

第12回 マスフェスタ

<全国数学生徒研究発表会>



日時 2020年12月26日(土)

場所 大阪府立大手前高等学校 本館

2020 年度 マスフェスタ（全国数学生徒研究発表会）

日 時 2020 年 12 月 26 日（土） 午後 1 時 30 分～午後 4 時 30 分
場 所 大阪府立大手前高等学校（大阪市中央区大手前 2 - 1 - 11）
目 的 数学に関する生徒の取り組み（課題研究、部活動等）の研究発表を行うことにより、数学に対しての興味・関心を高め、今後の数学教育活動の発展に資する。
内 容 生徒による数学研究（課題研究等）についての発表会（ポスター）

時 程

■12 月 26 日（土）

12:30 受付開始 13:00 発表準備開始（教室へ入室可）

13:30～15:55 ポスターセッション （2～5 階 教室）

13:30～14:00 発表① グループ A、C

14:05～14:35 発表② グループ B、D

（14:35～14:50 休憩）

14:50～15:20 発表③ グループ A、D

15:25～15:55 発表④ グループ B、C

15:55～16:10 撤収・移動

発表生徒と付添教員は 7 階 視聴覚教室へ

16:10～16:30 全体会 本会場：7階 視聴覚教室

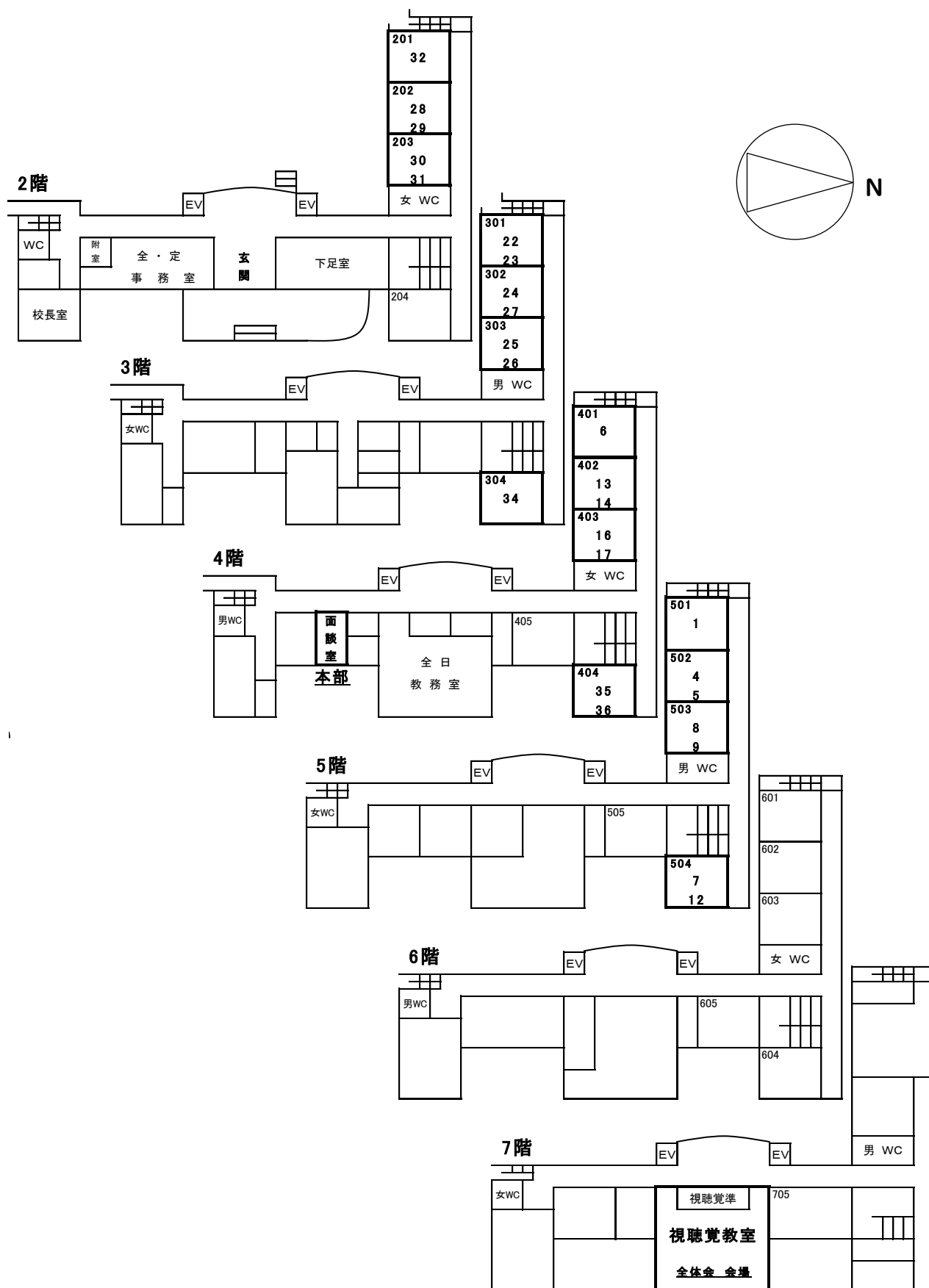
指導助言者の講評

校長挨拶

●指導助言

宇野 勝博 先生	（大阪大学大学院理学研究科 全学教育推進機構）
佐官 謙一 先生	（大阪市立大学大学院理学研究科）
高橋 太 先生	（大阪市立大学大学院理学研究科）
入江 幸右衛門 先生	（大阪府立大学大学院理学系研究科）

会場図



- ・ポスターセッション…201～203、301～304、401～404、501～504
- ・全体会…7階 視聴覚教室
- ・本部…面談室（4階 全日制教務室 南隣）

ポスタータイトル

No.	都道府県	学校名	発表教室	グループ	ポスタータイトル
1	栃木	作新学院高等学校	501	A	$an+1$ 型の素数
2		栃木県立栃木高等学校	-	-	3次元空間における3元線形独立ベクトル
3			-	-	フラクタル図形が映す影について
4	千葉	市川高等学校	502	C	3項型平方数対
5			502	D	汎二重ラテン方陣
6	東京	東京学芸大学附属高等学校	401	D	天球上の最も明るい方向を予想する～機械学習を用いた太陽光発電の効率化～
7		東京都立小石川中等教育学校	504	-	10パズル必勝法 ～ナンバープレートで10を作るゲームに勝ちたい～
8		筑波大学附属駒場高等学校	503	A	不偏ゲームへの確率の導入について
9			503	B	Markov Algorithmでの正式の微分
10	神奈川	横浜サイエンスフロンティア高等学校	-	-	N次パスカルの三角形における幾何的切断面の考察
11			-	-	ライトノベルの定量的解析
12	新潟	新潟県立高田高等学校	504	-	8パズルについての考察
13	富山	富山県立富山中部高等学校	402	A	未解決定数と極限 ～リーマンゼータ関数の表示式について
14			402	B	円と放物線が接するときの方程式の解について
15	静岡	静岡市立高等学校	-	-	完全数の性質
16	愛知	愛知県立旭丘高等学校	403	C	周期関数の級数表現とその応用
17		愛知県立刈谷高等学校	403	D	4つの集合を含むベン図は作図可能か？
18		愛知県立明和高等学校	-	-	立体とその展開図の一筆書きの関係
19			-	-	MAKE10の拡張IV
20		名古屋市立向陽高等学校	-	-	災害に強い輸送計画についての考察
21			-	-	バスケットボール競技におけるゲームの勝敗因と式の作成
22	大阪	大阪府立大手前高等学校	301	A	パスカルの三角形とピタゴラス数の架け橋
23			301	B	循環小数の不思議
24		大阪府立高津高等学校	302	C	ピザの定理の拡張
25		大阪府立四條畷高等学校	303	A	深層学習を用いたアニメキャラクターの主人公判別
26			303	B	自分で自由に動かせる4次元立方体
27		大阪府立千里高等学校	302	D	空想を科学的に読み解いてみた
28		大阪府立天王寺高等学校	202	A	半径1の円の内接正多角形の共通部分の面積についての考察
29			202	B	グループ分け理論
30		大阪府立豊中高等学校	203	C	最も無理な無理数
31			203	D	フィボナッチ音律
32	兵庫	兵庫県立明石北高等学校	201	C	「コラッツ予想」を負の整数に適用させたときの一考察
33	岡山	岡山県立岡山一宮高等学校	-	-	乱数と円周率
34	沖縄	沖縄県立球陽高等学校	304	-	Penroseタイリングの性質について
35	広島	広島大学附属高等学校	404	-	4次元折り紙（要旨集への記載はございません）
36			404	-	ポリオミノの総数の算出方法（要旨集への記載はございません）

ポスター発表の時間帯

①13:30～14:00……グループ A、C

②14:05～14:35 ……グループ B、D

③14:50～15:20……グループ A、D

④15:25～15:55 ……グループ B、C

$an+1$ 型の素数
Primes of the form $an+1$

Abstract

We can show that there are infinite number of prime numbers of the form $3n+1$ by using a polynomial m^2+m+1 . Based on this idea, we try to find out that we can prove infinity of them of other forms in the same way. As a result, we proved that there are infinite number of them of the form $an+1$ by using a polynomial $m^{a-1}+m^{a-2}+\cdots+m+1$, where a is a prime.

