第 14 回 マスフェスタ

＜全国数学生徒研究発表会＞

日時　2022 年 8 月 27 日(土)

場所　大阪府立大手前高等学校

2022 年度　マスフェスタ（全国数学生徒研究発表会）

日　時　2022 年 8 月 27 日（土）　11 時 00 分～16 時 30 分

場　所　大阪府立大手前高等学校（大阪市中央区大手前 2－1－11）

目　的　数学に関する生徒の取り組み（課題研究、部活動等）の研究発表を行うことにより、数学に対しての興味・関心を高め、今後の数学教育活動の発展に資する。

内　容　生徒による数学研究（課題研究等）についての発表会

時　程

■8 月 27 日（土）

10:30 受付開始　順次発表準備開始（教室・体育館へ入室可）

※見学のみの学校や体育館フロア割り当ての発表校は 1 階会議室・7 階合併教室を荷物置き場としてご利用ください。ただし、貴重品は各自で管理をお願いします。

11:00～15:55　ポスターセッション　（1～6 階教室および体育館）

11:00～11:45　発表①　グループ A、B、C　発表を終了後、2 方向開放にて換気をお願いいたします。

11:50～12:35　発表②　グループ D、E、F　発表を終了後、2 方向開放にて換気をお願いいたします。

12:40～13:30　昼休み　食事は発表教室をお使いください。ただし、見学のみの学校は 7 階合併教室、体育館フロア割り当ての発表校は食堂をお使いください。

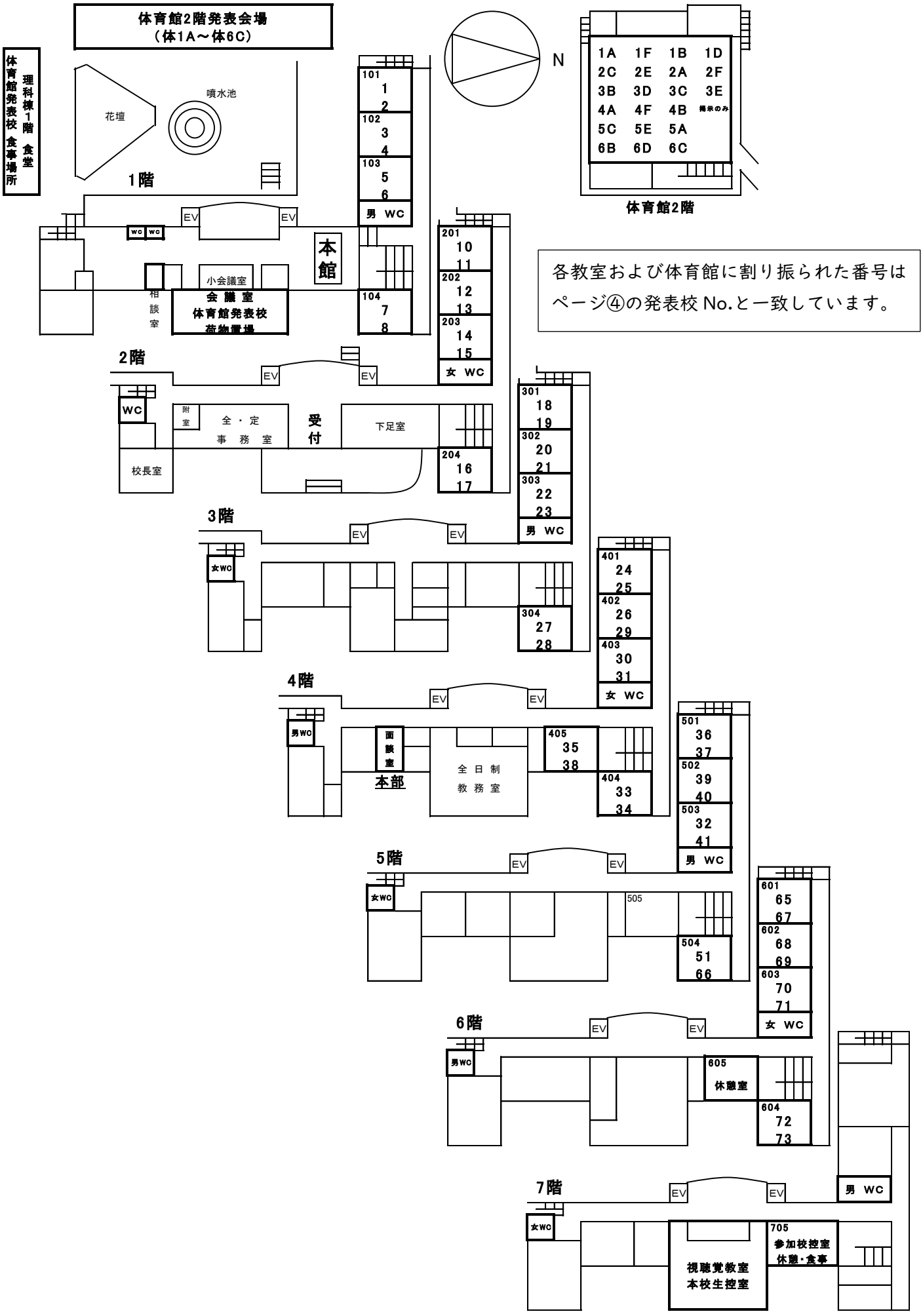
13:30～14:15　発表③　グループ A、D　発表を終了後、2 方向開放にて換気をお願いいたします。

14:20～15:05　発表④　グループ B、E　発表を終了後、2 方向開放にて換気をお願いいたします。

15:10～15:55　発表⑤　グループ C、F　発表を終了後、2 方向開放にて換気をお願いいたします。
終了後、自校の発表教室および待機教室でお待ちください。

16:00～16:25　全体会（放送）
指導助言者の講評
校長挨拶

16:30～　撤収・解散



各教室および体育館に割り振られた番号はページ④の発表校 No.と一致しています。

教室配置図

合併教室	視聴覚教室
荷物置き・休憩・食事場所【外部生】	荷物置き・休憩・食事場所【本校生用】

午前　：　A・B・C　→　D・E・F

午後　：　A・D　→　B・E　→　C・F

▼校舎

	604			603		602		601			
前	A	沖縄県立球陽高等学校（1）		C	愛媛県立西条高等学校	B	高松第一高等学校（1）	A	岡山県立岡山一宮高等学校		
後	F	沖縄県立球陽高等学校（2）		E	愛媛県立松山南高等学校	D	高松第一高等学校（2）	F	香川県立観音寺第一高等学校		
	504			503		502		501			
前	D	大阪府立大手前高等学校（5）		C	山梨県北杜市立甲陵高等学校	A	名古屋市立向陽高等学校（1）	C	愛知県立旭丘高等学校（1）		
後	B	広島大学附属高等学校		E	名城大学附属高等学校	F	名古屋市立向陽高等学校（2）	E	愛知県立旭丘高等学校（2）		
	405		404		本部	403		402		401	
前	B	長野県諏訪清陵高等学校	A	長野県屋代高等学校（1）		C	石川県立小松高等学校（2）	B	横浜市立横浜サイエンスフロンティア高等学校（3）	A	横浜市立横浜サイエンスフロンティア高等学校（1）
後	D	愛知県立明和高等学校	F	長野県屋代高等学校（2）		E	石川県立小松高等学校（3）	D	石川県立小松高等学校（1）	F	横浜市立横浜サイエンスフロンティア高等学校（2）
	304			303		302		301			
前	C	神奈川県立横須賀高等学校		B	東京都立小石川中等教育学校（2）	A	東京学芸大学附属高校	C	東海大学付属高輪台高等学校（1）		
後	E	富山県立富山中部高校		D	東京都立小石川中等教育学校（3）	F	東京都立小石川中等教育学校（1）	E	東海大学付属高輪台高等学校（2）		
	204		受付	203		202		201			
前	B	筑波大学附属駒場中高等学校（2）		A	お茶の水女子大学附属高等学校（1）	C	市川学園市川高等学校（1）	B	栃木県立栃木高等学校（1）		
後	D	筑波大学附属駒場中高等学校（1）		F	お茶の水女子大学附属高等学校（2）	E	市川学園市川高等学校（2）	D	栃木県立栃木高等学校（2）		
	104			103		102		101			
前	A	清真学園高等学校		C	茨城県立並木中等教育学校	B	青森県立八戸北高等学校	A	青森県立弘前南高等学校		
後	F	茨城県立緑岡高等学校		E	茨城県立竜ヶ崎第一高等学校附属中学校	D	山形県立米沢興譲館高等学校	F	市立札幌開成中等教育学校		

▼体育館

1A	滋賀県立膳所高等学校（1）	1F	滋賀県立膳所高等学校（2）	1B	大阪府立生野高等学校（1）	1D	大阪府立生野高等学校（2）
2C	大阪府立天王寺高校	2E	大阪府立岸和田高等学校	2A	大阪府立四條畷高等学校	2F	大阪府立生野高等学校（3）
3B	大阪府立東高等学校	3D	大阪府立富田林高等学校（1）	3C	大阪府立富田林高等学校（2）	3E	大阪府立豊中高等学校
4A	大阪府立大手前高等学校（1）	4F	大阪府立大手前高等学校（3）	4B	大阪府立大手前高等学校（4）	作新学院高等学校	
5C	大阪府立大手前高等学校（2）	5E	神戸大学附属中等教育学校（1）	5A	神戸大学附属中等教育学校（2）		
6B	神戸大学附属中等教育学校（3）	6D	兵庫県立加古川東高等学校	6C	奈良女子大学附属中等教育学校		

食堂	体育館での発表校の食事場所
相談室	体調不良生徒対応部屋
会議室	体育館での発表校の荷物置き場

No.	都道府県	学校名	発表場所	グループ	発表タイトル
1	北海道	市立札幌開成中等教育学校	101	F	グラフ理論における安定結婚問題に関する考察
2	青森県	青森県立弘前南高等学校	101	A	量識萬物變數法と繰り返しを含む順列・組合せについて
3		青森県立八戸北高等学校	102	B	n進数でのカプレカー定数
4	山形県	山形県立米沢興譲館高等学校	102	D	べき乗の三角形
5	茨城県	茨城県立並木中等教育学校	103	C	ゴールドバッハの予想　組の数と素因数の関係
6		茨城県立竜ヶ崎第一高等学校附属中学校	103	E	手書き文字を認識できるAIプログラミングのプロトタイプ作成
7		茨城県立緑岡高等学校	104	F	至る所で微分不可能な関数に関する考察
8		清真学園高等学校	104	A	中線定理の発展
9	栃木県	作新学院高等学校	体	掲示のみ	循環小数の考察～余りの式による考察～
10		栃木県立栃木高等学校	201	B	x^k+y^1＝1が表す曲線の概形について
11			201	D	三山崩しとそのアレンジの必勝法
12	千葉県	市川学園 市川高等学校	202	C	中線定理のｎ等分および3次元への拡張
13			202	E	特殊な重み付き完全グラフにおける最短および最長経路
14	東京都	お茶の水女子大学附属高等学校	203	A	コラッツ予想をExcelを用いて考える
15			203	F	次元と球の体積
16		筑波大学附属駒場中高等学校	204	D	三角関数の問題の図形的解法
17			204	B	研究室配属問題の拡張と実社会での応用
18		東海大学付属高輪台高等学校	301	C	タックルの部位と成功率における勝敗の関係
19			301	E	朝活 or 徹夜どちらが効果的？
20		東京学芸大学附属高校	302	A	局面を用いた暗号システムにおける最適なボードの大きさと駒の数の予想
21		東京都立小石川中等教育学校	302	F	4次元ルービックキューブの置換による表現
22			303	B	立体数独の解の個数と問題の生成
23			303	D	単方向のベクトル空間モデルによる文脈を考慮したかな漢字変換
24	神奈川県	横浜市立横浜サイエンスフロンティア高等学校	401	A	「重解」は拡張できるか
25			401	F	すごろくの確率分布に現れる「峠の移動」を定式化する
26			402	B	辺着色完全グラフに現れるサイクルの研究
27		神奈川県立横須賀高等学校	304	C	4つ目の三角形の合同条件
28	富山県	富山県立富山中部高校	304	E	避難せよ！最短経路で
29	石川県	石川県立小松高等学校	402	D	数学立体パズルにおける任意状態からの再現性について
30			403	C	Pythonを用いた時間割作成プログラムの研究
31			403	E	ドローポーカーにおける手札がｎ枚の時の最適戦略
32	山梨県	山梨県北杜市立甲陵高等学校	503	C	正多角形の作図
33	長野県	長野県屋代高等学校	404	A	N進数の変換
34			404	F	出生数から必要な保育所等の数を予測する
35		長野県諏訪清陵高等学校	405	B	カタラン数の一般化
36	愛知県	愛知県立旭丘高等学校	501	C	数の分解について
37			501	E	転がる円筒についての考察
38		愛知県立明和高等学校	405	D	単位分数分解と周期
39		名古屋市立向陽高等学校	502	A	方程式の解についての考察
40			502	F	グリコの最適戦略
41		名城大学附属高等学校	503	E	２×２×２のルービックキューブの数学的解釈について
42	滋賀県	滋賀県立膳所高等学校	体1A	A	円分体の部分体の決定
43			体1F	F	超多面体のオイラー標数を定める「オイラらのchou多面体定理」
44	大阪府	大阪府立生野高等学校	体1B	B	「一筆書きの点の問題」の規則性
45			体1D	D	ｎゲーム
46			体2F	F	ｎ乗根を紙とペンで近似する
47		大阪府立大手前高等学校	体4A	A	循環小数の規則性
48			体5C	F	ある自然数ｎまでに現れる素数の個数
49			体4F	B	一葉双曲面の性質
50			体4B	C	階〇数列の性質
51			504	D	音で火を消すメカニズム
52		大阪府立岸和田高等学校	体2E	E	自然数の連接
53		大阪府立四條畷高等学校	体2A	A	遺伝的アルゴリズムを用いて日々の負担が一定な時間割を作ろう！
54		大阪府立天王寺高校	体2C	C	無限次有理数係数関数の連続性について
55		大阪府立東高等学校	体3B	B	コッホ雪片の拡張と一般化
56		大阪府立富田林高等学校	体3D	D	ヤング図形
57			体3C	C	紙飛行機の最もよく飛ぶ角度について
58		大阪府立豊中高等学校	体3E	E	ゲーム「ニム」の必勝法と排他的論理和
59			体3E	E	ゲーム「ニム」とその数学
60	兵庫県	神戸大学附属中等教育学校	体5E	E	ゾンビウイルスの阪急沿線における広がり―離散型SIRモデルを用いて―
61			体5A	A	ルービックキューブと解法の違い―解放の置換について―
62			体6B	B	累乗数とその逆数の無限和について
63		兵庫県立加古川東高等学校	体6D	D	多人数における新たなじゃんけんの考察
64	奈良県	奈良女子大学附属中等教育学校	体6C	C	中線定理の高次元化
65	岡山県	岡山県立岡山一宮高等学校	601	A	ｎナッチ数列の隣接2項間の比の極限
66	広島県	広島大学附属高等学校	504	B	封筒型図形の一刀切り
67	香川県	香川県立観音寺第一高等学校	601	F	カマタマーレ讃岐強化のためのコーナーキック戦術の提案
68		高松第一高等学校	602	B	Make N　～１による分解式の総数～
69			602	D	新型コロナウイルスが香川県の産業に与える影響
70	愛媛県	愛媛県立松山南高等学校	603	E	タイルの分割
71		愛媛県立西条高等学校	603	C	血液型別人口比率世代間遷移シミュレーション
72	沖縄県	沖縄県立球陽高等学校	604	A	ヤング図形における自己共役in自己共役
73			604	F	一方通行付きあみだくじの探求～片道通れないだけなのに～

市立札幌開成中等教育学校
Sapporo Kaisei Secondary School

グラフ理論を用いた安定結婚問題に関する考察

The consideration for stable marriage problem using graph theory

Abstract

We studied “one-to-many matching problem” with consideration of preferences for humans in the same group. We set an unliking human for each human and made an algorithm that searched for stable matching under the condition that they will not match into the same place with that person.

１．目的

従来の一対多マッチングでは、人と場所間の選好のみが考慮される。しかし、実世界のある種のマッチングにおいては、人は配属先の場所よりも同じ配属先となった人を気にすることがある。そこで、本研究ではより実世界に即したマッチング手法を考えるために、人とグループ間だけでなく、人と人の間の選好も考慮したマッチング問題について考察した。

２．方法

従来の一対多マッチングの条件に加えて、それぞれの人に対して嫌いな人を一人設定し、その人と同じグループにならないような安定マッチングを探すという問題について考察した。条件が加わったことに伴って、安定マッチングかどうかの判定に関係するブロッキングペアについて「場所にいて、その人よりも選好順序が高い人から嫌われていない」という条件を追加した。その上で、従来法である Gale-Shapley アルゴリズムを一部改良して、本問題設定における安定マッチングを見つけるアルゴリズムの作成を試みた。

３．結果

本問題設定における安定マッチングを見つけるアルゴリズムを新たに作成することができた。また、そのアルゴリズムが与えるマッチング結果が常に安定性を満たすことも証明した。さらに、アルゴリズムの効率について考察する上で「頂点数・辺数が共に n のグラフにおいて、隣接する三頂点の組み合わせ数の最大値を求める」という問題を考え、その答えが n が 5 以上において、$(n^2-3n+2)/2$ であると証明した。

４．考察・結論

本研究では、それぞれの人に嫌いな人を一人設定した場合の一対多マッチングにおいて、安定マッチングを求めるアルゴリズムを作成することができた。今後は、このアルゴリズムをプログラム上で実行し、さまざまな例について安定マッチングを計算させる実験を行う予定である。また、計算量論の観点から今回作成したアルゴリズムの効率について考察しようと思う。

5. 参考文献

宮崎 修一(2013). 安定マッチング問題に対する近似アルゴリズム.第 25 回 RAMP シンポジウム論文集, 1 ,30-45. https://repository.kulib.kyoto-u.ac.jp/dspace/bitstream/2433/227217/1/RAMP_25sympo_30.pdf(参照 2022,7,14)

７．キーワード

グラフ理論　安定結婚問題　安定マッチング　Gale-Shapley アルゴリズム

青森県立弘前南高等学校
Aomori Prefectural Hirosaki Minami High School

量識萬物變數法と繰り返しを含む順列・組合せについて
"Quantification Method" and Permutations and Combinations in repetitions

Abstract
We have elucidated the formation process and calculation method of Tanaka Yoshimasa's "Quantification Method" which deals with permutations and combinations for the first time in the history of Japanese mathematics. We also extended Tanaka's method using multisets and obtained a formula for permutations and combinations in repetitions.

１．目的
和算家 田中佳政の量識萬物變數法の計算方法を解明し、拡張の可能性について探る。

２．方法
成立過程の考察から量識萬物變數法の計算方法を解明した。さらに、多重集合の概念を適用して繰り返しを含む順列・組合せの計算式について検討した。

３．結果
量識萬物變數法は朱子学と神道の影響を受けて誕生した、一種類だけの繰り返しを含む順列の計算であることがわかった。また多重集合上で再定義できることがわかった。

４．考察
多重集合上で繰り返しを含む組合せが満たす条件について検討した。

$$\Lambda_m \mathfrak{C} \Lambda_n = \sum_{\Lambda_{m(j)} \in \Lambda_m} \sum_{\Lambda_{n(i)} \in \Lambda_n} \prod_{k=1}^{n} \mu_{m^n(j)k} C_{\lambda_{n(i)k}}$$

ただし

$$\Lambda_{m(j)} = \{k^{\lambda_{m(j)k}} \mid \sum_{k=1}^{m} k \cdot \lambda_{m(j)k} = m\}$$

$$S_1(\Lambda_{m(j)}) = \{\lambda_{m(j)k} \mid 1 \leqq k \leqq m\}$$

$$\omega_{m(j)k} = |\{\lambda_{m(i)l} \mid \lambda_{m(i)l} \geqq k, \lambda_{m(i)l} \in S_1(\Lambda_{m(j)})\}|$$

$$\mu_{m^n(j)k} = \omega_{m(j)k} - \sum_{i=k+1}^{n} \omega_{m(j)i}$$

５．結論
多重集合上で繰り返しを含む組合せの計算式を得ることができた。

６．謝辞
ウクライナヴァシルステファニクプレカルパチアン大学のローマン ザトルスキー教授から、貴重なご助言をいただきました。ありがとうございました。

７．参考文献
[1] 田中唯五郎佳政『數學端記』1697 年　京都大学附属図書館数学教室所蔵
[2] 邵雍『皇極経世 新刻性理大全』胡廣等撰 1653 年 国立公文書館デジタルアーカイブ
[3] 潮音等『先代舊事本紀大成經』1679 年　人間文化研究機構国文学研究資料館
[4] Makhnei O.V.,Pylypiv V.M.,Zatorskii R.A.
m-submultisets and m-permutations of multisets elements
Carpathian Math. Publ. 2021, 13 (1), 240- 258
[5] Сачков В.Н. Введение в комбинаторные методы дискретной математики
Издательство МЦНМО 1983

８．キーワード
和算　量識萬物變數法　順列・組合せ　多重集合

青森県立八戸北高校
Aomori Prefectural Hachinohe Kita High School

～ｎ進数でのカプレカー定数～

We actually solved the smallest course of various figures by Steiner tree.

Abstract

We investigated whether other decimal numbers than decimal also have Caprecca Numbers, and also whether they have regularity. As a result, we found regularity and made some interesting discoveries.

