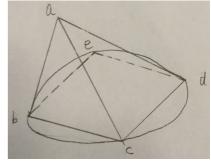


図 1

図 2

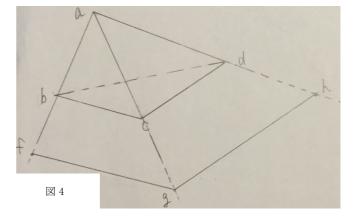
図 3

3. 結果

平面上の共円に関しては、プトレマイオスの定理、シュタイナーの定理、フォイエルバッハの定理、シム ソンの定理など12の定理が成り立っていることを確認し、それらの条件から、8 角形定石、1 6 角形定石、 いちご定石、メキシコ定石などが成り立つことを認めた。これらは実際にゲーム内で素早く共円を判定で きるように見やすくしたものであるため、三次元拡張後もこの形を目指したが、そこまでは至らなかった。

4. 考察

今回、プトレマイオスの定理を三次元空間に拡張した形での恒等式を示せなかったのは、加法定理や正弦 定理などの三角関数の概念が二次元幾何においてのものだったからだと考えられる。



5. 結論

プトレマイオスの定理は、三次元ミンコフスキー空間の光円錐上の4点において成り立つが、三次元空間に拡張して成り立つことは示せなかった。

6. 参考文献

http://nadamath2012.web.fc2.com/program/kyouen1.html, http://nadamath2012.web.fc2.com/program/kyouen1.html

7. キーワード

共円、共円判定、プトレマイオスの定理、ミンコフスキー空間、光円錐、相対論

3n+1問題

Collatz Conjecture

レザーイーアリー 山﨑佳人 俣木圭太 野口瑛喜

Ali Rezai, Yoshito Yamasaki, Keita Mataki, Teruki Noguchi

Abstract

The most fascinating mathematical problems are the ones that are easily formulated, but are very hard to solve and have remained unsolved for a long time, one instance of them is the "Collatz Conjecture".

1. 目的

"Collatz Conjecture"とは $f(n) = \begin{cases} 3n+1 & (n: 奇数) \\ \frac{n}{2} & (n: 偶数) \end{cases}$ として自然数 a_1 に対して $a_{n+1} = f(a_n)$ で定められる数列 $\{a_n\}$ (これをコラッツ数列と言う)がどんな a_1 に対しても、やがて $1 \rightarrow 4 \rightarrow 2$ を繰り返すことになるだろうという予想である。

我々はこの問題について考察を行った。

2. 方法

我々はこの予想に、2つの方法でアプローチした。

(方法1)コラッツ数列のループに着目した考察

 $1 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ 以外のループの存在を調べる。

(方法2)コラッツ数列を逆にたどる考察

 $b_1 = 1$ として, $b_{n+1} = f^{-1}(b_n)$ で"数列" $\{b_n\}$ の規則性を調べる。

$$f^{-1}(1) = 2$$
, $f^{-1}(2) = 4$, $f^{-1}(4) = \{1, 8\}$, ...



(方法1)で 1→4→2 以外のループは奇数を3個まで含むものは存在しないと検証できた。

(方法2)で3の剰余類で観察すると興味深い規則性が見つかった。

4. 考察

(方法1)の手法を一般化することは困難である。

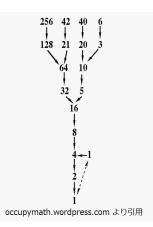
(方法2)では規則性は見つかったがその規則性でこの予想を証明することはできない。

5. 参考文献

難波完爾(1984)、「角谷の問題」、数学セミナー、「数学100の問題」、日本評論社

6. キーワード

Collatz Conjecture、3n+1問題、 角谷の問題



連分数展開による $\sqrt{2}$ 小数部分の近似無理数の探索

小林理樹、齋藤一真、齋藤航、鈴木仁、濱口恭佑

Abstract

The fractional part of $\sqrt{2}$ lines up infinite numbers such as $\left\{\sqrt{2}\right\} = .4142135623730950488\cdots$. We studied continued fraction expansion and found the series of $\left\{a_n \mid 12,\ 41,\ 180,\ 925,\ 5100,\ \cdots\right\}$. For example, $a_{15}=221684103940$, and $\left\{\sqrt{a_{15}}\right\} = .4142135623746899\cdots$, which is very similar to $\left\{\sqrt{2}\right\}$.

1. 目的

漸化式を用いて、連分数展開をすると b ($b \in N$) が n 個続く無理数 $[a; \dot{b}, b, \cdots b, 2\dot{a}]$ (b は n 個, $a \in N$) の規則性を調べる中で、具体例として b=2 の場合、 $n \to \infty$ のとき、その無理数の小数部分が $\sqrt{2}=[1;\dot{2}]$ の小数部分に限りなく近づくので、 $\sqrt{2}$ の小数部分にその小数部分が近づいていく無理数の存在を調べた。

2. 方法

連分数展開をすると $[a; \dot{b}, b, \cdots b, 2a]$ (b は n 個, $a \in N$) となる無理数の数列を $\left\{\sqrt{a_n}\right\}$ として、その数列の各項の小数部分を Excel を用いて書き並べ、 $\sqrt{2}$ の小数部分と比較する。

3. 結果

Excel による計算から、 $a_{15}=221684103940$ で、 $\left\{\sqrt{a_{15}}\right\}=.4142135623746899\cdots$ であり、 $\left\{\sqrt{2}\right\}=.4142135623730950488\cdots$ と非常に良い近似であることが分かった。また、n の値をさらに大きくすることによって近似精度が良くなることも分かった。

4. 考察

 $\sqrt{2}$ 以外の無理数についても同様に、近似無理数の存在を確認することができる。 ex) $\frac{1+\sqrt{5}}{2},\sqrt{13}$

5. 結論

数列 $\left\{\sqrt{a_n}\right\}$ の小数部分は n の値を大きくしていくと、 $\sqrt{2}$ の小数部分に近づくことが分かった。しかし、精度の高い近似値を求めるためには、n の値を相当大きくしなければならない。

6. 参考文献

塩川 宇賢:無理数と超越数(森北出版株式会社)

7. キーワード

無理数 \sqrt{N} 、小数部分、連分数展開

立体チョコレート切り取りゲームの必勝法

現田翔太郎 神道凌也 水谷圭 溝口景介

Abstract

Consider a rectangular-shape chocolate chunk whose size is $10 \times 6 \times 3$. Now, this game is in your turn, and you can cut the chocolate into two chunks. You must cut straightly with a single knife and one side chunk is taken over to the opponent. Size of the remaining chunk should be $a \times b \times c(a, b, c \in \mathbb{N})$. Then your turn is over. This game is alternately performed by two people (you and opponent), and lose the player who take the last chocolate chunk with $1 \times 1 \times 1$. What would be the best thing to do?

1.目的

 $a \times b \times c$ の直方体をしたチョコを 2 人が順番に切り取っていくゲームについて考える。 ただし a,b,c は自然数とする。 最後に $1 \times 1 \times 1$ のチョコを残した人が勝ちとなる。 このルールの下で必勝形が存在するかどうかを調べた。

2. 方法

 $a \times b \times c$ のチョコを以後 (a,b,c) と表記することにする。

- (7). a=1,2,3 のときの必勝法を調べる。
- (イ). 結果を表にまとめ、法則を探る。

3. 考察

3次元で見つかった法則が n 次元においても同様に成り立つことが確認できた。

4. 結論

必勝形の表をもとに法則を探り、その結果、立体チョコレート切り取りゲームの一般的な 必勝法を発見した。

5. 参考文献

数学オリンピックチャンピオンの美しい解き方 (テレンス・タオ 著 寺嶋英志 訳) 石取りゲームの数理(一松信 著)

6. キーワード

ニムゲーム、必勝法

茨城県立水戸第二高等学校 Ibaraki prefectural Mito second high school

積の魔方陣 Magic squares with multiplication

宮本 果弥 Kaya Miyamoto

Abstract

Magic squares are square formations with numbers which are arranged so that sums of each line will be equal, vertically, horizontally, and diagonally. I made magic squares with not equal sums of each line, but products of each line, and examined the pattern of numbers by multiplication.

1 目的

一般的に,魔方陣はどの列においても数字の和の値が等しい方陣である。本研究では, これを積の値が等しくなるような魔方陣のパターンについて調べることを目的とした。

2 方法

魔方陣の条件を 3×3 の方陣で、同じ数は使用しないものとする。積の魔方陣を作るためには、それぞれの枠の数字を素因数分解し、縦、横、対角線の積すなわち特定の素因数の指数の和を同じにする必要がある。このとき一番簡単な 0、1、2 のみで和が 3 になる和の魔方陣を考えることによって積の魔方陣のパターン数を調べた。また、回転させて同じになる魔方陣は 1 個として考えた。

3 結果と考察

方陣の枠に入る数については、0、1、2 の和の魔方陣のパターンが有限のため、素因数は 4 種類までしか入れることができない。それを考慮すると、素因数が 2 種類の場合、できた 1 個の魔方陣を基準として考えると、それぞれの素因数の指数を入れ替えた 2 個の魔方陣のみになった。素因数が 3 種類の場合、和の魔方陣の枠の中の数字の入れ替えのパターンが 3 つの魔方陣が 2 個、そのパターンが 6 つの魔方陣が 1 個あるので、 $3\times2+6\times1=12$ より、 12 個の魔方陣ができる。素因数が 4 種類の場合、できた 1 個の魔方陣を基準として考える と、和の魔方陣の枠の中の数字の入れ替えのパターンにより 24 個の魔方陣ができるが、 90° ごとに回転した魔方陣が含まれているので、 $24\div4=6$ で、6 個の魔方陣ができる。

6 参考文献

魔方陣の世界 大森清美 株式会社日本評論社 2013

7 キーワード

魔方陣 素因数分解

多段螺旋折り

Multi-Stage Spiral Folding

吉田 悠人

Abstract

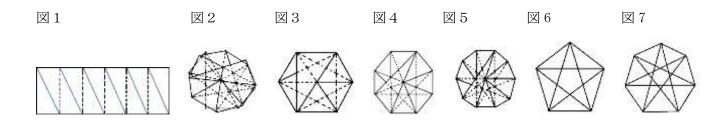
Have you ever thought whether we can make circle by folding square paper? I' ve thought about that since I was little. My research's theme has come from this idea. I' ve thought the way to make circle from square paper and found it through my research. I named the way "Multi-Stage Spiral Folding".

1. 目的

四角い折り紙を折ることで円に近似した多角形を作り出す. また、それを一般化する.

2. 方法

折り紙を弄っている内に、図1のように紙を折ると図2のような円に近似した図形になることを発見した(実線は実際に見える辺、破線は上に紙が重なっている辺). この折り方を多段螺旋折りと名付けた. そこで、どうにかしてバラバラな頂点を重ねられないかと思い、様々な大きさの紙を折って法則を探した. その結果、図3~5のような多角形を作る事に成功し、また一般化をすることが出来た.



3. 結果

 $1:\sqrt{3}$ の紙を 4 枚繋げた物を多段螺旋折りすると六角形が, $1:\tan 67.5^{\circ}$ の紙を五枚繋げた物を多段螺旋折りすると八角形が, $1:\tan 72^{\circ}$ の紙を多段螺旋折りすると十角形がそれぞれ作れた.

4. 考察

奇数の多角形を作る事は不可能であった.これは、図6,7のように、奇数の多角形の対角線を取ったときに 直角三角形が現れない為であると考えられる.

5. 結論

n角形を作りたいときは,

 $\tan\left\{\frac{90(n-2)}{n}\right\}^{\circ}$:1の長方形を $\frac{n+2}{2}$ 個繋げた紙を多段螺旋折りする(但しnは偶数).

6. 参考文献

なし

7. キーワード

多段螺旋折り 折り紙 多角形 円

Meijo University Senior High School

平面を使って一次不定方程式を解く Solving an indeterminate linear equation on planes

荒川 真妃 須田 倫代 安野 凜 Maki Arakawa Michiyo Suda Rin Yasuno

Abstract

We solved an indeterminate linear equation with two variables(x,y) using its graph. There is a condition the graph (function) which is given "x(integer)" returns an integer as "y." Applied the same method, a general solution of an equation with three variables(x,y,z) can be determined with z and n(z,n; any integer).

1. 目的

1次不定方程式 ax+by=c (a,b) は互いに素)を満たす整数解の組(x,y)を平面上の直線に乗る格子点と捉えて解く。更に、3元1次方程式の解について考える。

2. 方法

- ①適当な不定方程式で直線を描き、格子点の現れ方と係数の関係を知る。
- ②係数 a,b が大きくなっても格子点を見つける作業を、グラフで把握する。
- ③3元1次方程式の解(x,y,z)を規定する要素を見つける。

3. 結果と考察

- ①ax+by=c 上の格子点は、格子点(p,q)を1つ見つければ、(p+bn,q-an),(n は任意の整数)と書ける。
- ②a,b が大きくても、格子点を見つけることができる。平面上に関数を描き横軸からある数を1つ与えると、縦軸に値が1つ返る。不定方程式で表される直線を描き、横軸からある整数を与えて縦軸に整数が返る条件を求める。x,yのうちどちらか小さい方の係数で不定方程式を割ると、x(またはy)を[必ず整数になる部分]と[必ずしも整数にならない部分]の和の形で書ける。後者が整数であるための条件は、別の文字(整数)を用いた不定方程式となる。この方程式が表す直線を別の平面上に描き、同様の操作を繰り返すと、係数が徐々に小さくなり格子点が見つかる。これはユークリッドの互除法で余りを小さくしていく過程に似る。

4.結論と今後の課題

2元1次方程式は、何らかの方法で1組の整数解を得れば一般解を書ける。3元 1次方程式は、2元1次方程式を応用すれば解ける。また、3元1次方程式は、平 面を表す式である。今後、そこに乗る格子点と係数の関係を明らかにし、空間内で どのように格子点が並ぶのかを明確に把握できるようにしたい。

5. キーワード

2元1次不定方程式、3元1次不定方程式、平面、直線、格子点、空間

「コラッツ予想及びその拡張に関する考察」

Collatz problem and the extension of it

黒田瑛太郎 城所陽生 高木堅

Kuroda Eitaro , Kidokoro Yosei , Takagi Ken

Abstract

We researched Collatz problem and the extension of it.

We found "Loop equation" that is derived from a recurrence formula.

Then we developed algorithms using "Python" to simplify calculations.

And we made new forecasts that are similar to Collatz problem.

1.目的

コラッツ予想を一般化したもの、あるいは類似した問題についての性質を調べること。

2.コラッツ予想とは

 $a_{n+1} =$

$$\begin{cases} \frac{a_n}{2} & \text{if } a_n \text{ is even} \\ 3a_n + 1 & \text{if } a_n \text{ is odd} \end{cases}$$

上の漸化式によりすべての自然数は4,2,1のループに収束するという予想である。

3. 方法

- ①python を用いて計算の簡略化、仮説の検証をした。
- ②偶数の場合に $3a_n+1$ 、奇数の場合に $(a_n+1)/2$ という操作をするとループすると予想し、 それをツッコラ操作と名付けた。
- ③奇数 a_n の場合に、次項を $3a_n+(2\alpha-1)$ とするときの数列の様子を調べた。

4.結果

初期値が偶数の場合にツッコラ操作とコラッツ予想の過程の中の奇数の次に出てくる偶数は一致した。

③の場合に、 までは3を含むループに収束するとpythonを用いてわかった。

5.考察

漸化式が $3a_n+(2\alpha-1)$ の形をとるときその数列は必ずループすると考えられる。特に $\alpha=1,3a_n+3$ の場合は必ず 3 を含むループに収束すると考えられる。

6.結論

ツッコラ操作は初期値が偶数の場合にコラッツ予想と同値であることを証明した。よって、ツッコラ操作の初期値が偶数の場合が4に収束することは、コラッツ予想が真であることの必要十分条件である。

コラッツ予想は $3a_n+(2\alpha-1)$ の予想の要素であると思われる。

7 キーワード

コラッツ予想

Nagoya city Koyo high school

「魔方陣の拡張」

Expansion of Magic Square

藤田 力丸 竹中 魁一

Fujita Rikimaru Takenaka Kaichi

Abstract

Men who were attracted by the attraction of numbers...The study of the magic sphere has captivated us.