1. 目的

1837 年, ディリクレによって, 互いに素な a と b に対して, $an+b$ (n は自然数) と書ける素数が無数に存在することが証明された。本研究では, 始めはそれを初等的に証明しようと試みたが, まずは $an+1$ 型の素数が無数に存在することを証明する。

2. 方法

$4n+1$ 型の素数が無数に存在することを証明する際に多項式 m^2+1 を利用することから, その形を参考にして $m^{a-1}+m^{a-2}+\cdots+m+1$ について考察した。

3. 結果

$m^{a-1}+m^{a-2}+\cdots+m+1$ おいて $m=1\sim 25$ までの値を代入し, 素因数分解を行った。 a が素数であるときには, $m^{a-1}+m^{a-2}+\cdots+m+1$ の素因数は全て a または $an+1$ 型であることが分かった。

4. 考察

上記の結果から, すべての自然数 m に対しても a が素数の時には同様のことが成り立つのではないかと考えた。実際, $a=3$ について, それが正しいことが分かった。更にこの事実を利用して, $3n+1$ 型の素数が無数に存在することを証明できた。

5. 結論

a が素数のとき, 任意の自然数 m に対して, $m^{a-1}+m^{a-2}+\cdots+m+1$ の素因数は全て a または $an+1$ 型であることを証明することができた。また, $3n+1$ 型の素数が無数に存在することの証明方法を利用して, a が素数であるとき, $an+1$ 型の素数が無数に存在することを初等的に証明できた。

6. 参考文献

『なるほど整数論』 村上 雅人

『初めての数論』 ジョセフ・H・シルヴァーマン

7. キーワード

$an+b$ 型 合同式

3次元空間における3元線形独立ベクトル

Three-dimensional linear independence in three-dimensional space

1. 目的

3次元空間における3本のベクトルが線形独立となる必要十分条件を幾何学記号によって、定義すること。

2. 方法

まず、2次元平面における2本のベクトルが線形独立（1次独立）となるための必要十分条件から、幾何的な性質を探る。2次元平面の幾何的な性質を3次元空間でも適用し、その性質により、考えられる3本のベクトルの関係性から立式をして、3本のベクトルが線形独立であるための必要十分条件を定義する。

3. 結果

2本のベクトルで作られる平面（平行四辺形）の面積が0にならない時、その2本のベクトルは線形独立となることから、3次元空間における3本のベクトルが線形独立となる必要十分条件は、3本のベクトルが成す立体（平行六面体）の体積が0にならないことである。

4. 考察

$\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ を3次元空間における3本のベクトルとすると、この3本のベクトルが成す平行六面体の体積 V は、次のように表せる。 $V = \|\mathbf{a} \times \mathbf{b}\| \|\mathbf{c}\| \cos \theta$
また、 $\|\mathbf{a} \times \mathbf{b}\| = \|\mathbf{a}\| \|\mathbf{b}\| \sin \theta$ であることから、幾何学記号によって定義する。

5. 結論

$\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ が線形独立

$$\Leftrightarrow \mathbf{a} \neq \mathbf{0} \quad \text{かつ} \quad \mathbf{b} \neq \mathbf{0} \quad \text{かつ} \quad \mathbf{a} \nparallel \mathbf{b} \quad \text{かつ} \quad \mathbf{c} \neq \mathbf{0} \quad \text{かつ} \quad \overline{(\mathbf{a} \times \mathbf{b})} \perp \mathbf{c}$$

6. 参考文献

数研出版改訂版高等学校数学B

7. キーワード

線形独立 幾何的 外積

フラクタル図形が映す影について

Shadows cast by fractal figures

When the fractal figure is a plane figure or a space figure, compare the shadows that are formed on the plane when the entire figure is illuminated, find a relationship. In addition, what has been put into practical use is a combination of solids such as the Sierpinski tetrahedron, and we will consider why it is put into practical use.

1. 目的

フラクタル図形（本研究ではシェルピンスキーのギャスケット、カーペットを用いる）が平面図形である場合、空間図形である場合において、その図形全体に光を当てた際に平面上にできる影をそれぞれ比較し、関係性を見出す。また、実用化されているのはシェルピンスキーの四面体のような立体を組み合わせたものだが、なぜ実用化されているのかを考察する。

2. 方法

平面図形の場合、シェルピンスキーのギャスケットとカーペットを空間におき、傾きを変化させて射影し、面積を比べる。

空間図形の場合、GeoGebra を用いて立体を作り、正四面体のねじれの位置にある辺のそれぞれの中点を通る直線と、それに平行な直線を光と見なし、影を正射影する。

3. 結果

平面図形である場合、常にシェルピンスキーのカーペットの方が、ギャスケットよりも影の面積が大きくなる。

空間図形である場合、シェルピンスキーの四面体では、ねじれの位置にある2辺の中点を結んだ直線上に光源があるとき、各立体の影が隙間なく並び、光の通る空間がなくなることがわかった。光源がずれると光の通る空間が少々できる。一方メンガーのスポンジでは、常に影が重なっているため、光の通る空間はなかった。

4. 考察

フラクタル図形が平面であった場合、光の傾きに対し常にカーペットの方が影の割合がギャスケットより大きいことが証明できたが、シェルピンスキーのギャスケットで構成された四面体、シェルピンスキーのカーペットで構成された六面体（メンガーのスポンジ）それぞれの影は四面体では影内部の隙間の変化があるが、六面体にはないことから実用化に四面体が至ったのは日よけという用途に光の量の変化があるこの四面体の図形的性質が適していたのではないかと考える。またカーペットの場合、六面体となると性質上、影においてフラクタル図形であるということは意味を持たなくなってしまうことがわかった。

5. 結論

シェルピンスキーの四面体は影の光量の変化をつけるのに効果的であった。一方、メンガーのスポンジは影において六面体と違いが見られなかった。

6. 参考文献

Geo Gebra（図形作成時に使用）

7. キーワード

フラクタル図形 幾何 正射影

3 項型平方数対 Three Terms Type of Square Number Pair

Abstract

Square number pair is a pair of A and B both of which are square numbers, and which have a rule that $A + B$ and $A - B$ are square numbers. Then I defined “three terms type of square number pair” as a pair of A and B both of which are square numbers, and which have a rule that $A + B + AB$ and $A - B + AB$ are square numbers. It turned out that $(a^2, 4a^4)$ and $(1, b_n^2)$ are true of it. ($b_n = 2 \cdot p_n \cdot q_n$, $p_{n+1} = p_n + q_n$, $q_{n+1} = 2p_n + q_n$, $p_1 = 1$, $q_1 = 1$)

1. 研究背景

平方数対 (A, B) とは A , B が平方数で $A + B$, $A - B$ も平方数であるような組 (A, B) のことである. 平方数対 (A, B) は, $A = z^2 (z \in \mathbf{N})$, $B = 0$ という自明解しか存在しないことが知られている. 本研究では A , B が平方数で $A + B + AB$, $A - B + AB$ も平方数であるような組 (A, B) を 3 項型平方数対として定義した.

2. 研究結果

$1 \leq A \leq 10^{12}, 1 \leq B \leq 10^{12}$ の範囲でプログラミングを用いて調べた結果, 多くの組 (A, B) が出てきた. $A = a^2$, $B = b^2 (a, b \in \mathbf{N})$ とすると, それらは $a = 1$ のときと $a = 2, 3, 4 \dots$ のときの 2 つのパターンに分けることができた.

- 1) $a = 2, 3, 4 \dots$ のとき, $(A, B) = (a^2, 4a^4)$ が成り立つ.
- 2) $a = 1$ のとき,

b として当てはまる数を小さい順に並べた数列 $\{b_n\}$ は

$$b_n: 2, 12, 70, 408, 2378, 13860, 80782 \dots$$

となり, これは次のように表せる.

$$b_n: 2 \cdot 1 \cdot 1, 2 \cdot 2 \cdot 3, 2 \cdot 5 \cdot 7, 2 \cdot 12 \cdot 17, 2 \cdot 27 \cdot 41, 2 \cdot 68 \cdot 95, 2 \cdot 163 \cdot 231 \dots$$

この因子に注目した結果,

$$b_n = 2 \cdot p_n \cdot q_n, \quad p_{n+1} = p_n + q_n, \quad q_{n+1} = 2p_n + q_n \quad (p_1 = 1, q_1 = 1)$$

と定義すると, $(A, B) = (1, b_n^2)$ において $A + B + AB$, $A - B + AB$ が平方数であること示せた.

3. 参考文献

高野 道夫, 「素数対と平方数対について」, 『数学教育研究』第 48 巻 第 1 号 (2013), 1-6

4. キーワード

平方数対, ディオファントス方程式

汎二重ラテン方陣
Pandiagonal Piled Latin Square

Abstract

Pandiagonal Latin square is the square which has different number on each row and each pandiagonal. Piled Latin square is the square which is piled two Latin squares. I studied how to arrange Pandiagonal Piled Latin square, then it can be made from Pandiagonal square.