１．目的

全てが同じではない数字を並べ替えて、最も大きい数と最も小さい数を作り、その差をとり新しい数を作る。この操作をカプレカー操作といい。このカプレカー操作を有限回行うとある一定の数に収束し、その後、同じ数が繰り返される。この、ある一定の数のことをカプレカー定数という。

十進数では、３桁と４桁の時にカプレカー定数が存在することはわかっていたが、他の進数においてもカプレカー定数は存在するのか、存在すると仮定した場合そこに規則性はあるのかどうか気になったので調べることにした。

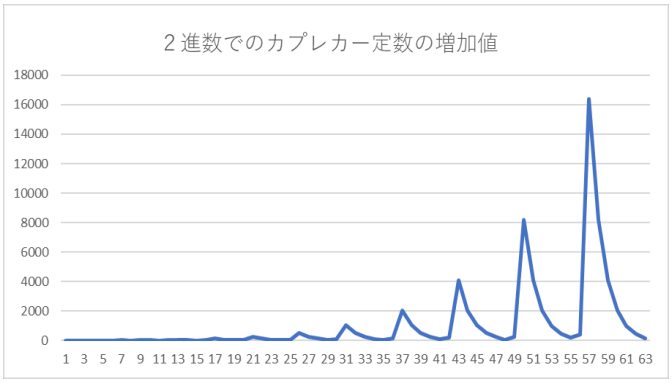
２．方法

カプレカー数を求め、それぞれの進数において十進数に変換した値をグラフにし、共通部分や差異部分はないか調べる。

３．結果

他の進数でもカプレカー定数が存在することが確認できたが、進数によって同じ桁数でもカプレカー定数が存在する場合とカプレカー定数が存在しない場合は、循環することがわかった。また、カプレカー定数は、同じ桁で二個以上存在する場合もあると確認ができた。

２進数でのカプレカー定数を１０進数になおしたときの増加値をグラフ化したところ図のようになり、波のようなグラフが確認できた。



４．考察

大きく数が増加しているのは、桁数が変化している時で、そのとき以外は変化があまり見られないのでカプレカー定数は近しい値になると思われる。

５．結論と今後の展望

特徴的なグラフを発見できた為このグラフを元に、一般化、グラフの数式による近似等を行い、新たな規則性を発見していきたい。

６．参考文献

高校数学の美しい物語/マスオ

７.キーワード

カプレカー数　カプレカー操作　ループ数　進数法

山形県立米沢興譲館高等学校
Yamagata Prefectual Yonezawa Kojokan High School

べき乗の三角形
Exponentiation Triangle

Abstract
Exponentiation triangle is a kind of triangular array. If you use the triangle, you can calculate the sum of mth powered natural numbers. In this study, I focused on the similarity between exponentiation triangle and Pascal's triangle, which are actually similar, and found some laws and general term of exponentiation triangle.

１．目的

「べき乗の三角形」というものをご存知だろうか。パスカルの三角形のような、数字の三角形状の配列(triangular array)の一種である。これを使えば自然数のべき乗の和を求めることができると言われている。べき乗和の公式、通称シグマの公式は数学Bの数列の分野で習うが、べき乗の三角形を使えばその和を教科書などとは別のルートで求めることができる。

この研究では、どうしてこの三角形で自然数のべき乗和が求めれるのかという理由と、べき乗の三角形で成り立ついくつかの興味深い性質、べき乗の三角形の一般項を発見し、証明することを目的とした。

２．方法

べき乗の三角形を2重数列(変数が2つある数列)と捉えて、数列の項を表す記号${}_mE_l$を定義した。この記号の形は二項係数${}_mC_n$を意識した。べき乗和を求めることができるという性質から、数列の漸化式を導いた。triangular array の例として有名なパスカルの三角形と比較しながら、べき乗の三角形で成り立つ性質を探した。必要に応じてパスカルの三角形の持ついくつかの性質も証明した。べき乗の三角形の一般項は、予測したものを数学的帰納法で証明した。

３．結果

パスカルの三角形については、二項定理、漸化式、ホッケースティック恒等式を得た。べき乗の三角形については、漸化式、べき乗の三角形におけるホッケースティック恒等式、一般項を得た。

４．考察

パスカルの三角形とべき乗の三角形には、漸化式やホッケースティック恒等式など、似ている点がたくさん見つかった。べき乗の三角形の一般項に二項係数が出てきたのは興味深い。

５．結論

べき乗和を求める公式として、ファウルハーバーの公式(1^{m}からn^mまでのm乗和をnのm+1次式で表す)というものもあるようなので、べき乗の三角形との関係性を調べていきたい。

６．参考文献

「Q.E.D. 知的でエレガントな数学的証明」バーカード・ポルスター 著　　駒田 曜 訳　創元社 2012年

７．キーワード

triangular array　二項係数　パスカルの三角形　べき乗の三角形　べき乗和　ホッケースティック恒等式

茨城県立並木中等教育学校
Ibaraki Prefectural Namiki Secondary School

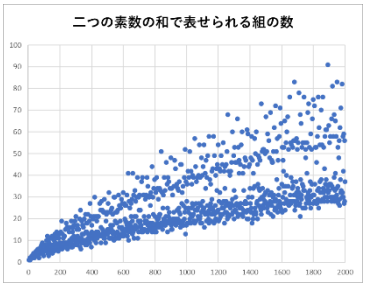
ゴールドバッハの予想　組の数と素因数の関係
Goldbach's conjecture　Number of pairs and prime factors

Abstract

The purpose of this research is to find conditions to increase the number of different ways that can represent even numbers by summing two prime numbers. As a result, I succeeded in approximating that value.

１．目的

偶数を二つの素数の和で表せられる組の数は、実際に計算するまで正確な値はわからない。しかし、この組の数を小さい偶数から順に並べて散布図にすると、次第に何本かの直線上に点が集まっているように見える。今回の研究ではなぜそのようになるのか、組の数とその偶数との関係性について調べることを目的とする。



２．方法

4 以上の偶数を x, その偶数を二つの素数の和に分解できる組の数を g とする。

また、素数を小さい順番に並べ i 番目の素数をp_iとする。この条件のもと研究を行う。

３．結果

$\sqrt{x}$以下の最大の素数をp_kとする。また、a_1=1 とし、x がp_i(2≤i≤k)の倍数ならば、a_i=2、そうでなければ、a_i=1 とする。

$g'(x) = \frac{x}{2}\prod_{i=1}^{k}\frac{p_i - a_i}{P_i}$　としたとき、g’(x)は g(x)に近似するとわかった。

４．考察

結果から、x の素因数の種類が多いほど g(x)は大きくなると考えられる。このとき、素因数は小さい数であったほうがその傾向はより顕著になる。さらに、共通のp_k*を持つ*、特に素因数の種類が完全に一致する偶数だけを見たとき、g’(x)は比例式になるため、g(x)の散布図の点は何本かの直線上に集まっているように見えたのだと考えられる。

また、i≥2 のとき、$g'(x) \geq \frac{x}{4p_k} \geq \frac{\sqrt{x}}{4}$　であることから、x が大きくなると g(x)も大きくなっていくと考えられる。

５．結論

偶数が素数の和で表せられる組の数を、数式を用いて近似することができた。しかし、そのためにはp_kまでの素数が x の倍数かどうかわからないとならない。

６．参考文献

オンライン数学百科事典　https://oeis.org

７．キーワード

素数　ゴールドバッハの予想　ゴールドバッハ彗星

茨城県立竜ヶ崎第一高等学校
Ibaraki prefectural Ryugasaki Daiichi High School

手書き文字を認識できるAIプログラミングのプロトタイプ作成

Improvement Of The AI Character Recognition

Abstract

In order to improve the AI character recognition, so far, we finished creating the original AI program and made it load 10 kinds of “*hiragana*” fonts and recognize them. As a result, the success rate of recognition was 40%. By this research, we found it difficult for an AI program to recognize small parts of characters.

1. 目的

OCRやAI学習を用いた、読みにくい文字の認識・暗い場所での文字認識が正確にできるPythonを使ったプログラムの作成するためのプロトタイプ作成．今回は、AIが文字を判別するプロセスの構築と、判別時に発生する問題を探ることを目的とする．

2. 方法

(1)フォントのひらがなをAIに読み込ませて学習させる．
(2)読み込ませた物とは別のフォントの文字をAIに判別をさせる．
(3)成功率を求める．

3. 結果

(1)10種類のフォント(ArialやKlee one等)のひらがな47音をAIに読み込ませ学習させた．
(2)別のフォントの文字（Reggae One）をAIに判別させた．
(3)成功率：40%

4. 考察

(1)成功率が高くないことから、10種類のフォントではデータが少ないと感じた．より多くのデータがあれば、文字認識の成功率を高められると考える．
(2)別のフォントを読み取り、判別することは出来た．
(3)間違えやすい文字の組み合わせとして「ぬ」と「め」・「ね」と「れ」と「わ」がある．プログラムしたAIでは細かい形の違いを読み取ることが難しいと考えられる．

5. 結論

プロセスの構築はほぼ完了できた．また、判別時の問題がわかった．課題は、別のフォント文字や手書き文字などを読み込ませたときにも判別可能なデータ収集や問題解決である．

6. 参考文献

“AIよみと～る（手書き文字・読取・データ化）”．NTT東日本
https://business.ntt-east.co.jp/service/rpa_aiocr/#anc-01（2022.6.21閲覧）

片桐 聖翔他．「自他の文字の平均化における適切な割合～個性を残した平均手書き文字～」SSH 探究 報告集 ー2期目第3年次ー 竜ケ崎第一高校・附属中学校．2021.3.16 P38-40

7. キーワード

文字認識　手書き文字　ひらがな　AI　Python

茨城県立緑岡高等学校
Ibaraki Prefectural Midorioka High School

至る所で微分不可能な関数に関する考察
Considerations on non-differentiable functions everywhere

Abstract

The Weierstrass function is a ubiquitously non-differentiable function defined by the German mathematician Weierstrass. This function exhibits fractal properties.At the beginning of our research, we were investigating fractal geometry, but in the process, we found the Weierstrass function mentioned above, which seemed interesting, so we proceeded with our research.

１．目的

フラクタル性質を示す関数を作成し，新たに至るところで微分不可能な関数を作成する。

２．方法

Desmos という関数グラフを図示するソフトを使い，様々な関数のグラフを調べ，考察した。

３．結果

事前研究から，ワイエルシュトラス関数は余弦波を，高木関数は三角波を操作したものであると分かった。鋸波や矩形波に同様の操作を行うと，これらの関数はフラクタル図形のような性質を持つと思われる。よってこれらも連続であるが至る所で微分不可能な関数であると考えられる。更に非周期関数について同様の操作を行い，連続であるが至る所で微分不可能な関数を作ることができるのかについて調べた。

結果として周期関数である高木関数を非周期化したものであると考えられる関数を作りだす事に成功した。他にも，ワイエルシュトラス関数のような関数でも同様の関数を作る事に成功した。

４．考察

式の内容によって微分不可能なグラフが作れるときと作れないときがあった。理由として合成関数のランダム性によるものと思われる。今回は手動によるランダム性を導入していた。

５．結論

的確なランダム性を合成関数に使用することで，完全ランダムなグラフを作ることができれば，それは至る所で微分不可能な関数であると考えられる。

６．参考文献

計算ソフト desmos　https://www.desmos.com/calculator?lang=ja　2022/07/13
Note「至る所微分不可能な連続関数「高木関数」」
https://note.com/sorai_mikan/n/nd7e6918f9fed　2022/07/13
フラクタル(岩波科学ライブラリー)　著　ケネス・ファルコナー　訳　服部久美子　2021/8/15

７．キーワード

ワイエルシュトラス関数　高木関数　フラクタル図形

清真学園高等学校

中線定理の発展

Abstract

I developed the Apollonius' theorem that bisects the line segment BC of triangle ABC and discussed the triangle theorem for line segments that divide line segment BC n times equally.

１．目的

三角形の一辺を 2 等分するときに成り立つ中線定理を発展させ，三角形の一辺を n 等分するときに成り立つ定理を調べる。また，その三角形における図形的意味を考察する。

２．方法

△ABC において辺 BC を n 等分する点を M_1，M_2，M_3，…，M_{n-1} とする。このとき，それぞれの三角形，△ABM_2，△$\mathrm{AM}_1\mathrm{M}_3$，…，△$\mathrm{AM}_{n-2}\mathrm{C}$ で中線定理が成り立つため，得られた式を変形させ，等式を導いた（図 1 ）。

辺 BC を 2 等分したとき　　$\mathrm{AB}^2+\mathrm{AC}^2=2\mathrm{BM}_1{}^2+2\mathrm{AM}_1{}^2$

辺 BC を 3 等分したとき　　$\mathrm{AB}^2+\mathrm{AC}^2=4\mathrm{BM}_1{}^2+\mathrm{AM}_1{}^2+\mathrm{AM}_2{}^2$

辺 BC を 4 等分したとき　　$\mathrm{AB}^2+\mathrm{AC}^2=6\mathrm{BM}_1{}^2+\mathrm{AM}_1{}^2+\mathrm{AM}_3{}^2$

辺 BC を n 等分したとき　　$\mathrm{AB}^2+\mathrm{AC}^2=2(n-1)\mathrm{BM}_1{}^2+\mathrm{AM}_1{}^2+\mathrm{AM}_{n-1}{}^2$

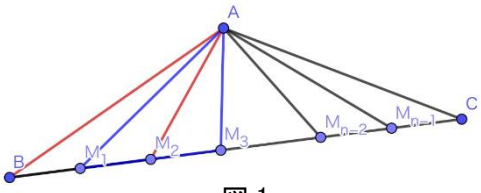


図 1

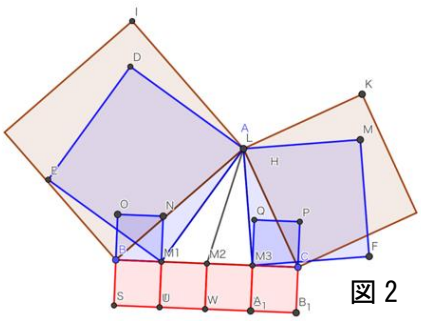


図 2

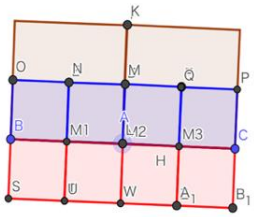


図 3

３．考察

三角形の一辺を n 等分した場合について中線定理を発展させることができた。また，図形的な意味で考えると，得られた等式は，一辺がそれぞれ AB，AC である正方形の面積の和と，一辺が BM_1 である正方形 $2(n-1)$ 個と一辺がそれぞれ AM_1，AM_{n-1} である正方形の面積の和が一致することを表している。このことは点 A を限りなく辺 BC に近づけることで確認できた。（図 2，図 3 は BC を 4 等分したときであり，点 A を点 M_2 に近づけた場合である）。

また，今回は「一辺を n 等分する」という方法で中線定理の発展を行ったが，中線定理の他の条件を変えることで別の発展を考察していきたい。

４．参考文献

清宮俊雄．モノグラフ 26 幾何学発見的研究法．科学新興社．1988

５．キーワード．中線定理，一般化

作新学院高等学校
Sakusin Gakuin High Scool

循環小数の考察～余りの式による考察～
Consideration of circular decimals.～Consideration with too much formula~

Abstract

The relational expression for a circular fraction in terms of a remainder expression can be expressed in terms of the general term of the remainder number sequence using an incremental formula.

１．目的

1/p（p:素数）によって生まれる商（循環する）の考察かつ，一般項を求める。

２．方法

例として 1/7 を用いて考察する。 また，1/p（p:素数）の商の一般項を，余りの式，等比数列，合同式を用いて検証する。

規則
分母が、2, 3, 5 以外の素数

３．結果

結果として商の一般項を，得ることはできなかったが，余りの式を用いたことで興味深い性質を見つけることができた。

結果として得ることのできた，循環小数を余りの式で表した際の一般項

$$r_n = 10^{n-1} r_1 \pmod{p}, \qquad r_n = \frac{r_2 - 10r_1 - 10^{n-1}(r_2 - r_1)}{9} \pmod{p}$$

４．考察

上記の式を求めることで，規則性があることが分かった。また mod p とおいたところが，1/p（p:素数）の商であると考えることができた。

５．結論

2，3，5 以外の素数を用いた１/p（p:素数）には，規則性があることを説明できた。また，余りの式を用いることで，余りの部分においての一般項を求めることができた。しかし，商の一般項を求めるには至らなかった。

６．参考文献

『数学 A，B』藤田岳彦編　啓林館，『チャート式基礎からの数学』チャート研究所編著　数研出版

７．キーワード

漸化式　合同式　等比数列　循環小数　素数　余り

$x^k+y^l=1$が表す曲線の概形について

Curves defined by $x^k+y^l=1$

栃木高校

Abstract.

The purpose of this study is to investigate the relationship between $x^k+y^l=1$ and the curve defined by k and l. In this paper, we examined the general shape of curves by displaying them in GeoGebra. As a result, it was discovered that the unevenness and increase / decrease of the curve are determined by the magnitude relationship between k, l and 1.

１．目的

$x^k+y^l=1$が xy 平面上で表す曲線を k,l を変化させて考察し、その変化から規則性を導くこと。

２．方法

GeoGebra を用いて、k,l を変化させたときに$x^k+y^l=1$が表す形状を調べ、k,l に対する曲線の規則性を考える。

３．結果

$x^k+y^l=1$……①が xy 平面上で表す曲線を C とする。

（Ⅰ）定義域と値域

k=$\frac{q}{p}$ $l=\frac{n}{m}$（ｐとｑ、ｍとｎは互いに素な自然数）として、

（ｉ）ｐとｍが偶数、ｑとｎが奇数のとき 0≦x≦1、0≦y≦1

（ii）ｐが偶数、ｑとｍとｎが奇数のとき $0 \leq x$、$1 \leq y$

（iii）ｐとｎが偶数、ｑとｍが奇数のとき$0 \leq x \leq 1,\ 0 \leq y \leq 1$

（iv）ｐとｑとｍとｎが奇数のとき定義域、値域はともに実数全体であるが、x と y がともに負であるとき①を満たさないので C は第三象限に存在しない。

（ｖ）ｑとｎが偶数、ｐとｍが奇数のとき$-1 \leq x \leq 1$，$-1 \leq y \leq 1$

（vi）ｎが偶数、ｐとｑとｍが奇数のとき$x \leq 1$、y は実数全体

（Ⅱ）増減と凹凸

ｎが奇数のとき x=0, 1, $(\frac{kl-l}{k-l})^{\frac{1}{k}}$で凹凸が入れ替わる。ｑが奇数のとき y＝0, 1, $(\frac{kl-l}{k-l})^{\frac{1}{l}}$で凹凸が入れ替わる。

ｎが偶数のとき x=$\left(\frac{kl-l}{2kl-k-l}\right)^{\frac{1}{k}}$, $\left(\frac{kl-l}{k-l}\right)^{\frac{1}{k}}$で凹凸が入れ替わる。ｑが偶数のと y=0, $(\frac{kl-k}{2kl-k-l})^{\frac{1}{l}}$, $(\frac{kl-l}{k-l})^{\frac{1}{l}}$で凹凸が入れ替わる。ただし、存在範囲内で考える。

４．考察

①式を x で微分することで $\frac{dy}{dx}=-\frac{kx^{k-1}}{ly^{l-1}}$ 、これを再び x で微分して $\frac{d^2y}{dx^2}=-\frac{(k-1)ly^l+(l-1)kx^k}{l^2y^{l-1}}kx^{k-2}$ が得られる。

(x≠0,y≠0)

５．結論

C の概形は k,l に対して規則性を持つ。

６．参考文献

GeoGebra（図形作成時に使用）

７．キーワード

図形と方程式　微分法

栃木県立栃木高等学校
Tochigi high school

三山崩しとそのアレンジの必勝法

″Mitsuyama Kuzushi″ and its arrangement of winning methods

Abstract.

Our group studied a game called "Mitsuyama Kuzushi" and learned that there is a winning method using exclusive disjunction. Then, we arranged this game and considered what the winning method would be. As a result, we found out that "Mitsuyama Kuzushi" and its arranged games also have a winning method.

1. 目的

「三山崩し」について、アレンジを加え、必勝法がどのようなものになるのかを考える。

2. 方法

「三山崩し」とはいくつかの石が３つの山に分けて置かれているものを、２人で交互に取り合い、最後の１つを取った方が勝ちというゲームである。ただし、１つの山からなら一度に何個でも石を取れるが、一度に２つ以上の山から石は取れないものとする。このゲームには排他的論理和を用いた必勝法があることで知られているが、ここに「取れる石の数に制限をかける」「山の数を変える」というアレンジを加え必勝法がどうなるのかを調べた。

3. 結果

オリジナルのものと比べ必勝法はわかりづらくなったが、取れる石の数に制限をかけ、石の数を変えたとしても、同様に必勝法は存在し続けることが分かった。

４．考察

今回は取れる石の数を２までにしたが、３,４…としても同様の必勝法が存在すると考えられる。また、山の数が４,５…と増えても同じことが言えるだろう。

５．結論

「取れる石の数に制限をかける」「山の数を変える」のアレンジをすると必勝法はなくなるのではないかと考えていたが、たとえアレンジしたものでも、ミスをしなければ先攻・後攻が決まった時点で勝敗が決定することがわかった。

６．参考文献

・https://manabitimes.jp/math/950　・https://www.mojirca.com/2019/09/why-nim-xor-eq-zero.html

７．キーワード

三山崩し　排他的論理和　ニム和　必勝形

3111　市川高等学校
Ichikawa Senior High School

中線定理の n 等分および 3 次元への拡張

A generalization of the Apollonius's theorem dividing into n equal parts and to 3-dimensions

Abstract

In this study, by dividing the side BC into some parts and raising the dimensions, we tried expansion of the Apollonius's theorem. As a result, we've got the equations about dividing the side BC into n equal parts and extending to 3-dimensions.