Our research is things about it.

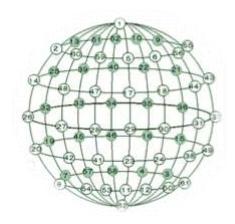
1. 目的

魔方陣を拡張した時に、どのような場合においてその魔球陣が存在できるのか証明する。

2. 方法

- ①魔球陣という陣が存在するための条件を調べる。
- ②①が達成された場合の魔球陣の緯和(I)と経和(K)の値を一般化する。

3. 魔球陣の定義



a本の緯線、b周の経線から成る魔球陣をa緯b経の魔球陣とする。

又、 $1\sim(2\,ab+2)$ の連続する数を過不足なく経線と緯線の交点に置く。その他に,経和=K、緯和=Iとする。この時、I=Kとなるものを魔球陣とする。

4. 結果

- ①について…b=a+1となる時に、I=Kとなる魔球陣が作れることが分かった。
- ②について…b=a+1より、N 緯N+1 経の魔球陣とも言える。

またその魔球陣の I(= K)は $2N^3 + 4N^2 + 5N + 3$ となることが分かった。

5. 今後の展望

魔球陣をすべて双子素数、いとこ素数など、素数の中でも特別なものを使用して作る。

3次元における反転とツールの作成

The inversion in the third dimension and making of a geogebra tool

髙山隼

Shun Takayama

Abstract

To prove that the inversion property in the 2D plane will be same for the third dimensional plane, and to create a tool of geogebra to present a practical example.

1. 目的

2次元平面で成立した反転の性質を3次元平面で成り立つことを証明し、geogebra のツールを作成して実用例を提示する。

2. 方法

数学ソフト「geogebra」を使用して2次元・3次元において反転の定義をツールという形で一般する。また、2次元においては反転の主な4つの性質を証明し、3次元においては反転の軌跡がどのような性質になるのかを調べる。そしてそれらの実用例を提示する。

3. 結果

3次元では、反転の中心を原点とすると、原点を通る球は原点を通らない平面に、原点を通らない 球は原点を通らない球に、原点を通る平面は元の平面に、原点を通らない平面は原点を通る球に変換 される。また、2次元平面で定義した geogebra のツールは、3次元でもそのまま使うことができる。

4. 考察

geogebra 内のツールは反転の定義をベクトルで表すことができるので2次元平面と同じように3次元平面でも使える。また、定義が同じなので3次元平面に拡張した時に直線が平面、円が球に拡張される。

5. 今後の展望

3次元においての応用例、実用例が少ないので応用の幅を広げていきたい。

6. 参考文献

マスオ (2017)「反転にまつわる軌跡の有名問題」https://mathtrain.jp/hantenkiseki

7. キーワード

反転 3次元 geogebra 軌跡

IB 数学と日本の数学の表現の比較について

On Comparison Between IB Math's and Japanese Math's Expression

郝 洋

Jayson Hao

Abstract

I have compared and discussed about the differences and the similarity between the two textbooks. There were several differences which were noticeable. The biggest one to mention is about how clear they answer questions. I thought that they have put strength in answering questions with logical steps.

1. 目的

数学的表現が違う部分を選出して、なぜそういう違いがあるのかを考える。

2. 方法

実際に IB で使っている Haese という教科書と数研出版の「数学 I ・A、Ⅲ・B、Ⅲ」と類似の問題を選んで比較する。

3. 結果

一番大きな違いは解答をするときに条件がしっかり表現されているかである。日本の数学では曖昧になっている恒等式か方程式の区別や、解答をする際の「かつ」と「または」がはっきり書かれていた。日本では不等式で表現される範囲は、集合で表されていた。また、三角比の正弦定理、余弦定理のような計量の問題では20.6°など、日本では扱われない角度が現れた。

4. 考察

このような違いは日本の重視している数学の要素と IB の重要視している部分が違うからだと思った。 日本では論理性よりは計算力が重視されていると感じた。 IB の数学は論理や条件が重視され、計量など では実用も意識されていると思った。日本特有の大学受験の文化がそのような違いを生んだと考えた。

5. 展望

今回は IB で使われている一つの教科書と日本のそれを比較しただけあり、他の国の場合などは考慮していない。それらも比較することで、国による数学観の違いが見えてくると思った。また、実際に歴史的な側面の裏付けができればいいなと感じる。

6. 参考文献

大島利雄 他 13 人、「数学 I · A、Ⅱ·B、Ⅲ」、数研出版

David Martin (4 others), "Mathematics for the international student Mathematics HL (Core)", Haese Mathematics, Third Edition

7. キーワード

IB 表記方法 記号

数列における階差数列の法則性

The rules of the progression of differences in the progression

新沼勇人 小矢沢琢三 亘哲汰

Niinuma Hayato, Koyazawa Takumi, Watari Tetta

Abstract

Take any arithmetical progression. When each term is raised to the power of " $m \ (m \ge 1)$ ", another arithmetical progression is obtained. Then we make a further progression by getting differences between the adjoining terms. As we repeat this process, all terms of the progression become the same integer (but which is not 0) in the end, in the "m-th" progression.

1. 目的

ある等差数列の各項をm(m≥1)乗した数列の階差数列を次々に取っていくと、第m階差数列ですべての項が 0 でない等しい数となることに気づいた。この階差数列に法則性があるのではないかと研究を進めた。

2. 方法

例として、 $\mathbf{a}_n = \mathbf{n}^2$ を右の図に示した。階差数列を次々に取っていき、 \mathbf{k} 回目の第 \mathbf{k} 階差数列を \mathbf{a}_n ^(k)とした。また、もとの数列は \mathbf{a}_n ^(l)とした。このとき、 \mathbf{a}_n ⁽²⁾ = 2 となることがわかる。この操作を \mathbf{a}_n = $(2\mathbf{n})^m$ や \mathbf{a}_n = $(3\mathbf{n}+1)^m$ などのように、ある等差数列にm乗をして、その第m階差数列の法則性を調べる。

3. 結果

公差dの等差数列 $\{a_n\}$ の $\{m+1\}$ 乗の $a_n^{(m+1)}$ の一般項はその数列のm乗の $a_n^{(m)}$ の一般項の $\{m+1\}$ d倍であることがわかった。また、このとき、初項を変えても同じ結果が得られた。特に、公差1であ

 $a_n = n^2 \mathcal{O}$ とき、 $a_n^{(0)} \quad 1 \quad 4 \quad 9 \quad 16 \quad 25$ $a_n^{(1)} \quad 3 \quad 5 \quad 7 \quad 9$ $a_n^{(2)} \quad 2 \quad 2 \quad 2 \quad = 2!$ $a_n = n^3 \mathcal{O}$ とき、 $a_n^{(0)} \quad 1 \quad 8 \quad 27 \quad 64 \quad 125$ $a_n^{(1)} \quad 7 \quad 19 \quad 37 \quad 61$ $a_n^{(2)} \quad 11 \quad 18 \quad 24$

 $6 \quad 6 \quad =3!$

 $a_{n^{(3)}}$

る等差数列をm乗して同様の操作を行った場合、第m階差数列は m! となった。

4. 考察·結論

等差数列をm乗した数列 $\{(dn+k)^m\}(k$ は整数)の $a_n^{(m)}$ の一般項はその等差数列の公差とmの値によって変化することがわかった。

5. 参考文献

『基礎からの数学Ⅱ+B』数研出版

6. キーワード

等差数列、階差数列

2721 愛媛県立松山南高等学校 Ehime Prefectural Matsuyama Minami High School

トーラスパズルの製作と研究 Production and Study of Torus Puzzle

石田航暉 岡本晴気 永井裕人 松尾龍冴 Koki Ishida Haruki Okamoto Yuto Nagai Togo Matsuo

Abstract

We created a new type of puzzle called "Torus-puzzle", which is derived from a 15-puzzle. We have studied this kind of puzzle to reveal whether it's always possible for the puzzle to be cleared. We succeeded in proving our theory with the idea of "permutation."

1. 目的

- (1) トーラスパズルを完成することが不可能な配置の条件を明らかにする。
- (2) 任意の盤面から完成することが可能か不可能か判別する方法を明らかにする。
- (3) 完成することが不可能な配置から、完成することが可能となる方法を考察する。

2. 方法

実際にパズルを製作し、試行することで法則を発見し、証明する。

3. 結果

- (1) 行数mまたは列数nが偶数ならば必ず完成することが可能であり、mとnがともに奇数のとき、完成形から偶置換で表せられる並び替えを行った配置は必ず完成することが可能であるが、完成形から奇置換で表せられる並び替えを行った配置は完成することが不可能である。
- (2) mとnがともに奇数のとき、完成形から奇置換で表せられる並び替えを行った配置は 完成することが不可能である。このことから、転倒数を調べたり、交差線図法を用いる ことで、任意の配置から完成することが可能か不可能かを判別することができる。
- (3) 同じ数字同士の互換は配置を変化させない奇置換であるため、mとnがともに奇数でも同じ数字が書かれたピースが2つ以上あれば必ず完成することが可能である。また、 奇置換で表せられる並び替えを行うことで完成することが可能となる。

4. 考察

長方形以外の図形や立体に拡張したトーラスパズルでも完成することが可能か不可能かは、奇置換の操作を行うことができるかどうかで決まるのではないか。

5. 結論

- (1) どのような配置からでも完成できるmとnが存在する。
- (2) 同じピースを 2 つ以上にすることで、全て0 m 2 n に対して、どのような配置からでも完成できる。

6. 参考文献

- ・松山南高等学校数学班(2008)「15 パズルの謎」
- David Joyner (2010) 「群論の味わい 置換群で解き明かすルービックキューブと 15 パズル」 共立出版

7. キーワード

スライドパズル 偶置換 奇置換

立体におけるチョコレートゲームの必勝法について

渡部媛珠 小阪蘭 岡田茉夕

Abstract

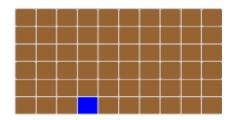
We examined whether a certain victory way of a chocolate game also stood up in solid. When it was checked, we found out that solid and a plane are the same way of thinking.

1. 目的

必勝法に興味があったので、必勝法が存在するゲームを調べたところ、チョコレートゲームというゲームを見つけた。通常平面で行われるチョコレートゲームを立体で行ったときに、必勝法は存在するのか調べようと思った。

2. ルール

- ・2 人のプレイヤーが交互にチョコレートを線に沿って切って食べていく。
- ・苦いチョコレートを食べさせられたほうの負け。



3. 方法

数学を使ったゲームでよく用いられるグランディ数という数を使ってどこを切れば勝てるのかを考える。 立体においてのグランディ数を求め、立体でも必勝法は成り立つのかを調べる。

4. 結果

最初のグランディ数が0のときは、立体を平面化して、グランディ数が0になるところで切ると勝てることが容易に分かるが、最初のグランディ数が1のときに必勝法が存在するかは現在研究中である。

5. 考察

立体のときには平面のグランディ数を応用することによって必勝法が存在するのかを調べたい。また今後は、グランディ数を使った新しいゲームを作りたいと思う。

6. 参考文献

http://chocolategame.jp/chocolate_game/choco_rule/choco_rule.html http://chocolategame.jp/chocolate_game/strategy/nim_sum.html http://math.colgate.edu/~integers/cgi-bin/get.cgi

7. キーワード

グランディ数 平面化 必勝法

第二種スターリング数,第二種 Whitney numbers と二項係数の合同式について

井東久也

Abstract

We research about relationship between Stirling numbers of the second kind, Whitney numbers of the second kind and Binomial coefficients modulo 2 or 3.

1. 目的

二項係数 $\binom{n}{k}$ と第二種スターリング数 S(n,k) の $\operatorname{mod} 3$ の場合においての関係を調べる。 さらに第二種 Whitney numbers $W_m(n,k)$ でも二項係数との $\operatorname{mod} 2$ での関係も調べた。

2. 方法

二項係数と第二種スターリング数の母関数を、漸化式を用いて求め、第二種スターリング数の母 関数を式変形して二項係数の母関数で表し、係数比較によって合同式を立てる。

第二種 Whitney numbers でも同様の手順で調べた。以下では $a \equiv b \pmod{p}$ を $a \equiv_p b$ と表す。

3. 結果

・二項係数と第二種スターリング数の mod 3 での合同式 (l を 0 以上の整数とする)

・二項係数と第二種 Whitney numbers $\mathcal{O} \mod 2$ での合同式 (l を 0 以上の整数とする)

$$m=2l$$
 のとき $W_m(n,k)\equiv_2 {n-1 \choose n-k}$
$$m=2l+1$$
 のとき $W_m(n,k)\equiv_2 {n+\left[\frac{k+1}{2}\right]-1 \choose n-k}$

4. キーワード

二項係数、スターリング数、whitney numbers、母関数

2506 茨城県立緑岡高等学校

Ibarki prefectural Midorioka senior high school

DLA パターンのフラクタル次元の算出について

Fractal dimension calculation of DLA pattern

櫻井康貴 篠田明優 加倉井勇太 石田創一郎

Sakurai KOKI, Shinoda AKIHIRO, Kakurai YUTA, Ishida SOUITIROU

Abstract

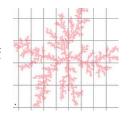
We created DLA patterns which have a self - similar fractal by use of Excel and examined the transition of fractal dimension obtained their fractal dimension from a box counting method and radius of gyration.

1. 目的

DLA パターンのフラクタル次元をシミュレーションにより,付着率の変化による遷移を調べた.

2. 方法

Excel を用いて DLA パターンのシミュレーションを行った.付着率を変え,シミュレーションで得られたパターンから回転半径法とボックスカウント法を用いてフラクタル次元を算出した.



作成した DLA パターン

3. 結果および考察

付着率	1%	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%	100%
box	1.843	1.667	1.852	1.699	1.816	1.731	1.668	1.584	1.742	1.686	1.759.
回転	1.810	1.837	1.915	1.638	1.855	1.755	1.688	1.780	1.672	1.791	1.681

付着率が高いとき,遮蔽効果がみられた.

4. 結論

フラクタル次元の算出には,多くの粒子の数,試行回数と極座標によるシミュレーション が必要であることが示唆された.

5. 参考文献

フラクタルの物理 (I) 基礎編 松下貢 裳華房 (2014.2.25)

6. キーワード

フラクタル次元 DLA パターン 回転半径法 ボックスカウント法

非平面的グラフの彩色多項式

山口侑大

Abstract

I want to demonstrate the four-color theorem by another proof. I found chromatic polynomials of representative non-planer graphs. I found chromatic polynomials of them have sequences. I'm trying to demonstrate the sequences are true.