1. 汎二重ラテン方陣

$n \times n$ のラテン方陣とは、 n 種類の数字を $n \times n$ の正方形の各行各列に 1 つずつ現れるように配置したものである(図 1: 3×3 のラテン方陣)。また、 $n \times n$ 汎ラテン方陣とは、正方形の汎対角線上にも異なる数字が 1 つずつ表れるように配置したものである(図 2, 図 3: 5×5 の汎ラテン方陣)。 n が 2 や 3 の倍数である場合には、 $n \times n$ の汎ラテン方陣は存在しないことが Polya の定理(1927)により知られている。

本研究では $n \times n$ のラテン方陣を 2 つ重ねて 45° 回転し、各斜列(正方形の辺と平行方向にある列)に 1 から $2n$ までの数字が 1 つずつ現れるように配置したものを $n \times n$ の二重ラテン方陣と定義する。二重ラテン方陣の小さな正方形の上の三角形を上マス、下の三角形を下マスとする。例えば、図 2 のラテン方陣と図 3 のラテン方陣を重ねて右回りに 45° 回転させ、図 2 の数字を上マスに書き、図 3 の数字を下マスに書くと図 4 の二重ラテン方陣となる。また、二重ラテン方陣の正方形の横列(図 4 の太線内は横列の 1 つ)、縦列(横列と垂直方向にある列)に対し、汎対角線上にも異なる数字を 1 つずつ配置したものを汎二重ラテン方陣と定義する。

1	2	3
2	3	1
3	1	2

図 1

1	5	9	3	7
9	3	7	1	5
7	1	5	9	3
5	9	3	7	1
3	7	1	5	9

図 2

2	10	8	6	4
6	4	2	10	8
10	8	6	4	2
4	2	10	8	6
8	6	4	2	10

図 3

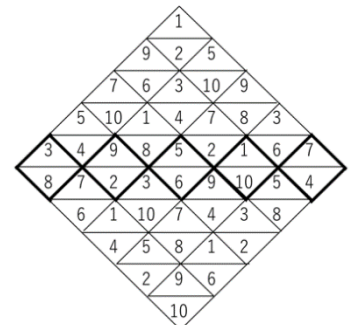


図 4

2. 考察

汎二重ラテン方陣の上マスと下マスを入れ替えたものも汎二重ラテン方陣となるが、これを上マスと下マスで分解して 2 つの方陣にしても、その方陣はラテン方陣にはならない。例えば、図 4 の 1 番上のマスの 1 と 2 を入れ替えたもの(図 5)も 5×5 の汎二重ラテン方陣であるが、これを 2 つの方陣に分解するとそれぞれ 5×5 の方陣となるが、分解された方陣にはそれぞれ 6 種類の数字が入ることになる。そのため、分解されたこれらの方陣はラテン方陣ではない。

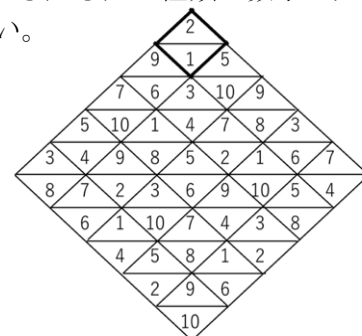


図 5

3. 参考文献

- 生田雅範, 『Polya の定理と pattern inventory』 3
山本幸一, 『ラテン方陣について』 1-1, 1960

4. キーワード

ラテン方陣、オイラー方陣、魔法陣

天球上の最も明るい方向を予想する
- 機械学習を用いた太陽光発電の効率化 -

Expectation of the brightest direction on the celestial sphere
Increasing efficiency of solar power generation using machine learning

Abstract

I studied a method of predicting the position of the sun from a fixed illuminance sensor value. A mathematical formula for predicting the brightness in a certain direction on the celestial sphere is introduced, and its accuracy is confirmed by experiments. I confirmed that we can solve for the sun by substituting the sensor values into the equation.

1 目的

ソーラートラッカーでは、位置情報、時刻情報に基づき太陽電池を太陽の方向に傾けることが有効である。しかし、自動車など移動する環境や宇宙空間などでは、複雑な計算を必要とする。そこで、機械学習を応用し、明るさセンサーから得た値のみで天球上の最も明るい方向を予想する手法を研究した。

2 方法と結果

天球上に球面座標 (θ, ϕ) をとり、太陽の方向を (Θ, Φ) としたとき、方向 (θ, ϕ) に太陽電池を向けたときの発電量 $r(\theta, \phi)$ は、

$$r(\theta, \phi) = R \{ \cos \Theta \cos \theta + \sin \Theta \sin \theta \cos(\Phi - \phi) \} + C$$

と表されると予想した (R, C は定数)。この式を天球モデルと名付け、天球モデルが妥当であることを調べるため、天球上の複数点の明るさを、2020 年 4 月から 8 月までに 1017 回、フォトダイオードを用いて計測した。また、モデルの定数を機械学習を用いて決定し、182600 点においてモデル値との誤差を計算した。その結果、標準偏差 1 に正規化したデータにおいて、誤差は標準偏差 0.541 であった。

3 結論

適切に固定した 4 個以上のセンサーで照度を測り、天球モデルに値を代入すると、連立方程式を解くことによって Θ, Φ, R, C が求まる。 $r(\Theta, \Phi)$ は最大値を取るから、連立方程式の一般解を実装することで目標とするソーラートラッカーを作ることができる。

4 参考文献

トランジスタ技術編集部 (2011). 『太陽電池活用の基礎と応用』。CQ 出版社。
須山敦志 (2019). 『ベイズ深層学習』。講談社。

5 キーワード

太陽光発電, ソーラートラッカー, 誤差逆伝播法, 球面三角法

10 パズル必勝法 ～ナンバープレートで10を作るゲームに勝ちたい～

How to win 10puzzle ~The game of making 10 by the numbers of license plate ~

Abstract

In order to win 10puzzle, a game of making 10 with four arithmetic operations by four-digit numbers, I classified the solution of this puzzle. Then I researched the proportion of particular solution's appearance. Finally, I made a flow chart of 10 puzzle solution.

1. 目的

ナンバープレートの4桁の数字で10を作るゲーム「10 パズル」に勝つための解法を分類することによって、パズルを速く解くことが出来るようにする。

2. 方法

最初に 10 を作ることができる 4 桁の個数について調べ、次になるべく簡単な方法で解法を分類した。そして、その分類した解法で解くことの出来る数字の割合を調べた。

3. 結果

次のような過程を経て4桁の数字から10を作ることができた。

- ・ 4 桁の数字の総和が 10 未満のときは 5×2 の形に収束して解く
- ・ 0, 1 を含む 4 桁の数字のときは 0, 1 を除く数の和で 10 を作る
- ・ 加法・減法で解く
- ・ 1 を作って解く
- ・ 5×2 の形に収束させる
- ・ 最大の数字を除外する
- ・ $10n \div n$ の形を作る
- ・ $2n \pm m$ の形を作れるかどうか
- ・ 4 桁の数字の一部を使って 2, 3 を作って解く
- ・ 特例

並び替えを可とすると重複を除いた 4 桁の数字は 715 個、そのうち 10 を作ることが出来るのは 552 個であった。

その解法は右図のフローチャートのように示すことができた。

4. 考察

4桁の数字で10を作ることができる552個(右図)のうち、
棒内(総和と部分和、加法減法、1作り、 5×2 を使う)の解法で解ける数字は約81.76%
である。

5. 結論

10 パズルの解法の分類とその割合についてまとめることが出来た。

6. 参考文献

- ・ 完全版 テンパズル (10puzzle)全問題 全解答一覧: はまのおと (website)
- ・ メイク 10 問題と答えの一覧 (website)

7. キーワード

10 パズル ナンバープレート 解法の分類

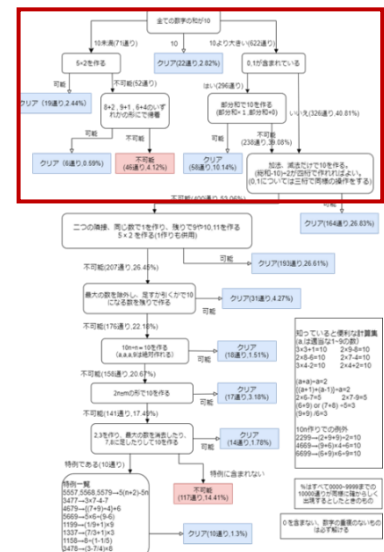


図 「10 パズル解法」フローチャート

不偏ゲームへの確率の導入について
On Applications of Probability to Impartial Games

Abstract

Impartial games, such as “Nim”, are known for its non-randomness, with a winning strategy for one of the players. In this research, we searched for properties of Nim with probability applied in a particular way, by looking at its behavior.

1. 目的

一般的に「組み合わせゲーム」と呼ばれるものは「完全情報ゲーム」と呼ばれ、偶然性を一切含まない。これに対して、偶然性を含むゲームは意外性やその上での新たな体系を多く含むので、それについて研究を行った。

2. 方法

本研究では、プレイヤーがある手を打てる確率(能力とした)を与え、勝率をみた。そのうえで、多人数ニムについても考察を行った。

3. 結果

いくつかの主張を示すことができたが、最も意外性があると判断したものを記す。

不偏ゲーム(2人のプレイヤーについて全く同じ手を打てる) G について、 G に能力 p を適用したときの先手勝率を P_G で表す。このとき、次が成立する:
 G が先手必勝 $\Leftrightarrow P_G > 1/2$ 。

4. 考察と展望

上の結果は能力の高低によらない点で興味深い。どんなに手を打ちたくない(後手必勝の)局面であり、また能力が低かったとしても、先手は後手より不利ということになるからである。

研究をさらに発展させる内容としては、プレイヤーの平等性が担保されない「非不偏ゲーム」や、順位や選好順序を与えた「多人数ニム」の考察が考えられる。

5. 参考文献

James Propp(2000), *Three-Player impartial games*, Theoretical Computer Science 233

6. キーワード

不偏ゲーム (多人数)ニム 能力

筑波大学附属駒場高等学校

Senior High School at Komaba, University of Tsukuba
Markov Algorithm での整式の微分
Differential with Markov Algorithm

Abstract

Markov algorithm is a string rewriting system that uses grammar-like rules to operate on strings of symbols. We can find the derivative function by using Markov Algorithm.