１．研究背景

一般に中線定理を拡張した定理について、以下が知られている。

スチュワートの定理

ΔABCの辺 BC を点 P で内分すると、以下が成立する。

$$\mathrm{AC}^2 \cdot \mathrm{BP} + \mathrm{AB}^2 \cdot \mathrm{CP} = \mathrm{BC}\,(\mathrm{BP} \cdot \mathrm{CP} + \mathrm{AP}^2)$$

n 等分への拡張

$\Delta \mathrm{AB_0B}_n$の辺 $\mathrm{B_0B}_n$ を n 等分する点 $\mathrm{B}_1, \cdots, \mathrm{B}_{n-1}$ について、以下が成立する。ただし、n は 3 以上の整数。

$$\sum_{i=0}^{n} (-1)^i \cdot {\mathrm{AB}_i}^2 \cdot {}_n\mathrm{C}_i = 0$$

これらを元に、辺を分割する方法を変え、高次元化を行うことで更なる拡張を試みた。

２．研究結果

n 等分の次数の拡張

以下が成立する。ただし、 x は $n > 2m$ なる非負整数。

$$\sum_{i=0}^{n} (-1)^i \cdot {\mathrm{AB}_i}^{2m} \cdot {}_n\mathrm{C}_i = 0 \quad (n > 2m)$$

中線定理の立体への拡張

四面体 OABC において、AB の中点を M , BC の中点を N , CA の中点を L とする。このとき、以下が成立する。ただし S_{PQR} で ΔPQR の面積を表すこととする。

$$4\left({S_{\mathrm{OMC}}}^2 + {S_{\mathrm{ONA}}}^2 + {S_{\mathrm{OLB}}}^2 + {S_{\mathrm{MNL}}}^2\right) = 3\left({S_{\mathrm{OAB}}}^2 + {S_{\mathrm{OBC}}}^2 + {S_{\mathrm{OCA}}}^2\right)$$

３．参考文献

井上友祐, 中線定理とスチュワートの定理の拡張, マスフェスタポスター集(2021), pp, 53-55

４．キーワード

中線定理、辺の n 等分、二項係数の交代和

3111　市川高等学校
Ichikawa senior high school

特殊な重み付き完全グラフにおける最短および最長経路
The shortest and the longest paths of the weighted complete graph which is based on particular rules

Abstract

Traveling salesman problem (TSP) is to find a Hamiltonian cycle whose cost is the smallest of the graph which has n-vertices. In this study, we considered its cycle about a weighted complete graph G which is based on particular rules.

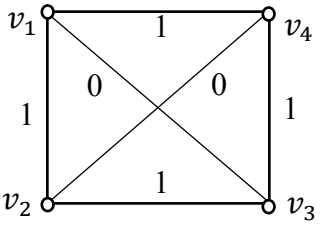
１．研究背景

巡回セールスマン問題とは n 個の頂点を１回ずつ通り全て回ってスタート地点に戻る経路の中で最短の経路を求める問題である。重み付きグラフにおいて，始点と終点が異なる場合はダイクストラ法などによって最短経路が求まるが，一致している場合の巡回セールスマン問題は求めるのが困難とされている。

２．重み付き完全グラフ

重み付き完全グラフ K_n に対して，辺 $v_i\ v_j$ の重みを $\ell(v_i, v_j)$ とし，$f(n)$，$g(n)$ をそれぞれハミルトニアンサイクルの重みの総和の最小値，最大値とする。$\ell(v_i, v_j)$ に一定の規則で特別な重みを割り当てることで，$f(n)$，$g(n)$ がどのような値になるか，また，そのような経路の本数について考え，以下の結果を得た。

$$\ell(v_i, v_j) = \begin{cases} 0 & (i+j \equiv 0 \pmod 2) \\ 1 & (i+j \equiv 1 \pmod 2) \end{cases}$$



このとき　$f(n) = 2$ ，$g(n) = \begin{cases} n & (n: \text{even}) \\ n-1 & (n: \text{odd}) \end{cases}$

$f(n)$の本数：$\left[\frac{n-1}{2}\right]! \cdot \left[\frac{n}{2}\right] \cdot \left(\left[\frac{n}{2}\right]-1\right)!$　$g(n)$の本数：$\begin{cases} \frac{n}{2} \cdot \left\{\left(\frac{n}{2}-1\right)!\right\}^2 & (n: even) \\ \frac{n+1}{2} \cdot \left\{\left(\frac{n-1}{2}\right)!\right\}^2 & (n: odd) \end{cases}$

さらに，すべての経路において重みの総和が偶数になった。
また，他の重み付けをした K_n に対しても求まった $f(n)$，$g(n)$ について発表する。

３．参考文献

P. グリッツマン　R. ブランデンベルク　著　　石田基広　訳
最短経路の本―レナの不思議な数学の旅― 丸善出版　2012.4.5

４．キーワード

巡回セールスマン問題　最短経路問題　ハミルトニアンサイクル

お茶の水女子大学附属高等学校
Ochanomizu University Senior High School

コラッツ予想を Excel を用いて考える
Collatz conjecture with Excel

Abstract

We researched the Collatz conjecture, which is unsolved. We typed in a formula of it in Excel and made some graphs. Then we thought there would be regularity in it from the shape of the graph.

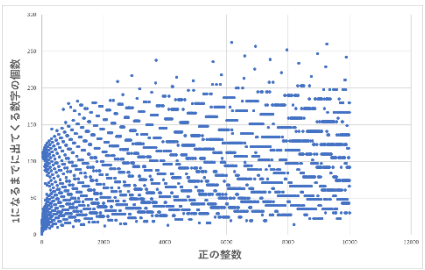
１．目的

コラッツ予想について、Excel を用いてグラフ化することにより、整数の問題を視覚的に捉えることで、理解を深め規則を探す。

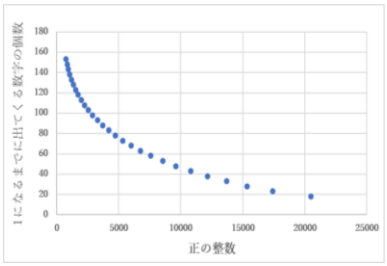
２．方法

まず、コラッツ予想の式（IF(MOD(n,2)=0,2n,3n+1)）を Excel に打ち込み、10000 までの整数でコラッツ予想が成り立つことを確認し、正の整数と 1 になるまでに出てくる数字の個数のグラフを作り、その形から考察する。

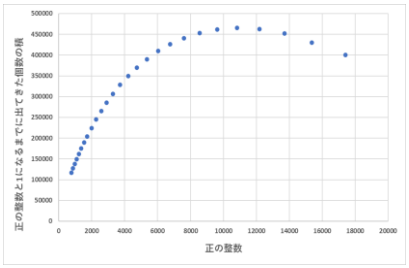
３．結果



グラフ１　正の整数と 1 になるまでに出てくる数字の個数



グラフ２　正の整数と 1 になるまでに出てくる数字の個数



グラフ３　正の整数と正の整数と 1 になるまでに出てくる数字の個数の積

正の整数と 1 になるまでに出てくる数字の個数についてのグラフ 1 を作成したところグラフに曲線が現れ、その一部を取り出したグラフ 2 から曲線上の 1 になるまでに出てくる数字の個数の間隔が一定であることが分かった。グラフ 2 で取り出した正の整数と 1 になるまでに出てくる数字の個数の積を縦軸に取ったグラフを作ると、また違う形状の曲線が現れた。しかし、1 になるまでに出てくる数字の個数が等しい連続した整数が現れる間隔などに規則を見つけることはできなかった。

４．考察・結論

コラッツ予想という難問をグラフ化し考察することで、整数の問題を新たな観点から研究し理解を深めた。今回の研究では証明を目的とはしていないが、これまでの研究で分かったことをもとにグラフの考察を続け、証明に繋がる規則性を見つけることも目指して研究を発展させていきたい。

５．参考文献

株式会社インフォマティクス.“Python で数論!未解決問題「コラッツ・角谷予想」Python で数学を学ぼう!第 9 回”.空間情報クラブ.2022/02/20. https://club.informatix.co.jp/?p=13940,(2022/06/13)

６．キーワード

コラッツ予想　Excel

お茶の水女子大学附属高等学校
Ochanomizu University Senior High School

次元と球の体積
Dimensions and the volume of a sphere

Abstract

I calculated the volume of a sphere in higher dimensions. I noticed a way to find one higher dimension without integrating. I also calculated the approximate value of it by the Monte Carlo method.

１．目的

n 次元の球の体積を求められる公式を、なるべく高校数学を使って導くこと。

２．方法

積分で 3 次元の球、4 次元の球、5 次元の球の体積を求める。n 次元の球の体積と n+1 次元の球の体積の関係を考え、漸化式を導くことができれば、それをもとにして一般項を求める。高次元での計算結果が正しいのかの判断が難しいので、参考程度にモンテカルロ法で n 次元の半径 1 の球の体積の近似値を求め、判断の補助とする。

（例：図 1 はモンテカルロ法で求めた 4 次元の半径が 1 の球の体積）

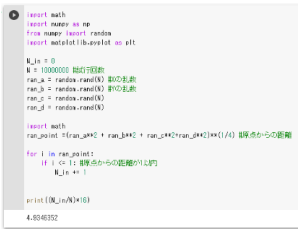


図 1

３．結果

半径を r とすると、

2n 次元の球の体積は、(2n-1 次元の球の体積)×π×r×$\frac{2n-1}{2n}$×$\frac{2n-3}{2n-2}$×…×$\frac{1}{2}$である。

2n+1 次元の体積は、(2n 次元の球の体積)×r×2×($\frac{nC_0}{1}$−$\frac{nC_1}{3}$+$\frac{nC_2}{5}$−$\frac{nC_3}{7}$+…$\frac{nC_n}{2n+1}$) である。$\frac{nC_n}{2n+1}$の符号は、n が奇数ならば負で、偶数ならば正である。

４．考察

積分の計算の途中式をもとに結果を導いた。2n-1 次元の球の体積を使って表した 2n 次元の球の体積の式は積の形で、2n 次元の球の体積を使って表した 2n+1 次元の体積の式は和の形で表していると予想される。cos の n 乗の積分公式を使えば、2n+1 次元の球の体積も積の形で表すことが出来る。和の形で表した 2n+1 次元の体積の式と、積の形で表した 2n+1 次元の体積の式を比べると、

$\frac{nC_0}{1}-\frac{nC_1}{3}+\frac{nC_2}{5}-\frac{nC_3}{7}+\cdots\frac{nC_n}{2n+1}=\frac{2n}{2n+1}\times\frac{2n-2}{2n-1}\times\cdots\times\frac{2}{3}$

が成り立つという予想ができる。

５．結論

今回、積分をせずに 1 つ高い次元の球の体積を求める関係式を導いた。今後、高校数学で研究の結果から漸化式などで一般項を求めたい。調べてみたところ、ガンマ関数を使えば一般項を求めることができるそうだ。ガンマ関数は、任意の正の整数 n に対して、Γ(n+1) =n！という性質がある。ガンマ関数は階乗で表せるので、組み合わせの形 (nCr) とガンマ関数は関係があるのではないかと考えた。ガンマ関数と組み合わせの形の関係を導くことができれば、それを用いて n 次元の球の体積を求められる公式を高校数学を使って導くことができると予想される。

６．参考文献

Python Japan. “適切なデータ型を使う”. ゼロからの Python 入門講座. https://www.python.jp/train/index.html, (参照 2022-05-16)

高校数学の美しい物語. “sin の n 乗, cos の n 乗の積分公式”. https://manabitimes.jp/math/663, (参照 2022-07-16)

７．キーワード

高次元の球の体積　積分

筑波大学附属駒場中・高等学校
Junior & Senior High School at Komaba, University of Tsukuba

三角関数の問題の図形的解法
Geometrically solution of Trigonometry Problem

Abstract

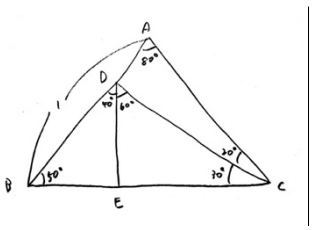
We study various formulas of trigonometric functions geometrically.

１．目的

三角関数の問題を幾何的に解くこと。

２．方法

学校の数学の授業で出題された三角関数の問題を、幾何を用いて解くことを試みた。



３．結果

加法定理等による解法が想定されていた問題についても、いくつか解くことができた。

４．考察

三角関数の問題を幾何的に解くことができた。

５．結論

いくつかの問題を解くことができた。

６．参考文献

大島　利雄　ほか 13 名 ． 改訂版　数学Ⅰ ． 数研出版 ， 2016
川中　宣明　ほか 13 名 ． 改訂版　数学 II ． 数研出版 ， 2017

７．キーワード

三角関数　幾何

筑波大学附属駒場高等学校
Senior High School at Komaba, University of Tsukuba

研究室配属問題の拡張と実社会での応用
Extension of the laboratory assignment problem and its application in the real world

Abstract

The laboratory assignment problem is a problem to find a way to assign each student to a laboratory as much as possible in accordance with their wishes. We will study how to solve the problem of assigning students to multiple laboratories and examine its application in the real world.

１．目的

各個人をそれぞれの希望に沿うように各選択肢に割り当てる場面は身の回りに溢れているが、現状では割り当て方法は集計者の裁量に委ねられる事が多い。そこで、このような問題を一般化した問題の解法を考え、実社会での応用を目指す。

２．方法

次の問題の解法を考察する：N 人の個人に合計 M 件の仕事を割り当てる。各個人には A 件以上 B 件以下の仕事を割り当てる。仕事 i に割り当てる人数は L_i 人以上 U_i 人以下とする。人 i に 仕事 j を割り当てた時のコストは $C_{i,j}$ である。
コストの合計を最小化する割り当て方法を見つけよ。

３．結果

最小費用流問題に帰着させる事で、計算量 $O(N^2MB\,log(N+M))$ で解く事ができた。また、$B=1$ の場合における先行研究 [1] に比べて計算量が約 92% 改善された。

４．考察・結論

研究室配属問題の拡張に対する効率的な解法を考案した。実社会での応用では各希望順位について、公平性・効率性を担保するようにコストを設定し、個人には希望順位のみ聞くのが良いだろう。コスト設計は今後の課題となる。

５．参考文献

[1] 大槻政史：「プライマルデュアル法による研究室配属問題の解法」
http://www.numaf.net/Z9/Z9a/html/THESIS/H07/h07_ohtsuki_abst.pdf

６．キーワード

マッチング　ネットワークフロー　最適化　アルゴリズム

東海大学付属高輪台高等学校
Tokai University Takanawadai Senior High School

タックルの部位と成功率における勝敗の関係
Relationship between tackle part and success rate

Abstract

I looked at the relationship between winning and losing in rugby tackle sites and success rates. The tackle area was divided into four parts: shoulders, chest, waist, and feet.　Because I'm playing rugby and I'm physically disparaging with my opponent, I wanted to know what tackles and where tackles could be stopped the most.

１．目的

2019 年に日本で開催された Rugby World Cup の決勝トーナメントと全国高等学校ラグビー大会の 94th～100th までの決勝戦を比較してタックルの部位と成功率における勝敗には違いがあるのか。

２．方法

研究内容１は 2019 年の Rugby World Cup の決勝トーナメントの 7 試合を見て「肩、胸、腰、足」の 4 つの部位に分けてタックルの回数と成功率を求め勝敗の関係について調べた。研究内容２では全国高等学校ラグビー大会の 94th～100th の決勝戦 7 試合を見て、研究内容１と同じように「肩、胸、腰、足」の 4 つの部位に分けてタックルの回数と成功率を求め勝敗の関係について調べ研究内容１と比べた。

３．結果

研究内容１,2 ともに勝ったチームのほうがタックルの成功率が高く RWC では腰、足の下半身へタックルが全国高等学校ラグビー大会では胸や腰の体の中心部分へのタックル成功率が高かった。また、タックルの部位では誤差があるもののタックルの全体の回数では RWC のほうがタックル総回数が多かった。

４．考察

RWC では各国の代表が選ばれているので、高校ラグビーよりもタックル成功率が高くタックル成功率が高い方が試合に勝つまた、高校ラグビーでも同じことがいえるが RWC と比べタックルの総回数が多いと考える。

５．結論

RWC の方が高校ラグビーと比べ技術やパワー、体格差があまりなく差があっても１対１で倒すことができるほどの強さを持っていることがわかった、高校ラグビーは１人でなく２人でタックルするのが有効的だと考えられる。

６．参考文献

ラグビーにおけるボールの争奪および獲得に関する研究 https://www.nara-k.ac.jp publication pdf　22/01/13

７．キーワード

「肩、胸、腰、足」「タックルの部位と成功率」「ダブルタックル」

東海大学付属高輪台高等学校
Tokai University Takanawadai Senior High School

朝活 or 徹夜どちらが効果的？
Which is more effective studying at night or in the morning?

Abstract

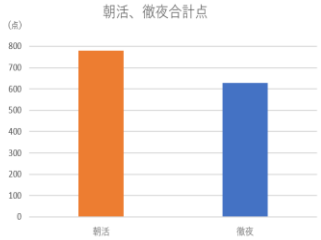
I investigated which is more effective, studying at night or in the morning. I tested two conditions for each person, studying at night or in the morning. Then, I compared the test scores for each person. I checked which condition produced a higher score and compared the difference in scores. I decided the higher test score condition was more effective.

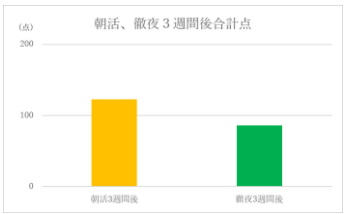
１．目的

朝に学習するのと夜に学習するのではどちらが効果的なのかを統計的な視点で見ることによって、勉強や何か作業をするとき、今後どのように取り組めばより効率よく記憶できるかを見つけるために行った。

２．方法

実験はすべて２パターン行った。１ つ目は、被験者５人を対象に朝活、徹夜の勉強をそれぞれ８回ずつ行い、それぞれのテストの点数の高かった方や、変化の仕方を見てどちらが効果的だったかを明確にした。２つ目は被験者１１７人を対象に朝活、徹夜の勉強をして､それぞれ10点満点のテストを１回ずつ行い、その２つのテストの変化の仕方や、合計点の高い方を見て、効果的な方法を明確にした。また、記憶の定着を確認するために１回目のテストから３週間後に同じものを行った。





３．結果

点数ごとの人数を表したグラフで、6 点以上の点を取った人は、徹夜が 44 人、朝活が 50 人、3 週間後では、徹夜が 0 人、朝活が 5 人であり、朝活のほうが多かった。また、合計点でも朝活のほうが高かった。

４．考察

前回の実験で、徹夜のほうが効果的であると仮説を立てて実験を行ったが、結果は逆になった。しかし数値には、ばらつきがあり必ずしも朝活のほうが効果的とは断言できない。そのため、いくつか改善点を見つるべきであると思う。

５．結論

点数ごとのグラフ、被験者の合計点のグラフ、いずれのグラフも朝活のほうが高いという結果になった。そのため、朝活のほうが効果的であると結論づけた。

６．参考文献

ライフハッカー編集部.”朝活は不向き⁉ 記憶力についてわった科学的な新事実.lifehacker.2013/05/19
https://www.lifehacker.jp/2013/05/130519cafeglobe-republished.html(2021/6/13)
高橋洋一,図解 統計学超入門,あさ出版,2018

７．キーワード

朝活　徹夜　睡眠　勉強法

東京学芸大学附属高校
Tokyo Gakugei University Senior High School

局面を用いた暗号システムにおける最適なボードの大きさと駒の数の予想

Prediction of the appropriate size of a board and number of pieces in surface of a board for cryptographic system

Abstract

I conceived a new kind of cryptographic system, which uses a board and pieces. In this study, I analyzed surface of boards which have $n*n(2 \leq n \leq 7)$ squares by using programing, and predicted the necessary size of a board and the appropriate number of pieces for the cryptographic system using the board not to be decrypted.

1.目的

$n*n$マスの平面上のボードと、１手で縦横に隣接するマスに動ける駒k個（$1 \leq k \leq n^2$）を用いて局面を表現し、その局面をやり取りする事による暗号システムを考えたい。その実用化にあたって、第３者に暗号を解読されないために必要なnの下限値と、nに対応する最適なkの値を求める。

2.方法

プログラミングを利用した（google colab）。ボードの大きさと駒の数を固定した上で、任意の初期局面を１つ生成し、その局面に対して異なる手順を作用させることを十分な数繰り返し、得られる局面の種類の数を調べた。これを任意の複数個の初期局面に対して行い、その平均を取った。同様の操作を、ボードの大きさと駒の数を様々に変化させて行うことにより、$n*n$のボードにおける、初期局面から考えられる最終局面の数の期待値を最大化するコマの数$k(n)$、及びその時の期待値$E(n)$を求めた。

3.結果

n=1,2,…,7 の場合において、$k(n)$及び $E(n)$の予想値を求められた。また、駒が２個の時の期待値を数学的考察から求められ、その値と実験結果が近似していたことから、プログラミングを用いた方法の信頼性が保障された。

4.考察

結果から、以下の２つの予想が立てられた。

・$j(n) < k(n) \leq \frac{n^2}{2}$（任意の$n$に対して十分小さい$\varepsilon > 0$が存在して、$j(n) = \frac{n^2}{2} - \varepsilon$）

・$E(n) \cong 0.1358e^{1.7042n}$

5.結論

１秒間にx局面探索できる CPU を用いて解読にy秒かかる暗号を作成するためには、

$n \cong \frac{\log xy + 2.6897}{1.7042}$, $k(n) \cong \frac{n^2}{2} - \varepsilon\ (\varepsilon > 0, \varepsilon \cong 0)$ とすれば良いと考えられる。

6.展望

・ボードの大きさを縦横非対称にし、暗号に適した比率を調査する。
・駒の動きを複雑化する。(ex.斜め方向にも動ける、駒ごとに可能な移動方法が異なる etc)
・有名なボードゲーム（将棋や囲碁など）にルールを近づけていく。

7.参考文献

田中哲朗(2009).「「どうぶつしょうぎ」の完全解析」.『研究報告ゲーム情報学(GI)』, vol.2009, no.3, pp.1-8

8.キーワード

暗号システム、ボードゲーム、google colab

東京都立小石川中等教育学校
Koishikawa Secondary School

4次元ルービックキューブの置換による表現
Representation of 4D Rubik's Cube by permutation

Abstract
4D Rubik's Cube operations are represented by substitutions, facilitating recognition.