1. 研究の背景と目的

四色問題はグラフ理論を用いて平面的グラフの点彩色の問題に置き換えられる。そこで,敢えて 非平面的グラフの彩色多項式の性質を調べ,平面的グラフにその性質を応用することができれば, 四色問題に対する有益な結果が得られると予想した。

2. 方法

代表的な非平面的グラフである,完全二部グラフ $K_{3,3}$, $K_{3,3}$ の細分割 $S_{m,n}$ の彩色多項式を $P_G(k) = P_{G-e}(k) - P_{G \setminus e}(k)$

という定理を用いて求めた。

なお今回は $S_{m,n}$ のうち, $S_{1,1}$, $S_{2,n}$, $S_{3,n}$, $S_{4,1}$, $S_{5,1}$, $S_{6,1}$ の彩色多項式を求めた。

3. 結果

- 1. $S_{2,n}$, $S_{3,n}$ において、3番目に次数の大きい項の係数がそれぞれ等しくなった。
- 2. $S_{m,1}$ において、3番目に次数の大きい項の係数を $\frac{1}{2}(m+8)(m+9)$ と表せ、最小次数の項の係数の絶対値を17m+31 と表せた。

4. 考察

得られた規則性から、 $S_{m,n}$ において、3番目に次数の大きい項の係数が $\frac{1}{2}(m+8)(m+9)$ と表せると考えられる。

5. 結論

彩色多項式の値に規則性は見られるが、四色問題に対する有益な結果であるかは不明である。

6. 参考文献

R.J.Wilson(2001).グラフ理論入門.近代科学社

7. キーワード

グラフ理論, 彩色多項式

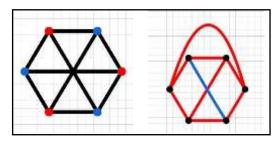


Fig.1 $K_{3,3}$ (平面描画できない)

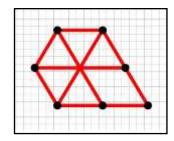


Fig.2 $S_{1,1}$

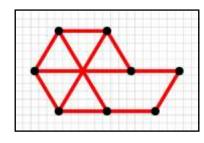


Fig.3 $S_{2.1}$

素数の研究

Research of prime number

河本 和輝 峰山 直大 長江 駿

Kazuki Komoto, Naohiro Mineyama, Shun Nagae

Abstract

Our research aims to identify prime numbers based on the study of the regularity of the sum of the prime numbers up to the odd number turn and the sum of the prime numbers up to the even number turn when arranged in ascending order.

1. 目的

素数を2組に分けて考えていると、その和が等しくなる分け方や差が1となる分け方があった。そこで、素数の和にには何らかの規則性があるのではないかと疑問に思った。それをもとに、ある素数までの和から次の素数の予測を可能にすることを目指した。

2. 方法

奇数番目までの素数を 2 組に分けたとき「それぞれの組の和が等しくなる分け方が存在すること」が可能かどうか、また偶数番目までの素数を 2 組に分けたとき「それぞれの組の和の差の絶対値が 1 となるような分け方が存在すること」が可能かどうかを確認する。1 通り以上分け方が存在する場合、2 組の和を構成する素数の個数について、偶数番目においてはそれぞれの個数が等しくなるように、奇数番目においてはそれぞれの個数の差が 1 となるような場合があるかを確認する。これを表にして、素数の和とその和を構成する素数について規則性が見られるか確認する。(場合に応じて、和を構成する素数を各和で入れ替えることを許す。ただし、各和の値は変えてはならないものとする。)

3. 結果

結果の通りに順番に上から並べると,右のような表が得られた。この表から次の素数を確定する数式を求めようと試みているが,求めることはできていない。

4. 考察

不規則で知られる素数の研究という大きな挑戦 の中で,改めて規則性解明までの遠さを実感した。

左の和		$S_1 S_2$						S ₁ S ₂ -1				右の和
3						3	2					2
5					2	3	5					5
9					2	7	5	თ				8
14				2	5	7	11	ფ				14
21				က	5	13	11	7	2			20
29			2	3	11	13	17	7	5			29
39			2	5	13	19	17	11	7	3		38
50		2	7	11	13	17	23	19	5	3		50
	3 5 9 14 21 29 39	3 5 9 14 21 29 39	3 5 9 14 21 29 39	3 5 9 14 21 29 2 39 2	3 5 9 2 14 2 2 3 3 3 9 2 5	3 2 2 9 2 14 2 5 21 3 5 29 2 3 11 39 2 5 13	3 2 3 9 2 7 14 2 5 7 21 3 5 13 29 2 3 11 13 39 2 5 13 19	3 3 5 2 9 2 14 2 21 3 3 5 13 11 29 2 2 5 13 17 39 2 2 13 19 17	3 3 2 5 2 3 5 9 2 7 5 3 14 2 5 7 11 3 21 3 5 13 11 7 29 2 3 11 13 17 7 39 2 5 13 19 17 11	3 2 5 2 9 2 14 2 2 5 3 5 3 5 3 5 3 5 3 5 3 11 13 17 7 29 2 3 2 5 13 19 17 11 7	3 2 5 2 9 2 14 2 2 5 3 5 3 5 11 3 2 5 7 11 3 5 13 11 7 5 39 2 2 13 19 17 11 7 3 3 3 12 4 11 5 12 6 12 7 12 8 12 8 12 9 12 10 12 11 13 12 13 13 12 14 13 15 12 16 12 17 12 18 12 18 13 19 12 11 13 12 13 13 14 14 15 15 13 17 11 17 12	3 3 2 5 2 3 5 9 2 7 5 3 14 2 5 7 11 3 21 3 5 13 11 7 2 29 2 3 11 13 17 7 5 39 2 5 13 19 17 11 7 3

5. 結論

ある素数までの和から次の素数を特定するためにいくつかの条件を用いて絞り込んでいったが、特定できない素数が出てきて新しい条件を追加する必要が出てきた。未だ証明には至っていない。

6. 参考文献

素数の世界(Paulo Ribenboim 著, 吾郷孝睨 訳 共立出版株式会社 出版)

7. キーワード

素数の和 ピラミッド

(経験校)大阪市立東高等学校 Osaka City Higashi High School

順列とモンモール数の関係

Relation of permutation and Monmoru number

池原 悠 田中 駿吾 福岡 航希 山田 洋介 横井 もも葉 Ikehara Yu Tanaka Syungo Fukuoka Kouki Yamada Yousuke Yokoi Momoha

Abstract

We have been studying disturbed permutation. At first, we learned how to find the numbers of disturbed permutation from literature, and secondly, tried to find their properties. We also considered seating arrangements.

1. 研究の目的

ある順列を並び替えて、全ての位置が変わる順列である攪乱順列の数を示した数列からその特徴を見出すこと。また、席替えについて、席の位置や周りの 人が変わるのがどのくらいの確率かを、実験を通して考察すること。

2. 方法

- ① モンモール数(攪乱順列の数)を用いて階乗の値を積と和の形に分解する。
- ② Excel によって、席替えで全員の位置、周り(前後左右)が変わる確率を実験で求める。

3. 結果

n個の要素を並び替えてできる攪乱順列の数 a_n は、 $a_n = na_{n-1} \pm 1$ で与えられ、 \pm について、正になるのはnが偶数のとき、負になるのはnが奇数のときであり、また a_n は(n-1)の倍数であることを示せた。

モンモール数によって階乗を分解することにより、順列は攪乱になるか、1 個だけ位置が変わらないかのいずれかが一番多くなることがわかった。 席替えについての実験は継続中である。

4. 考察

- ・モンモール数によって階乗を分解することにより変化しない数が 0 か 1 になりやすいことなどの特徴がわかった。
- ・席替えについては、現段階で全員の席、周りが変わる確率は極めて低い。

5. 結論

席替えで全員の周りが変わる確率はおよそ分かったが、攪乱との相関性や定式化はできていない。

今後は、席替えについての周りが変わる場合の数についての一般化をしてい きたいと思う。

6. 参考文献

高校数学の美しい物語 (http://mathtrain.jp/)

7. キーワード

攪乱順列 モンモール数

Ibaraki Prefectural Ryugasaki First High School

Python による気象画像の認識と気圧の予測

Recognize weather image and Predict atmospheric pressure by python 吉岡 樹未、中村 真

Yoshioka Tatsumi , Nakamura Makoto

Abstract

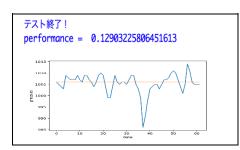
We use python to make AI. The purpose is to rcognize weather image and to pedict atmospheric pressure by python. After, the dates are compared with errors and make a graph to visualize of errors. Eventually we will predict the Isobar image.

1. 目的

先行研究ではAIが気圧や気温といった数値から機械学習で翌日の気圧を予測していた。我々は数値の代わりに画像を使いディープラーニングで予測してみようと思った。目的は気象画像から翌日の気圧を予測することである。

2. 方法

- (1) Python で人工知能 (AI) を構築する。
- (2) 気象画像と気圧データで AI に学習させ、テストをする。
- (3) テストデータと実際の値とをグラフ化して比較する。



3. 考察

右のグラフから気圧のテストデータが平均値になってしまったと思われる。 また、全ての予測値が等しくなったため、学習課程でのミスと思われる。 原因としては、学習回数の少なさ、入力層の過多、入力画像の加工方法、などが 考えられる。

4. 結論、課題

気圧のテストデータの平均が 1000 であったが、予測は 1006 となった。予測の正答率は約 13%となった。今後は学習課程での欠陥を探し出し、予測を成功させたい。

5. 参考文献

- Sebastian Raschka(2016) .Python 機械学習プログラミング 達人データサイエンティストによる理論と実践.インプレス
- 大熊 陸(2018). 平成29年度 スーパサイエンスハイスクール 研究・探究 報告書.p.78.茨城県立竜ヶ崎第一高等学校
- ニューラルネットワーク自作入門 Tariq Rashid (著), 新納 浩幸 (監修, 翻訳)

6. キーワード

人工知能 気圧予測 Python

「良い数列」について ~ギルブレス予想を考えるために~

Good Sequences ~ for thinking Gilbreath's conjecture ~

古川真守

Mamoru FURUKAWA

Abstract

If you line up the prime numbers, in ascending order, and take number's remainder next to each other in sequence, the figure of Gilbreath's conjecture will be made[fig]. Gilbreath said the first term in each series except the first one seems to be 1. I researched sequences which are manipulated as the conjecture.

1. 目的

ギルブレス予想と同様の操作を行ったとき、左端の列が2段目以降全て1になる1段目の数列を「良い数列」と呼ぶことにする。この良い数列になるものとならないものについて研究した。

2. 方法

ギルブレス予想は、素数列が良い数列である、と言い換えられる。素数列について直接調べるのは困難なので、他の、等比数列・指数関数・オイラー関数などを基にした数列が良い数列になるかどうか調べた。

3. 結果

いくつかの関数を基にした数列については一般則を見いだせた。オイラー関数を基にした数列は、操作時の性質が素数列に近かった。

4. 考察

良い数列になるための必要条件があると考えられる。

5. 結論

結果から、良い数列になる数列と隣同士の比について、予想を立てることができた。

6. 参考文献

プライムナンバーズ 魅惑的で楽しい素数の事典 David Wells オライリー・ジャパン素数の世界 Paulo Ribenboim 共立出版

7. キーワード

良い数列 オイラー関数

Kagawa Prefectural Kanonji Daiichi High School

香川ファイブアローズの勝利には、第1ピリオドが重要だ

For the Victory of the Kagawa Five Arrows, the 1st Period is Important

高岡 麻衣 森 裕賀 山中 脩生

Takaoka Mai Mori Yuka Yamanaka Shuki

Abstract

The Kagawa Five Arrows are a professional basketball team. In the 2016-17 season, they were 15th of 18 teams, and this motivated us to make them stronger. As a result of our analysis, we concluded that they should improve the way they played in the 1st period because the 1st period was important especially they played matches against strong teams.

1. **目的** データ分析を用いて,香川ファイブアローズの強化ポイントを見つけ,香川ファイブアローズの 勝利に貢献する。

2. 分析·結果

<u>分析 I</u>

センターに注目 → 香川のセンターと 他チームのセンターの比較

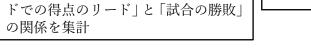
手法:主成分分析

分析 II

各ピリオド終了時の得点差とその試合で 勝った割合を求める

分析Ⅲ

5割以上と5割未満のチームとに分類 →各相手との試合における「第1ピリオ ドでの得点のリード | と「試合の勝敗 |





リバウンドをとる力やシュート力が勝率 7 割以上のチームのセンターと比べ劣っていた

結果Ⅱ(図1参照)

香川が第1ピリオドでリードしていた試合

→ 勝利する割合が高い

第1ピリオドでリードされていた試合

→ 勝利する割合が低い

結果Ⅲ (図2参照)

勝率 5 割以上の相手のときの方が,勝率 5 割未満の相手のときと比べて,2つの割合の差はより大きい

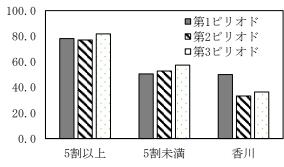


図1 第1ピリオド終了時に1~9点差 でリードしていて試合に勝った割合

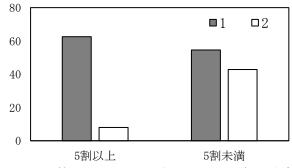


図2 第1ピリオドの結果とその場合の勝率

- 1 第1ピリオドにリードしていて試合に勝った割合
- 2 第1ピリオドにリードされていて試合に勝った割合

3. 結論

- ・香川のセンターの能力向上が必要である
- ・特に強い相手の時は第1ピリオドで優位に立つことが出来れば,勝機を見いだすことが出来ると考えられるため,第1ピリオドの戦いを強化すべきである

4. 参考文献

主成分分析 - 統計科学研究所(http://www.statistics.co.jp/reference/software R/statR 9 principal.pdf)

5. **キーワード** 統計 主成分分析 ビッグデータ バスケットボール 香川ファイブアローズ

2968 香川県立観音寺第一高等学校

Kagawa Prefectural Kan-onji Daiichi High School 中日ドラゴンズの弱点分析

Finding the Weak Points of the Chunichi Dragons

菅原 靖 田渕 優 森 大慶

Yasushi Sugahara, Yu Tabuchi, and Taikei Mori

Abstract

Recently, the rank of the Chunichi Dragons has been declining. To determine their weak points, Multiple Regression Analysis was used to analyze the influence of each category. The result shows they miss balls when they have good chances to hit, they are bad at saves, and that they don't hit home runs.

1. 目的

2012年から2016年の年間成績データを用いて重回帰分析を行い,中日ドラゴンズの弱点を分析し、勝つ方法を提案し、分析結果の妥当性を検証する.

2. 分析

<u>分析 I</u> 本塁打や盗塁等の勝ち数と相関があった要因の中で特に勝ち数への影響 が強い要因を重回帰分析を用いて調べる。

分析Ⅱ 分析Ⅰの結果に基づき、中日ドラゴンズの弱点を探る。

分析Ⅲ 2017年のデータを含めてもう一度重回帰分析を行う。

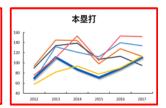
3. 結果

<u>結果 I</u> セ・リーグでの勝ち数に強く影響している要因はセーブ、投球回、失点、 二塁打、本塁打、得点圏打数、得点圏安打であると分かった。

結果Ⅱ 中日ドラゴンズはセーブ、得点圏打率、本塁打が劣っていることが分かった。







結果Ⅲ 2012~2016年のデータを用いた時の分析結果とあまり変わらなかった。

4. 考察

- ① 守備面ではセーブ、攻撃面では得点圏打率、本塁打に弱点があり、中日ド ラゴンズが弱い原因なのではないかと考える。
- ② 2017年を含んだ分析結果もほとんど変わらなかったことから、セ・リーグで勝つチームの特徴は変わっていないので分析結果は妥当であると考える。

5. 結論

セーブ,得点圏打率,本塁打の3つの弱点を強化できる選手を育成・起用することを提案する。

6. 参考文献

「相関ありなし判定」

http://mcn-www.jwu.ac.jp/~kuto/kogo_lab/psi-home/stat2000/DATA/09/05.HTM「VIF 統計量について」http://www.heisei-u.ac.jp/ba/fukui/tips/tip006.pdf

7. キーワード

統計 重回帰分析(Multiple Regression Analysis) 標準化(Standardization) 中日ドラゴンズ

フィボナッチ数列の余りの世界について

金紗羅 竹本祐美花 西川拓海 上村直也 藤原翼

Abstract

The Fibonacci numbers appear in natural world, and have interesting nature. Also it is known that when the Fibonacci number is divided by natural numbers, its reminders form cyclic progression. We focused on the length of the cycle, and discovered a relationship between the length and prime factor of dividing numbers. Besides the discovery, we construct other hypothesis about the remainder-progression.