1. 目的

Markov Algorithm とは、置換規則を通してある文字列を別の文字列に変換する文字列書き換え系である。これを用いて整式の微分を行う。

2. 方法

多項式を文字列として表現するため、係数を全て非負整数とする。このとき、多項式は整数の数列として表現できる。ここで、係数の数だけ文字 'o' を並べ係数を文字 '|' で区切ることで、多項式を文字列として表現可能になる。以降では、多項式 $1+3x+2x^2+x^3$ を文字列 "o|ooo|oo|o|" とする表現方法を用いる。ある多項式を表す文字列を、微分後の多項式を表す文字列に変換する置換規則を考える。

3. 結果

以下の 1 行に示す置換規則によって目的を達成できる (a, b を文字列として, a:bha 通常の置換規則、a::b は終了規則を表す)。

|!:| B!:|o A!:| !|:: -|:- -B:B- -A:BA- *o:A* |--:|- |-*:| *|:-* :*

4. 考察

係数が負の場合は簡単な場合分けで微分できる。有理数の処理が可能になれば、有理数係数の範囲での微分や積分が可能になると思われる。

5. 結論

Markov Algorithm を利用した整式の微分が可能である。

6. 参考文献

<https://mao.snuke.org/>

7. キーワード

Markov Algorithm 文字列書き換え系

N 次パスカルの三角形における幾何的切断面の考察
Consideration of geometric section in N-dimension Pascal's triangle

Abstract

I researched Pascal's triangle by applying its features to N-dimension, and sequences which appear on cross sections by parallel N-1-dimension figures in ND (N-dimension) Pascal's triangle. I found some common rules among these ND triangles.

1. 目的

二項展開における係数を表す「パスカルの三角形」を、N 項展開に拡張した「N 次パスカルの三角形」についての法則を調べる。また、それを平行に N-1 次元図形で切断し、それぞれの断面にあらわれる数の総和の数列の漸化式を求め、共通する法則を調べる。

2. 方法

N=2,3,4 のときの法則から、帰納的に N 次パスカルの三角形を描写し、漸化式を求める。

3. 結果

拡大したパスカルの三角形を 1 つの次元と考えると、各頂点に一つずつ次元を対応させることで、N 次パスカルの三角形を描写できる。また、それは 1~N-1 までのパスカルの三角形を組み合わせることで構成されていた。あらわれた漸化式は、すべて三項間漸化式であった。一般式は次のようになった。

$$a_{n+2} = sa_{n+1} + ta_n \quad (s, t \in \mathbb{N})$$

$$\text{ただし } s + t = N$$

4. 考察

N 次パスカルの三角形において、右辺の係数が自然数となるすべての三項間漸化式があらわれる。

5. 参考文献

数研出版 「数学Ⅱ」、「数学B」

6. キーワード

パスカルの三角形 三項間漸化式

ライトノベルの定量的解析
The Quantitative Analysis of Light Novels

Abstract

Light novels are defined as novels in Japanese dictionaries for youth, but the border is vague between novels and *light novels*. I researched their differences quantitatively by comparing their proportion of their dialogs and the other sentences.

1. 目的

ライトノベルと呼ばれる小説とその他の小説の違いを定量的に解析し、その違いを明らかにすることを目的としている。

2. 方法

ライトノベルのサンプルとして「小説家になろう」の書籍化された作品のうち、三巻以上刊行されているものから 38 作品、一般的な小説のサンプルとして太宰治、夏目漱石、宮沢賢治、芥川龍之介の 145 作品の全文章に占める会話文の割合を調べ、比較した。

3. 結果

Q-Q プロットを用いてそれぞれのデータの正規性を確認した後、ウェルチの t 検定を行った。

$\bar{x}_1 = 41.43$ (ライトノベルの会話文の割合の平均)

$\bar{x}_2 = 36.72$ (一般小説の会話文の割合の平均)

s_1^2, s_2^2 は不偏分散で $s_1^2 = 69.28, s_2^2 = 471.0$

$n_1 = 38, n_2 = 145$

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} \cong 2.091 > 1.991 \quad \text{※自由度 } 78 \quad \text{有意水準 } 5\%$$

このことから帰無仮説, $\bar{x}_1 = \bar{x}_2$ は棄却された。

4. 考察 結論

結果より、平均的に一般小説とライトノベルの全文章に占める会話文の割合が同じとは言いがたいことがわかる。

5. 参考文献

泉子・K・メイナード, ライトノベル表現論, 明治書院, 2012

6. キーワード

ライトノベル ウェルチの検定

8 パズルについての考察 The study of 8-puzzle

Abstract

We tried to research the progress moving of 8 Puzzle from a mathematic perspective. About 8 Puzzle, many of the earlier studies have relied on programming and large amounts of calculations. But we were able to find the characteristics of 8 Puzzle, and showed the proportion of “possible positions” and “impossible position” is one-to-one using a new method.

1. 目的

私たちは 8 パズルというパズルゲームについて興味をもち、その動かし方や解き方を数学的に表すことができないか考え、8 パズルの元に戻せる盤面の数や、最長手数 of 解明を目的として研究した。

2. 8 パズルについて

8 パズルは、 3×3 のボード上に 1~8 の数字がそれぞれ書かれた 8 枚の駒があり、1 駒分の空きを利用して駒をスライドし、駒を図にあるような目的の配置にするパズルである。

3. 方法

今回の研究では、8 パズルの駒の動きを単純にし、盤面を 1~9 の数の組み合わせの形で表し、8 パズルの駒の動きを数字の互換と対応させて、8 パズル全体の動きがより簡潔に再現できるようにした。（例えば、左の図の盤面は (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) と表す）

1	2	3
4	5	6
7	8	

4. 結果

8 パズルの可能な盤面と不可能な盤面の数の比は 1 : 1 であり、ちょうど盤面全体の半分ずつであることが分かった。またこれを拡張して、上記の方法を用いて一般に n^2-1 パズルについてこれが成り立つことが示せた。

5. 結論

8 パズルの駒の動きを数字の互換で表すことで、8 パズル全体の動きを簡潔に表すことができ、それによって 8 パズルだけでなく、一般に n^2-1 パズルについて可能な盤面と不可能な盤面の数の比が 1:1 であることが示せた。今後は 8 パズルの最長手数についても研究していきたい。

6. 参考文献

<https://mathtrain.jp/8puzzle>

7. キーワード

パズル 置換 順列

未解決定数と極限 ～リーマンゼータ関数の表示式について～
Unsolved Constants and Limits ～the formula of the Riemann zeta function～

Abstract

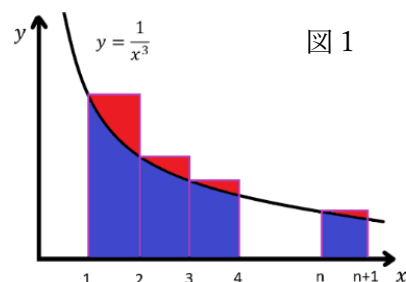
In this study, special values of the Riemann zeta function, for which concise values are not yet known, was investigated using the method of exhaustion. As a result, although direct values were not obtained, I could find an expression that expresses the limit using them.

1. 目的

リーマンゼータ関数 $\zeta(s)$ は素数分布に関する非常に重要な関数であり、未だ簡潔な値が分かっていない特殊値である $\zeta(3)$ （アペリーの定数）について興味をもったため、解決に少しでも近づきたいと思い、研究した。

2. 方法

図1の着色部で $n \rightarrow \infty$ とした時の面積評価によって求めた。紫色で囲まれた部分（赤色と青色の部分）の面積は $\zeta(3)$ 、青色の部分の面積は積分により容易に求めることができる。赤色の部分の面積は取り尽くし法を用いて導出することで、評価する。



3. 結果

$$\lim_{R \rightarrow \infty} R^2 \left(\zeta(3) - \sum_{k=1}^R \frac{1}{k^3} \right) = \frac{1}{2} \cdot \dots \quad \text{①} \qquad \lim_{R \rightarrow \infty} R^{n-1} \left(\zeta(n) - \sum_{k=1}^R \frac{1}{k^n} \right) = \frac{1}{n-1} \cdot \dots \quad \text{②}$$

式①が上記の方法で得た式、式②はそれを参考に2以上の整数nについて得た一般式。

4. 考察

右辺の値は積分した値（図の青色部分）に起因するため、左辺は積分の別表示と言える（区分求積法とは異なる）。また、この方法ではnを一般の整数や有理数に拡張するのは難しい。

5. 結論

計算が大変煩雑で、 $\zeta(3) = \sim \sim$ といった表示ができなかったことが悔やまれるが、 $\zeta(5)$ や $\zeta(7)$ などの他の未解決定数の表示式も得ることができた。

6. 参考文献

特になし

7. キーワード

ゼータ関数 アペリーの定数 取り尽くし法 極限 未解決

円と放物線が接するときの方程式の解について

About the solution of the equation when the circle and the parabola tangent.

Abstract

I was interested in about what formula could be used to express the condition when a circle and a parabola tangent. As a result of the research, I found that the invisible hyperbola and another parabola are hidden , and knew it is important to confirm the range of the answer given by the discriminant.

1. 目的

「円と放物線が接する」という条件に同値な議論はどのようなものかを調べる。

2. 方法

「 $y=x^2+a$ と $x^2+y^2=9$ 」など具体的な円や放物線を考え、 a の値を変化させたとき、どのような a の値で円と放物線が接するのかを確かめる。

また、その答えを、2 式を連立させて得られた 2 次方程式の判別式 $D=0$ という条件だけを用いて出した場合に生じる不具合について考察する。

3. 結果

判別式 $D=0$ という条件だけを用いて導くことのできる解は高々円と放物線が 2 点で接するときの a の値だけである。円と放物線が 1 点で接するときや、そもそも 2 点で接さない場合には判別式のやり方は有効ではない。

その原因が裏に隠された見えない双曲線と放物線であり、判別式を導く過程で同値性が崩れ、その双曲線と放物線が考慮されてしまっていることが分かった。

4. 考察

円と放物線の 2 式のみならず、連立する式に平方が絡むものは日常的に同値性が崩れていることが考えられる。

5. 結論

同値性の崩れを修正するために、解の範囲を吟味することが重要である。

6. 参考文献

なし

7. キーワード

円 放物線 双曲線 判別式 同値性の崩れ

完全数の性質

Properties of Perfect Numbers and their Proof

Abstract

It is a number whose positive number divisors sum to twice itself. For example, 6 and 28. In the case of 6, the divisors of 6 are 1, 2, 3, and 6. The sum is 12. All perfect numbers have these properties. We will find the rules and proof for perfect numbers.