１．目的
4次元ルービックキューブの操作を置換によって表し,認識を容易にする.

２．方法
(0, 0, 0, 0)を中心とする一辺6の正八胞体を4次元ルービックキューブに当てはめる.各キューブ及び胞の中心の座標に行列による回転を行う事で各操作による胞の動きを調べる.

３．結果
それぞれの操作における各胞の動きを置換として表すことが出来た.

４．考察
それぞれの操作で長さ4の巡回置換が19行われる.そのため置換として表現したとしても感覚的な分かりやすさには貢献しにくいと感じた.

５．結論
4次元ルービックキューブは4つの胞を表面に持つ正八胞体16個,3つの胞を表面に持つ正八胞体32個,2つの胞を表面に持つ正八胞体24個,1つの胞を表面に持つ正八胞体8個から構成されている.またルービックキューブの各胞に3通りの回転が存在し,計24通りの操作が可能である.

６．参考文献
なし

７．キーワード
ルービックキューブ

東京都立小石川中等教育学校
Koishikawa Secondary School

立体数独の解の個数と問題の生成
Solid Sudoku's Number of Solutions and its Problems Generation

Abstract

to find a solution of solid sudoku's number of solutions and to generate its problems using computer

１．目的

平面数独と立体数独の解の数を調べ、乱数を用いて立体数独の問題を生成する。

２．方法

9*9*9 では解の個数が膨大になるので、4*4、4*4*4 の数独を考える。まず平面数独の解を全列挙し、これを利用して立体数独の解を全列挙する。列挙した解からランダムに選び、解がただ 1 つ存在するように数字を消すことで問題を生成する。

３．結果

平面数独の解は 288 個、立体数独の解は 768 個存在した。立体数独の性質を利用して、全ての立体数独の解を 50 ミリ秒ほどで求めることができた。また、その実行時間のほとんどを問題の生成に費やしていた。

４．考察

問題の生成に少し時間がかかってしまうので、生成の方法を見直せばもっと高速に動作させることができそう。今はマスを 1 つ埋めるごとに他の解すべてと比較しているので、工夫を施すか他の解に依存せず解が 1 つに定まるか判定することが求められると考える。

５．結論

4*4 平面数独の解は 288 個、4*4*4 立体数独の解は 768 個存在し、立体数独の問題も高速に生成できる。しかし、この方法を 9*9*9 にそのまま適用するのは厳しい。

６．参考文献

なし

７．キーワード

数独

東京都立小石川中等教育学校
Koishikawa Secondary School

単方向のベクトル空間モデルによる文脈を考慮したかな漢字変換
Kana-Kanji Conversion Engine Considers the Context, using Unidirectional Vectorized Space Language Model

Abstract
In this research, I attempted to use Word2Vec to consider context, which existing kana-kanji conversion engines cannot do. In some cases, Word2Vec performed better than existing engines, but there were some issues.

１．目的
かな漢字変換では、各単語同士が連接する確率を事前に求め、最終的に文章全体の候補を選択する。他方、文脈の正しさはこの手法においては担保されない。本研究ではある程度文脈的に正しいとみられる N-Best 候補のそれぞれについて、文章中の他の単語との関係性を表現可能な言語モデルを用いて妥当性を検討することで、より正しい文脈になる、かな漢字変換を試みる。

２．方法
オープンソースのかな漢字変換 Mozc の辞書を用いて、連接コストのみを用いて文法コストの差を 95%まで許容して候補を出力する。候補の文中から名詞、形容詞、副詞を抜き出した後にそれぞれについて Word2Vec を用いてコサイン類似度を求め、合算したスコアの最も高いものを最尤の候補とする。

３．結果
Mozc で誤って変換されるテストケースの 60%程を正しく変換することができた。

４．考察
類義語に関して、同じ文脈で登場する単語を類語とできた。一方、対義語について関連があると判断されない場合があった。ただし、文法が間違っていない候補を選ぶため致命的なミスになりにくい。多義語について考慮されない。文脈に合わせて単語ベクトルを変えることのできる BERT などを用いることでさらなる精度の向上ができるかもしれない。

５．結論
Word2Vec を用いることである程度文章の妥当性を考慮でき、文脈に合わせた語を選択できるが、課題もある。

６．参考文献
https://www.anlp.jp/proceedings/annual_meeting/2011/pdf_dir/C4-3.pdf
統計的かな漢字変換システム Mozc　工藤拓　他
https://www.anlp.jp/proceedings/annual_meeting/2011/pdf_dir/C4-2.pdf
辞書と言語モデルの効率のよい圧縮とかな漢字変換への応用　花岡 俊行　他

７．キーワード
かな漢字変換

横浜市立横浜サイエンスフロンティア高等学校
Yokohama Science Frontier High School

「重解」は拡張できるか

How to Expand “Multiple Root”

Abstract

In terms of multiple roots, multiplicity (how many times the root appears) is currently limited in natural numbers. So, I wondered if we can expand multiplicity into negative integers, rational numbers and so on.

1. 目的

重解の重複度に対して、自然な拡張を与えられるかどうか考える。

2. 方法

ⅰ. $f(x) \coloneqq \frac{(x-\alpha)^m}{(x-\beta)^n}$ で定義される関数 $f(x)$ において、α が $f(x) = 0$ の m 重解となっているのと同様に、β を $f(x) = 0$ の $-n$ 重解と捉えて、重解定理（ $f(x) = 0$ において $x = x_1$ が n 重解 ⇔ $f(x_1) = 0 \wedge f'(x_1) = 0 \wedge \cdots \wedge f^{(n-1)}(x_1) = 0$ ）に当てはめ、整合性がとれるか確かめる。

ⅱ. 重複度を有理数、実数としても同様の操作が可能か考える。

3. 結果

ⅰ. -1 階微分を不定積分と捉え、$\int f(x)\,dx$ を計算すると、$\log|x-\beta|$ の項が現れ、$f(x)$と同様に β が定義域から外れて代入できなかったため、上の $f(x)$ では重複度を負の整数に拡張することはできなかった。

ⅱ. 有理数階微分を三角関数の微分による位相のずれから拡張し、重解定理に当てはめようと試みているが、まだ結果は得られていない。

4. 考察

そもそも $f(x)$ の解どころか定義域にすら含まれていない β を重解の候補と考えたのが良くなかったのかもしれない。

5. 結論

直感的な式では、重複度を負の整数に拡張することはできなかった。

6. キーワード

重解　重解定理　有理数階微分

横浜サイエンスフロンティア高等学校
Yokohama Science Frontier high School

すごろくの確率分布に現れる「峠の移動」を定式化する

Describe the Peaks in the Dice-Rolling Possibility

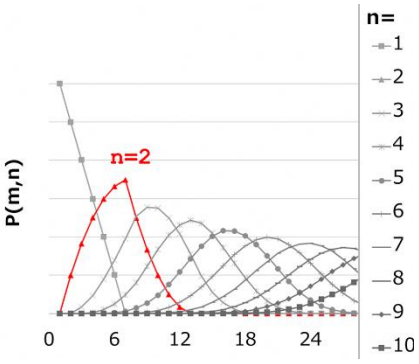
Abstract

Roll a die and sum up the numbers. Define P__n (m) as the probability that at least n rolls are required to satisfy the following; (the sum of rolls) ≥ m.

The graph of the function P__n (m) has an asymmetry bell-like curve. We are looking for the methods to find the general description of P__n (m).

1. 目的

サイコロを繰り返し振るとき、n 回目の試行で初めて出目の総和が m 以上になる確率を P_n(m) と定義する。乱数シミュレーションによって P_n(m) が非対称な釣鐘型をなす(シミュレーションの結果は右図)ことを予測したので、それを検証する。P_n(m) の値を m , n の閉じた(漸化式や数列の和を用いない)式を求める。



2. 方法

整数 $N_{m,n} = 6^n P(m,n)$ (いわゆる場合の数)について、$N_{m,n}$ を係数にもつ多項式関数を導入することで解析的なアプローチを試みる。

3. 結果

六項間漸化式 $N_{m,n+1} = N_{m-1,n} + N_{m-2,n} + N_{m-3,n} + N_{m-4,n} + N_{m-5,n} + N_{m-6,n}$ を得た。

関数 $f_n(x) = \sum_{k=0}^{M} N_{k+1,n} x^k$ は 多項式の積

$$x^{n-1}(1 + x + x^2 + x^3 + x^2 + x)^{n-1}(6 + 5x + 4x^2 + 3x^3 + 2x^2 + x)$$

と表される。これの展開、そして x での微分に難航している。

4. 考察・結論

漸化式から多項式関数に持ち込むことで「積の形」で表すことができた。これを展開する(「和の形」にして一般の係数を求める)には勉強が足りぬ。

5. キーワード

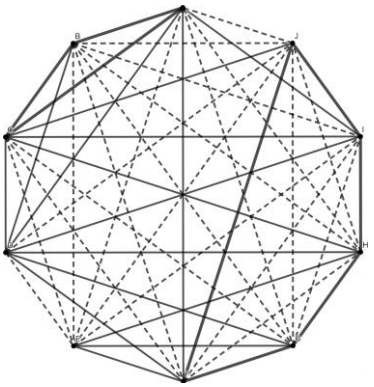
スゴロク、確率、漸化式、母関数、多項式関数

横浜市立横浜サイエンスフロンティア高等学校
Yokohama Science Frontier High School

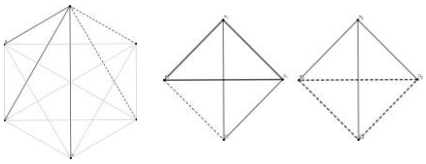
辺着色完全グラフに現れるサイクルの研究
The Number of Cycles in an Edge Colored Complete Graph

Abstract
In graph theory, it is proven that all 10-sized complete graphs (K_{10}) edge colored by two colors have at least two odd-sized, same-colored monochromatic cycles that do not interact with each other. To expand this theorem, I changed the size of complete graphs and examined how cycles appear; I found that all K_{5k} have at least k such cycles and that not all K_9 have two such cycles.

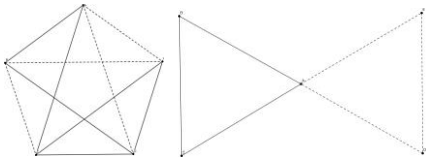
1. 目的
大きさ10の完全グラフ(K_{10})を2色辺着色したとき, ①大きさ奇数で, ②同色の, ③頂点を共有しない単色サイクルが2つ存在することが示されている. これらの条件を変えて単色サイクルの現れ方を調べ, 辺着色完全グラフと単色サイクルの関係を考察する.



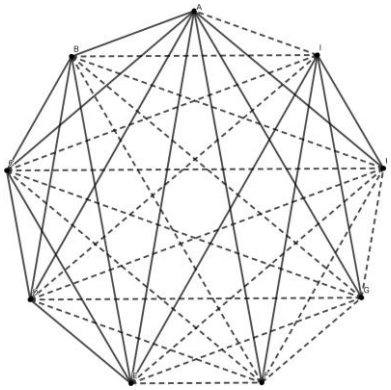
2. 方法
⑴ 先行研究による上の定理の証明を検討する.
⑵ 条件を満たす k 個の単色サイクルが存在する完全グラフの大きさを考える.
⑶ ⑵で考えた大きさが最小であるかを考える. 反例を探す方針で進める.
⑷ 単色サイクルの大きさが奇数という条件を変えて調べる.



3. 結果
・すべての K_{5k} は, 条件を満たす単色サイクルが k 個存在した.
・K_9 で, $k=2$ の反例がある. すなわち, K_{10} は $k=2$ に対して最小である.
・K_{5k} で, "単色サイクル大きさは 3 "という条件でも, k 個の単色サイクルが存在する.



4. 考察
1つ目の結果は簡単に導かれた. 一方で最小である証明は難しく, $k=3$ に対して K_{14} の反例は見つかっていない. 完全グラフの大きさが大きいほど, 頂点の数に対する辺の数が増えるためである.今後は K_{14} の場合と, 方法⑷の発展を考えたい.



5. 結論
①大きさ奇数で, ②同色の, ③頂点を共有しない単色サイクルが少なくとも k 個存在する最小の 2 色辺着色完全グラフの大きさを n とすると, $k \geqq 3$ のとき $n \leqq 5k$ である. 特に, $k = 1, 2$ のとき $n = 5k$ である.

6. 参考文献
[1] Titu, Andreescu; Zuming, Feng (2003). *102 Combinatorial Problems*. Birkhäuser Boston. (アンドレースク,T; フェング,Z. 小林一章・鈴木晋一(訳) (2010). 組合せ論の精選102問 朝倉書店)
[2] Lane Barton IV. "Ramsey theory." *Walla walla: Whitman College*, 2016.

7. キーワード
グラフ理論 完全グラフ　辺着色　単色サイクル　ラムゼー理論　鳩の巣原理

神奈川県立横須賀高等学校
Kanagawa Prefectural Yokosuka Senior High School

4つ目の三角形の合同条件
Fourth Congruence Condition

Abstract

We found out that the fact that the congruence condition of a figure is valid could be replaced by the definite condition of the figure. By using this fact, we created the fourth congruent condition of triangles and proved it.

１．目的

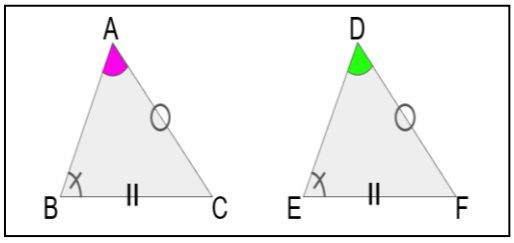
中学生の頃、何故三角形の合同条件が成り立つのか、合同条件はこれしかないのか、ということに疑問を持った。特に「二辺とその間角がそれぞれ等しい」という合同条件が何故“間の角”が等しくなくてはならないのか疑問だった。まず私は、既習の合同条件の証明を試みた。すると、合同条件の証明が三角形の確定条件の話に置き換えられることが分かった。これを使い合同条件の作成及び証明、更にはこの論をより一般化しようと考えた。

２．方法

合同条件が成立するか否かが確定条件を考えることで分かるので、三角形が一つに定まるように条件をつくり、一方で三角形が一つに定まることをその合同条件が成り立つことの証明とした。

３．結果

ＢＣ＝ＥＦ
ＡＣ＝ＤＦ
∠ＡＢＣ＝∠ＤＥＦ
∠ＢＡＣと∠ＥＤＦが共に鋭角(鈍角)
このとき、△ＡＢＣ≡△ＤＥＦ



４．考察

四次以上の次元の多様体の合同条件においてもこの議論は成立するのではないかと考えられる。

５．結論

三次元以下において、図形の合同条件の成立条件が、その図形の確定条件の議論と同値である。

６．参考文献

集合・位相入門（松坂和夫 2018） 新編 新しい数学２(東京書籍 2018)

７．キーワード

合同条件の証明　４つ目の合同条件　二辺と“間の角”　(集合論)

富山県立富山中部高等学校
Toyama Prefectural Toyama Chubu High School

避難せよ！最短経路で
Evacuate as soon as possible!

Abstract

The Theory of Graph is one of the effective ways to solve the problems about the shortest path. We consider safer and shorter evacuation route during flooding.

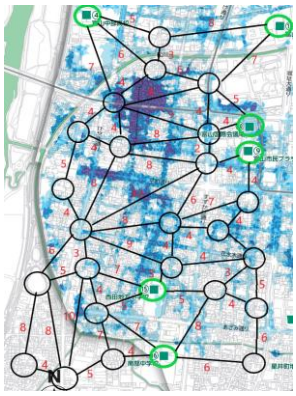
１．目的

グラフ理論の「ダイクストラ法」を参考にして自校のほぼ真横を流れる「神通川」の氾濫を想定し、避難所ごとに避難すべきエリアを求める。

２．方法

自校周辺で川が氾濫するまでに住民全員が最適ルートで避難可能かダイクストラ法を用いて考えた。内水氾濫も起きることを想定し、複数の条件を考慮した。

・グラフの辺の値 X（右図の数字）…点（町を表す）同士の距離の比
・浸水深 0.4～1.0m（色の濃い部分）を通る辺の値は下記の値に変換



$$\frac{100X}{\text{各々の町に住む高齢者以外の割合(\%)}}$$

３．結果

大雨が降ると、町に住む高齢者の割合、内水氾濫時の浸水深を考慮すると川の避難判断水位を超えてから避難しては間に合わない地域がある可能性が出てきた。

４．考察

今回の検証では各避難所のキャパシティや内水氾濫時の流水速度等の考慮が難しかったため、本来はさらに最適ルートでの避難が困難であると考えられる。

５．結論

大雨の際の避難は早めの行動を心掛けるべきである。

６．参考文献

安藤清　他「例題で学ぶ　グラフ理論」　https://datasci.sk.tsukuba.ac.jp/koudai/871/

７．キーワード

グラフ理論　ハザードマップ　最短経路　ダイクストラ法　洪水被害想定

石川県立小松高等学校
Komatsu High School

数学立体パズルにおける任意状態からの再現性について
On the Reproducibility of Mathematical 3D Puzzles from Arbitrary States

Abstract
In the mathematical 3D puzzle, we will research new possibilities of its solutions when we perform the operations which do not fit the rules of the mathematical 3D puzzle.

１．目的
一定の規則が解明されている数学立体パズル（ルービックキューブ©として知られる）において、本来の規則からずれたねじりという操作をした際に再び全面を揃えることができるかについて探る。

２．方法
立体数学パズルにおいて規則に背いたねじるという操作に対応させるため、対象のピースの面に本来とは違う色のシールを貼ってスクランブルする。その上で、一般的に認知されている数学立体パズルの解法に則って操作を行い、全ての面の色を揃えようと試みる。

３．結果
一般的に認知されている解法では、
（ｉ）1回ねじりでは・・・
　　既存の方法では全面を揃えることができなかった
（ⅱ）2回ねじりでは・・・
　　既存の方法で揃えられる場合と揃えられない場合とがある
一面と一段目を揃えることができると分かった。

４．考察
ねじり操作を行った場合、上記の結果を用いて底面及び下段を揃えたところ上段の配色に矛盾が生じる場合がある。それらの矛盾を一回ねじりの状態に帰着させる。そのうえでその一回ねじりが揃え得ないことを証明することで、矛盾状態から決して全面を揃え得ないことを示せるのではないかと考える。

５．結論
ねじりの位置、回数においてある種の周期性が見受けられた。
しかし実際にそれらを証明する段階になると、その場合の数の多さから、いきづまっている。今後は対称性に注目して場合分けを減らしていきたい。加えて、置換群に関してのある程度の知識が必要となるので、並行して学習を進めていこうと思う。

６．参考文献
なし

７．キーワード
ルービックキューブ、ねじり、群論

石川県立小松高等学校
Komatsu Highschool

Python を用いた時間割作成プログラムの研究
A Study of Timetable Programming Using Python

Abstract
The goal is to create a timetable creation program using various functions of Python. We are learning the skills necessary to do so through the creation of practical programs.

１．目的
これまで人力での作業で、多大な労力を要することもあった時間割作成を、制約プログラミングを利用して自動化を図る。

２．方法
まずは手始めとして、素数判定プログラムや図形の描画プログラムを作成することを通して、Python の様々なモジュールやライブラリに触れ、活用の仕方を学ぶ。

３．結果
素数かどうかを判断する方法として、if を用いた条件分岐を使って、素数判定プログラムを作成することができた。また、for を用いたループによって、プログラムを短縮したり、list を用いた素数のリストアップによって、結果の表示をわかりやすくしたりすることができた。

４．考察
時間割プログラムには、必要単元数、生徒数、教員数を設定し、そこから自動的に最適な組み合わせを導き出すプログラムが求められる。また、欠員などの状況変化にも即座に埋め合わせをする提案する機能なども必要であると考える。今までに習得した条件分岐などを組み合わせることで、時間割プログラムを作成でき、そこに制約条件などを加えることができると考えられる。

５．結論
まだ作成の段階に入っていないが、そのために必要な基本的な知識や技術を学びながら、構想を練っている。Python には様々なライブラリやモジュールがあるため、それらを活用して、時間割プログラムの完成を目指したい。

６．参考文献
Python 入門　プログラミングの基礎から応用まで　東京書籍

７．キーワード
Python, プログラミング

石川県立小松高等学校
Komatsu High School

ドローポーカーにおける手札がｎ枚の時の最適戦略
Optimal Strategy in Draw Poker with an “n” Number of Cards in Hand

Abstract

We investigated the best strategy to play draw poker when less than five cards are dealt. We researched how many different cases of getting a playable hand there are when it is played with two cards, and found that in order to get a winnable hand from the state of not getting a winnable hand, how many cards we must change depends on the strength of the cards dealt.