1. 目的

フィボナッチ数列とは次の漸化式で表される数列である。 $a_1 = 0$, $a_2 = 1$, $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$ ($n \ge 1$) フィボナッチ数列をある任意の自然数で割ったときの余りが周期的な数列をなすということが分かっている。私たちは周期に一般的な性質があるのでは?という疑問を抱き、周期の長さの一般式を求めることにした。

2. 方法

フィボナッチ数列 $\{a_n\}$ をある自然数kで割った余りを表にまとめ、特徴を探す。表から周期の長さについてわかったことなどをまとめ、長さの一般式について仮説を立てる。その後式の妥当性を検証し、証明する。

3. 結果

周期の長さに関し、kが素数である場合の周期がすべて既知と仮定したとき次のことがわかった。合成数と素数の累乗の場合について説明すると

① 合成数の場合

割る数が 6 のときの周期の長さは表から 24 である。

6=2×3 で、割る数が 2 のとき周期の長さは 3 で、3 のときでは 8 である。 よって 2 の周期と3の周期の数(3, 8)の最小公倍数は 24で、6 の周期の長さ と一致する。この関係はほかの数でも成り立っていると考えられる

② 素数の累乗の場合

16 の周期の数は 24 で、また、 $16=2^4$ となる。2 の周期の数は 3 であるが、 $(16の周期)=(2の周期)\times 2^{4-1}=3\times 2^3=24$ でこれは求まる。同じくこちらもほかの数で成り立っていると考えられる。

また、余りの数列の周期内での数字の配置について、下記の特徴も見つかった。 ・最後の 0 を除き、最初から1つずつ飛ばした数と最後から1つずつ飛ばした 数は一致する。

・最後の 0 を除き、偶数項目の数と、後ろから考えた偶数項目の和は割る数になる。

	フィボナッチ数列	2	3	6
1	1	1	1	1
2	1	1	1	1
3	2	0	2	2
4	3	1	2	2 3 5 2 1 3
5	5	1	2 2	5
6	8	0	2	2
7	13	1	1	1
8	21	1	0	3
9	34	0	1	4
10	55	1	1	4 1 5 0
11	89	1	2 0	5
12	144	0	0	0
13	233	1	2 2	
14	377	1	2	5 5 4
15	610	0	1	4
16	987	1.	0	3
17	1597	1	1	3 1
18	2584	0	1	4
19	4181	1	2	5
20	6765	1	0	3
21	10946	0	2	2
22	17711	1	2	4 5 3 2 5 1
23	28657	1	1	1
24	46368	0	0	0
25	75025	1	1	1
26	121393	1	1	1

4. 考察

フィボナッチ数列 $\{a_n\}$ をk(自然数) で割ったときの周期の長さをf(k)と表す。

① 合成数の場合

 $k=p^lq^m$ (p,q: 素数、<math>l,m: 自然数)と表されるとするとf(pq)はf(p)とf(q)の最小公倍数である。

② 素数の累乗の場合

自然数 $k=r^n$ (r: 素数、<math>n: 自然数)と表すときの周期は次の式で求められる。 $f(k)=f(r)\times r^{n-1}$

5. 結論

割る数が素数の場合の規則性を探り、上記で述べた割る数が合成数、素数の累乗の場合の規則の証明ができれば、すべての数において周期の長さを求めることができる。

6. 参考文献

「素数を法としたフィボナッチ型数列の周期」小笹航平 山根映介 古清水大直 倉田久靖 http://www.yonago-k.ac.jp/tosho/research_rep/archives/49/pdf/07_Fibonacci-type_sequences2.pdf

7. キーワード

フィボナッチ数列 余り 周期性 素数 合成数

三角錐による等積変換を用いた相似な立体の分析・調査

千葉佑人 長谷川諒河 阿部美幸

Abstract

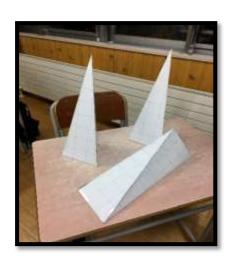
We studied if a numeral formula of a triangular prism can be an actual solid figure. First, we divided a solid triangular prism into three pieces of triangular pyramid. We found that there were three pieces of triangular pyramid from it, two of them are the same shapes, one different, but all the solids have the same volume. We named the one different solid shape 'equalization transformation.' Next, we made a triangular pyramid in the ratio of . We also succeeded to have the same result out of the different ratio triangular pyramids. In conclusion, there is a regulation in having equalization transformations in the triangular pyramid, and it can be represented in the numeral formula.

1 目的

三角錐の体積は、底面積と高さが等しければ三角柱の三分の一である事が知られている。そこで、実際に体積が三分の一の模型を作り、その形や性質を研究した。また、その内容をもとに新しい法則や公式についても研究した。

2 研究方法

始めに粘土を使い三角柱の三分割を考え、次に工作用紙で模型を作成 し、三角錐が三角柱の三等分になっていることを確認する。 その後、相似な立体の体積について調査し、推測出来ることを考察す る。



3 研究結果

工作用紙で作成した模型による体積の三分割を確認できた。その際に、一つの立体だけほかの立体とは形が違う三角錐が出てきたためこれを等積変換された立体と呼ぶことにする。(以降、等積変換)相似な立体の体積であれば体積比は相似比の3乗である。1:2、1:3の三角錐において実際に模型を作成したところ、必ず等積変換が必要であることが分かった。また、使用する等積変換の個数の増え方に法則性があった。

4 考察

研究結果より発見した、全体の個数と等積変換の増え方の 法則性から、右の関数を導いた。上からn段目で使用する等 積変換の個数は階差数列で表現できた。また、n段目までに 使用する個数は階差数列の和で表されると考えた。また、数 学的帰納法により模型を作らなくても数式からn段目に必要 な等積変換の個数が分かる。

- 1 n段目の個数を求める式 3n²-3n+1
- 2 n段目までの個数を求める式 n³
- 3 n段目に必要な等積変換の個数を求める

式

 n^2-n

4 n段目までの等積変換の個数を求める式

5 結論

三角柱から二つ同じ三角錐を取り出すと、一つだけ形が異なる立体、等積変換を発見した。等積変換は三角錐の相似な立体を作成する時も必要である。その個数には法則性があり、等積変換の個数は数列で表すことができた。

6 キーワード

等積変換 三角柱 三角錐 相似な立体

ハノイの塔への条件付与

久住駿介 藤原景惟 高口和真 松橋亨弥

要旨

私たちはハノイの塔のパズルに新たな条件を付与した場合、どのような規則に基づいて漸化式が立つのかと考え本テーマを設定した。設定した2つの条件付与で一般項導出に成功し、先行研究の「両面ハノイの塔」という条件付与と自分たちの研究を融合させ、一般項導出に成功した

- 1. 新たな条件を付与したハノイの塔 以下の数列を設定する
 - a_n : 2 塔n段のハノイの塔を入れ替える最小手数
 - b_n : 2 塔n段のハノイの塔を他の杭で合成する最小手数
 - c_n : 2 塔n段のハノイの塔を一方の塔が置かれている杭で合成する最小手数
 - d_n : n段の二重に積み重ねられたハノイの塔を他の杭に移す最小手数

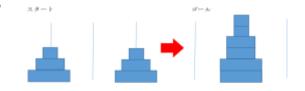
I 二重ハノイの塔

- (1) ルール
- ①左右の杭に合同なハノイの塔をおく。また、塔の段数を n 段とする
- ②この2塔を一般的なハノイの塔のルールを使い、中央の杭に積んで完成
- ③ただし、合同な段は一方を他方に積むことができる
- (2) 一般項の導出

漸化式 $b_{n+2} = b_n + 10 \cdot 2^n - 3$ が成立する

n が偶数のとき、 $b_n = \frac{5 \cdot 2^{n+2} - 9n - 20}{6}$

n が奇数のとき、 $b_n = \frac{5 \cdot 2^{n+2} - 9n - 19}{6}$



Ⅱ 両面二重ハノイの塔

(1) ルール

全ての段が中央の杭で積み重ねられ、裏になった状態で完成

(2) 一般項の導出

両面二重ハノイの塔を完成の状態に導く最短手を e_n とする

等式 $\mathbf{e}_n = \mathbf{c}_{n-1} + 1 + \mathbf{d}_{n-1} + 1 + \mathbf{f}_{n-2}$ が成立(ただし、 $f_{n+2} = (3d_{n+2} + 3) + (2d_{n+1} + 4) + f_n$) nが偶数のとき、 $e_n = 5 \cdot 2^n - 3n - 6$,nが奇数のとき、 $e_n = 5 \cdot 2^n - 3n - 5$

2. 結論

新たにルールを付与した各ハノイの塔において漸化式を立てることができた 段を m[rad]だけ回転させるという条件付与に置き換えての一般化を今後の研究にしたい

3. 参考文献

- ・ハノイの塔のルールと最短手数 | 高校数学の美しい物語 https://mathtrain.jp/hanoinotou
- ・第8回 マスフェスタ <全国数学生徒研究発表会>より、

2321 愛知県立明和高等学校 両面ハノイの塔 伊藤 仁 加藤 萌



Shizuoka Municipal High School

フィボナッチ型数列の周期性 The periodic of Fibonacci-type sequence

杉原 匠 小坂 和徳 真杉 維吹 村松 潤 Sugihara Takumi, Kosaka Kazunori, Masugi Ibuki, and Muramatsu Jun

Abstract

The purpose of this study is to find features of Fibonacci-type sequence which is reduced modulo Prime number. Results indicate that it has relationship with odd numbered term of Lucas sequence.

1. 目的

素数を法としたフィボナッチ数列に現れる周期的な性質を知る。また $a_n+2=k$ x_n+1+a_n を満たす数列の周期性と比較する。

2. 方法

フィボナッチ数列を 1,000 以下の素数を法として表し、素数に対して周期内の 0 となる項数、周期の長さがどのような値を示すか調べ素数をパターンに分けた。同様に上の漸化式で表せる数列でも法とする素数に対してどのような値を示すか調べふたつの周期性を比較した。

3. 結果

素数に対して 20 を法とすると周期内の 0 となる項数が、5 を法とすると周期の長さがおおまかにパターン分けできた。また k をリュカ数列の奇数項にしたとき一定の関係があった。

4. 考察

二つの数列の周期性にはリュカ数列の奇数項が深くかかわっている。

5. 結論

興味深い性質がいくつかフィボナッチ型数列の周期性にはみられる。

6. 参考文献

Marc Renault, *The Fibonacci Sequence Under Various Moduli*, (1996) pp. 17-46. T. E. Stanley, *Some Remarks on the Periodicity of the Sequence of Fibonacci Numbers*, (1976) pp. 52-54.

小笹航平・他、素数を法としたフィボナッチ型数列の周期、(2013).

7. キーワード

フィボナッチ数列 合同式 ペル数列 リュカ数列

Miyakojima Technical High School

ビュフォンの針の実演と円周率

Buffon's needle problem and the pi

加藤大喜 芝誠人

Hiroki KATO, and Makoto SHIBA

Abstract

We supposed that pi is unknown number, and measured pi's number by experiment throw needle at equally spaced parallel lines at random (Buffon's needle problem)

1. 目的

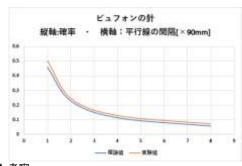
ビュフォンの針の理論値 $(\frac{2l}{\pi d}; l$ は針の長さ, d は平行線の間隔) と実際に針を投げた時の実験値とを比較し、誤差を調べる。また、それを用いて、円周率を求める。

2. 方法

床の上に長さ 65mm の爪楊枝 350 本を投げ、床の平行線と交わった本数を数え、それを実験値とする。それと、理論値を比較した。また、そのデータを用いて円周率を求めた。円周率 π は(理論値)=(実験値)とすると、 $\pi = \frac{2l}{d\times(\pmb{\xi})$ で求められる。

3. 結果

ビュフォンの針における実験値は平行線の間隔が大きくなると理論値との誤差が大きくなった。また、それを用いた円周率の値は実際の値との誤差が大きかった。



平行線の間隔 [mm]	理論值	実験値	相対調差[%]
90	$\frac{13}{9\pi} = 0.4598$	$\frac{176}{350} = 0.5029$	9.3689
100	$\frac{13}{18\pi} = 0.2299$	$\frac{86}{350} = 0.2457$	6.8832
360	$\frac{13}{36\pi} = 0.1149$	$\frac{45}{350} = 0.1286$	11. 8545
720	$\frac{13}{72\pi} = 0.0575$	$\frac{25}{350} = 0.0714$	24 2828

平行線の問幕[×90mm]	実験値	円周率 //
1	0.502857143	2.872474747
2	0.245714286	2.939276486
4	0.128571429	2.808641975
8	0.071428571	2.527777778
	円周率πの平均→	2.787042747
	相对誤差[%]	11.28567405

4. 考察

円周率の誤差が大きかったのは、理論値は落下時の反発や空気抵抗などの影響を考えていないためだと思われる。今回 の試行は1回しか行っていないが、回数を増やしたり針の本数を増やすなどすれば理論値により近づく可能性もあると 思われる。

5. 参考文献

高校数学の美しい物語(https://mathtrain.jp/)

6. キーワード

ビュフォン 円周率 確率

高さ無限大のテトレーションについて

Tetration of the infinity of height

近藤貴大 星野智也

Kondoutakahiro hoshinotomoya

Abstract

We examined about tetration defined as $x^{x^{x^{\cdots}}} = {}^{n}x$ and the relationship between the limit value and x

1.目的

 $\lim_{n\to\infty} {}^n\alpha$ が収束する α の範囲と、 $\lim_{n\to\infty} {}^n\alpha$ の値と α の値の関係を調べる。

2. 方法

数列の極限を考えることで $\lim_{n\to\infty} {}^n\alpha$ が収束する α の範囲をできる限り証明し、その後 $\alpha^{\alpha^{\alpha^{\cdots}}}=\mathbf{k}$ とおくことで得られる $\alpha=\mathbf{k}^{\frac{1}{k}}$ を満たす収束値 α を考える。

3.結果

 $1 \leq \alpha \leq e^{\frac{1}{e}}$ において $\lim_{n \to \infty} {}^n \alpha$ は収束することが示せた。 $e^{-e} \leq \alpha \leq e^{\frac{1}{e}}$ の範囲で収束することまでは示せなかったが、このことを認めて極限値を考えると $e^{-e} \leq \alpha \leq 1$ 、 $\alpha = e^{\frac{1}{e}}$ のときその極限値は $y = \alpha$ と $y = k^{\frac{1}{k}}$ の交点の k 座標の値、 $1 < \alpha < e^{\frac{1}{e}}$ のとき $y = \alpha$ と $y = k^{\frac{1}{k}}$ の交点の k 座標の小さい方の値となる。またこのことから収束値 k は $\frac{1}{e} \leq k \leq e$ となることがわかった。

4. 考察

 $0 < \alpha < e^{-e}$ のとき収束しない様子をnを徐々に大きくすることで確認してみようと考えた。

5. 結論

高さ無限大のテトレーションは直感的には収束しないが収束する範囲とその収束値がわかった。

6.参考文献

米子高専 https://sites.google.com/site/yonagonctmath/home/shu-xue-tong-hao-hui

7.キーワード

テトレーション

2903 学校法人札幌日本大学学園 札幌日本大学高等学校 Sapporo Nihon University Senior High School

「磁石球間および磁石球/鋼球間に働く磁気力と距離の関係」 Relationship between magnetic force and distance

宮本 悠史 佐藤 琉聖 牧野 楓也 Miyamoto Yushi Sato Ryusei Makino Fuya

We created the relational expressions between magnetic force and distance theoretically based on Coulomb's law. The force between one magnetic ball and one steel ball was found to be inversely proportional to the senventh power of distance between them. Finally, experimentals were carried out to demonstrate the validity of the expressions.