1. 目的

完全数の性質を見つけるために、完全数を二つの数式で表し、その関係を考察する

2. 方法

完全数 P は連続する自然数の総和で表すことができるため $P = 1 + 2 + 3 + \dots + N \cdots \textcircled{1}$ となる。また完全数 P は奇数 K を用いて $P = 2^n \times K \cdots \textcircled{2}$ と表せる。このとき①、②における N と K が等しいことを証明する。

3. 結果

①完全数 $2^n \times K$ (K は素数) としたとき $2^n \times K$ の約数の総和を計算すると完全数の定義より $K = 2^{n+1} - 1$

②完全数は $2^n \times (2^{n+1} - 1)$ で表すことができる

③完全数は連続する自然数の総和 $1 + 2 + 3 + \dots + N$ で表される。これが②と一致するので $N = 2^{n+1} - 1$ と表せる。

4. 考察、結論

③より連続する自然数を N まで足したものが完全数 $2^n \times K$ と一致する時、 $N = K$ が成り立つ

5. キーワード

完全数

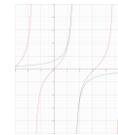
Abstract

An important element of analysis: Series expression, I research new type expressions different from Taylor series and Fourier series. Besides, I explore and consider the relation to the Riemann zeta function and its application to definite integrations without primary solutions.

1. 目的

正接関数のグラフには特徴的な特異点（漸近線部分）が周期的に出てくる。そのような周期関数が無限級数で表現できないかと思い、これについて調べることにした。また、これに似た関数である正割関数についても同様に表現できないか、探究することにした。

正接関数の
グラフ



2. 方法

正接関数の級数表現について、無限等比級数の公式や、ゼータ関数とベルヌーイ数の関係、正接関数のマクロリーン展開を使い、機械的な計算によって示した。正割関数の級数表現については、正接関数についての研究結果を使用した。また、それらを使うことで、定積分の計算による数学定数の表現や、別の級数への応用について研究した。

3. 結果

正接関数、正割関数が分数関数の和の形で級数展開できることを証明することができた。また、それによって得られた式を変形することで、ゼータ関数の級数に類似した式を得ることができた。さらに、定積分を、級数を利用して計算することによって、カタラン定数の無限積を用いた表現や、K 関数を利用した表現を発見することができた。

4. 考察

余弦関数など、他の周期関数についても、同様の表現があるのではないかと考え、研究を進めている。

5. 結論

正接関数、正割関数の級数表現を発見することができた。また、今回研究した級数表現と、ゼータ関数やベルヌーイ数、カタラン定数などとの関係性を求めることができた。

6. キーワード

級数展開 リーマンゼータ関数 カタラン定数 K 関数

4つの集合を含むベン図は作画可能か？

Is it possible to draw a Venn diagram which contains more than four sets.

Abstract

The Venn diagram, well known in set theory, can process up to 3 sets. On the other hands, even if you draw 4 circles on a plane, you cannot divide them into 16 areas. This means that Venn diagrams cannot process more than 4 sets. So, we consider the extended Venn diagram, in which we use closed curves instead of circles. How many sets can an extended Venn diagram process?

1. 目的

円のみで描かれたベン図は、円が 4 個以上の時にはベン図として機能しないことが知られている。そこで、円の代わりに閉曲線で集合を表すことにし、その条件下で任意の自然数 n において集合の個数が n 個の機能するベン図が描けるのかということ調べた。

2. 方法

- ①ベン図で分けられた領域を、2 進数を用いて区別する。
- ②ベン図において、領域の間の連結の関係を定式化する。
- ③数学的帰納法を用いて、任意の自然数 n において n 個の機能しているベン図が描けることを示す。

3. 結果

集合が n 個となるベン図が、任意の自然数 n において描けることが示せた。

4. 考察および今後の課題

2次元と同様のことを、多次元に拡張して考察したいと思っている。

5. 参考文献

特になし。

6. キーワード

ベン図 集合論

立体とその展開図の一筆書きの関係

The relation between polyhedrons and their nets about one-stroke writing

Abstract

We tried whether it is possible to write with one stroke on a regular polyhedrons and their net. As a result, we found that the relation between regular polyhedrons and their net about one-stroke writing can be seen.

1. 目的

立体の一筆書きの可否がその展開図の一筆書きの可否に関係があるか調べる。

2. 方法

立体とその展開図について一筆書きの可否を調べる。展開図のうち一筆書き可能な展開図の数と、立体の一筆書きの可否の間に関係があるか調べる。

3. 結果

正四面体

立体：不可能 展開図：2 種類中 2 つ可能

正六面体

立体：不可能 展開図：11 種類中 4 つ可能

正八面体

立体：可能 展開図：11 種類中 1 つ可能

※正十二面体と正二十面体の場合、立体は頂点の次数が 3 と 5 で不可能、展開図はそれぞれ 43380 種類あり、全ては調べられなかった。

4. 考察

立体で一筆書き不可能であるほうが一筆書き可能な展開図が多いと考えた。

立体が開かれて展開図になるとき、点の次数が変化し、それによって一筆書きの可否が決まる。元の立体で一筆書き不可能であるほうが、展開図で一筆書き可能な条件が出やすい。

5. 結論

立体で一筆書き不可能であるほうが一筆書き可能な展開図が多い傾向がある。

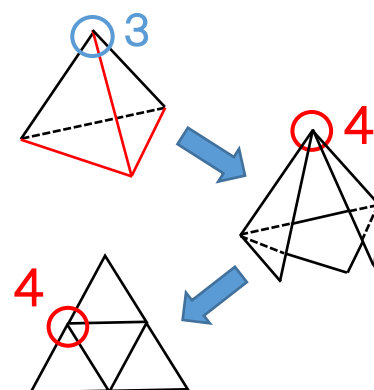
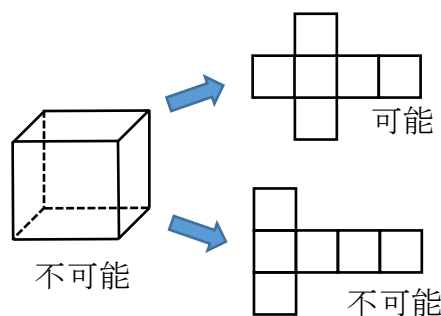
6. 参考文献

オイラーグラフの定理とその証明 https://mathtrain.jp/euler_graph

正多面体の展開図 <http://www.gcg00467.xii.jp/2007/net/>

7. キーワード

一筆書き 奇点 偶点



Abstract

I have tried to extent the MAKE10 game. In this time, I thought up to play the game in hexadecimal notation. I decided to call this the MAKE10₍₁₆₎ game, and tried to make sure whether it is possible to play the MAKE10₍₁₆₎ game like the original MAKE10 game.

1. 目的

MAKE10 と呼ばれる数ゲームを，16 進法で行う MAKE10₍₁₆₎に拡張し，ゲームとして成立するかどうか確かめる。これにはコンピュータを使用する。

2. 方法

- i) MAKE10 のルールを 10 進法から 16 進法に従ったものに変更する。
- ii) ゲームに用いることのできる数字の組合せ全通りについて，立てることのできる式を全て列挙する。
- iii) このうち，同じ計算操作を表すものを一本化していく。
ex. $1+2+3+4$ と $4+3+2+1$ は実質的には同じ計算操作である。
- iv) 残った式のうち，計算結果が 10 または 10₍₁₆₎となるものを数える。
- v) 得られた結果を MAKE10 と MAKE10₍₁₆₎で比較し，考えたゲームが MAKE10 の代わりのゲームとして成立するか検討する。

3. 結果

MAKE10 は最大でおよそ 280 通りの式で計算結果が 10 になった。MAKE10₍₁₆₎は本稿提出までに計算処理が終了できなかった。MAKE10₍₁₆₎を，1 桁減らして 3 桁で行った場合，10₍₁₆₎が作れたのは最大で 18 通りにとどまった。

4. 考察

改めての議論が必要な状況だが，性質的にかなり異なったものであると感じている。

5. 結論

現状の 3 桁では，MAKE10₍₁₆₎は答えが 10₍₁₆₎となる式の数，元の MAKE10 と比べて少なく，簡単には 10₍₁₆₎が成立しないことがわかった。したがって，MAKE10₍₁₆₎は MAKE10 と同様に遊ぶことのできるゲームとはなり得ない。

6. 参考文献

なし

7. キーワード

MAKE10, Excel VBA

災害に強い輸送計画についての考察

Effective Transport System Planning for Natural Disasters

Abstract

The transportation route become unusable and the distribution was disrupted when disasters occur. We made transport system that is effective for disasters and considered it. In this study, we set a field which each route has cost, and examine the trend with the inequality.

1. 目的

災害が起こると仮定した時の最適な輸送計画の立案方法を考えて、求める。そして結果をもとに災害に強い輸送計画の傾向を調べる。

2. 方法

フィールドを用意し、道とそれぞれの道ごとの輸送コストを設定する。その上で python の Pulp を使って通常の最適な輸送計画を調べ、不等式を作成して災害に最適な輸送計画を求め、それらを比較する。

$$\left(\begin{array}{l} Y \times a + b + e \times (\text{輸送量の差の絶対値の和}) \quad Y \times c + b + e \times (\text{輸送量の差の絶対値の和}) \\ Y: \text{年数} - 1 \quad a: \text{平時の全体のコスト} \quad b: \text{災害時の全体のコスト} \\ c: a < c < b \text{ となるような輸送計画の全体のコスト} \quad e: \text{輸送量の変更コストの係数} \end{array} \right)$$

3. 結果

c の値を変化させて Y との関連性を求めたが、c の大きさは Y の値に影響を与えないことが分かった。

4. 考察

それぞれの c に対して標準偏差を求めた結果、c が 1670 であるときを除くと、Y の値について正の相関がみられた。

5. 結論

Y の値が大きくなると標準偏差が大きくなるのは災害のリスクを減らすために輸送量をそれぞれ分散させているためと考えられる。

6. 参考文献

ロジスティクスのための最適輸送・配達手法に関する一考察

7. キーワード

ロジスティクス 最適輸送化 ヒッチコック輸送問題 災害

バスケットボール競技におけるゲームの勝敗因と式の作成

Abstract

In the NBA, statistics are released as numerical data. This study aims to find the stats related to winning and losing factors, and develop an equation to formulate the team's overall ability.