１．目的

手札がｎ枚のドローポーカーとは、山札からｎ枚のカードを引き、好きな枚数を山札からランダムに交換して役を競うゲームである。現在では、ドローポーカーは手札５枚が主流であり、その戦略についての研究は多くされている。そこで、我々は手札の枚数を変えたときにどのような戦略になるのかを調べたい

２．方法

まず手札が 2 枚の時に、最初に役がそろう確率と、手札を変えたときに強くなる確率を調べる。そして、得られた結果から何枚交換するのが最適か検討する。

３．結果

２枚のとき

・最初に役がそろう確率 ロイヤル＞ストレートフラッシュ＞１ペア＞ストレート＞フラッシュ

・下の表は手札を変えたときに、役ができたうえで強くなる場合が k 通りあることを表している（但し、手札を１枚変えるときは手札２枚のうち弱い方を変える）。

初めの手札の役	１枚交換（全 52 通り中）	２枚交換（全 1326 通り中）
ロイヤル	k=0	0≦k≦3
ストレートフラッシュ	k=1	4≦k≦47
１ペア	1≦k≦4	48≦k≦119
ストレート	4≦k≦8	120≦k≦263
フラッシュ	k＝7, 11≦k≦20	264≦k≦527
役なし	k=18, 21	k＝528

４．考察

役なしの場合、A 以外を残して１枚交換したほうが、２枚交換するよりも役ができる確率は高くなる。

今後は 3 枚、4 枚の時についても計算し、帰納的にｎ枚でどのようになるかを考察する。

５．結論

手札が２枚のドローポーカーでは、手札に役がある場合は手札を交換しない方が良く、役がない場合は、A 以外を残して１枚交換したほうが良い

６．参考文献　なし

７．キーワード　確率　ドローポーカー

甲陵高等学校
Koryo high school

正多角形の作図
Drawing regular polygons

Abstract

It has been proved that there are some regular polygons you can't draw on a plane surface with a ruler ,a compass and a sheet of paper .We thought that we could draw such regular polygons on a plane surface by trying with three dimensional origami or things made by folding a sheet of paper.

１．目的

平面上では作図不可能であると考えられている正多角形を、立体折り紙からアプローチすることで作図する。

２．方法

・平面上で作図不可能な正多角形がある理由を調べる
・調べたこと元に立体の視点から正多角形の作図を試みる

３．結果

三次元のある平面状に、正多角形の外形とその中心をそろえることで中心角を表すことができた。しかしその角を　折るときに歪みが生じ、正確に折ることができなかった。

４．考察

立体折り紙は正多角形の外形を平面上に簡単に表すことができるため、平面での作図より汎用性が高いと考える。歪みを生じさせないための新たな考えが必要である。

５．結論

実際に正確に折ることはできなかったが、歪みをなくすことができれば、平面状では作図不可能であると考えられている正多角形を作図することができ、有用な手法と言える。

６．参考文献

https://origami.ousaan.com/library/constj.html　　(7/21/2022 閲覧)

７．キーワード

折り紙　正多角形　作図　立体図形　平面図形

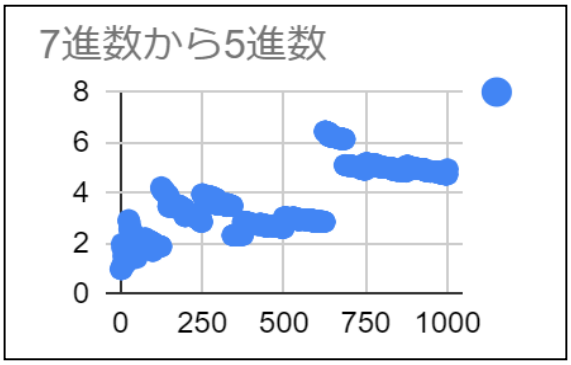
長野県屋代高等学校
Nagano Prefecture Yashiro High School

N 進数の変換
N-ary conversion

Abstract
Estimate the approximate value of the converted number by converting it from n-ary to m-ary without going through the decimal system and obtain an approximate value.

１．目的
10 進法を経由せずに行う n 進数から m 進数への変換で、変換した数がだいたいどのくらいの値になるのか見積もり、近似値を求めるため。
（m, n は 10 でない 2 以上の自然数）

２．方法
異なる底の進数を 10 進数にした時、同じ数同士で割っていき、その値を 10 進数の 1 から順にグラフにする。



３．結果
それぞれの進数が繰り上がる段階でグラフの範囲を区切っていくと、傾きが負である近似値線を描くということを見つけた。また、全体で見ると、傾きが正の近似値線を描くということを見つけた。

４．考察
底の数によって異なるが、それぞれの進数で変換に利用することが出来る関数を作れると考える。また、その関数は、全ての数に対応しているのではなく、対応する範囲があると考える。

５．結論
2 つの進数の位が変化する時、また 2 進数や 3 進数などの底が小さい時は、一番上の位の数が変化するごとに分割していくと、近似値線を引くことが出来た。y 軸を底の異なる進数同士を割った値にし、その直線の式に変換したい進数の数を掛けると近似値を求めることが出来た。2 進数から 3 進数への変換など、底の小さい進数同士の変換は、変動が大きくなってしまったので改善したい。

６．参考文献
なし

７．キーワード
進数、倍数、近似値、関数

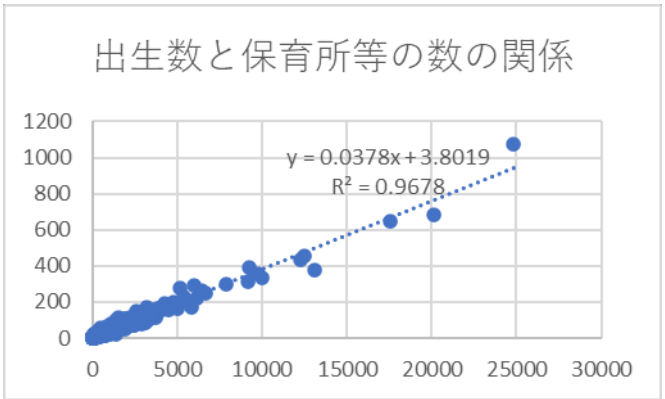
長野県屋代高等学校
Nagano Prefecture Yashiro High School

出生数から必要な保育所等の数を予測する
Forecasting the number of nursery center,etc.required from number of births

Abstract
We saw there is correlation between number of births and the number of nursery center, etc. After that the data and the number using regression analysis method, and estimate the number of nursery center, etc. required from number of births.

１．目的
出生数と保育所等の数のデータを用いて回帰分析を行うことで必要な保育所等の数を予測する。

２．方法
全国の市区町村の出生数と保育所等のデータを用いて相関分析を行い、相関関係を見る。また、２つのデータにおいて回帰分析を行い、出生数から必要な保育所等の数を予測する。

３．結果


相関係数は 0.983762
決定係数は 0.967788
という値が算出された。
また、保育所等の数をx(所)、出生数をy(人)としたときの回帰直線の方程式は
y = 25.576x - 81.6805
となり、この２つのデータの関係は
y = 25.576x - 81.6805
という直線式で表せることが分かった。

４．考察
相関係数から、この２つのデータには強い相関関係があると考えられる。

５．結論
回帰直線を用いて必要な保育所の数を予測することが出来る。

６．参考文献
SSDSE（教育用標準データセット）https://www.nstac.go.jp/

７．キーワード
相関分析　回帰分析　出生数

諏訪清陵高校
Suwa Seiryo High School

カタラン数の一般化

The generalized Cataran sequence

Abstract
In this study, we studied the general term of the sequence of numbers that can be obtained by generalizing the asymptotic formula for Catalan numbers. Furthermore, the general terms of more generalized sequences of numbers in terms of combinations were obtained.

１．目的

　カタラン数の漸化式を少し変えた、一般化されたカタラン数について、一般項を求める。さらに、組み合わせ論の視点から、より高度な一般化した、有理数カタラン数についても、一般項を求める。

２．方法

　まずは、カタラン数の一般項を求める方法を考え、それを一般化カタラン数にも応用していくことで一般項を求めようとした。

３．結果

　カタラン数の経路の縦横の比率を変えることで、一般化カタラン数を表せることが分かった。
　普通のカタラン数の一般項の求め方は、5 つの手法を見つけた。しかし、そのうち、一般化カタラン数に適用できたのは 1 つだけであった。

４．考察

　カタラン数でいくつもの手法を得られたのは、縦横の比が等しいことや、単に単純で扱いやすいことなどのおかげだから、一般化した場合にはそれがなくなるので、上手く求められなかったと考えられる。

５．参考文献

・学び Times「カタラン数の意味と漸化式」https://manabitimes.jp/math/657
・WolframMathWorld Lagrange Inversion Theorem
https://mathworld.wolfram.com/LagrangeInversionTheorem.html

６．キーワード

カタラン数　ラグランジュの反転公式

3121　愛知県立旭丘高等学校
Aichi Prefectural Asahigaoka High School

数の分解について
Decomposition of numbers

Abstract

Similarly to prime factorization, I tried to decompose integers and other kinds of numbers,
on not integer sets. I studied conditions to do it and numbers after it . Also I made a conjecture concerning them and tried to resolve it.

１．序論

高校一年生の時、素因数分解に夢中になり、素数も分解してみたいと考え、整数ではない集合上で分解することを試みた。Gauss 整数環、Eisenstein 環、Dual number を用いた集合上で行った。

２．方法

初等整数論的な議論と、主に平方剰余に関する剰余系の性質を用いて調べた。

３．結果

・「Gauss 整数環で素数 p が分解されるための必要十分条件は p が 4n+1 型素数、または 2 であることである」を示した。
・「Eisenstein 環で素数 p が分解されるための必要十分条件は p が 6n+1 型素数、または 3 であることである」を示した。
・「Dual number を用いた整数の集合上で素数は分解されない」ことを示した。

４．考察

Fermat の二平方和定理から、「任意の正の奇数 n についてある正整数の組 a,b と素数 p が存在して a+b=n かつ $a^2+b^2=p$ を満たす」を予想として立てた。プログラミングによって n=2000001 まで正しいことが確かめられたが解決はしていない（証明はできていない）。

５．結論

1 の原始 n 乗根を用いた集合上では、一定の条件を満たす素数を分解することが可能であることが分かった。今後の展望としては、一般的な 1 の原始 n 乗根で分解を行ってみること、予想の解決に取り組むことがあげられる。

６．参考文献

「代数学 1」　雪江明彦著

７．キーワード

素因数分解　Gauss 整数環　Eisenstein 環　Fermat の二平方和定理

愛知県立旭丘高等学校
Aichi Prefectural Asahigaoka High School

転がる円筒についての考察
Considerations on rolling cylinders

Abstract

We took data from a cylinder filled with a substance and rolled on a slope. As the data obtained showed certain trends, we attempted mathematical considerations to clarify the relevance of the data.

1.目的

転がる円筒内部の材質、重さや、円筒の大きさ、円筒を転がす角度を変えた実験結果より、それらについて何らかの関係式を導き出すこと。

2.方法

同じ 80ｃｍの板において同じ線から、角度をつけたうえで、内容物を詰めた円筒(スクリュー管)を転がした。10 回行ったものの平均を取り、その平均をその条件での結果として扱った。

3.結果

最高点について

大きさ,角度	重さ[ｇ]	時間[ｓ]
容器 2, θ =5°	7.02	9.04
容器 2, θ =4°	7.50	8.94
容器 2, θ =3°	2.65	6.67
容器 1, θ =5°	10.77	7.59
容器 1, θ =4°	11.46	10.26
容器 1, θ =3°	11.24	15.42

＊最高点とはグラフが延長した場合の頂点

慣性モーメントについて

		慣性モーメント	質量	半径	高さ大	高さ最大
アンモニウムみょうばん	全部	31.25	20	1.25	3.31	1.34
	半分	15.625	10	1.25	1.49	1.08
伯方の塩	全部	31.25	20	1.25	1.63	1.14
	半分	15.625	10	1.25	2.77	1.26
カリウムみょうばん	全部	23.4375	15	1.25	1.46	1.14
	半分	11.71875	7.5	1.25	1.79	1.19
のり	全部	31.25	20	1.25	1.65	1.22
	半分	15.625	10	1.25	1.55	1.16

4. 考察

・頂点の座標について、ある程度の規則性を見つけられたが、実証はできていない

・慣性モーメントを求めた結果、それが同じであるにもかかわらず、かかった時間には差が見られ、原因は推測をしたが実証はできていない。

5.まとめ

・データを基に考察したが、理論的に説明できるアイデアにたどり着けなかった。

・今後の展望として、規則性や原因として考えられるものの実証を進めたい。

6. 参考文献

・理論物理への道標〈上〉

・時枝正「おもちゃからの数理モデル」https://www.mathsoc.jp/publication/tushin/1903/1903tokieda.pdf

7. キーワード

慣性モーメント、回転円筒、物理

愛知県立明和高等学校
Aichi Prefectural Meiwa High School

単位分数分解と周期

Unit fractional decomposition and its periodicity

Abstract

Unit fractions are reciprocals of natural numbers except one. Unit fractional decomposition is calculation to express positive rational numbers less than one as the sum of different unit fractions. We performed unit fractional decomposition by greedy algorithm and discovered its periodicity.

強欲算法による単位分数分解の例

$$\frac{5}{8}=\frac{1}{2}+\frac{1}{8}$$

$$\frac{3}{7}=\frac{1}{3}+\frac{1}{1\,1}+\frac{1}{2\,3\,1}$$

１．目的

単位分数とは、分子が１で、分母が２以上の自然数となる分数のことである。

単位分数分解とは、1 未満の正の分数（有理数）を、互いに異なる単位分数の和で表す操作である。

私たちは、強欲算法という方法を用いて分数を単位分数分解したときの、その結果の項の数の規則性を発見し、それを証明することを目的として研究した。

２．方法

Python を使用し単位分数分解のアルゴリズムを作成し、分子・分母をそれぞれ 1～1000 まで変化させて、そのときの分数を単位分数分解したときの項の数の表を作成した。この表から規則性を探した。発見した規則性の証明を試みた。

３．結果

次のような規則性が発見できた。

分子を２に固定すると、項の数は 2,1…となって周期は２となった。

分子を３に固定すると、項の数は 2,2,1,3,1 で繰り返して周期は６となった。

分子を４に固定すると、項の数の周期は 24 となった。

分子を 5 に固定すると、項の数の周期は 30 となった。

４．考察

周期が分子２のとき２、分子３のとき６、分子４のとき 24、分子５のとき 30 という規則性から、分子の階乗が周期に関係していると考えられる。分子を自然数 a に固定すると、項の数が a!あるいはその約数の周期をもつと考えた。

５．結論

単位分数分解の強欲算法について、分子を自然数 a に固定すると、項の数は、a!もしくはその約数の周期をもつということを証明することができた。

６．参考文献

Fukusuke の数学めも、「単位分数分解（方法編）」、2022 年 6 月 17 日、
https://mathsuke.jp/unit-fraction-decomposition

７．キーワード

単位分数分解、周期、階乗、ガウス記号、連立漸化式

名古屋市立向陽高校
Koyo High Schoo

方程式の解についての考察
Examine about the solution of an equation

Abstract

The goal of this examine is to solve an equation easier by setting condition. We began to analyze Cardano's formula, an existing formula of cubic equation, and made easier formula under special condition. In the next place, we found that incline of the line which tangent to two quadratic curve is a solution to an equation whose coefficients are the values of the foci of the quadratic curve .By exploring it, we found the new way to find the solution.

１．　目的

三次方程式の解の公式としてカルダノの公式というものがあるが、複雑であるので、条件設定などによって、もっと簡単にとけるようにする。

また、カルダノの公式以外の方法で解を求めやすくする方法を見つける。

２．　研究

私たちは　・カルダノの公式　と　・二つの二次曲線の共通接線　のつに注目して研究を進めた。

＜カルダノの公式＞

$ax^3+bx^2+cx+d=0$

$x^3+\frac{b}{a}x^2+\frac{c}{a}x+\frac{d}{a}=0$

$x-\frac{b}{3a}=z$ とおくと，$z^3+\frac{-b^3+3ac}{3a^2}x+\frac{2b^3-9abc+27a^2d}{27}=0$

$x=\alpha+\beta$，$p=\frac{-b^3+3ac}{3a^2}$，$q=\frac{2b^3-9abc+27a^2d}{27}$ とおくと

$(\alpha+\beta)^3+p(\alpha+\beta)+q=0$

$(\alpha^3+\beta^3+q)+(3\alpha\beta+p)(\alpha+\beta)=0$

$\alpha^3+\beta^3+q=0$，$3\alpha\beta+p=0$ と仮定する。

$\alpha^6+q\alpha^3-\frac{p^3}{27}=0$

$\alpha^3=-\frac{q}{2}\pm\sqrt{\frac{q^2}{4}+\frac{p^3}{27}}$，$\beta^3=-\frac{q}{2}\mp\sqrt{\frac{q^2}{4}+\frac{p^3}{27}}$

カルダノの公式の導出について研究したところ、二次方程式の解の公式が使える形に変形することが大切であることが分かった。そのために二次の項を消すことや、その際に複雑な分数式が出てくることが分かった。そこから私たちは、

$x^3+bx^2+cx+d=0$ において、ｂ＝０のとき、

$x=-m-n$，$\frac{1-\sqrt{3}i}{2}m+\frac{1+\sqrt{3}i}{2}n$，$\frac{1+\sqrt{3}i}{2}m+\frac{1-\sqrt{3}i}{2}n$

$\left(m=\sqrt[3]{\frac{1}{2}d+\sqrt{\frac{1}{4}d^2+\frac{1}{27}c^3}}\right.$，$\left.n=\sqrt[3]{\frac{1}{2}d-\sqrt{\frac{1}{4}d^2+\frac{1}{27}c^3}}\right)$ となる。

また、b=0 ， c=3ｃ’ ， d=2d’ のときｍ、ｎは、

$m=\sqrt[3]{d'+\sqrt{d'^2+c'^3}}$ ，　$n=\sqrt[3]{d'-\sqrt{d'^2+c'^3}}$ となる。

b=0 ， c=0 のとき、　$x=-\sqrt[3]{d}$，$\frac{1-\sqrt{3}i}{2}\sqrt[3]{d}$，$\frac{1+\sqrt{3}i}{2}\sqrt[3]{d}$ となる。

四次方程式$x^4+bx^3+cx^2+dx+e=0$において、

b=0 ， d=0 のとき、　$x=\pm\sqrt{\frac{-c\pm\sqrt{c^2-4e}}{2}}$となる。

＜二つの二次曲線の共通接線＞

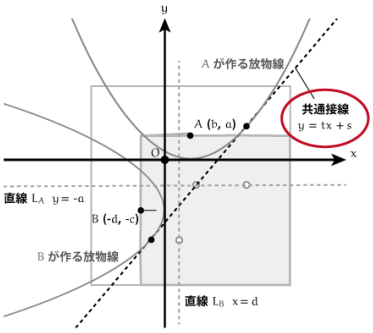
・A(b,a)、B$(-d,-c)$　をそれぞれ焦点とする二次曲線、

$y=\frac{1}{4a}(x-b)^2$　と　$x=-\frac{1}{4d}(y+c)^2$

が共通接線 $y=tx+s$ を持つとき、

その傾きが、焦点の座標を用いた三次方程式$at^3+bt^2-ct-d=0$の実数解となる。

⇒焦点の値 a,b,c,d を動かすことで、方程式の解がどう変化するか調べることにした。



・アプローチ①

$ax^3+bx^2+cx+d=0$ において、三つの係数を固定し、 残りの係数を変化させたときの ｔ の値を調べた。

（片方の焦点の x 座標、y 座標どちらかだけ変化させる）

結果：$a=-c=-d$ とおいたとき、

$b=a\frac{(1+n)n^2-1}{n}$ ⇒ $an^3+an^2-bn-a=0$

の有理数解の逆数がもとの方程式の解の一つになる。

Ex.　$x^3+\frac{35}{3}x^2-x-1=0$ の解の一つが $\frac{1}{3}$であるとき、

$x^3+x^2-\frac{35}{3}x-1=0$は３を解に持つ。

・アプローチ②

接線となる方程式の傾き t を決めてそこから逆算したときに、方程式の切片がどうなるか調べる。

結果：解が有理数、共役な純虚数　⇒　切片は原点

②’　$ax^3+bx^2+cx+d=0$ について、

$\frac{c}{a}$が平方数、$d=-\frac{bc}{a}$のとき、$-\frac{b}{a}$が実数解となる。

Ex. $2x^3+3x^2+8x+12=0$ の解は $-\frac{3}{2}$，$\pm 2i$

このとき $\frac{c}{a}=4=2^2$，$d=12=-\frac{24}{2}=-\frac{bc}{a}$　で、$-\frac{b}{a}$ が実数解

3. 参考文献

・https://manabitimes.jp/math/749（カルダノの公式）
・https://tsujimotter.hatenablog.com/entry/origami-cubic-equation-2（共通接線）
・https://keisan.casio.jp/exec/system/1256966554（方程式の解を求めるために使用）

4. キーワード

三次方程式　カルダノの公式　二次曲線　共通接線

名古屋市立向陽高等学校
Koyo High School

グリコの最適戦略
Glico's optimal strategy

Abstract
The aim of this study is to develop the best way of Glico's strategy.
First, we collected information about Glico. Next, I investigated the optimal strategy and developed the optimal strategy.