1. 目的

磁気力に関するクーロンの法則によると、単磁極間に働く磁気力は磁極間距離の 2 乗に反比例する。磁石球間及び磁石球/鋼球間に働く磁気力と距離の関係式をクーロンの法則に基づき理論的に求めること、及びその関係式の妥当性を実験で証明することを目的とした。

2. 磁気力と距離の関係式

図 1 のように、2 個の球体を N 極および S 極の二つの点磁極からなると考える。それらの磁気量をそれぞれ m_1 、 m_2 、磁極間距離を d_1 、 d_2 、球心間距離をxとし、球体間に働く磁気力F をx \gg d_1 , d_2 の場合について求める。同じ磁石球、 m_1 = m_2 = m、 d_1 = d_2 = d のとき、磁石球間に働く磁気力は次式で表される。

$$F \propto \frac{(md)^2}{r^4} \qquad (1)$$

また、図1の上の球体を磁石球、下の球体を鋼球とし、 $m_1 = m$ 、 $d_1 = d$ とすると、磁石球/鋼球間に働く磁気力は次式で表される。

$$F \propto \frac{(md)^2}{r^7}$$
 (2)

m_1 d_1 d_1 m_2 f d_2 d_2

3. 結果および考察

式 (1) 及び式 (2) の妥当性を調べるため、ネオジム磁石球 (直径 10mm) 及び鋼球 (直径 9mm, 10mm, 11mm, 20mm) を用いて実験を行った。その結果、磁気力は距離の 4 乗 (x > 15mm) 及び 7 乗 (x > 20mm) に反比例した。ネオジム磁石球を点磁極モデルで扱えることがわかった。

4. 結論

ネオジム磁石を点磁極モデルで扱うと、磁石球間および磁石球/鋼球間に働く磁気力は球心間 距離の4乗、及び7乗にそれぞれ反比例する。この理論上の結果は実験結果と一致する。

5. キーワード

ネオジム磁石球 鋼球 磁気力 磁気力に関するクーロンの法則

レピュニット数を追いかけて

Following Repunit Number

黑目光太郎, 島津一華

KUROME kotaro, SHIMAZU Ichika

[abstract]

We studied the square of Repunit number, which is natural number that its component is only "1". The arrangement of these numbers has a rule which is divided into 4 cases, and it hold for all Repunit number.

1. 目的

レピュニット数とは各位が 1 で構成される自然数である。英語で "Repunit Number" と表記されるため n 桁のレピュニット数を "ReN:n" と省略する。私達は (ReN:n) 2 の規則性を研究した。 (ReN:n) $=\frac{10^{n}-1}{9}$

2. 方法

- (2) 場合分け(ii)~(iv) では K(n,m)は{ }の9つの数を一つの群と考えたとき、 t 群 s 番目に属する。(自然数 s, t, $s \le 9$)

以上の定義を用いて研究を行った。



図 1

3. 結果

- (i) m = 1 のときK(n, 1) = 1
- (ii) $n \ge m \ge 2$ のとき K(n, m)は縦にまたは右から $\{2,3,4,5,6,7,8,9,0\}$ を繰り返す
- (iii) m = n + 1 のとき K(n, m)は縦に $\{1,2,3,4,5,6,7,8,0\}$ を繰り返す
- (iv) $2n-1 \ge m \ge n+2$ のとき K(n,m)は縦にまたは左から $\{1,2,3,4,5,6,7,9,0\}$ を繰り返す

4. 考察

この規則性は m が 9 個ごとに変わると繰り上がりが変わるため、繰り返されると考えられる。

5. 結論

(ReN:n)²は規則性を有している

6. 参考文献

星野泰也(2016)『チャート式 基礎からの数学Ⅱ+B』数学出版

7. キーワード

レピュニット数 二乗 規則性 繰り返す 繰り上がり

多項式から見る正多角形

A regular polygon seen from a polynomial

宮藤傑章

MIYAFUJI Takeaki

[Abstract]

In this study ,citing regular heptagon as an example of regular polygons, I studied regular polygons from various views by equations, plans and soiled body. As a result, although many things remained in mysteries, I find it possible to make exactly the same equation by study of a trigonometric ratio and a complex number.

1. 目的

作図不可能な正多角形に最も近似な図形の作図とそれらの正多角形の特性を導くことを目的とする。 (ペン、定規、コンパスを用いて作図できない状態を作図不可能と定義する。)

2. 方法

作図不可能な正多角形の一つである正七角形に着目し、①中心角 $\theta = \frac{2\pi}{7}$ 、②1の7乗根、③正多角形の面積の増加率、④原子核内の陽子と中性子の配置、の4つの観点から正七角形を考察した。

3. 結果

①と②から同じ方程式が得られたが、その解は未だに解けていない。③の実験では、sin,cos を用いずに正七角形の面積を特定しようと試みたが、面積比を表す値に tan が現れた。④の実験では、化学の先生にお伺いし、現在の技術では原子核内の構造を観測することはできない、と助言いただいた。

4. 考察

- ①、②で得られた方程式は、他の正多角形についても同様な方程式が現れる。
- ④の実験は①、②、③の実験の前提となるユークリッド幾何学を前提としていない。

5. 結論

正多角形を三角比の観点と複素数の観点から考察したときに得られる方程式を解くことで正多角形の頂点の座標を特定することができ、作図不可能な正多角形に最も近似な図形を描くことが出来る。

6. 参考文献

チャート式基礎からの数学Ⅲ

「苦のない数学 数画100題」

「折り紙の数学」平成24年度 上越教育大学公開講座

作図可能な正多角形 [物理の鍵しっぽ] http://hooktail.sub.jp/algebra/ConstructablePolygons/

7. キーワード

多項式 正多角形 正七角形 作図不可能

スキニーを目標動物とする一般化三並べにおいて引き分けが確定する状態の検討 Board arrangements in Harary's generalized tic-tac-toe, in which the target animal is the skinny, where the first player is forced into a draw

河口仁志 永田周慈 米谷陸 Hitoshi Kawaguchi, Shuji Nagata, Riku Yonetani

Abstract

This study was developed in order to prove that a player couldn't win in a certain situation of Harary's generalized tic-tac-toe. We studied placements of a Skinny target animal (a 4x1 grid) on a 6x6 board in which the first 4 moves were fixed. We learned the first player could win only when the second player placed their piece aimlessly. We also proved that some positions always resulted in a draw.

1. 目的

ハラリイの一般化三並べにおいて6×6の盤面でスキニーを目標動物としたときを考える。すなわち、縦6マス、横6マスの盤面に2人のプレイヤーがそれぞれ〇と×を交互に打ち、先に縦4つまたは横4つ並べた方が勝ちとなるゲームを考える。このゲームが先手必勝であるか否かが未解決であった。そこで本研究では、先手必勝でないという予想を立て、検証する。

2. 方法

先行研究の結果から、2手目で先手の勝ちが確定する局面が知られている。本研究ではそれを避けて得られる右図の局面を考え、先手の勝ちを防ぐような後手の手が存在することを示す。(図では先手の手を**●③**、後手の手を ②④で表した。また、手数は後手の初手を2手目として数えた。)

*	*		*		
*	*	0	0	4	
*	*		*		
*	*	2	*		

3. 結果

5手目について、後手が1手対策をしないと先手の勝ちが確定するような手は11通り(図の★) あった。それらのどの手についても、後手が対策をしなくても先手の勝ちが確定しないような局面に 持ち込む後手の手順を発見した。さらに、そのうちのいくつかについて、引き分けが確定していることを証明できた。

4. 考察

一見すると先手の勝ちが確定しそうな局面についても、後手の適当な手によって防ぐことができた。このことから、先手の必勝手順を発見することは難しいと考えられる。

5. 結論

先手必勝でないことを証明することはできなかった。だが、いくつかの局面について先手必勝であることや引き分けが確定していることを証明できた。本研究により発見された手順は、今回検討しなかった場合についても検証し、先手必勝でないことの証明を完成させるうえで有用であると考えられる。

6. 参考文献

伊藤大雄、パズル・ゲームで楽しむ数学一娯楽数学の世界一、2010年、森北出版

7. キーワード

二人零和有限確定完全情報ゲーム ハラリイの一般化三並べ 6×6の盤面 スキニー

石けん膜とシュタイナー点

Soap film and Steiner point

黒﨑涼介 久宮由芳子 沼尾太佑 亀山泰知

Ryousuke Kurosaki, Yukako Kuguu, Taisuke Numao, Taichi Kameyama

Abstract

In this study, we mathematically verify what the soap films will be like when a regular tetrahedron or a cube is immersed in soap water, and explain why the soap film will be formed in such a way. The result was that the shortest path joining each vertex of triangles or squares was the path joining each vertex and Steiner points.

1. 目的

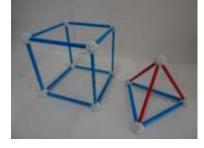
正四面体や立方体を石けん水に浸し、空気中に引き上げると、どのような石けん膜が張られるかを観察して、それを数学的に証明する。

2. 方法

ゾムツールを用いて,正四面体や立方体のフレームを作り,それを石けん水に浸して,空気中に引き上げたとき,フレームに張られた石けん膜(極小曲面)を観察した。

【数学的な考察として】

- ①まず、三角形の五心を作図し、各頂点と五心との距離の和をそれぞれ測定した。
- ②三角形の各頂点との距離の和が最小になるのは,シュタイナー点と結んだときであることを学習し,それを作図した。
- ③作図を参考に,三角形の各頂点とシュタイナー点を結んだときに,距離の和が最小になることを数学的に証明した。
- ④四角形では、三角形と同様に各頂点とシュタイナー点を結 んだ距離の和が最小になると仮定し、証明を行った。



3. 結果

三角形や四角形の各頂点からの距離の和が最小になるのは,シュタイナー点を結んだと きであり,それを数学的に証明することができた。

4. 考察

自然界で起こる様々な現象は、「エネルギーが極小(最小)となる」ときに起こることが知られている。「石けん膜が張られる」という現象については、「石けん膜のエネルギー(表面積)が極小(最小)となる」ときに起こると考えられ、これを三角形や四角形の距離の最小問題として考察した。

5. 参考文献

『数学とは何か』 R.クーラント H.ロビンズ共著 森口繁一監訳 岩波書店 『変分問題』 立川篤 近代科学社

6. キーワード

石けん膜 極小曲面 シュタイナー点 変分問題

凸関数とイェンセンの不等式

Convex functions and Jensen's inequalities

松下旭 刀川小優輝 渕辺小次郎 富処健也

Asahi Matsushita, Koyuki Tachikawa, Kojirou Fuchibe, Kenya Tomidokoro

Abstract

The notion of convex functions is relatively new, and it was introduced at the beginning of the twentieth century. It is thought that this notion had actually been used by J. Willard Gibbs (1839-1903) and James Clerk Maxwell (1831-1879) in order to mention relationships between thermodynamic variables. In this study, we examine the properties of convex functions and some Jensen's inequalities.

1. 目的

凸関数の考え方は比較的最近のもので、20世紀初期に導入された。J. Willard Gibbs と James Clerk Maxwell によって、熱力学変数間の関係を示すために使用されていた。本研究では凸関数の諸性質を調べ、凸関数との関連のあるイェンセンの不等式の証明を行う。

2. 方法

参考文献[1]をテキストとして、数回のセミナーを実施した。

3. 結果

イェンセンの不等式について,数学的帰納法を使わない,凸関数の性質と積分法を用いる 証明があることを確認した。さらに,凸関数に関するいくつかの命題の証明を与えた。

4. 考察

凸関数の性質などにより, イェンセンの不等式

$$\phi\left(\frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx\right) \le \frac{1}{b-a}\int_a^b \phi(f(x))dx$$
, ϕ : 凸関数, $f(x)$: 可積分関数

を証明した。また, Σを用いて表現するなど, この不等式の有効性を検証した。

5. 結論

凸関数の性質を理解し、イェンセンの不等式を証明することができた。また、いくつかの 凸関数に関する命題の証明についても検証し、証明を行った。

6. 参考文献

- [1] Mariano Giaquinta-Giuseppe Modica, Mathematical Analysis, Functions of One Variable, Birkhäuser, (2003)
- [2] 杉浦光夫,『解析入門 I』, 東京大学出版会, (2010)
- [3] 難波誠,『微分積分学』,裳華房,(1996)

7. キーワード

凸関数 イェンセンの不等式 微分積分法

Sapporo Kaisei Secondary School

底によるレピュニット素数の存在性

The existence of repunit prime depending on the base

貝澤 友哉 西 健汰 山本 冬希

Yuya Kaizawa, Kenta Nishi, and Fuyuki Yamamoto

Abstract

We defined the base-n repunit. This n is called the base. We aimed to prove that n-perfect numbers and the base-n repunit have one-to-one correspondence. We found the bases with no primes at all digits. 9 is one of them. On the other hand, 9-perfect numbers exist. For these reasons, it was proved that there was no one-to-one correspondence between n-perfect numbers and the base-n repunit.

1. 目的

完全数とメルセンヌ素数との対応を、倍積完全数とレピュニット素数との対応へ一般化する。 (完全数:約数の総和が元の数の2倍になる数。n倍完全数:約数の総和が元の数のn倍になる数。 レピュニット:1、11など、1が連続した数。n進数のそれを考えるとき、そのnを底と呼ぶ。)

2. 方法

Python を利用して、レピュニット素数を列挙し、そこから性質を探っていった。同様にして、レピュニット素数と素因数分解した倍積完全数を比較した。

わかっていること メルセンヌ素数 (2倍) (2を底に持つ 1対1対応 完全数 レビュニット素数 1対1対応 完全数 ①を底に持つ 1対1対応 完全数 ①を底に持つ 1対1対応 完全数 ※結果 ②を底に持つ 9倍 レビュニット素数 1対1対応 完全数 →存在しない →対応しない →存在

3. 結果

9など、特定の数を底にもつレピュニット素数が見つからなかった。

4. 考察

9を底に持つレピュニット素数が存在しないことの証明を試み、それに成功した。

5. 結論

9倍完全数は存在するが、9を底に持つレピュニット素数は存在しないため、1対1対応は存在しない ことがわかった。今後の展望として、レピュニット素数の存在しない底(9、25など)の性質を研究 していく。

6. 参考文献

せきゅーん『INTEGERS』http://integers.hatenablog.com (参照 2018.7)

7. キーワード

レピュニット 素数 倍積完全数 メルセンヌ数 完全数 2進数

図形数の数字根とその周期に関する法則性

Digital roots of Figurate numbers

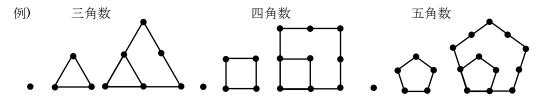
渡邉政紀 嶌根伸一 玉地優月 武田絵美子

WATANABE Masatosi SHIMANE Sinichi TAMACHI Yuzuki TAKEDA Emiko

We studied the digital root of n which is the value obtained from any positive integer n by iterating the process of calculating the sum of digits until the value becomes one digit. After obtaining the sequence of digital roots for a variety of figurate numbers, we found that the sequence contained a periodic array.