1. 目的

NBA のデータを解析することで、チームの総合的な能力を数値化する式を開発する。

2. 方法

(A)2018-2019 プレーオフイースタンカンファレンス 21 個のスタッツを NBA 公式サイトより引用し、得失点差以外の各スタッツの項目と、得失点差との相関関係を調べる。
(B)(A)の結果より際立った相関のスタッツを使用し、値の影響する強さを調整したもの足し引きして、チームの強さを計算する。

3. 結果

(A)多くのスタッツで正の相関が見られた。

(B)自作した式

TER(Team Efficiency Rate)	TER に調整を加えた re:TER'
TER $=(3PM+FGM-BLKA*VOP+DREB*VOP)/G$ $+2.25*lgPF*FT\%/lgG$	re:TER $=TER+[AST*2/3-PF*\{(lgFTM/lgPF)-0.44*(lgFTA/lgPF)*VOP\}$ $+STL*VOP-VOP*TOV]/G$

TER にプレーオフのスタッツを代入し順位順に並べたもの↓

プレーオフ	チーム名	TER	re:TER	レギュラーシーズン	チーム名	TER	re:TER
1	Toronto Raptors	157.701	160.2752	1	Milwaukee Bucks	160.0819	162.2027
2	Milwaukee Bucks	160.0819	162.2027	2	Toronto Raptors	157.701	160.2752
3	Philadelphia 76ers	159.0369	156.5423	3	Philadelphia 76ers	159.0369	156.5423
4	Boston Celtics	163.3293	160.7837	4	Boston Celtics	163.3293	160.7837
5	Brooklyn Nets	148.2894	145.9011	5	Indiana Pacers	151.4771	154.1166
6	Orlando Magic	150.8115	147.2401	6	Brooklyn Nets	148.2894	145.9011
7	Detroit Pistons	144.5304	147.6452	7	Orlando Magic	150.8115	147.2401
8	Indiana Pacers	151.4771	154.1166	8	Detroit Pistons	144.5304	147.6452

4. 考察

TER によって導出された値はレギュラーシーズンの順位にかなり当てはまった。プレーオフよりもレギュラーシーズンの方が順位は試合数が多い分チームの強さが関係してくるので、この TER は正しい値を導出できるといえるだろう。今後は強さの値を正確に導出するために re:TER 内の TER の値の最小化をして平等に導出できるように改良したい。

5. キーワード

分析 バスケットボール スタッツ 統計 TER

パスカルの三角形とピタゴラス数の架け橋

A bridge between Pascal's triangle and Pythagorean triple

Abstract

One of our teammates discovered a new formula. We studied this formula and divided it into 2 topics. One is Pascal's triangle and the other is Pythagorean triple.

1. 目的・方法

おお、なんだこの等式たちは！

次数を変えても成り立っている！

なんとこの数字たち、パスカルの三角

形にもでてきているではないか。

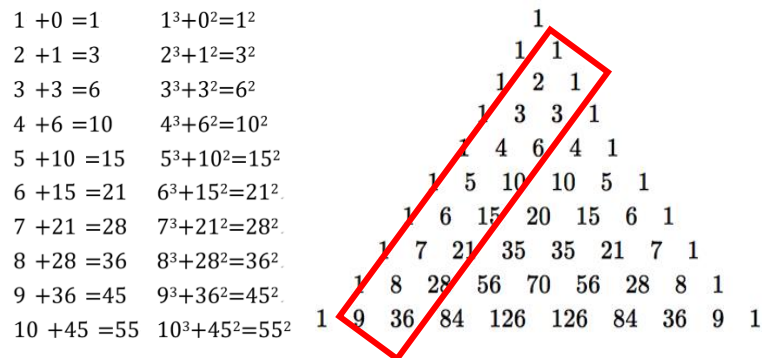
そうして、僕らはパスカルの三角形
の新しい一面を見つけ出した。そうだ！

これを使って何かできないかなあ。

お！次数を無理やり2に変えるとピタゴラス数が

出てくるではないか。ピタゴラス数の一般解出てきた～！

やったー！ Σ の公式もこっから帰納的に証明できた！



2. 結果・考察

パスカルの三角形とピタゴラス数と Σ の間に共通点が見つかった

3. キーワード

キーワード パスカルの三角形 ピタゴラス数 Σ

循環小数の不思議

The Exploration of Repeating Decimal

Abstract

We studied about repeating decimal. We made four hypotheses.
Three of them were proved, but the first hypotheses has yet to be proved.

1. 目的・方法

実践的な計算を通して仮説を立て、それを証明することで、循環小数の理解を深める。

分母を 2、5 以外の素数、分子を様々な自然数として循環の様子を調べたが、膨大な計算が必要になる。そこで、分子を 1 に固定し、分母を 7～131 の素数として、性質を探った。

2. 結果

「分母が素数（2、3、5 を除く）の場合、循環節は 9 の倍数」

「循環桁数が偶数の時、桁を半分に分け前半と後半の同位の数の和が全て 9 になる。」

「循環の桁は必ず（分母－1）の約数となる。」

「分子が異なっても、分母が同じなら循環節の各数の和は変わらない。」

4 つの仮説を立て、上 3 つの仮説は証明できた。

3. 考察

分母を 2、3、5 以外の素数としたので、循環小数のなかの純循環小数の一部分だけを考えたが、それでも沢山の仮説がみつきり、大変興味深かった。また、「レピュニット数」と呼ばれる数学の未解決問題とのつながりも見えた。

4. 参考文献

チャート式基礎からの数学Ⅱ+B（数研出版）

5. キーワード

循環節 レピュニット数 素数 純循環小数

ピザの定理の拡張

To extend pizza theorem

Abstract

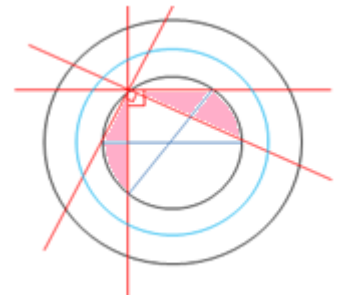
In the pizza theorem, we can divide a pizza in half after we cut it once. Our purpose is to prove that we can cut a pizza into any natural numbers. And another purpose is to prove that we can cut it into any natural number s after we cut it twice.

1 目的

ピザを任意の直線で一回切った後に二等分するというピザの定理がある。そこでなるべく式を使わず図形的に n 等分できることを証明したり、二回切った後に n 等分できることを証明したり、空間に拡張することを目的とした。

2 方法

右の図のように P を通る円の内部と外部に分けて考える。内部は、等積変形すると色のついている範囲の面積が P を通る円の面積の $\alpha/90$ 倍、外部もカバリエリの原理と円周角の定理を用いると $\alpha/90$ 倍になっている。また、右の図の大円の内部に任意の点を取り、点 P と入れ替えて考えると、同様に $\alpha/90$ 倍になっている。



3 結果

上記の方法を用いて二回切った後に二等分できることを証明した。立体についても、平面で切断し右の図と相似になるような図形を考えてカバリエリの原理を使って証明した。

4 考察

まだ証明はできていないが、「円を二直線で分割したとき、最も面積が小さい領域の弧の長さは円周の $1/4$ 以下である。」という命題が真であるとする、二回切った後に二等分する場合は条件によらず必ず等分できることが言える。

5 結論

円を任意の直線で一回切った後に自然数等分できることを、式を使わず図形的に証明できた。また、条件付きだが、二回切った後に n 等分できることも証明できた。立体については、円柱、円錐、球、トーラスに拡張できた。

6 参考文献

<https://wagomu.hatenadiary.org/entry/20110808/1312762059>

7 キーワード

ピザの定理、カバリエリの原理、幾何

深層学習を用いたアニメキャラクターの主人公判別 Identification of the main character from animes cartoon by using deep learning

Abstract

We want to classify anime characters by using deep learning ,and distinguish between the main character and supporting characters using Tezuka Osamu' s anime characters. We try to read the differences using Grad_cam by which we can know the gradient between them.