1. 目的
小学生の時、クラスメイトと『グリコ』というゲームを遊んだことを高校で話して、研究したいと思うようになり、まずは最適戦略について研究することにした。

2. 方法
東京大学の入試問題(1992 年理系第 6 問『相手がグー、チョキ、パーを出す確率をそれぞれ（a,b,c）とし、同様に、自分を（p,q,r）とする。E＝（自分の得点)-(相手の得点)とするとき、E＞＝０となる最適戦略を求めよ』というグリコの最適戦略に関する問題があったのでそれを参考に研究を進めた。
２人対戦。グー、チョキ、パー、でそれぞれ勝った時登れる階段の数を３段、５段、６段として以降は考える。
最適戦略を求めるとグー、チョキ、パーを出す確率をそれぞれ(p,q,r)として最適戦略は、(5/14,6/14,3/14)となる、この戦略を相手がしてきたとする時の最適戦略を調べた。（最適戦略の最適戦略を求める。）

3. 結果
自分がグー、チョキ、パー、を出す確率を(a,b,c)とすると
期待値 E の値は
E=3(6a/14—5b/14)＋5(3b/14—6c/14)＋6(5c/14—3a/14)=0

4.考察
最適戦略をとるとフェアな戦いになるが、相手が最適戦略ではない出し方をすると必ず期待値が 0 より上の数になると思った。

5.結論
２人対戦のときどちらかが最適戦略で手を出すと、もう一方がどんな戦略をとってきても必ず期待値は 0 になり、フェアな戦いになる。

6.参考文献
https://manabitimes.jp/math/1082

7.キーワード
ゲーム理論　確率　期待値

名城大学附属高等学校
Meijo University Senior High School

２×２×２のルービックキューブの数学的解釈について
Mathematical interpretation of the 2×2×2 Rubik's Cube

We considered the Rubik`s Cube using a mathematical idea. These ideas can be explained、 especially by using group theory and permutations.You can bring a 2×2×2 Rubik's cube to the Finished product by performing one procedure multiple times.

１．目的

ルービックキューブの３方向に回転する動き方にとても興味をひかれ、もっと深くルービックキューブについて知りたいと思った。特に、数学の「群論」、なかでも「置換群」を用いて数学的な解釈ができると知ったため。

２．方法

話を単純化するために、２×２×２のルービックキューブを考える。ルービックキューブを構成する８つのキューブを小キューブとし、それぞれに１～８までの番号をつける。
1つの小キューブを固定して、ある一定の手順を行うと必ず元の状態に戻る。その手順について、置換群の考えを用いて数学的に説明する。

３．結果

基本操作Ａ：下側の４つの小キューブの回転（置換 a）、基本操作Ｂ：右側の４つの小キューブの回転（置換ｂ）、基本操作Ｃ：手前の４つの小キューブの回転（置換ｃ）とする。基本手順 $c^{-1}a^{-1}cabab^{-1}$ を１回行うと置換から隣り合う２つの小キューブだけ入れ替わっている状態になることが分かる。

４．考察

全ての置換は、互換の積の形で表せるので繰り返し同じ操作をすることで元の状態になることが分かる。ここでいう互換とは、２つの要素を交換するだけの置換のことである。

５．結論

基本手順を繰り返すと１回目は必ず隣り合う小キューブだけが入れ替わり、小キューブの位置が、どんな位置にあっても、必ず正しい位置に戻せることができる。

６．参考文献

ttps://www.kaijo.ed.jp/wp-content/uploads/2016/02/ozawa002.pdf
高校数学の美しい物語　https://sugaku-bell.net/daigaku/gun.html

７．キーワード

群論　置換群　互換の積

滋賀県立膳所高等学校
Shiga Prefectural Zeze High School

円分体の部分体の決定
The Subfield of the Cyclotomic Field

Abstract

A cyclotomic field $\mathbb{Q}(\zeta_n)$, which is a number field obtained by adjoining a complex root of unity ζ_n to the field of rational numbers $\mathbb{Q}$, is basic and important in algebra. We discovered a way to explicitly express all of the subfields of the cyclotomic field and succeeded in proving it.

１．目的

Kronecker-Weber の定理 “有理数体$\mathbb{Q}$のすべての Abel 拡大体は円分体$\mathbb{Q}(\zeta_n)$の部分体である”が知られている。この定理の主張から円分体の部分体を求めることに一般性や重要性を見出し、これを目的として研究を行った。

２．方法

Galoisの基本定理より、すべての部分体を考えるときにGalois群の部分群それぞれに対応する部分体（以下$M_{(n,H)}$とかく）を考えればよい。

① 円分体の基底を求める。$\xi_n = \sum_{rad(n)|m|n} \xi_m$の$\xi_n$で基底を構成できる。

※ただしrad(n)は正整数nの互いに異なる素因数の積を表し，

Σは$rad(n)$の倍数かつnの約数である正整数mすべてについて和を取ることを表す.

② $M_{(n,H)}$の基底を求める。$\beta_{(n,H)} = \sum_{\sigma \in H} \sigma(\xi_n)$の$\beta_{(n,H)}$で基底を構成できる。

③ $\mathbb{Q}$に$\beta_{(n,H)}$を添加すれば$M_{(n,H)}$になることがわかる。

３．結果

円分体の部分体は$M_{(n,H)} = \mathbb{Q}(\beta_{(n,H)})$と明示的に表せることがわかった。

４．考察

一部のnについては$M_{(n,H)}$の整数環を求めることができたが、一般のnについては求めることができていないので、今後の目標としたい。

５．結論

ζ_nの代わりに、新たにξ_nを定義したことにこの研究の独自性がある。

６．参考文献

雪江明彦「代数学 2 環と体とガロア理論」 日本評論社

７．キーワード

円分体 1のべき根 体の拡大

滋賀県立膳所高等学校
Shiga Prefectural Zeze High School

超多面体のオイラー標数を定める「オイラらの *chou* 多面体定理」
“Oiras’ *chou* Polytope Theorem” Deciding Euler Characteristic of Polytopes

Abstract

We proved our hypothesis that the Euler characteristic of polytopes always equals to 1. Here, we used three lemmas that the Euler characteristic of a simplex equals to 1, that polytopes can be divided into simplexes, and that the presence or absence of a cross section does not change its Euler characteristic. Moreover, we had polytopes return to simplexes, thus succeeded in proving the hypothesis. We named the hypothesis “Oiras’ *chou* polytope theorem.”

1. 目的

超多面体であって貫通,空洞,分裂が無い平坦な縁を持った有限なもののみ扱う.我々は以下の定理を発見し,「オイラらの *chou* 多面体定理」と名付けた.

任意の m 次元超多面体について,これを A とおくと,このオイラー標数 $\chi(A)=\sum_{n=0}^{m+1}(-1)^n f m_A(n)=1$ が成立する.

この証明を完成し,高次元の複雑な超多面体の研究などに役立てることが目的だ.

2. 方法

以下の 3 つの補題を利用して,超多面体を単体に帰着させた.

・単体(図 1 の B)でオイラらの *chou* 多面体定理が成り立つ.

・m次元超多面体に超断面を加えると,いくつかの m 次元以下の単体を接し合わせたものとして表せる,つまり単体で分割することができる.

・超断面の有無によりオイラー標数は変わらない.

例えば図 1 においては $\chi(A\cup D)=\chi(A)$である.

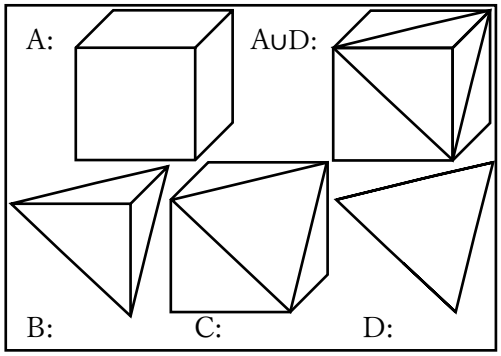


図 1

3. 結果

(Ⅰ) m=0 のとき,A とは一つの点に他ならないので $\chi(A)=1$ となりオイラらの *chou* 多面体定理が成立している.

(Ⅱ) m≦k での成立を仮定すると,m=k+1 について,単体のときは補題により既証.

単体でないとき各補題と帰納法の仮定より,

$\chi(A)=\chi(A\cup D)=\chi(B)+\chi(C)-\chi(D)=1+\chi(C)-1=\chi(C)$

この作業を続けたとき超多面体は有限であることから,$\chi(A)$は単体のオイラー標数に帰着して 1 となる.

以上より数学的帰納法によって,オイラらの *chou* 多面体定理が示された. (Q.E.D.)

4. 参考文献

枡田幹也 「トーリックトポロジー」https://www.jstage.jst.go.jp/article/sugaku/62/3/62_0623386/_pdf/-char/ja（参照 2022-06-14）

5. キーワード

超多面体，オイラー標数，オイラらの *chou* 多面体定理，単体，シュレーフリの定理

大阪府立生野高等学校
Osaka Prefectural Ikuno High School

「一筆書きの点の問題」の規則性
One-stroke writing Puzzle

Abstract
Arrange the seven points to form a regular hexagon, and draw as few straight lines as possible to pass through all the points. We expected that the number of straight lines required would be regular if the number was increased to 19, 37, and so on.

１．目的

9個の点を格子点状に並べ、4 本の直線（最小数）で全ての点を一筆書きする「9つの点の問題」がある。本研究では、この問題を正六角形状の図形に拡張し、全ての点を一筆書きする最小の直線の数とその規則性について考察することを目的とした。

２．方法

本研究では、図 1 のような中心に置いた 1 点を正六角形状に囲んだ図形（囲んだ回数をnとする）における最小の直線の数とその規則性について、n＝1、n＝2のときの最小の関係の予想より、最小の線の数を3n＋1と予想した。数学的帰納法を用いて証明と考察を行う。

n=1　　n=2

図 1　n=1,n=2 での正六角形状の図形
点の数：$3n^2+3n+1$

３．結果

n＝1のとき 3 本以下では不可能であると証明できた。よって最小は4本である。同様にn＝k＋1のとき3k＋3本以下では不可能であることを証明しようとしたがまだできていない。

４．考察

今回は囲んだ回数をnとしたが、正六角形の一辺に使われる点の数をnで置くなど違う変数を使うと証明できるのではないかと考えた。また、三角形などの他の図形でも全ての点を一筆書きする最小の直線の数に規則性があるのではないかと考えた。

５．結論

n＝1での最小の直線の本数が4本であることを証明できた。そこから最小の本数を求める式を予想したが、全ての自然数で当てはまることを数学的帰納法で証明できなかったため、今後の研究で解決していきたい。

６．参考文献

胡麻　光希「9つの点の問題」の拡張 － The Extension of “9 Dots
http://www.koshi-h.ed.jp/wp-content/uploads/2018/01/H29_13_9_dots.pdf

７．キーワード

9点問題　一筆書き　規則性

大阪府立生野高等学校
Osaka Prefectural Ikuno High School

n ゲーム
n game

Abstract
How to win the n game.

１．目的
幼い頃友達と遊んだ n ゲーム(※)で負け続けていたので、必勝法を見つけて勝とうと思ったため。
※n ゲーム：1 人あたりいくつか(ex.3 つまで)数字を言い、予め決めておいた最大数(ex.50)を言った方が負けというゲーム。

２．方法
P をノルマ数(＝言えば勝てる数)、n を言えば負ける数、m を一度に言える数とする。まず、誰を勝たせるか決め、その人が勝つためにはどの数を言わなければならないのか、n から逆算する。そして、それを式に表す。

３．結果
2 人で行い、1 人あたり 1 つから 3 つまで数字を言える場合、{P}＝P－1＋n(m＋1)が成り立つことがわかった。その他の場合の規則性は今のところ見つかっていない。

４．考察
2 人で 50 までの数字を 1 人あたり 3 つまで言い合う場合では、P＝49，n＝46，m＝3 で式が成り立ち、規則性があると考えられる。また、最大数を 100 にした場合、1 人あたりの言える数を 5 つにした場合など他の組み合わせについても研究を行っていきたい。

５．結論
n ゲームでは、{P}＝P－1＋n(m＋1) に沿って数を言えば勝てることがわかった。

６．参考文献
なし

７．キーワード
n ゲーム　必勝法　数

大阪府立生野高等学校
Osaka Prefectural Ikuno High School

n 乗根を紙とペンで近似する

Apporoximate the nth root with a paper and a pen

Abstract

To approximate the nth root without calculators, we researched extraction of square root and Newton's method. As the result we could apply the method of thinking learned from extraction of square to approximate the nth root. Furthermore the properties of Newton's method became clear.

１．目的

手計算で簡単にｎ乗根の近似値を求められるようになることを目的とする。

２．方法

近似値を求める既存の方法「①開平法&②ニュートン法」がどのような方法で計算されるのかを理解し、手計算として利用できないか研究する。

① 開平法…２乗根を筆算のように近似する計算方法。３乗根の開立法もある。

これをｎ乗根に拡張することを試みた。

$\mathrm{N} \approx (N_1 \cdot 10^{a-1} + N_2 \cdot 10^{a-2} + \cdots + N_k \cdot 10^{a-k})^n$　　N の整数部分は a 桁, $1 \leq N_k < 9$

$\mathrm{a} \equiv \alpha \ (mod\ n)$但し$(0 \leq \alpha < n)\begin{Bmatrix} \alpha = 0 \text{ で} A = \frac{a}{n} \\ 0 < \alpha < n \text{ で} A = \frac{a-\alpha}{n} + 1 \end{Bmatrix}$　a をＡに変換

$$\mathrm{N} \approx \sum_{r=0}^{n}\left[nCr\left\{\sum_{p=1}^{k-1}\left(N_p \cdot 10^{A-p}\right)\right\}^{n-r} \cdot (N_k \cdot 10^{A-k})^r\right]$$

② ニュートン法…関数として求める方法。

$$X_{n+1} = X_n - \frac{f(Xn)}{f'(Xn)}$$

３．結果

①より、開平法はｎ乗した展開式を利用して筆算方式で近似値を求める方法であることがわかった。

②より、ニュートン法は試行回数を多くするほど近似値が正確になることがわかった。しかし、ｎ乗根のｎが大きくなる、試行回数が増えることによって計算が煩雑になってしまう。そのため、ニュートン法は手計算には適さないこともわかった。

４．結論

結果より開平法の考えを応用した方法はより手計算に適していると考えられる。一方で今回取り上げた二つの方法では、どうしてもｎが大きくなった際などに計算が煩雑になってしまうことがわかった。

５.参考文献

開平、開立の筆算法メカニズム　http://fnorio.com/0004square_root/square_root.htm

高校数学の美しい物語　https://manabitimes.jp/math/733

６．キーワード

ｎ乗根　ニュートン法　開平法

大阪府立大手前高等学校
Osaka Prefectural Otemae High School

循環小数の規則性
Regularity of recurring decimal

Abstract

We studied about the recurring decimal representation of 1/n (1≦n≦99) which dividing the repeating period into halves and adding gives a column of 9s, and derived practical formulas.

1. 目的

循環小数の循環している部分の規則性について、場合ごとに分けて一般化を試みる。

2. 方法

まず初めに 1/X が 1/素数かつ循環節が偶数の循環小数であるとき(循環節を半分に分けて足したものが 999…になる時)に成り立つ規則性を調べ、それを利用して 1/素数でないが 999…になる時や 888…、666…、333…、111…になる時に成り立つ規則性も調べた。

3. 結果

999…となる時で、X が素数でない時、1/X の循環小数が小数第 n＋1 位から始まる時、その桁数を 2y とする。そうすると、(10^y＋1)が X/10^ n の倍数になる。同様にして、他のゾロ目となる時も 999…となるように分数を掛ける。

4. 考察

999…を応用することで、他の数字の規則性も導くことができた。

5. 結論

1/1～1/99 の時、循環小数の規則性を発見することができた。

6. 参考文献

https://tsujimotter.hatenablog.com/entry/2014/04/08/213019

7. キーワード

循環小数、Midy の定理

大阪府立大手前高等学校
Osaka Prefectural Otemae Senior High School

ある自然数ｎまでに現れる素数の個数
The number of prime numbers to a natural number “n”

Abstract

I derived an approximate formula to examine how many prime numbers appear to a natural number “n” by using a Venn diagram. I compared my approximate formula with the prime number theorem. Finally, I can got better results than the prime number theorem in the specific range.

１．目的

私は素数の現れ方に規則性がないことに興味をもち、ある自然数ｎまでの素数の個数を近似することができないかと考えた。そこで、ベン図を用いてある自然数ｎまでの素数の個数を求める近似式を導出し、その正確さを調べることを目的とした。

２．方法

ベン図を用いて導出したある自然数ｎまでの素数の個数π(n)を求める近似式は

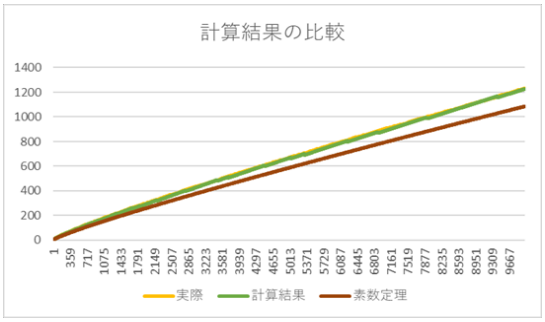
$$\pi(n) \fallingdotseq n\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{5}\right)\cdots\left(1-\frac{1}{P(n)}\right)+Q(n)-1$$

(P(n)は$\sqrt{n}$以下の最大の素数、Q(n)は$\sqrt{n}$以下の素数の個数)と表せる。

この計算結果をガウスの素数定理の計算結果と実際の値と比較する。

３．結果・考察

1≦n≦10000 の場合を調べ、計算結果と実際の値をグラフに表すと右図のようになった。横軸はnの値、縦軸はある自然数nまでの素数の個数を表す。1≦n≦10000の範囲ではガウスの素数定理の計算結果よりも導出した近似式の方が実際の値とのずれが小さかった。



４．参考文献

理数科課題研究「素数の分布」について
https://www.Shinko-keirin.co.jp/keirinkan/kou/math/jissen_arch/201305/data/file01.pdf
(参照 2021-11-7)

５．キーワード

素数　ガウスの素数定理

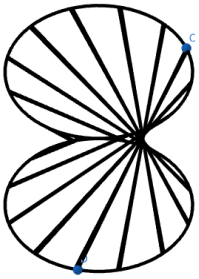
大阪府立大手前高等学校
Otemae senior high school Osaka prefecture

一葉双曲面の性質

The feature of one-leaf hyperboloid

Abstract
One-leaf hyperboloid is a kind of ruled surface, which is curved surface made of lines.
We knew it in the Art class and books, and are interested in it. We examined and generalized the relations of the volume, surface, and eccentricity.

1.目的
一葉双曲面の体積・表面積・離心率との関係を調べる。



2.方法
一葉双曲面を作図し、x=0 で双曲線になることを利用して、
半径・高さ・ずれで決まる一葉双曲面の式を求める。
この式を用いて、体積と表面積を求める。
また離心率を求めて、体積・表面積との関連性を調べる。
一葉双曲面がすべての二次曲線を持つか調べる。
3.結果
作図で得られた一葉双曲面の式は$\frac{x^2}{r^2\cos^2\frac{\theta}{2}}+\frac{y^2}{r^2\cos^2\frac{\theta}{2}}-\frac{4z^2\tan^2\frac{\theta}{2}}{h^2}=1$となった。
この式を用いて体積の式を一般化することができた。
離心率を求め、体積の式を離心率を用いた形で表すことができた。
一葉双曲面を平面で切ると、二次曲線が現れた。
4.考察
一葉双曲面の体積が円錐の体積の式に似ていたので、一葉双曲面が円錐の性質と似た特徴を持っていると考え、二次曲線について調べることができた。
5.結論
今回用いた作図で得られた一葉双曲面は円錐と似た性質を持つことがわかった。
6.参考文献
マスペディア 1000, 詳説数学Ⅲ改訂版-
7.キーワード
一葉双曲面、離心率、2 次曲線

大阪府立大手前高等学校
Otemae Senior High School Osaka prefecture

階○数列の性質

The Feature of Progression of differences, summations, quotients and products

Abstract
When we study the progression of differences, we had a question why not study that of summations, products, and quotients. Therefore, our study has focused on showing them and applying them to some situations. As a result, we could make them look similar to the progression of differences. In addition, we utilize them for “Gilbreath’s conjecture” which is one of the unsolved problems.