自然数 \mathbf{n} に対して、各桁の数(digits)の和を求めるという操作を繰り返し、一桁の値が得られるまで続ける。このときに得られた値を \mathbf{n} の数字根という。私たちは、様々な図形数に対して数字根を求めて数列を作っていったところ、その数列には周期的な配列があることがわかった。

正 n 角形の形に点を並べて拡張していったとき、一辺に m 個の点がある正 n 角形を P(n,m)、その構成に必要な点の個数を m 番目の n 角数という。



また、 $1 \le k \le m$ に対し、k 段目に P(n,k) を配置することで得られる図形の構成に必要な点の個数を m 番目の n 角錐数という。



- n 角数の数字根の数列(以後、n 角根列とする)については
 - (i) 周期の長さは9でありその周期の末項は9である
 - (ii) n 角根列と n+9 角根列の周期は一致する
- n 角錐数の数字根の数列(以後、n 錐根列とする)については
 - (i) 周期の長さは、n=3k,3k+1 ($k \in \mathbb{N}$) のとき 27、n=3k+2 のとき 9 でありその周期の末項は 9 である
 - (ii) n 錐根列と n+9 錐根列の周期は一致する

を示すことができた。

キーワード:数字根 図形数

2947 京都府立洛北高等学校·洛北高等学校附属中学校

Kyoto Prefectural Rakuhoku High School

パップス・ギュルダンの定理を用いた高次元球体の体積の定義
Definition of the volume of n-ball by using Pappus-Guldinus theorem
馬場 将史

Baba Masafumi

Abstract

We can make a new definition of the volume of n-ball by using Pappus-Guldinus theorem. This definition is easier to understand than integral.

1. 目的

既に知られている高次元球体の体積を高校数学の範囲のものを用いて表す。

2. 方法

平面図形の回転体である立体の体積を与えるパップス・ギュルダンの定理に着想を得て、球体はそれより一つ小さい次元の半球の回転体であることを用いて高次元球体の体積の定義をした。この定義による体積の計算結果が既に知られている高次元球体の体積と一致することを数学的帰納法で示した。

3. 結果

新たな定義によって導かれた高次元球体の体積は既に知られている体積と一致した。

4. 考察

導出過程で高次元になればなるほど重心が球体の中心に近づいていくことがわかった。 また、最終的な式にガンマ関数で表せるようなコサインの累乗の積分が現れた。 重積分を用いずとも、漸化式によって体積が与えられた。

5. 結論

高次元球体において回転体の新しい体積の定義は既に知られているものと同値で、高次元の球体の体積は高校数学範囲のもので表現することができる。

6. 参考文献

斎藤毅, 微積分, 東京大学出版会(2013), p. 264 杉浦光夫, 数学基礎 2 解析入門 I, 東京大学出版会(1980), pp. 297-300

7. キーワード

高次元球体 回転体 パップス・ギュルダンの定理

(2606) 富山県立富山中部高等学校

Toyama Prefectural Toyama Chubu Senior High School 円分多項式に見られる規則性について

The Regularity of Cyclotomic Polynomial

種谷直哉 中村麻人

Tanetani Naoya, Nakamura Asato

Abstract

We researched the regularity of Cyclotomic Polynomial. We formed two hypotheses and proved them; $\varphi_{2k+1}(-x) = \varphi_{2(2k+1)}(x)$ and $\varphi_{2k}(x^2) = \varphi_{4k}(x)$.

1. 目的

1年次の探求基礎の授業で x^n-1 の因数分解に取り組み,その中で多くの謎や美しさに出会い,それをさらに解き明かしたいと思ったため。

2. 方法

円の等分多項式である x^n-1 の因数分解について考えると、

$$x - 1 = x - 1$$

$$x^{2} - 1 = (x - 1)(x + 1)$$

$$x^{3} - 1 = (x - 1)(x^{2} + x + 1)$$

$$x^{4} - 1 = (x - 1)(x + 1)(x^{2} + 1)$$

$$x^{5} - 1 = (x - 1)(x^{4} + x^{3} + x^{2} + x + 1)$$

$$x^{6} - 1 = (x - 1)(x + 1)(x^{2} + x + 1)(x^{2} - x + 1)$$

これを見ると, n の約数の数と因数の個数が等しいことが分かる。また, n が 2 の倍数のときは (x+1), 3 の倍数のときは (x^2+x+1) が見られる。これら因数である円分多項式を $\varphi_2(x)$, $\varphi_3(x)$ と名付け,規則性を調べる。

3. 結果

ド・モアブルの定理や集合,数学的帰納法を用いて規則性から見出された仮説の証明ができた。

4. 考察

2 倍したときの規則は判明したが、3,4,…倍したときの規則は分からなかったので、今後の課題である。整数、複素数、集合など多くの分野に関わる内容であり、円分多項式の奥深さに触れることができた。

5. 結論

$$\varphi_{2k}(x^2) = \varphi_{4k}(x) \quad (k \in N)$$

$$\varphi_{2k+1}(-x) = \varphi_{2(2k+1)}(x) \quad (k \in N)$$

6. 参考文献

小池正夫(2011)「実験·発見·数学体験」 高木貞治(1931)「初等整数論講義」

7. キーワード

円分多項式 円の等分多項式

山口県立宇部高等学校 Ube Senior High School

すごろくの世界 SUGOROKU WORLD

河口 和馬 政田 澪花 水上 葉月 山根 悠輝 Kawaguchi Kazuma Masada Mioka Mizukami Haduki Yamane Yuki

Abstract

We found that Sugoroku players whose turn orders are earlier had advantages in their results. We came to want to get rid of the unfair situation, thus we designed a Sugoroku in which all players equally won the game regardless of their turn orders.

1 目的

すごろくでは、スタート順が早いプレーヤーほど勝率が高い(表 1)。本研究では、スタート順に関係なく、4人のプレーヤーの勝率が等しい67マスのすごろくを作成する。

表1(67マスで分かれ道と特殊マスなし)

2. 方法

勝率の差を解消するために、

	1番スタート	2番スタート	3番スタート	4番スタート	ž
勝率	0. 289433	0. 259954	0. 237920	0. 212693	8p

分かれ道を作り、スタート順によってプレーヤーの進むコースを固定する。 分かれ道内には進むプレーヤーの元々の勝率によって異なった特殊マス (1回休み等)を設置する。

3. 研究の結果

私たちが作成したすごろくにおける4人のプレーヤーの勝率は表2のようになった。勝率の差を、約0.4pまで縮めることに成功した。

4. 考察

分かれ道内の異なった特殊マスが効果的に働き、勝率操作ができた。

	表 2(67	マスで分か	れ道と特殊	1道と特殊マスあり)				
			3番スタート					
勝率	0. 252675	0. 249002	0. 248785	0. 249537	0.4p			

5. 結論

すごろくには、スタート順によってプレーヤー間に勝率の差があるが、 分かれ道と特殊マスの設置によって、その差を0に近づけられる。

6. 参考文献

チャート式数学 I + A (数研出版)

7. キーワード

さいころ 勝率 すごろく スタート順

フーリエ変換を用いた糖度と打音の関係

Relationship between the sugar content and the slapping sound using a Fourier transform 南木 勇輝

Yuki Nammoku

Abstract

In Japan there are ways to discriminate by tapping when purchasing fruit such as watermelon in the supermarket. In this experiment, a mathematical basis was obtained by using Fourier transformation to conduct an experiment. As a result, it turned out that when the sugar content becomes sweet, it moves to the bass range.

1. 目的

打音を元にフーリエ変換を利用してある程度の糖度を予測する。

2. 方法

今回の実験では、カボチャ、リンゴ、スイカを用いて実験を行った。

何も手を加えてない状態の上記の果物を①通常状態とおく。この①と比較するために、②①を熟成させる(室温で数日間放置)、③外部から刺激を加える(電子レンジで加熱)の3つの実験を行いフーリエ変換を利用し比較をした。

3. 結果

②、③の実験より、果物を熟成させると糖度は上昇し 音量は減少することがわかった。また、加熱したもの平均 5分までは糖度は上昇し音量は増加することが分かった。

4. 考察 • 結論

3つの実験を比較すると、糖度が高くなるほどグラフの ピークが低音域に移動しているのではないかと考えられる。

5. 参考文献

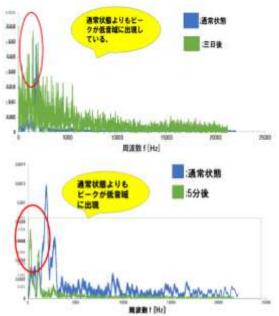
迫 佑樹 2017.05.01 フーリエ変換を宇宙一わかりやすく解説してみる

https://www.yukisako.xyz/entry/fourier-transform (参照 2017.11.15)

金丸 隆志(2011) 「Excel/OpenOffice で学ぶフーリエ変換入門」SB クリエイティブ

6. キーワード

フーリエ変換、打音と糖度



運要素のないボードゲームの難易度の数値化

Quantify the degree of difficulty of the board game without luck element

齊藤 和希

Kazuki Saito

Abstract

I created a board game without luck element. Then, we defined the formula to the degree of difficulty level of the board game. After that I measured and compared the difficulty level with my original game and other games. There was no extreme difference in my one with other ones in degree of difficulty and degree of difficulty of my original game was found to be appropriate.

1.目的

自作ゲームの完成のためにゲームの難易度を求める式を定義する。その後既存ゲームとの比較を行い自作ゲームの 難易度が適切であるかどうか判断する。

2. 方法

運要素のない新しいボードゲームを作成し、ゲームの難易度を求める式を定義し、数値化する。そして、自作ゲームと既存ゲーム(将棋・チェス・オセロ)の難易度を比較する。

【ゲームのルール】

- ・右図の状態で開始する。
- 先手の赤から交互に自身の色の点の間にコマを置く。
- ・コマを重ねて置くことは出来ない。
- ・盤面が全て埋まったら終局する。
- その時点で盤面にある四角形・十字の数を数える。
- ・四角形・十字の数が多いほうを勝利とする。





四角形・十字架

3. 結果

【難易度の定義式】

難易度=(1手における選択肢の数の平均)×(その手によって変化するマスの数の平均) 【他のゲームとの比較】

	選択肢の数の平均	変化するマスの平均	難易度
将棋	80	2. 21621	177. 2973
チェス	35	2.00000	70.0000
オセロ	10	2. 96667	29. 6667
自作	39	1. 00000	39. 0000

4. 考察•結論

自作ゲームの難易度が既存ゲームの難易度(30~177)の間の数値となっているため、自作ゲームの難易度は適切だと 判断した。

5. 参考文献

一般財団法人理数教育研究所編(2014)『数学の自由研究』(図形・ゲーム編)根上生也監修,文研出版

6. キーワード

ボードゲーム、難易度

Seisho High School

奨学金の罠 Trap of Scholarship

紙屋涼汰 Ryota KAMIYA 外山海仁 Kaito TOYAMA 西邨龍登 Ryoto NISHIMURA 福本恵汰 Keita FUKUMOTO

Abstract

We studied about loan-based scholarships in Japan. We tried to estimate the suitable amount of the scholarship. First, using the differential equation, we made a model of repayment. Next, we calculated the amount of the scholarship we can pay off. As a result, we should owe the scholarship between \(\frac{4}{9}\),000 and \(\frac{4}{6}\),000 monthly.

1. 目的

奨学金を借りる大学生は、1990 年代以降、年々増加している。それに伴い、奨学金を返済できない人 や自己破産者も増加している。これは大きな社会問題になっており、早急な解決が望まれている。奨学 金貸与のモデルを作り、適切な貸与金額を求める。

2. 方法

- ① 予想式を作成し、新規大卒者の初年収の推移で予想年収を求め大学卒業後のローン返済の 奨学金(借金)の減り方を考える。
- ② これをモデル化し、微分方程式を作成する。
- ③ 作成した方程式の解を導き、いくら借りるのが適切なのかを調べる。

3. 結果

1 か月の貸与可能金額は、最低金利 (0.16%) で 5.7 万円、最高金利 (3.0%) で 5.0 万円となった。 また、入学時特別増額貸与奨学金を借りる場合は、最低金利で 4.6 万円、最高金利で 3.9 万円となった。

4. 考察·結論

大学卒業後、10年で完済するモデルプランは一人暮らしの場合、奨学金の貸与は月額4~6万円にしていくべきだと結論付ける。また、さらに多くを借りる場合、大学卒業後も実家で暮らす、結婚や子育てに支障が出るかもしれないが、10年以上かけて返済する方法も考えなければならない。

5. 参考文献

小中英嗣 著 『現象を解き明かす 微分方程式の定式化と解法』 森北出版株式会社 佐藤總夫 著 『自然の数理と社会の数理 微分方程式で解析する I』 日本評論社 デヴィッド・バージェス他 著 垣田髙夫他 訳

『微分方程式で数学モデルを作ろう』 日本評論社

6. キーワード 奨学金 微分方程式 シミュレーション

少子化問題を考える

Countermeasure Against Falling Birthrate

青山怜央

小田彪人

山本菜々海

Reo AOYAMA

Ayato ODA

Nanami YAMAMOTO

Abstract

We searched for some countermeasures against falling birthrate. First, we focused on the programs of Shimane Prefecture, where they have increased birthrate. Next, we examined the relationship between the birthrate and the proportion of the budget allotted for childcare. Our research shows that financial support for childcare is important.

1. 目的

少子化を食い止める有効な対策を見つける。

最終目標は人口減少を阻止する有効な対策の提案。

2. 方法

- ①2004~2015年の全国の合計特殊出生率上昇値が最も大きい都道府県を調べる。
- ②島根県の出生率と人口増減を比較する。
- ③島根県の今後の出生率を棒グラフと多項式曲線を用いて予測する。
- ④出生率と給付費の散布図を作成する。

3. 結果

- ①出生率上昇値が最も大きかったのは島根県だった。
- ②社会増減の回復に伴い出生率も改善していることから人口の流出を止めることが大切だと分かった。
- ③島根県は2023~24年に出生率が2.1をこえ人口維持に必要な2.07を超えると考えられる。
- ④予算割合の減少は出生率低下につながっている、と考えた。

4. 考察·結論

- ・婚活、お見合いなどで若い人を結婚・出産に導くことが重要。
- ・経済面で子育てを支え、子供を持つことに積極的になれるような社会の環境作りをする。
- ・人口流出を止めることも大切である。
- ・人々が住みたくなる街・住民達が安心して子育てに取り組める街づくりが必要である。
- ・地元での雇用が安定していることも町作りを進める上で重要である。

5. 参考文献

厚生労働省 人口動熊統計, 島根県 社会増減,

国立社会保障・人口問題研究所 平成 27 年度社会保障費用統計

6. キーワード

合計特殊出生率 人口減少 少子化 島根県 経済支援

ヴァニシング係数

Vanishing Coefficient

片山夏樹 霜鳥義仁 阿部朔矢

Natsuki KATAYAMA, Yoshihito SHIMOTORI, and Sakuya ABE

1 要旨(Summary)

We dealt with "Vanishing Coefficients". It is a specific sequence originated in "Alternate Pascal's Triangle". We studied its character, and found some propositions to prove. After proving them, we finally got to know the relationships between "Vanishing Coefficients" and sequence difference or derived function.