1. 目的

従来の深層学習では外見の特徴を外見から判別していたが、外見の特徴から内面を判別するという、深層学習の新しい分野の開拓

2. 方法

アニメキャラクターの主人公と脇役の画像を集め、加工して水増しし、画像データを訓練データとテストデータに5 : 1の割合で分け、モデルを作成して深層学習し、テストでその正答率を出す。評価はGrad_camを使用して判断する。

3. 結果

86.9%確率で主人公と脇役を分けることができた。



4. 考察

主人公と脇役には外見の違いの特徴があると考ええる。

5. 結論

判別に用いた画像の母数が少ないため、多くの画像データを集めなければならない。90%を超える判別率を出し、キャラのどこに主人公である要素が集まっているのかGrad_camを用いて外見的特徴の違いを掴まなければならない。

6. 参考文献

深層学習を利用したウメ「露茜」の画像による熟度分類

https://www.jstage.jst.go.jp/article/air/28/3/28_108/_article/-char/ja/

CNN に対する可視化手法の計算機実験による比較評価

https://ipsj.ixsq.nii.ac.jp/ej/?action=pages_view_main&active_action=repository_view_main_item_detail&item_id=205380&item_no=1&page_id=13&block_id=8

7. キーワード

深層学習 AI 画像分類

自分で自由に動かせる 4 次元立方体 4D solid that you can move freely

Abstract

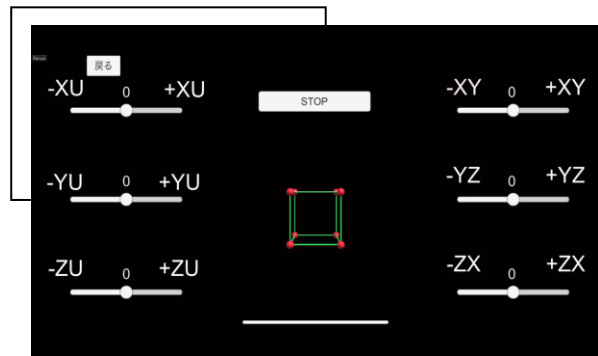
In recent years, 4D has been studied by many scientists. However, most people are not interested in 4D. Therefore, we think that by making a smartphone app that we can move 4D freely, everyone can use to feel free to experience 4D.

1. 目的

四次元のアプリを作ることで、四次元に関心がない人でも気軽に四次元に触れることができるようにする。また、四次元の性質を利用し、ゲームなどにも活かす。

2. 方法

- 1 Unity を理解する
- 2 試作品の作成
- 3 試作品の改良
- 4 試作品を踏まえてアプリの作成
- 5 多くの人に使ってもらい改良



3. 結果

アプリ化に成功。

4. 考察

アプリの開発に成功し、四次元立体の動きは感じることができるようになった。しかし、アプリにはまだゲーム的要素もなく、だれもが興味を持つにはまだまだ厳しい部分がある。そこで、このアプリにジャイロ機能を用い、スマートフォンを傾けるだけで立体が動くようにし、そこから応用することで少しでもゲームにつながるように改良していく。

5. 結論

ジャイロ機能を使うなどして、アプリをより良いものにする。

6. 参考文献

小笠英志, 高次元空間を見る方法, 講談社, 241, 2019-09

7. キーワード

四次元 Unity プログラミング ジャイロ

アプリの
画面

空想を科学的に読み解いてみた

Read and understand about S.F

Abstract

Do you know “Ultraman”? He is one of the most famous Japanese animation character with incredible abilities. We want to know what will happen if Ultraman exists in the world. We analyzed Ultraman movies and calculated Ultraman’s numerical values of his abilities (eg, punching power and kicking power) by using the theory of dynamical system. We found that Ultraman cannot exist in the world.

1. 目的

もしも空想上の存在である『ウルトラマン』が現実存在したのであれば、空想上とは違い『ウルトラマン』が現実にもどのような影響をどの程度及ぼすのかを科学的な視点で読み解く。

2. 方法

特定のウルトラマンが戦闘している動画を分析した後、それから得られたデータと公式設定をもとに様々な値を求める。

3. 結果

- ・ウルトラマンが地面に及ぼす圧力
 - ・ウルトラマンの攻撃力(殴る蹴る)
- 以上の数値を求めることができた。

4. 考察

作中での被害規模と算出された数値から考えられる被害規模(現実世界での)を比較対照してみたところ、その違いは明らかで、作中での被害規模は、数値的に考えてかなり小規模であることがわかった。その要因として考えられることは、作中の世界は、現実世界の物理法則とはまた異なった物理法則のもとに存在する世界であるからだと推測される。

5. 結論

『ウルトラマン』が現実世界に存在しなくてよかった。

6. 参考文献

円谷ステーション <https://m-78.jp/>

7. キーワード

ウルトラマン M78 星雲 M87 星雲 光の国 ディファレーター光線

半径 1 の円の内接正多角形の共通部分の面積についての考察

Abstract

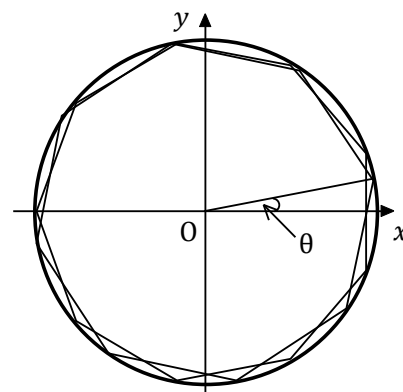
The concept of “area” is important in geometry, so considering the area in any figures is one of the clues to solve something. The circle is one of the most beautiful figures. Moreover, regular polygons are beautiful, too. Then, we think how large the area shared by the two regular polygons (in particular the $n, n+1$ regular polygons) inscribed inside a unit circle is.

1. 目的

私たちは幾何学についてとても興味を持っており、その中でも特に美しい性質を持つ図形についての面積の最大値と最小値を調べることで、幾何学的、解析学的な美しさに迫りたい。

2. 方法

まず正 n 角形と正 $n+1$ 角形の共通部分の面積 S_n を求めるにあたって右図のように正 $n+1$ 角形を固定して正 n 角形を回転させた角度 θ によって面積 $S_n(\theta)$ を表すことができる。その関数の増減を調べることによって最大値と最小値を求める。



3. 結果

$S_n(\theta)$ は次のように表すことができた。

$$S_n(\theta) = \frac{1}{2}n \sin \frac{2\pi}{n} - \sum_{k=0}^{n-1} \frac{-\sqrt{3} \left[\sqrt{2} \cos \left\{ \theta - \frac{2k\pi}{n(n+1)} \right\} - 1 \right]^2}{8 \cos^2 \left\{ \theta - \frac{2k\pi}{n(n+1)} \right\} - 2}$$

この関数の増減を調べることができれば、最大値と最小値を求めることができるが、いまだにその正確な値まではわかっていない。

4. 今後の展望

まずは、具体的な数値を算出することを目標とする。上記の式の正確性が確かめられた上で、正 m 角形、正 n 角形に拡張していきたいと思う。ただし、 m, n の組み合わせによって 2 つの図形の位置関係が異なるので、さまざまな場合を調べる必要があると思われる。

5. 参考文献 なし

6. キーワード 面積 正多角形 最大値・最小値

グループ分け理論

Abstract

We divide $ab + d$ persons into b groups and the rest. Repeat the procedure until each member has belonged to a group with each other person. We want to know the smallest number of times of that we must change groups for every value of a, b and d .

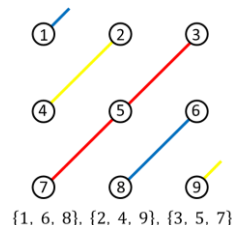
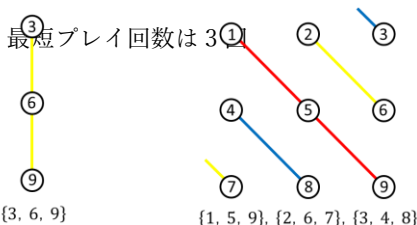
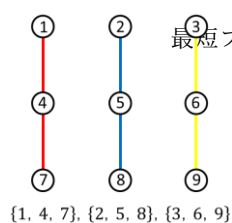
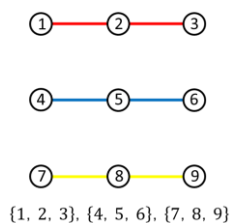
1. 目的

グループ分けとは、 $ab + d$ 人を a 人 b グループと d 人 ($0 \leq d < a$) 1 グループに分けることを繰り返し (この操作をプレイと名付ける)、全員が全員と最低一回同じグループになるまでプレイを行う操作、と定義する。本研究の目的は、 a, b, d の値によって、グループ分けのプレイの最短回数、およびそのときのプレイの具体的方法がどう変化するかを求めることである。

2. 方法

小さな a, b で実験し重複の起き方、最短となる動かし方、特殊な条件におけるプレイの最短回数などを調べ、帰納的に法則を推測し、それらを証明する。実験方法は人を点で表し、同じグループになった人同士を線で結ぶ方法を採用した。

$a = 3, b = 3, d = 0$ の例



3. 結果

a, b, d (明記していないものは $d = 0$ とする) が特定の条件を満たすときのいくつかの法則を証明したため以下に記す。なおここでは証明は省く。(p は素数, k は自然数)

(i) $a = p, b = p^n, d = 0$ のとき $\sum_{k=0}^n p^k$ 回

(ii) $a = kp, b = p, d = 0$ のとき $p + 1$ 回

(iii) $a = 2k, b = 2, d = 0$ のとき 3 回

(iv) $a = 2k + 1, b = 2, d = 0$ のとき 4 回

(v) $a = 2k + 1, b = 1, d \geq k + 1$ のとき 4 回

(vi) $a = 2k + 1, b = 1, d < k + 1$ のとき 3 回

(vii) $a = 2, b = k, d = 0$ のとき $2k - 1$ 回

(viii) $a = 2, b = k, d = 1$ のとき $2k + 1$ 回

4. 今後の展望

上記以外の $ab + d$ で、最短プレイ回数を考える。特に (i) において a が合成数の場合を考える。

5. 参考文献 なし

6. キーワード グループ分け 組合せ 効率化

最も無理な無理数
The “most irrational” irrational number

Abstract

The "most irrational number" is the irrational number that is the most difficult to approximate to a rational number among all irrational numbers. It is the golden ratio ϕ . This is shown by continued fraction representation.