1.研究の出発点・目的

数学 B の数列のセクションで習う階差数列。我々は、階差は習うのにどうして階和や階積、階商数列はないのだろうかと疑問を持ち、この研究を開始した。また、数列における未解決問題であるギルブレス予想の解決に何かしらアプローチできないかと考え研究活動に取り組んだ。

2.方法

まず階商数列から研究に入った。階商数列が自然数 n について 0,1,2 次式などで表される代表的な例を数学的帰納法を用いて調べ、元の数列の一般項と階商数列との関係性をある程度見出し、その後、階商数列と一般項の関係式を求めた。階和、階積に関してもほぼ同様に研究を進めた。

ギルブレス予想については、階差数列と今回得た階商・階和・階積数列の式を用いるなどの方法で接近を試みた。また、10000 までの素数に対してギルブレス予想の操作を繰り返した素数階差表を作成しまた、素数階差表において素数の項数に対応する値：深度を設定し、性質を探ることで別方向からの接触も試みた。

3.結果

階商数列、階和数列、階積数列とその元の数列の一般項の関係式以下の通りに導出できた。

mを正の整数とする

階商数列$(\frac{a_{n+1}}{a_n})$	$a_n = a_1 \cdot \prod_{k=1}^{n-1} b_k$	$(n \in \boldsymbol{N}, a_n \neq 0)$
階和数列	$a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} b_k \times (-1)^k$	$(n = 2m-1 \geqq 2)$
	$a_n = -\{a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} b_k \times (-1)^k\}$	$(n = 2m \geqq 2)$
階積数列	$a_n = a_1 \times \prod_{k=1}^{n-1} {b_k}^{(-1)^k}$	$(n = 2m-1 \geqq 2, a_n \neq 0)$
	$a_n = \left[a_1 \times \prod_{k=1}^{n-1} {b_k}^{(-1)^k}\right]^{-1}$	$(n = 2m \geqq 2, a_n \neq 0))$

ギルブレス予想に関して数列$\{|D(X)|_n\}$を設定したが、$X \geq 2$の場合をうまく式に起こせなかった。

ギルブレス予想に関して、深度の値とその変化を調べると全体的に減少傾向にあり、ギルブレス予想が真であると断定はできないが、可能性は高いといえるという結果になった。

4.考察

階和数列や階積数列に関しては、階差数列のような方法でa_1からa_nまでの項を一括で消すことができないため、一般項を偶数と奇数で分ける必要があることが分かった。

階商数列や階積数列における一般項には式を簡単な形にする場合に積の記号をもちいなければならない場合があることが分かった。

階○数列をギルブレス予想への応用はギルブレス予想の操作を式に置き換えることができていないので難しいことが分かった。

5.結論

階和、階商、階積数列の元の一般項を階差数列の元の一般項の形に近づけて表すことができた。

今後の展望として、ギルブレス予想に階○数列を応用するためにギルブレス予想の操作について関係式の立式、新たにギルブレス予想の操作の性質の利用や階○数列の性質を用いて実用的な暗号の作成を考えている。

6.キーワード

階差数列　階○数列　一般項　数学的帰納法　ギルブレス予想　素数

大阪府立大手前高等学校
Osaka Prefectural Otemae High School

音で火を消すメカニズム
Mechanism for Fire-extinction with Sound

Abstract

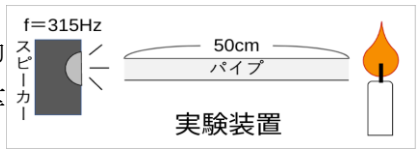
Fire is extinguished when it is put on the edge of a resonant air column. We conducted research to explain the mechanism in which fire can be extinguished with sound by making experiments and simulating it.

１．目的

音で火が消えるという現象は知られているが、その原理は解明されていない。なぜ音で火が消えるかに疑問を持ち、そのしくみを明らかにしたいと考え、研究を始めた。

２．方法

ろうそくの火を含め、５種類の物体を置いた。一定の振動数に固定して、物体の動きを見やすくするため、徐々に音量を上げていき、観察した。



①ろうそくの火　②線香の煙　③湯気　④ドライアイスの煙　⑤紙片

３．結果

①ろうそくの火　②線香の煙　③湯気　

音源から遠ざかった

④ドライアイスの煙　⑤紙片　

音源に近づいた

４．考察

音源から遠ざかる、音源に近づくといった動きの違いは、物体の密度に関係があるのではないかと考えた。密度の小さい物体は遠ざかり、密度の大きい物体は近づいた。私たちは、①音が縦波であること、②音波は減衰しており、位置によって振幅の差が生じていること、③同じ力を受けても密度の違いによって物体の運動が異なることに着目し、波と物体に関する数理モデルを作り、シミュレーションを試みた。

５．結論

火中の可燃物質は密度が小さいため、音源から遠ざかる向きに力がはたらくとき、可燃物質は音波の弱い遠くの領域に移動する。この領域に移動した可燃物質は、先ほどよりも弱い力で押し戻され、元の位置まで戻れない。このため可燃物質は振動を繰り返すごとに音源から遠ざかる。反対に密度の大きい物体は振動を繰り返すごとに音源に近づく。このメカニズムにより可燃物質は音源から遠ざかる向きに運ばれ、火が消えることがわかった。

大阪府立岸和田高等学校
Osaka Prefectural Kishiwada High School

自然数の連接

Concatenation of natural numbers

Abstract

In this study, we considered the operation of concatenation using sets. I clarified the problem when I made some conditional expressions.

1.目的

一般に連接という操作は記数法や文字列など、つまり情報の表現に用いられるとても身近なものである。だから その本質はとても根本的で豊かなのではないかと思った。
しかしその定式化はとても難しく、また我々が普段用いている基本的な演算である四則演算との親和性もよくない。そのためにあまり面白い性質はないと考えられていた。そこで集合を用いて定式化や抽象化を行う事によって、連接の持つ性質をうまく捉えられないかと考えた。

2.方法

与えられた自然数の集合Sについて、連接させる前(: 与えられた集合S)とSの要素を連接させた後($\Phi(S)$と書く)の関係性を考察した。その際に出会った問題として次の2つの条件式

- $\Phi(S) = \Phi(M)$
- $S \subset M \cup \Phi(M)$

を考えた。

3.結果, 考察

上の条件式を解く/考える事によって、連接の持つ性質を調べるには与えられた自然数の集合Sについて次の3つの集合

- SーΦ(S)
- $S \cap \Phi(S)$
- $S \cup \Phi(S)$

を考えることがよいはずだと結論付けた。

4.参考文献

[1]「49と同じ性質を持つ自然数」久禮 瑞己　2021
[2]「集合への30講（数学30講シリーズ)」志賀 浩二 1988
[3]「整数論1　初等整数論からp進数へ 」雪江 明彦 2013

5.キーワード

離散数学　自然数　連接　記数法

大阪府立四條畷高等学校
Osaka Prefectural Shijonawate High School

遺伝的アルゴリズムを用いて日々の負担が一定な時間割を作ろう！
Let's make a class schedule with a constant daily load by using genetic algorithms

Abstract

It is often said that the burden of our current class schedules is unbalanced. To our knowledge, there are few reports of well-balanced class schedules. The purpose of this study is to create a class schedule with a more constant load than the current one, and to show that genetic algorithms are effective for solving complicated problems.

１．目的

遺伝的アルゴリズムを用いて、荷物の重量や小テストの有無等の一日当たりの負担が現在の時間割より一定な時間割を作成する。その結果、複雑な組み合わせ問題に対する遺伝的アルゴリズムの有効性の再確認をする。

２．方法

各教科の荷物の重量などの情報を収集した後、評価関数を作成する。そして Python や Excel を用いて、遺伝的アルゴリズムを利用したプログラムをつくり、新たに生成された時間割の評価関数の値と現在の時間割の値を比較し、考察する。第一段階では、「荷物の重量」のみを評価の基準として研究を行った。

３．結果

第一段階で作成した 5 世代において、世代を経るにつれて負担のバランスは改善され、現在使用されている時間割より優れた時間割を生成することができた。

４．考察

世代数を増やすことや、今回の選択、交叉の方法以外のパターンを試してみる必要がある。
また、同じ教科が連続することもあったので、「荷物の重量」以外からの評価も含めた研究を今後行う必要がある。

５．結論

遺伝的アルゴリズムの組み合わせ問題に対する有効性は再確認できた。
しかし評価基準が一つなので実用性を高めるために更に研究を進める必要がある。

６．参考文献

大阪府立四條畷高等学校 71 期 「プログラミングによる最適な時間割の作成」

７．キーワード

遺伝的アルゴリズム　プログラミング　最適化問題　時間割問題

大阪府立天王寺高等学校
Osaka Prefectural Tennoji High School

無限次有理数係数関数の連続性について
Succession of infinite order rational coefficient functions

Abstract

A study was conducted on whether all infinite order rational coefficient functions with a certain real number as a solution are continuous at some point.

１．目的

任意の実数に対して、それを解にもつ無限次有理数係数多項式であり、かつある点において連続していることを調べる。

２．方法

ある実数（値）を解にもつ無限次有理数係数関数を$f(x) = \lim_{n\to\infty} \sum_{k=0}^{n} a_k x^k$と置き、これが$x = \alpha(\alpha \in \mathbb{R})$で連続していることを示す。$x = \alpha$において、$f(x)$に対して（条件）のもと ε－δ 論法を適応させた。

３．結果

ε－δ 論法を適応させようと試みたが、$a_k x^k$のうちの$\{a_n\}$の部分に関しての条件が不十分であったため、一度にすべての実数に対する証明を作ることができなかった。

４．考察

全ての実数に対してそれを解にもつ無限次有理数係数多項式が存在することを示す際に考えた数列$\{a_n\}$に関して条件が少なかったのが要因であると考える。

５．結論

ε－δ 論法を用いて全てのケースについて証明しようと試みたが、今回の考察時に使用した条件のみでは結論に至るには不十分であった。

６．参考文献

・微分積分キャンパス・ゼミ 改訂７　馬場敬之／著

７．キーワード

関数の連続　　コーシー列　ε－δ 論法　無限次有理数係数関数

大阪府立東高等学校
Osaka Prefectural Higashi Senior High School

コッホ雪片の拡張と一般化
Extension and Generalization of the Koch Snowflake

Abstract

We're interested in the Koch curve. So, we expanded on the idea of the Koch snowflake and researched more on the generalization of area and dimension.

1. 研究の目的

コッホ曲線に興味を持ったので、コッホ雪片を拡張して、面積や次元などの一般化を調べた。

2. 方法

コッホ雪片を作る作業の回数k＝0のときの図形を正n角形とし、変数を文字で置き、計算を行った。

3. 結果

①コッホ雪片の周の長さ　$n(\frac{1+n}{3})^k$

②フラクタル次元　$\log_3(n+1)$

③面積　k≥1のとき $\frac{n}{4tan\frac{\pi}{n}}(1+\sum_{l=1}^{k}\frac{n(n+1)^{l-1}}{9^l})$　　k=0のとき　$\frac{n}{4tan\frac{\pi}{n}}$

4. 考察

コッホ雪片の kとn を一般化した時、上記の結果が得られた。

③の lに値を代入すると計算することはできるが、$\sum_{l=1}^{k}\frac{n(n-1)^{l-1}}{9^l}$)が複雑になると考えられる。

5. 結論

kとn を一般化して式を作ることができた。

今後は、ペンローズの三角形などのほかのフラクタル図形についても考えていきたい。

6. 参考文献

オリヴァー・リントン、フラクタル　混沌と秩序のあいだに生まれる美しい図形
創元社、2021-2-20

7. キーワード

コッホ雪片、フラクタル図形、フラクタル次元

富田林高等学校

ヤング図形

Abstract

To know and deeply understand Young diagram, we prove a recurrence formula for the number of standard Young tableaux.

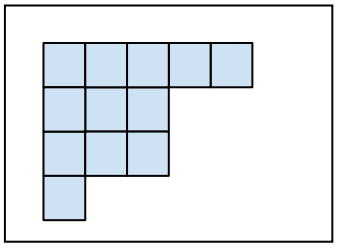
.

１．目的

学校の先生に勧められ、ヤング図形について調べることにした。ここでは，ヤング図形の標準盤の個数の漸化式を証明する。

２．方法

ヤング図形において、重要な要素である標準盤の個数を求める方法の一部として、標準盤の漸化式がある。あるヤング図形から、角（hookが１の点）を一つ除いたそれぞれのヤング図形から元のヤング図形の標準盤の個数を求めることを考える。



３．結果

ヤング図形λに対する標準盤の個数SYT_λについて，次が成り立つ。

$$SYT_\lambda = \sum_{\mu} SYT_\mu$$

ここでμはλから角を一つ除いたヤング図形である。

４．結論

この先、鉤長公式の確率論的な証明をしていきたい。また、鉤長公式の証明を高校生でもわかるように整理していきたい。

５．参考文献

山田 裕史，組合せ論プロムナード，日本評論社（2009）.

６．キーワード

ヤング図形　　漸化式　　フック　　角

大阪府立富田林高校

紙飛行機の最もよく飛ぶ角度について

We did research about “Paper Planes”
Our focus is “the best throwing angle to make the paper plane fly farthest.”
Here are the results of the experiment we did.

１．目的

紙飛行機の最もよく飛ぶ角度を調べる。

２．仮設

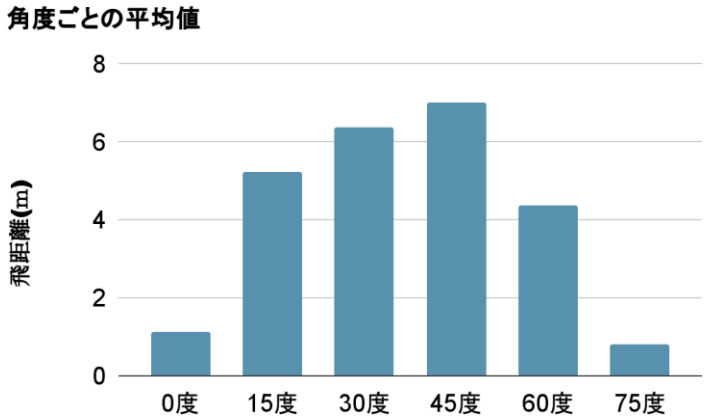
角度が高すぎても低すぎても飛ばないので45度が最適な角度だと予想する。

３．実験

方法

1. 一定の力で飛ばすための装置を作る。
2. 紙飛行機を作り1.での装置を肩の高さに合わせた台の上において飛ばす。
3. 角度を15度毎に変え実験を行い，距離を測定する。
4. 各角度ごとに10回飛ばし平均値を出す。

４．結果



１番飛んだ角度が45度で平均7.01m，２番目に飛んだのは30度が平均6.37m。

５．考察

地面から飛ばすことに最適な角度は45度だが，今回の実験では肩の高さに合わせていたことで30度から45度の間にあると考えられる。
今後の研究では細かい角度を割り出して地面からの高さと最適な角度の関係を調べていきたい。

６．結論

30度から45度の間に最もよく飛ぶ角度があることが分かった。
地面からの高さとの関係を調べていきたい。

大阪府立豊中高等学校１班
Toyonaka highschool

ゲーム「ニム」の必勝法と排他的論理和

Winning method of the game "Nim" and exclusive OR

Abstract

"Nim" is well known old game. We studied a famous winning method using Exclusive OR mathematics. We use this experience and will create a new math game.

１．目的

数学ゲーム「ニム」と、その必勝法について学んだ。必勝法の存在するゲームの仕組みを理解することで、今後の数学ゲーム作りに生かしていく。これは予備研究である。

２．方法

いくつかの論文や本などを読み、ニムについて学ぶ。

３．結果

ゲーム「ニム」とは、別名三山くずしとも呼ばれており、碁石を何個かまとめて作られた山を合計 3 山つくり、2 人で交互に取り合い、最後の 1 つを取った方が負け、というゲームである。また、今回は考えやすいように最後の 1 つの石をとった方が勝ちとする。また、今回の研究で用いる$\oplus$ (しかく演算)とは、この記号前後の 2 数を、2 進数で表し、その各桁ごとに足す(排他的に足す)ということを表す。従って $9\oplus 5$ は、9 を 2 進数で表すと 1001、5 を 2 進数で表すと 0101 となる。よってその各桁の排他的和をとると、1100 となり、この計算結果は 12 である。また、3 山の碁石を、(p,q,r)とする。ここで、自分がある状態で相手に渡すと、必勝になる形を良形と呼ぶ。一般に $p\oplus q\oplus r=0$ のとき良形になることが知られており、$p=q=r=0$ のときは良形である。また、2 数のしかく演算で、計算結果が 0 となるのは 2 数の値が等しいときであるので $p\oplus q=0 \Rightarrow p=q$ である。したがって、(p,q,r)において、$p\oplus q=r$ となるように石をとっていくことが必勝法である。原理として、(p,q,r)が $p\oplus q\oplus r=0$ を満たす時、この三数は $p\oplus q=r$ を満たす。次の番で相手が r から n 個(r>n>0)を取った時 $p\oplus q=r\neq r-n$ のため良形を満たさない。よって、良形をつくって相手に渡した場合、相手はどのような手をとっても良形を作ることができない。しかし、自分は良形でない形を上手く取れば良形にすることができる。よって、【自分：良形　　相手：良形でない形】を繰り返せばいずれ良形である(0,0,0)にすることができるのである。ということが分かった。

４．考察

ニムの必勝法を学ぶことで、数学を用いて必勝法を考えられるゲームとはどういうものかを知った。ニムでは、排他的論理和という概念を用いることが必勝法のポイントだとわかった。

５．結論

今回の研究によって、今後の数学ゲームづくりにおいてどんな予備知識が必要になるのかを感じ取ることができた。また、今後作るゲームにおいても、ニムの必勝法にあたるものを求めたい。

６．参考文献

数学ライブラリー＜教養編＞２　石取りゲームの数理　一松　信　著　森北出版会社(1968)

７．キーワード

ニム　　必勝法　　排他的論理和

大阪府立豊中高等学校２班

ゲーム「ニム」とその数学

ABSTRACT : We leant Nim's winning method. We understood exclusive or (XOR) and will apply them to create a new mathematical game.

1、目的

ニムの数学、必勝法を学んで、新しい数学ゲームの世界を切り開く。

2、方法

ニムの必勝法を先行研究から考察し、噛み砕いてわかりやすく説明することで、理解を深めて活用をめざす。

3、結果

ニムの必勝法は、相手が次にどこをとっても自分がうまいこと碁石を取れば必ず勝てる数字の組み合わせ、すなわち良形を自分の手番で作ることです。例えば 1, 1, 0 の場合は相手がどちらか一方の山から碁石を取るともう片方の山から取れば勝つことができます。2, 2, 0 の場合でも同じで相手が片方の山をすべて取ってしまえば、もう片方の山から全て取れば勝ちです。また相手が片方の山から１つ取った場合自分がもう片方の山から１つ取ってしまえば 1, 1, 0 になり勝つことができます。これらを良形と呼びます。このことから n, n, 0 の場合相手の取った数をもう片方の山から取ることで良形にすることができるため、良形であると言えます。またもう一つの例として 1, 2, 3 があります。これはどう取られても n, n, 0 にすることができます。例えば相手が 1 の山から１つ取れば 0, 2, 3 となるため 3 の山から１つ取れば 0, 2, 2 となり良形になります。これはすべての場合に当てはまるため、良形と言えます。良形の判定法には排他的論理和(XOR)を用いた演算⊕を使います。演算⊕とはそれぞれの山の石の数を２進数で表しそれらを足した和を求めるのですが、繰り上げを無視して計算します。これが演算⊕の定義です。n, m, l のとき n⊕m⊕l=0 のときは良形で、n⊕m⊕l≠0 のときは良形ではありません。また良形に手を加えて良形を作ることはできません。非良形のときは上手く手を選べば良形にすることができます。よって演算⊕が 0 になるようにすることが必勝法です。

４、考察

排他的論理和が数学ゲームニムでは大変有用である。

５、結論

ニムの必勝法は、排他的論理和を用いることで理解することができた。

6、参考文献

⑴ 石取りゲームの数理　立教大学教授　一松　信　(著)

⑵ Nim, A Game with a Complete Mathematical Theory　by Charles Leonard Bouton

7. キーワード：必勝法の証明　良形　排他的論理和　1

神戸大学附属中等教育学校
Kobe University Secondary School

ゾンビウイルスの阪急沿線における広がり
−離散型 SIR モデルを用いて−

The Simulation of Spreading of Zombie Virus:
Using of a modified Kermack-McKendrick SIR model

Abstract

The purpose of this study is to examine the usefulness of a modified Kermack-McKendrick SIR model. The author discussed the zombie virus and simulated changes in the number of survivors, zombies, and dead, in the area of the Hankyu Railway. I compared when the zombie virus originated from Kobe Airport (called situation K) and Itami Airport (called situation I). The author discovered that if we don't take effective actions, the mortality rate of most spots was above 90%. However, when I declared "The pandemic of zombies" on the twentieth day, I was able to rescue half of the spots in situation K. Although there was no change in situation I.