2 序論

ヴァニシング係数の謎を定式化したある命題を数学科の先生から受け取りそれを証明したところ、ヴァニシング係数の本質を新たに発見した。

- 3 研究手法
- 目的

f(x)をp-1次式とし、コンビネーション を $\binom{k}{p}$ と書くことにする

$$\sum_{k=0}^{p} (-1)^k {k \choose p} f(x+k) = 0$$

の証明

まずヴァニシング係数に関わってくる交代パスカル三角形の性質について調べた。交代パスカル三角 形にはある条件を満たした数列をかけ合わせたら総和が 0 になる。この性質から私たちはヴァニシン グ係数と呼ぶことにしている。

4 発展

この証明が完了したときに、ヴァニシング係数と階差数列の関係性も予想できた。

$$\Delta^{p} a_{n} = \sum_{k=0}^{p} (-1)^{k} {k \choose p} a_{n+p-k}$$

以下の式も発見し、証明した。

$$f^{(n)}(x) = \lim_{h \to 0} \frac{1}{h^n} \sum_{k=1}^n (-1)^{n-k} \binom{n}{k} f(x+kh)$$

5 結論・展望

2式を発見でき、ヴァニシング係数が微分的な感覚があることが分かった。

数列と関数は、階差数列と導関数、総和と積分など、似ていることが多く、変数が1ずつ大きくなるか非常に細かい区間で変化するという感覚をしっかりもつようにもなった。

これらの2式を発見した後、更なる発展を試みた。しかし、今のところ新たな発見はまだできていない。今後は何か発見できるようにしたい。

多面体についての研究

Research on polyhedron

「真野 暁子 長田 梨伽 Mano Akiko Osada Rika

Abstract

If a regular polyhedron has a fractal structure, its shape approaches a certain solid and its volume converges to a certain value. We use thick paper to create a regular polyhedron (regular tetrahedron, regular hexahedron, regular octahedron) with a fractal structure and considered what kind of solid will converge on and how the volume changes. Then made hypothesis each of them and actually calculated to verify.

1. 目的

正四面体, 正六面体, 正八面体において, フラクタル構造を持つ多面体を実際に作成し, 体積がどのように変化していくかを考察する。

2. 方法

正四面体に対して、各辺の中点を結んでできた四つの三角形のうち、中央の正三角形に対して正四面体を乗せる。正三角形を見つけるたびにこの作業を繰り返して行う。最初の正四面体を N_0 とし、 N_0 のそれぞれの面に正四面体を一つ乗せたものを N_1 、 N_1 のそれぞれの面に正四面体を一つ乗せたものを N_2 としていく。 N_4 まで実際に作成し、この作業を続けたときの体積を仮説、検証する。

正六面体の1つの面を9つの正方形に当分し、中央の正方形に、元の立方体の各辺を1/3倍した立方体をのせる。正四面体と同様に検証する。

正八面体に対して、各辺の中点を結んでできた4つの正三角形のうち、中央の正三角形に対して正八面体を乗せる。 正四面体と同様に検証する。

3. 結果

フラクタル構造を持つ正四面体は、 N_0 の一辺の長さを面の対角線とする立方体に近い多面体に収束するという仮説を立てた。計算上も体積が仮説の立方体の値になった。

フラクタル構造を持つ正六面体は、NoにNoの面を底面に持つ、高さがNoの1/2倍の四角錐を、6面に1つずつつけた多面体に収束するという仮説を立てた。計算してみると仮説とは異なるが有限値となった。

フラクタル構造を持つ正八面体は、Noの対角線を一辺とする立方体に近い多面体に収束するという仮説を立てた。k回目に乗せる正八面体の総数を漸化式で表し、それを利用して帰納的にExcelで計算した。その結果、仮説の立方体の体積と同じ値になった。

4. 考察

フラクタル構造を持つ正六面体は、体積を計算した結果、作成した段階で予想していた多面体の体積と違う値になった。これは四角錐になると予想した部分に埋まらない隙間が生じ、正確な四角錐にならないためだと考えられる。

フラクタル構造を持つ正八面体は、k回目に乗せる正八面体の個数の漸化式を求め、それを利用して帰納的にExcelで計算した。一般項を求めたかったが、正三角形一つに対して正八面体一つとできないため、単純な等比数列で表すことができなかった。しかし、正八面体を新しく置く場所が何面で囲まれているかで分けて考えることで、規則性があることが分かったため、漸化式で表すことができた。

5. 結論

フラクタル構造を持つ正四面体と正八面体の仮説は正しく、予想した立方体に収束し、体積はある一定の値に収束することが分かった。正六面体の仮説は正しくなかったが、体積はある一定の値に収束することが分かった。

6. 参考文献

2015.8「数学セミナー」(多面体を見つめ直す) 日本評論社

7. キーワード

正多面体 フラクタル 漸化式

Cevian Triangle の研究

浅野皓生

Abstract

I have been studying about the characteristics of "Cevian Triangle", with the result that I have found out an interesting collinearity, which I guess is a new discovery.

1. 目的

 \triangle ABCの内部に点 1 を取り、A, B, C と 点 1 とを結んだ直線と対辺との交点を A_1 , B_1 , C_1 とする。この時 $\triangle A_1B_1C_1$ を、 $\mathbb{F}\triangle ABC$ の点 1 による Cevian Triangle \mathbb{F} と呼ぶ。この Cevian Triangle の性質を、考察した。

2. 結論・考察

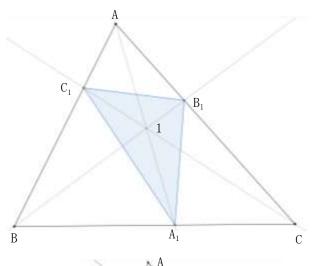
△A₁B₁C₁の内部に点2を取り、

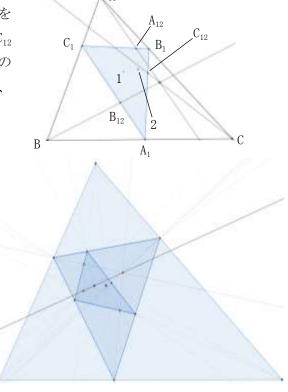
- ② A_{12} , B_{12} , C_{12} と点 1 とを結んだ直線と対辺 (及びその延長) との交点を A_{121} , B_{121} , C_{121} とする。この時、点 2, 【 \triangle ABC+ \triangle A₁₂B₁₂C₁₂】【 \triangle A₁B₁C₁ + \triangle A₁₂₁B₁₂₁C₁₂₁】は同一直線上にある。
- ・同様にしてさらに三角形を作り、 Perspectiveを作図すると、さらに何本もの共 線が出現する。この法則性の考察が目下の研究 対象である。

3. 参考資料 東京書籍 数学 I, II

4. キーワード

Cevian Triangle Perspective





多項式関数の係数決定とその拡張

望月 裕貴

Abstract

I studied about coefficient determination of polynomial function. As a result, I found there was an intimate relation between coefficient determination and series expansion.

1. 目的

n+1 点を通る n 次関数を求める。

2. 方法

3点を通る2次関数を、3点のうちの2点を通る2つの1次関数を用いて求める方法を発見した。 これを拡張する。

3. 結果

このとき、 $A_1, A_2, \cdots A_{n+1}$ を通るxのn次関数f(x)の x^n の係数 $F_n: F_n = \frac{q_{n-1}-p_{n-1}}{q_{n+1}-q_1}$ となる。

② y = f(x)上に無限個の点(a, f(a)), (a+n, f(a+n)), (a+2n, f(a+2n))…をとる。

このとき、①を繰り返し利用することにより以下の等式が得られる。

$$f(x) = f(a) + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k! \, n^k} \left[\left\{ \sum_{i=0}^k {}_k C_i \, (-1)^i \, f(a + (k-i)n) \right\} \left\{ \prod_{i=0}^{k-1} (x - a - in) \right\} \right]$$

4. 考察

*結果②の式においてf(x)が無限回微分可能であるとき、②の式はTaylor展開と一致する。

*さらに、結果①を拡張すると以下のような定理が得られる。

 $n \in \mathbb{N}$ のとき、以下の条件を満たす相異なるn+1点 $A_1,A_2,\cdots A_{n+1}$ のx座標を $a_1,a_2,\cdots a_{n+1}$ とし、 $A_1,A_2,\cdots A_n,A_2,A_3\cdots A_{n+1}$ を通るg(x)のn-1 次関数の $\{g(x)\}^{n-1}$ の係数をそれぞれ p_{n-1},q_{n-1} とする。 条件: $a_1 < a_2 < \cdots < a_{n+1}$ かつ区間 $[a_1,a_{n+1}]$ にg(x)の極値が存在しない。

このとき、 $A_1, A_2, \cdots A_{n+1}$ を通るg(x)のn次関数f(x)の $\{g(x)\}^n$ の係数 $F_n: F_n = \frac{q_{n-1} - p_{n-1}}{a_{n+1} - a_1}$ となる。

*また、無限回微分可能なf(x)、微分可能なg(x)に対して、

(1)
$$p_0 = f(a)$$
 (2) $p_{k+1} = \frac{1}{g'(a)}(p_k)'$ (k は非負整数) とする $\alpha < a < \beta$ かつ 区間 $[\alpha, \beta]$ において $g(x)$ の極値が存在しないならば

$$f(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k!} p_k (g(x) - g(a))^k \qquad (\alpha < x < \beta)$$

5. 結論

多項式関数の係数決定はTaylor展開や様々な定数の級数展開を求めることにつながる。

6. 参考文献

東京書籍 数学Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ

7. キーワード

係数決定 Taylor 展開

2715 兵庫県立明石北高等学校 Hyogo Prefectural Akashikita Senior High School

折り紙構造と衝撃吸収

Structure of ORIGAMI and shock absorption

石橋 由佳 岩上 瑞希 藤井 真梨乃 山﨑 初 Yuka Ishibashi Mizuho Iwagami Marino Fujii Ui Yamazaki

Abstract

We check the difference in the restoring force of paper. We make cylinders (pentagonal, hexagonal, heptagonal) as a shock absorber and calculate the spring constant. We could calculate the spring absorption, but the spring constant was unrelated with the number of size because pentagonal cylinders are difficult to measure and there are some differences.

1. 目的

筒の形状(五角形、六角形、七角形)によるばね定数の違いを調べる。

2. 方法

筒の初期の高さを測る。次におもりをのせた状態で再度高さを測り、元の高さとの差を求める。 最後にばね定数を計算して比較する。

3. 結果

形状ごとのばね定数 五角形…8.0328N/m

六角形…7.1014N/m 七角形…13.142N/m

4. 考察

今回の実験では筒の形状によってばね定数が変化することが確認できたが、角の数とばね定数の関係は確認できなかった。

5. 結論

実験の精度を上げて、今回角の数とばね定数の関係を確認できなかった理由を調べる必要がある。

6. 参考文献

石田祥子(明治大学 理工学部機械工学科)「折紙の数理と構造設計」 柴田勝也(秋田大学)「折り畳み円筒折り紙構造のバネ性能」

7. キーワード

折り紙工学 衝撃吸収

A polyomino

渡邊 康聖 長谷川 龍児 前川 優哉

Watanabe Kosei Hasegawa Ryuji Maekawa Yuya

Abstract

We did research on an unsolved problem, polyomino. We tried to solve it on coordinate, and we tackled a part of this problem. In this approach, we restricted the extending direction to axes. As a result of avoiding counting the same patterns by classifying the number of mino into odd or even, we succeeded in finding formula.

1. 目的

今回の研究のもととなった「テトリス」というゲームでは四つの正方形で生成されたそれぞれ回転したときに一致しない7種類の「テトラミノ」があり、「テトラミノは7種類だが、その他のミノは何種類あるのだろうか」と気になり調べた。

2. 方法・結果

座標を用いて軸上でミノを伸ばした際の規則性を見つけ出す。座標平面上の原点を基準とし、x軸y軸上の点の数を正方形の個数として考える。この時、

- *x*軸の正の方向のみに伸ばすものを一方向
- x軸y軸の正の方向のみの伸ばすものを二方向
- x軸の両方向と、y軸の正の方向のみに伸ばしたものを三方向
- x軸y軸の両方向に伸ばしたものを四方向 とすると式は右。
- 3. 考察・結論・展望
- ・十字の条件下で規則性を見つけることができた。
- ・重複の解決が難点だった。
- ・基準の正方形を三次元にしたときの 一般式の考察。
 - 4. 参考文献

なし

5・キーワード

ポリオミノ

正方形の個数	n
一方向のみ	1
二方向まで	$n = 1 \Rightarrow 1$ $n \ge 2 \Rightarrow n - 1$
三方向まで	$\frac{(n-1)(n-2)}{2}+1$
四方向のみ	n が偶数 $\Rightarrow \frac{n^2-2n+2}{2}a - \frac{2a(a+1)(3n-4a-5)}{2}$ n が奇数 $\Rightarrow \frac{n^2-2n+3}{2}a - \frac{2a(a+1)(3n-4a-5)}{3}$ ※ ただし $n=4a+5$, $4a+6$ のときは式に1を足す a について $n=5$, 6 σ 3 θ $a=1$, $n \ge 7$ τ $\sigma = \left[\frac{n-2}{4}\right]$

ポリオミノ

A polyomino

渡邊 康聖 長谷川 龍児 前川 優哉

Watanabe Kosei Hasegawa Ryuji Maekawa Yuya Abstract

We did research on an unsolved problem, polyomino. We tried to solve it on coordinate, and we tackled a part of this problem. In this approach, we restricted the extending direction to axes. As a result of avoiding counting the same patterns by classifying the number of mino into odd or even, we succeeded in finding formula.

1. 目的

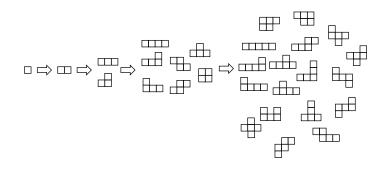
今回の研究のもととなったのは「テトリス」というゲームである。このゲームは四つの 正方形で生成されたそれぞれ回転したときに一致しない7種類の「テトラミノ」を利用し たものである。

そんな「テトリス」に着眼点を置いたとき、「テトラミノは7種類だが、その他のミノは何種類あるのだろうか」と気になり調べてみたところ、未解決問題の一つであると知り、研究を始めた。

2. 方法

やみくもにミノを生成し、それぞれの個数から規則性を見つける。

正方形の数を 7 つ 8 つと増やした時点で生成できるミノの数が膨大になり、規則性を見つけることが困難となった。また、数えきることが出来たミノから規則性を推測してみたが一般式を見つけることは出来なかった。



正方形の個数	1	2	3	4	5	6	7	8
ミノの個数	1	1	2	7	18	60	196	704

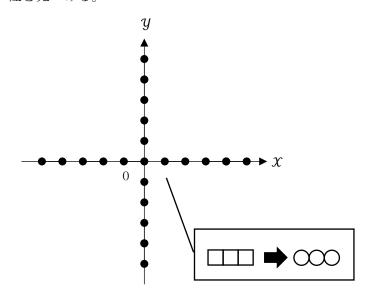
(1). 考察

目的である正方形の個数を増やしたときに生成される膨大な個数のミノから規則性を見つけ出すことは困難であるという結論に至り、何かしらの条件を加えることで規則性を導き出そうと考えた。

研究2 座標を用いて軸上で規則性を見つけ出す

(1). 研究の目的

座標平面上において正方形の個数を増やしたときに作られるミノの種類を考察し、規則性を見つける。



(2). 方法及び結果

座標平面上の原点を基準にx軸y軸上の点の数を正方形の個数として考える。この時、

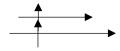
- *x*軸の正の方向のみに伸ばすものを一方向
- *x*軸*y*軸の正の方向のみの伸ばすものを二方向
- x軸の正負の方向と、y軸の正の方向のみに伸ばしたものを三方向
- *x*軸*y*軸の正負の方向に伸ばしたものを四方向