1. 目的

「最も無理な無理数」とは、あらゆる無理数のなかで最も有理数近似しにくい無理数のことである。それは黄金比 ϕ のことである。このことを示す。

2. 方法

連分数近似を用いる。無理数を連分数展開し、それを途中で切ったものを連分数近似という。黄金比 ϕ の連分数展開は右のようになる。

近似分数は順に、

$1/1$, $2/3$, $7/10$, $9/13$, $25/36$, $84/121$, ……

である。

一般に、連分数近似が $[a_0, a_1, a_2, a_3, \dots]$ と求まったとき、これらの数値から n 次近似分数 P/Q を計算する漸化式が存在する。

$$\phi = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \dots}}}}$$

3. 結果

連分数展開で n 段の繁分数を計算したものを n 次近似という。一般に、無理数 α とその n 次近似 P/Q との誤差は、 $1/2Q^2$ で上から押さえられる。

誤差はさらに、 $1/\sqrt{5}Q^2$ で上から押さえられることが知られており、そのことと、ビネの公式より黄金比 ϕ は最も有理数近似しにくいことが従う

4. 考察

黄金比は美しさを生み出す数値として知られている。様々な絵画、建築、デザインに黄金比が登場することは知られているが、音楽に適用されている例は少ない。豊中高校 B 班がそれに挑んでいる。

5. 結論

連分数展開と近似分数は、無理数を調べるための非常に強力な数学的道具である。

6. 参考文献

水谷治哉「連分数とディオファントス近似」（大阪大学公開講座）

木村俊一『連分数のふしぎ』（講談社ブルーバックス）

7. キーワード

フィボナッチ数 黄金比 連分数近似

フィボナッチ音律
Fibonacci Tuning

Abstract

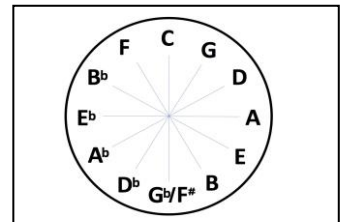
There is a strong relationship between the Fibonacci number and the golden ratio, which has appeared in various works of art since ancient times. But they are visual. We explored what kind of results would be obtained if the golden ratio was brought into the world of music.

1. 目的

フィボナッチ数と黄金比には強い関係があり、黄金比は古来さまざまな芸術作品に現れている。しかし、それらは視覚的なものである。音楽の世界に黄金比を持ち込んだらどのような結果が得られるかを探求した。

2. 方法

ピタゴラス音律、純正律、12 音階平均律などはドとソの音（五度離れた音）の周波数比が単純な整数比 $2:3$ となることをもとに考えられた音律である。この音律の基礎となる簡単な整数比を黄金比に置き換えることでどんな音律が得られるかを考えた。具体的には、黄金比 ϕ の底 2 に対数を取り、それを連分数近似することで 36 音階平均律が得られた。



3. 結果

日常的に用いられている 12 音階平均律の 12 に対して 36 はその三倍であるのでギターの弦を使って 36 音階平均律を実現することができた。

4. 考察

黄金比を連分数展開すると $[1, 1, 1, 1, 1, \dots]$ となる。この表示から黄金比 ϕ は最も無理な無理数であることが示される。つまり単純な整数比 $2:3$ の対極にあるのが黄金比 ϕ である。ピタゴラス音律は最も単純な整数比 $2:3$ をもとに作られた音律である。その対極にあるのが黄金比 ϕ だと考えられる。 ϕ に基づいたフィボナッチ音律はどんなものになるのだろうか。

5. 結論

ピタゴラス音律や純正律の美しい響きに対して、フィボナッチ音律は最も不吉な響きとなることが予想されたが、少し聞いてみただけでは必ずしもそうは言い切れない。判定方法を含めてもう少し研究を進める必要があるとわかった。

6. 参考文献

豊中高校 A 班「最も無理な無理数」、木村俊一『連分数のふしぎ』（講談社ブルーバックス）

7. キーワード

フィボナッチ数 黄金比 近似連分数 ピタゴラス音律

「コラッツ予想」を負の整数に適用させたときの一考察
Application of Collatz Conjecture to Negative Integers

Abstract

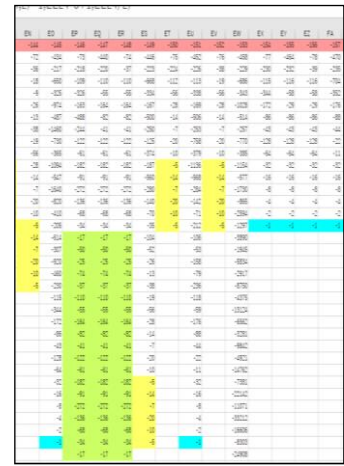
We are researching the conjecture that Lothar Collatz submitted in 1937. In the process of broadening our understanding of this conjecture, we looked into the numbers between -1 and $-2,000,000$, investigating that there are two loops, -5 loops and -17 loops.

1. 目的

数論の未解決問題であるコラッツ予想を負の整数に拡張し、正の整数と同様のループが現れるのかを検証した。

2. 方法

負の整数に対して、偶数ならば 2 で割り、奇数ならば 3 倍して 1 を加えるという操作を繰り返す。計算には Excel を用いた。 -1000 までの負の整数で検証するとループの存在が確認できたため、そのループの出現割合も調べた。



3. 結果

-1 から -1000 までで、 -1 に帰結したのは 353 個、 -5 のループ (-5 ループ) が現れたのは 305 個、 -17 のループ (-17 ループ) が現れたのが 342 個であった。

4. 考察

-5 ループと -17 ループの出現割合について、 -5 ループは周期が短いにも関わらず大体同じであり、何かしらの規則性がないかと考えている。

5. 結論

$-2,000,000$ 程度の整数について Excel の関数で検証したが新たなループは見つからない。 -1 に帰結する整数の出現割合も徐々に減っていることも興味深い。

6. 参考文献

リチャード・エルウィス (2016) 『マスペディア 1000』 (宮本寿代訳),
ディスカヴァー・トゥエンティワン

7. キーワード

コラッツ予想 負の整数

岡山県立岡山一宮高等学校

Okayama Ichinomiya Senior High School

乱数と円周率

A random number and Π

Abstract

In this study, we calculated $\pi(\Pi)$ by using Monte Carlo method with random numbers generated from dice roll. The numbers were converted into different positional numeral system (10,6,5,4,3), then substituted into Monte Carlo method.

1.目的

サイコロを振って得たデータを元に、様々な方法を用いて円周率を求め、正確性などを比較をする。

2.方法

〈使用したサイコロ〉 株式会社三和製造所 確率実験セット A のサイコロ 10 個

〈サイコロの振り方〉 10 個同時に底が平らな箱に投げ入れ、左上から右下に行くように
出た目を記録

〈円周率の算出方法〉 モンテカルロ法

I. 得られたデータをそのまま用いて計算(円・球)

II. n 進数に変換してから計算(円)

3.結果

〈取得データ数〉 円(2 次元) 10000 回分 球(3 次元) 15000 回分

I. 円で 10000 回 2.953 球で 15000 回 3.286

II. 2 進法変換 3.057 3 進法変換 2.881 4 進法変換 3.078

5 進法変換 3.038 6 進法変換 3.148

4.考察

進数に変換したデータを用いたほうが、より近い値が得られた。一度 n 進数に変換することで、算出するときのデータに影響があるのではないかと考えられる。

5.結論

サイコロの目の出方によって乱数の値は変わってくるので、円周率も 3.14 とは誤差が出たしまったが、 n 進数に変換すると円周率は近い値が出た。

6.参考文献 なし

7.キーワード

モンテカルロ法 n 進数 円周率 サイコロ

Penrose タイリングの性質について
A nature of Penrose tiling

ABSTRACT

Determine the ratio of the number of prototiles in a Penrose tiling.

1. 目的

Penrose タイリングを研究しています。今回はそのプロトタイルの個数を調べました。

2. 方法

n は自然数とし、Penrose タイリングのプロトタイルを a , b (図 1)とおきます。 a に Substitution rule(図 1)を n 回施した図形に含まれるプロトタイル a , b の個数をそれぞれ a_n , b_n とおきます。 b_n/a_n の極限を求めることでその比率を調べることができました。

3. 結果

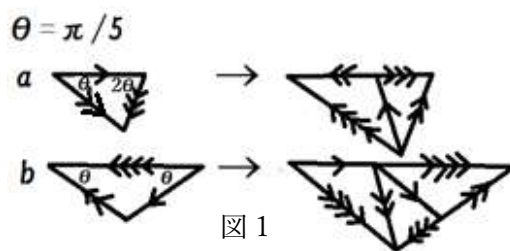
次の(1), (2), (3)が成り立ちます。

$$(1) \quad a_1 = 1, \quad b_1 = 1, \quad a_{n+1} = a_n + b_n, \quad b_{n+1} = a_n + 2b_n$$

$$(2) \quad a_n = \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right)^n \left\{ \frac{5-2\sqrt{5}}{5} \left(\frac{7-3\sqrt{5}}{2}\right)^{n-1} + \frac{5-\sqrt{5}}{10} \right\},$$

$$b_n = \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1} \left\{ \frac{5-2\sqrt{5}}{5} \left(\frac{7-3\sqrt{5}}{2}\right)^n + \frac{5-\sqrt{5}}{10} \right\} - \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right)^n \left\{ \frac{5-2\sqrt{5}}{5} \left(\frac{7-3\sqrt{5}}{2}\right)^{n-1} + \frac{5-\sqrt{5}}{10} \right\}$$

$$(3) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_n}{a_n} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}.$$



4. 考察

定理(3)の $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ は 1 よりも大きい数です。よって、プロトタイル a から出発して得た Penrose タイリングのプロトタイルの個数は、 a よりも b が多いことがわかりました。

5. 参考文献

- [1] K.Kato, K.Komatsu, F.Nakano, K.Nomakuchi, M.Yamauchi, Remarks on 2-dimensional quasiperiodic tilings with rotational symmetries : Hiroshima Math.J.38(2008), 385-395
- [2] 「トポロジーデザイン-新しい幾何学からはじめる物質材料設計-」 NTS, pp.59-71

6. キーワード

Penrose タイリング Matching rule Substitution rule