として考える。

① 一方向

n個のミノを一方向に伸ばすのは一通りしかない。よって、nの値に関係なく1通りである。





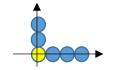
② 二方向まで

n個のミノを二方向に伸ばすとき、必ず二方向に伸ばすことが出来るのは $n \ge 3$ であり、原点に一個を固定して考える。

例として、n=6を考える。原点に一個を固定して、一個を除いた五個を二つに分けて考える。



例えば、左下のように線を入れた場合、右図のようになる。





n=6 は以下から一つ選べばよい。



式に表すと、 $_{6-1-1}$ C₁=4となる。

しかし、求めるのは一方向のみを含むので、この式に一直線の一通りを加える。

$$_{6-1-1}C_1 + 1 = 5$$

一般化すると、

$$_{n-1-1}$$
 $C_1 + 1 = n - 1 (n \ge 3)$ となる。

またn=2の時は一通りであり、これはn-1という式に当てはめても成立する。以下、まとめると、

$$n=1$$
 1通り

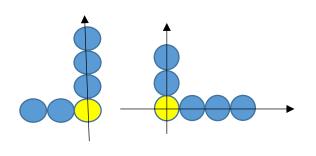
$$n \ge 2$$
 $n-1$ 通り

となる。

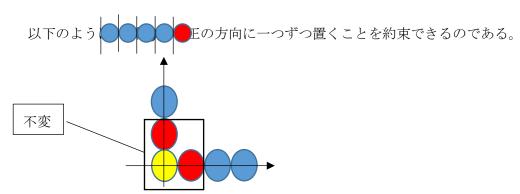
③ 三方向まで

n個のミノを三方向に伸ばすとき、必ず三方向に伸びるのは $n \ge 4$ であり、原点に一つを固定して考える。

その時、二方向時の重複に加え90度回転の重複を考慮しなければならない(下の図形は重複している)。



しかし、以下の図1のように5本から2本を選び、3つに分けることで、x軸y軸の正の方向に原点以外で1個以上置くことが出来るので、重複を回避することができる。



例えば、図形で表すと、以下の通りである。

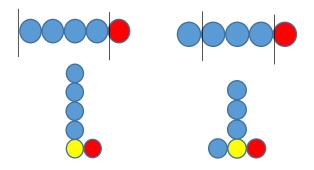


図 1 の図形の線から 2 本を選び、一直線の 1 通りを付け加えるのに等しいので式は以下。

$$_{5}C_{2}+1=11$$

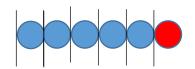
一般化すると、 $n \ge 4$ の時、n-1個の図形を3つに分け、一直線を付け足すことで以下の式を得られる。

$$_{n-1}$$
 $C_2 + 1 = \frac{n^2 - 3n + 4}{2} = \frac{(n-1)(n-2)}{2} + 1$

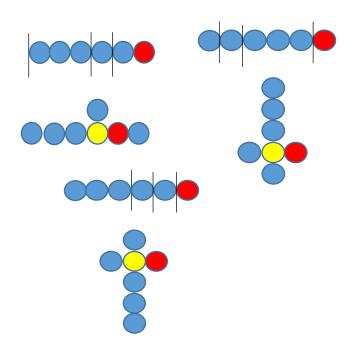
④ 四方向

四方向では、必ず四方向にのみ伸ばしてできる図形の数を求める事とした。三方向と

同じように、以下の六本の線を引き、その中から四組に分ける、つまり三本の線を選ぶと、以下に示すように、三方向と四方向が混在し、また四方向の図形には重複が含まれていた。



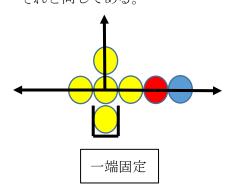
これから三本選ぶと以下



このことから、三方向の場合を除き、四方向のみについて考察する。四方向の重複が 出ることについて、ミノを伸ばす方向を決定することで対処することとした。考え方 は、一直線上に伸ばすことと一端を固定して三方向に伸ばす二つである。

1). 一端固定で三方向に伸ばした時

この場合は三方向の考え方を応用して、必ずx軸とy軸の、正の方向に点を置くようにしたところ $n \geq 7$ で、 $_{n-5}C_2$ という式が導き出された。この際、5というのは四方向を構成する際に必要な最小の個数で、三方向までは中心の1だけ除いてたが、それと同じである。

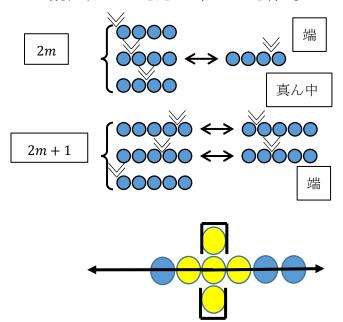


中心の 5 つを固定し、右の ひとつを約束する

2). 一直線上に伸ばした時

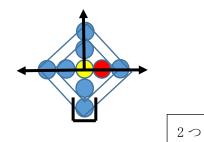
この時はn-5のミノを二つに分け、重複しない範囲を定める必要があった。これは(1)の場合と同じようにn-5をそれ以上分割せずにしようとしたが、n-5が偶数か奇数かで一般式が変わってしまった。なので、偶数と奇数で、それぞれを2m,2m+1として考えた。

その際、偶数は重複しない端と真ん中の 2 つを除いたものを 2 で割ることで重複をなくし、そこに最初に除いた 2 を足すことで、m+1式を得ることが出来た。また、奇数の場合、重複しない端を除いたものを 2 で割ることで重複をなくし、そこに最初に除いた 1 を足して、m+1を得た。

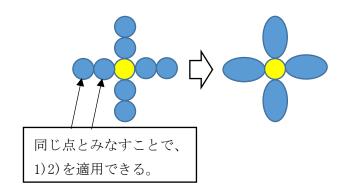


3). 固定した一端の数を増やす

1),2)のみでは約束された一端が一つのままであり、端の数が最低でも2個ある以下のような場合を作れない。



そこで、1),2)の考え方に付け加えを行うこととした。つまり、その固定した一端を端の最小個数とすることでこれ以降の固定した端を一つの組として考えるのである。つまり、固定した端の個数が 2 の時、端の一つ目と二つ目を等しい点とみなして、1)と 2)を繰り返すのである。端の数を多くして、同じようにすることで、nの値について全てを数え上げることが出来る。

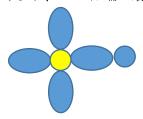


上は固定された端の最小個数が 2 だが、その数を 3,4 と大きくしても、同様にして同じ点とみなすことで 1),2)を適用することが可能である。すなわち、端の最小個数が増えるごとに 1),2)を使い同様に数え上げることができるのである。

- 1),2),3)について、n=10で示す。
 - 1) $\sharp 0_{10-5} C_2 = 10$
 - 2) $\sharp 910 5 = 5 = 2 * 2 + 1 \%$ $\pi = 2$

よってm+1=2+1=3

3)より、n=10は端の最小個数に2を取れるので、以下のようになる。



すると、n=6 の場合に等しく、n=6 について 1 通りより、結果は n=10 のとき 14 である。

四方向の結果の表は以下の通りである。

固定端の数		m≧1	?	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	n-5	2m		1		3		9		19		33		51
	נו־ט	2m+1			1		5		13		25		41	
2	n-5-4	2m					Ü	1		3		9		19
	11-5-4	2m+1							1		5		13	
3	n-5-4-4	2m										1		3
	11-5-4-4	2m+1											1	
k+1	n-5-4k													
	sum			1	1	3	5	10	14	22	30	43	55	73

そして、これで四方向は数え上げる事が出来た。

四方向の式の導出

まず、上に書いてある通り、基本は 1)と 2)の二つの式であり、それを n-5-4k の k を 0 から n-5-4k が 0 を下回らない値まで増やし、それぞれについての値の合計が求める値である。

下のように、n=5,6,7,8ではkは0、n=9,10では1

г									
L		m≧1	~	5	6	7	8	9	10
Ī	F	2m		1		3		9	
L	n−5	2m+1			1		5		13
ſ	n-5-4	2m						1	
	n-3-4	2m+1							1

しかし、k を増やせる値の式化が問題となった。表を見たところ、端の最小個数の値が 4 ごとに増えて行っているが、それを式で表さなければならない。さらに、1)で n-5 を使ったが、5 と 6 に加えて、n-5-4k の k を増やした時に n-5=0 となり、コンビネーションが使えない事態が発生する。つまり、 $n-5\equiv 0 \pmod 4$ これを回避するためには、k をどこまで増やせるのか定義しなければならない。そこで、以下のように考えた。

まず、n = 5.6を除いて、7 から 4 つごとに区切る。これは、4 つごとに増える性質と、コンビネーションが出来なくても最初の 2 つの値が変わらず 1 であることを利用したためである。

	m≧1	~	5	6	7	8	9	10
n−5	2m		0		3		9	
	2m+1			1		5		13
n-5-4	2m						0	
	2m+1							1

そうすることで、 $n \ge 7$ において式に一般性を持たせる事が出来た。

さらには、2)で示したように、n-5-4kの値が偶数か奇数かで場合分けをしなければならない。だが、偶数から偶数を引いても、奇数から偶数を引いても偶数か奇数かは変わらない。

以下、式化の詳しい導出についてである。

[1] n が奇数のとき

$$n-5-4k=2m$$
 の時(つまり n は奇数, $k \ge 0$) $m=\frac{n-5-4k}{2}$ であり、 $m+1=\frac{n-5-4k}{2}+1$ である。

$$\sum_{k=1}^{a} (m+1+n-5-{}_{4k}\mathsf{C}_2)$$

$$\sum_{k=1}^{a} \left(\frac{n-1-4k}{2} + 1 + \frac{1}{n-1-4k} C_2 \right)$$

$$= \sum_{k=1}^{a} \left\{ \frac{n+1-4k}{2} + \frac{(n-1-4k)(n-2-4k)}{2} \right\}$$

$$= \sum_{k=1}^{a} \left\{ \frac{n^2 - 2n + 3}{2} - 4k(n-1) + 8k^2 \right\}$$
$$= \frac{n^2 - 2n + 3}{2} a - \frac{2}{3} a(a+1)(3n - 4a - 5)$$

[2] n が偶数のとき

$$n-5-4k=2m+1$$
 の時(つまり n は偶数, $k \ge 0$) $m=\frac{n-6-4k}{2}$ であり、 $m+1=\frac{n-6-4k}{2}+1$ である。この時、

$$\sum_{k=1}^{a} \left(\frac{n-2-4k}{2} + 1 + \frac{1}{n-2-4k} C_2 \right)$$

$$= \sum_{k=1}^{a} \left\{ \frac{n-4k}{2} + \frac{(n-1-4k)(n-2-4k)}{2} \right\}$$

$$= \sum_{k=1}^{a} \left\{ \frac{n^2 - 2n + 2}{2} - 4k(n-1) + 8k^2 \right\}$$

$$= \frac{n^2 - 2n + 2}{2} a - \frac{2}{3} a(a+1)(3n-4a-5)$$

※ただしn=4a+5, 4a+6のときは式に1を足す aについて n=5, 6の時a=1, $n\geq 7$ で $a=\left[\frac{n-3}{4}\right]$

3. 結果

正方形の個数		п			
一方向のみ		1			
二方向まで		$n = 1 \Rightarrow 1$ $n \ge 2 \Rightarrow n - 1$			
三方向まで		$\frac{(n-1)(n-2)}{2}+1$			
四方向のみ		n が偶数 $\Rightarrow \frac{n^2-2n+2}{2}a - \frac{2\alpha(\alpha+1)(3n-4\alpha-5)}{3}$ n が奇数 $\Rightarrow \frac{n^2-2n+3}{2}a - \frac{2\alpha(\alpha+1)(3n-4\alpha-5)}{3}$ ※ただし $n=4\alpha+5$, $4\alpha+6$ のときは式に1を足す α について $n=5$,6の時 $\alpha=1$, $n\geq7$ で $\alpha=\left[\frac{n-3}{4}\right]$			

4. 考察

- ・十字の条件下で規則性を見つけることができた。
- ・重複の解決が難点だった。
- ・基準の正方形の数を三次元に増やしたときの一般式 の考察。

5. 結論

・十字の条件下で規則性を見つけることができた。

- 6. 参考文献 なし
- 7. キーワード ポリオミノ

ラムゼーゲーム ~必勝法研究~

長縄 茉美 大原 慧也 松本 大樹 北村 祐稀

Abstract

We researched on winning strategy of Ramsey game. (Ramsey game: played by two person, they draw a line connecting two of some vertexes mutually, the person who first made a triangle by three lines the person drew is loser.) We found that there is a winning strategy in second player.

1. 目的

六角形におけるラムゼーゲームの必勝法について研究する。

※ラムゼーゲーム:二人のプレイヤーで交互にいくつかの点を結ぶ線を引いていき、自分の引い た線だけで先に三角形ができたほうが負けとなるゲーム

2. 方法

- ・ラムゼーの定理より、六角形でラムゼーゲームを行うと必ず勝敗が決まる。
- ・プログラム計算によって、勝ちが確定するパターンを調べた。
- ・線の引き方と、後攻が生き残れる最終局面について、それぞれ何通りあるか調べた。

3. 結果

- ・プログラム計算によって、後攻に必勝法があることが判明した。
- ・後攻に必勝法があることを証明できた。

4. 考察

線の引き方と後攻が生き残れる最終局面の数が等しいので、後攻は線を7本引くまで必ず生き残る、つまり後攻は選択を間違えなければ必ず勝てる。よって後攻に必勝法がある。

5. 結論

六角形でのラムゼーゲームには、後攻に必勝法がある。

6. 参考文献

特になし。

7. キーワード

グラフ理論 ラムゼーの定理

Hiroshima University High School

n筆書きに魅せられて ~奇点の数と筆数の関係~

Addicted to n-stroke sketch ~Relationship between number of odd points and strokes~

木戸 晴江 橋本 芙由 宮下 愛 目崎 七海 Kido Harue, Hashimoto Fuyu, Miyashita Ai, and Mezaki Nanami

Abstract

Based on one-stroke sketch theory, we thought about two-stroke sketch and n-stroke sketch. We supposed pictures which can be drawn with two strokes if and only if they have 4 odd points, and proved. We supposed pictures which can be drawn with n strokes if and only if they have 2n odd points, and proved it with mathematical induction.

1. 目的

n筆書きの数学的な証明については、少なくとも日本語でアクセスできる文献は見つかっていない。このn筆書きの問題に対して、一筆書きの考え方を応用し、奇点の数と筆数の関係に着目することによって、予想される判定法の証明を行った。

2. 方法、結果

『n筆書き』を次のように定めた。

「a 筆書きはできないが、筆 ϵ n-1回離すことによって、全ての辺を重複することなく通ることができる書き方。(ただし a はn-1以下の全ての自然数)」

まず、図形が二筆書き可能であることと、図形の持つ奇点の数が4個であることが同値であると予想した。 この予想に対して、一筆書きの考察において用いたアイデアを利用して証明を与えることができた。

次に、図形がn筆書き可能であることと、図形持つ奇点の数が2n個であることが同値であると予想した。 この予想を、一筆書きの考え方と数学的帰納法を用いて証明することができた。

3. 結論 (n 筆書きの判定法)

図形がn筆書き可能であることと、図形が持つ奇点の数が2n個であることは同値である。

4. 参考文献

- [1]J.マトウシェク・J.ネシェトリル(著)根上生也・中本敦浩(訳)『離散数学への招待』丸善出版
- [2]小林みどり『あたらしいグラフ理論入門』牧野書店
- [3]マスオ「高校数学の美しい物語 オイラーグラフの定理とその証明」https://mathtrain.jp/euler-graph
- [4] 京都産業大学理学部数理科学科石田久「数学の世界 A(第3回)」

www.cc.kyoto-su.ac.jp/~isida/sekaiA/12A-03.pdf

[5] 愛知県立豊田西高等学校 SS 科学部三苫凌「n 筆書き」 www.toyotanishi-h.aichi-c.ed.jp>sska8.pdf

5.キーワード

幾何学、グラフ理論、n筆書き、奇点