１．目的

本研究のシミュレーションに使用する数理モデルの有用性の検証を目的とする。シミュレーションには、Kermack-MacKendrick の SIR モデルが原型である、時間を離散化した離散型 SIR モデルを使用した。

２．方法

①Kermack- MacKendrick の SIR モデルにおいて、時間を離散化して離散型 SIR モデルを導出した。
②阪急電鉄周辺地域の二次元マップを作成した。
③隣接した地点に自地点のゾンビがどれほど影響を及ぼすか、という指標「接触係数」を導入し、各地点ごとに設定した。阪急電鉄の駅はこれを高く設定した。
④ここまでの内容をもとに本研究のシミュレーションで使用する数理モデル（右式）とプログラムを作成した。
⑤ゾンビウイルスの初の感染者の発生場所が、神戸空港と伊丹空港のときの違いについて、60 日間の経過をシミュレーションした。また、それぞれの場合において、20 日目にゾンビ流行宣言を発令するとどのように変化するのかシミュレーションした。

$$\begin{cases} s_{(i,j),n+1} - s_{(i,j),n} = -as_{(i,j),n}Z_{(i,j),n} \\ z_{(i,j),n+1} - z_{(i,j),n} = as_{(i,j),n}Z_{(i,j),n} - bz_{(i,j),n} \\ d_{(i,j),n+1} - d_{(i,j),n} = bz_{(i,j),n} \\ Z_{(i,j),n} = \dfrac{1}{5}\{z_{(i,j),n} + z_{(i,j+1),n}\cdot C_{i,j} + z_{(i+1,j),n}\cdot C_{i+1,j} \\ \qquad\qquad + z_{(i,j-1),n}\cdot C_{i,j-1} + z_{(i-1,j),n}\cdot C_{i-1,j}\} \end{cases}$$

s：生存者　z：ゾンビ　d：死者
$s_{(i,j),n}$：地点$(i,\ j)$における時刻nの生存者の数。ほか同様。
$C_{i,j}$：地点$(i,\ j)$における接触係数

３．結果

各条件における 60 日後の結果は次の通り。
神戸空港（ゾンビ流行宣言なし）では、ほとんどの地域で死亡率が 90%を超えた。
神戸空港（ゾンビ流行宣言あり）では、3 分の 2 の地域で死亡率を 10%以内に抑えることができた。
伊丹空港（ゾンビ流行宣言なし）では、ほとんどの地域で死亡率が 90%を超えた。
伊丹空港（ゾンビ流行宣言あり）では、ほとんどの地域で死亡率が 90%を超えた。

４．考察

感染源が鉄道などの輸送機関に近いと、感染拡大が急速に進行してしまう。また、人口が相対的に少なく孤立すると周りのゾンビの影響を受けづらく、感染の拡大が遅い。

５．結論

おおむねシミュレーションは成功し、本研究の目的である離散型 SIR モデルの有用性を確認することができた。

６．参考文献

[1] 鈴木絢子、西浦博『感染症の数理モデルと対策』 日内会誌（2020）. 7654
[2] 松浦真也『高校数学で理解する感染症の数理』（2021）.
[3] 山崎雄貴『伝染病拡大予測モデルを応用したゾンビ拡大のシミュレーション』（2020）.
[4] 地図で見る統計（統計 GIS）- e-Stat 政府の統計窓口 https://www.e-stat.go.jp/gis/
[5] 国土交通省 国土数値情報 駅別乗降客数データ https://nlftp.mlit.go.jp/ksj/gml/datalist/KsjTmplt-S12-v2_3.html/
[6] 統計情報リサーチ 2021 年 9 月閲覧 http://statresearch.jp/

７．キーワード

離散型 SIR モデル　ゾンビウイルス　シミュレーション　感染予測

神戸大学附属中等教育学校
Kobe University Secondary School

ルービックキューブと解法の違い
—解法の置換について—

The Difference of Rubik's Cube Solving
; About the Permutation of Solution

Abstract

The Rubik' cube can be solved in the same way in some parts and not in others, depending on the size of the cube. I focused and analyzed it for each face of the size of the Rubik's Cube. Then, from the rule of the parts that can be solved in common, it was found that permutations can be made between those with the same parity after 5×5.

１．目的

①ルービックキューブの解法は低次元の解法に置換して解けるかの調査
②先行研究の４×４と２×２のルービックキューブの対称性の調査

２．方法

文献調査でルービックキューブの解法を調べ、その中の過程で、キューブをどのようにペアリングして解くのかを調査・比較し、置換がどこでどのように起こるのかを調査する。

３．結果

共通している部分を除けば「井」のような形の部分が、そのルービックキューブ独自の解法と捉えることができる。共通部分は解法を置換させて解くことができ、基本的にキューブの個数ごとに分類し、偶数→偶数・奇数→奇数のように置換する。

４．考察

置換の手順は結果の通りである。また、これを踏まえて４×４の解法では３×３の解法を介して解かれることから、最小の形である２×２とはそもそも性質的には異なる可能性がある。

５．結論

目的①について：偶数→偶数、奇数→奇数にそれぞれ置換する。ただし、５×５→３×３や４×４→３×３、２×２については例外とする。
目的②について：違うということが分かり、置換の動きから、解法の置換もできないことが分かった。

６．参考文献

参考文献

［1］　David Joyner『群論の味わい』共立出版株式会社(2010)、p205-244,269-286

［2］　Cubeの部屋　４×４、５×５、６×６のルービックキューブの解法　〔cube.uubio.com〕(2022年1月27日閲覧)

７．キーワード

ルービックキューブ　解法　置換　次元　ペアリング

神戸大学附属中等教育学校
Kobe University Secondary School

累乗数とその逆数の無限和について
On Perfect Powers And Its Infinite Reciprocal Sum

Abstract

A perfect power is a number n of the form m^k, where m, k are positive integers and $k \geq 2$. Let S be the sum of the reciprocals of the perfect powers p without duplicates, S is known to be given by $S = 1 + \sum_{k \geq 2} \mu(k)(1 - \zeta(k))$, where $\mu(k)$ is the Möbius function and $\zeta(k)$ is the Riemann zeta function. Its proof is not given in the currently available literature. This study gives a proof of this and find new form of S.

1　動機

累乗数について調べていると, その逆数の無限和を表す式の証明が行方不明であることを知った. その証明を記すこと, その和が別の形で表せないか探ることが研究テーマになりうると思った.

2　目的

本研究の目的は, 累乗数の逆数の無限和について, 証明が行方不明であるが正しいとされている等式を示すこと, 累乗数の逆数の無限和を上述の式とは別の式で表すこと, の 2 点である.

3　方法

累乗数の性質について, いくつかの考察, 定理の証明を行い, それらを補題として用いて累乗数の逆数の無限和についての等式を示した.

4　結果

重複する累乗数に注目することで, 累乗数の逆数の無限和について, 証明が行方不明の公式を証明することができた. また, 正整数 n の正の約数の個数を $d(n)$, 素因数全ての最大公約数を $g(n)$ とおくことで, これらの関数によって累乗数の逆数の無限和が表せることを発見した.

5　考察

累乗数の逆数の無限和を通して, 本研究で導入した $d(n), g(n)$ という関数がメビウス関数, ゼータ関数と関連していることが示唆された.

6　結論

累乗数の逆数の無限和は, ゼータ関数とメビウス関数, または $d(n)$ と $g(n)$ を用いた無限和によって表せる.

7　参考文献

Finch, S. R. ”Niven’s Constant.” § 2.6 in Mathematical Constants. Cambridge, England: Cambridge University Press, pp. 112-115, 2003. Weisstein, Eric W. ”Perfect Power.” From MathWorld–A Wolfram Web, Resource. https://mathworld.wolfram.com/PerfectPower.html Weisstein, Eric W. ”Möbius Function.” From MathWorld–A Wolfram Web Resource. https://mathworld.wolfram.com/MoebiusFunction.html

8　キーワード

累乗数, 逆数の無限和, ゼータ関数, メビウス関数

兵庫県立加古川東高校
Kakogawa-higashi high school

多人数における新たなじゃんけんの考察
Consideration of new rock-paper-scissors in a multiplayer environment

Abstract

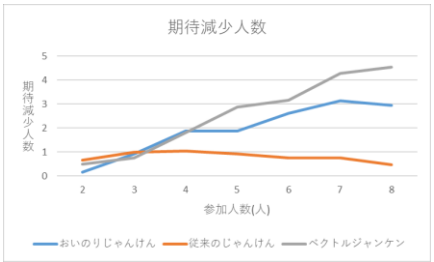
We create a new rock-paper-scissors “Vector Janken” and “Oinori Janken” for the purpose of deciding a game with fewer attempts. We calculated expected decrease in number of people and found that “Vector Janken” has much more decrease in number of people.

１．目的

「じゃんけん」は手を使い、石、鋏、紙を表現することによって勝敗を決めるゲームである。我々はなかなか勝敗が決まらないという深刻な問題を解決すべく、もっとはやく勝敗が決まる「新たなじゃんけん」を創ることはできないかと考え、研究をすることにした。

２．方法

従来のじゃんけんの３手とは異なり、４手のじゃんけんとして「ベクトルジャンケン」と「おいのりじゃんけん」という２つの新たなじゃんけんを考案した。この際、同じ手を出した人は同じ結果を得る、どの手も勝つ確率は等しい、と定義したことに注意する。勝敗が決まり、一度に減る人が多い方が試行回数が少なくなることに注目し、それぞれの参加人数ごとの減少人数の確率を計算し、期待減少人数を求める。



３．結果

ベクトルじゃんけん、おいのりじゃんけん共に、参加人数が増えるほど期待減少人数が多くなった。ベクトルじゃんけんの方がおいのりじゃんけんより期待減少人数が多かった。

４．考察

ベクトルじゃんけんは、偶数人で行うときは奇数人のときよりもあいこになる確率が高くなる。おいのりじゃんけんは、一次操作でのあいこになる確率が高いことから、勝敗がつくのに時間がかかるとされる。

５．結論

従来のじゃんけんよりも新しく開発した２つのじゃんけんのほうが、期待減少人数が多くなり、早くじゃんけんの勝敗を決めることができた。

６．参考文献

伊藤大雄.”一般化ジャンケン”日本オペレーションズ・リサーチ学会. 2013

７．キーワード

期待減少人数　　ベクトルジャンケン　　おいのりじゃんけん

奈良女子大学附属中等教育学校
Nara Women's University Secondary School

中線定理の高次元化
Expansions of the Apollonius theorem to higher dimensions

Abstract

We know that the Apollonius theorem is valid for the midpoint of a side in a triangle. In this study, we prove “the mid-plane theorem” by using a theorem derived from an extension of the cosine theorem to three dimensions.

１．目的

平面幾何の定理である中線定理を立体、そして高次元へと拡張する。

２．方法

定義

四面体のある 2 つの頂点の組に対し、その 2 本を結んだ線分の中点と残り 2 つの頂点とを含む平面を、「中面」という。

余弦定理を三次元の四面体に拡張した定理を用いて、中面定理を証明する。証明した中面定理をもとの中線定理と対応させて、比較する。

３．結果

中面定理

四面体 ABCD に対し、辺 BC の中点を M、面 ABC と面 BDC の間の角度をθとすると、

$$|ABD|^2+|ACD|^2=2|ABM|^2+2|BDM|^2+2|ADM|^2-4|ABM|\cdot|BDM|\cos\theta$$ が成り立つ。

４．考察

中線定理を三次元に拡張すると補正項が現れることがわかった。

５．結論

四面体へ中線定理を拡張し、それを中線定理と比較することができた。

参考文献

[1]高校数学の美しい物語. 「四平方の定理(図形の面積と正射影)」, https://manabitimes.jp/math/1003

[2]「余弦定理の拡張」, http://www25.tok2.com/home/toretate/cos01.html

キーワード

中線定理　　中面定理　　四平方の定理

岡山一宮高校
Okayama Ichinomiya High School

n ナッチ数列の隣接 2 項間の比の極限
The Limit of the Ratio Between the Two Adjacent Terms of n-bonacci Sequence

Abstract

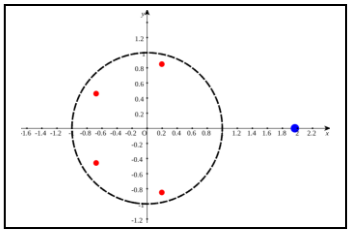
N-bonacci sequence is a generalization of the Fibonacci sequence. The generalized term of n-bonacci sequence is expressed as a first term 1 and sum of the previous n terms. We prove that the ratio of two adjacent terms converge to the maximum absolute valued solution of question $x^n - x^{n-1} - \cdots - x - 1 = 0$.

１．目的

フィボナッチ数列に残っている多くの未解決問題を解決するため。

２．方法

右の図に方程式$x^5 - x^4 - x^3 - x^2 - x - 1 = 0$の解を複素数平面に図示した。単位円の外側にあり，かつ実軸の正の部分上にある解がただ 1 つ存在するため，この解の性質を用いて収束を証明した。



３．結果

n ナッチ数列の隣接 2 項間の比の極限は収束し、その収束値は方程式$x^n - x^{n-1} - x^{n-2} - \cdots - x^2 - x - 1 = 0$の解のうち、最も絶対値が大きい解である。

４．考察

ガロア理論より 5 次以上の方程式は代数的に解を求めることができない可能性があり，e_1の値を代数的に求められない可能性がある。

５．結論

（上記の通り）

６．参考文献

青空学園数学科「スツルムの定理 根の限界」，http://aozoragakuen.sakura.ne.jp/taiwa/taiwaNch02/node26.html，2021/9/22 最終閲覧,OKWAVE「トリボナッチ数列とコーシー列」，https://okwave.jp/qa/q8138410.html，2021/9/22 最終閲覧，結城浩「ミルカさんとフィボナッチ数列」，https://www.hyuki.com/story/genfunc.pdf，2021/9/26 最終閲覧，高校数学の美しい物語 「因数定理とその重解バージョンの証明」 ，https://manabitimes.jp/math/1050 ，2021/9/27 最終閲覧

７．キーワード

フィボナッチ数列　n ナッチ数列　k ナッチ数列　解の絶対値　複素数平面

広島大学附属高等学校

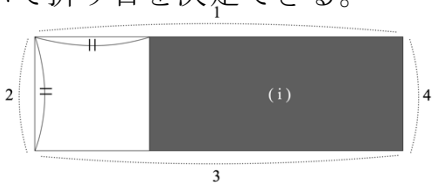
封筒型図形の一刀切り
Fold-and-Cut Problems on Envelope Shape

Abstract
We defined the figure “envelope” and verified and proved the algorithm for cutting a triangle in an envelope。

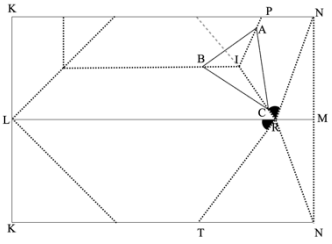
１．目的　２つの合同な長方形型の紙を対応する３組の辺で接着した図形を“封筒”と定義し，封筒における三角形の一刀切りのアルゴリズムの検証と証明を行った。

２．結果　対象とする封筒と三角形へ条件の異なる２種類のアルゴリズムを示す。

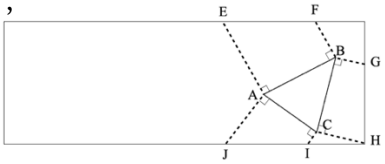
【Algorithm I の条件】以下の条件を満たす時アルゴリズムで折り目を決定できる。
・（縦の辺）:（横の辺）= 1 : x ($x > 1$)
・右図の(i)の範囲内にかかれた三角形
・封筒の各辺に右図のように番号を割り振る時,
３本の内角二等分線が交わる辺の組が(1,2,3)(1,2,4)
(1,3,4)(2,3,4)(1,1,2)(1,1,3)(1,1,4)(3,3,1)(3,3,2)(3,3,4)(4,4,1)



例【Algorithm I (1,2,3)】
１ KL が LM と重なるように L を対称の点とするように折り重ねる。
２ 各内角二等分線にそって山折りに，垂線に沿って谷折りに折る。
３ 線分 RN を折る。
４ ∠IRN=∠LRT となるように封筒の裏面に RT を折る。

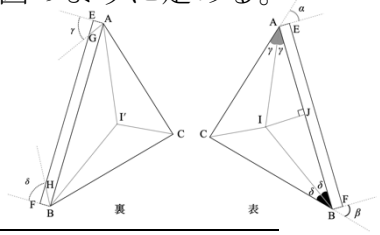


【Algorithm IIの条件】以下の条件を満たす時アルゴリズムで折り目を決定できる。
・△ABC の頂点から三角形の各辺に垂直な半直線をそれぞれ引き，封筒の辺との交点を右図のようにしたとき，組(E,F)(G,H)(I,J)のいずれかが，２点がどちらも封筒の接着していない辺，または折ることで接着していないとみなせる辺との交点である。
・鋭角三角形，または直角三角形である。



（略）適切な方法で右図の形になるまで封筒を折り進める。

【Algorithm II】この立体を２つの図形が重なっているものと見做し折られた紙が重なっている方を“裏”もう一方を“表”の三角形とする。また各点は図のように定める。
１　内心 I と３本の内角二等分線を引く
２　線分 CI,CI’を∠ACB＝∠ICI’となるように山折りにする。
３　IJ を谷折りにしながら IB,IA を山折りに折る。
４　AG,BH で山折りにする。
５　A，B を合わせるように，半直線 CI で折る。



３．結論　封筒型図形の一刀切りについて以上が明らかになった。三角形の条件の変更や複数の場合をまとめて議論できる折り方を考えることが今後の課題である。

４．参考文献　ジョセフオルーク,上原隆平訳『折り紙のすうり』近代科学社 2012

５．キーワード　　一刀切り　封筒　内角二等分線

観音寺第一高等学校
Kanonji Daiichi High School

カマタマーレ讃岐強化のためのコーナーキック戦術の提案
Proposal for corner kick tactics for Kamatamare Sanuki

abstract
Kamatamare Sanuki is the lowest ranked team within J3. In this study, we analyzed the position of the play after the corner kick took place, the relationship between whether to touch the ball and the ability to shoot, and the relationship between the players involved in the first play and their height. Based on the results, we then propose corner kick tactics for Kamatamare Sanuki.

1.目的
香川県のプロサッカーチームであるカマタマーレ讃岐(以下カマタマ)は、2021年においてJ3内最下位と順位が低迷している。また、J3内で、カマタマはセットプレーの失点数、得点数ともに最下位であった。
そこでカマタマを強化するために、セットプレーの中でもコーナーキック(以下CK)について研究した。

2.方法
① カマタマを含むJ3の4チームのCKの次のプレー(以下1プレー目)が起こった位置を比較し、
カマタマの守備時、攻撃時のCKの特徴を調べた。
② 1プレー目が重要かどうか調べることを目的として、仮説検定を行った。
③ 各チームの攻撃時、守備時の1プレー目に関わった選手と身長の関係を分析した。

3.結果・考察
① 守備面では、カマタマはCKを受けた数が他チームより多く、
ショートコーナーが弱点である。
また、真ん中で最も1プレー目が起こっている。
攻撃面では、カマタマは単調であり、CKの総数が少ない特徴が見られた。
また、どのチームもファーでシュートを打てている割合が高い。
② 1プレー目に味方が触ることと、シュートが打てることに関係がみられた。
③ 1プレー目に触った選手に偏りがあった。
能力的な要因が関係してそうである。

図1 エリア図

4.結論
カマタマは攻撃面ではCKの本数を増やし、ファーへクロスを上げるCKを工夫する。
守備面ではショートコーナーと真ん中へクロスが上がるCKに注意すべきである。
攻守ともに1プレー目を重視すべきである。

5.参考文献
・2021年度J3内時系列データ(カマタマーレ讃岐、カターレ富山、ロアッソ熊本、いわてグルージャ盛岡)
・Football LAB https://www.football-lab.jp/
・先行研究「サッカーゲームにおける得点傾向の分析」http://harp.lib.hiroshima-u.ac.jp > onomichi-u > file
・Jリーグ公式サイト https://www.jleague.jp/player/

6. キーワード
コーナーキック ニア 真ん中 ファー 仮説検定 選手の身長

高松第一高等学校
Takamatsu Daiichi High School

Make N　～１による分解式の総数～

Make N ～Total Number of Decomposition for One～

Abstract

The goal is to find the total number of equations (define as decomposition) that make up the natural number n. The decomposition was made easier to obtain by classifying by the maximum value of the term and the number of the terms. We defined new operations to solve the problem that occurred when classifying, and studied them.

1. 目的・動機

1 桁の数字 4 つと四則演算を用いて 10 をつくるゲーム（Make10 と呼ぶ）に興味を持っていた。Make10 に類する問題で、『複雑度』というものを見て、複雑度から条件を変えたものについて、研究しようとした。

※『複雑度ω(n)』…自然数nを、１, 加法, 乗法, 括弧を用いて表すときに必要な１の最小の個数のこと。

2. 方針

・研究をするにあたって、各事柄について以下のように定義する。(置いた文字は、すべて自然数とする。)

『基乗n?』…nを１, 加法, 乗法, 括弧を用いて構成する式(以下、分解式と呼ぶ)の総数。

『積分解式』…nを“１の和”の積で表した分解式。ただし、「$1=1$」は、積分解式と定義する。

『積分解$n_{\times}$』…nの積分解式の総数。

『和分解式』…nをnより小さい積分解式の和で表した分解式。

『和分解n_{+}』…nの和分解式の総数。

『降下a?↓b』…aの分解式のうち、項の値がすべてb以下である分解式の総数。

・nの分解式を数える

①分解式の項の値の最大値をkとし、項の値がkである項の個数をmとする。

nの分解式を k,mを用いて表すと$n=mk+(n-mk)$となる。

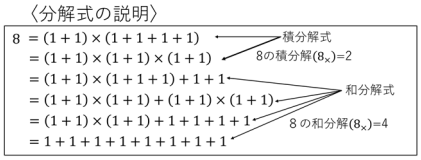
②k,mを基準に分解式を分類する。

※mkの部分は$k_{\times}$種類のkをm個取り出す重複組み合わせである。

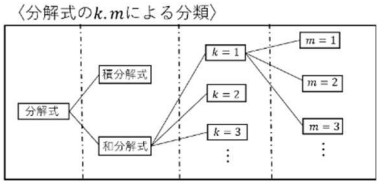
※$n-mk$の部分は、項の値の最大値が$k-1$以下である。すなわち、↓(k − 1)の条件が付く。

③漠然としている降下を明確にするためにグラフに表して、増加量を一般化する。

〈分解式の説明〉



〈分解式の$k.m$による分類〉

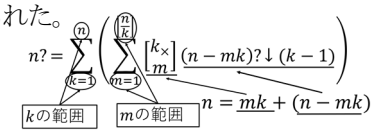


3. 結果・考察・結論

①②を行うと、$\mathrm{n?}=\sum_{k=1}^{n}\left\{\sum_{m=1}^{[\frac{n}{k}]}\begin{bmatrix}k_{\times}\\ m\end{bmatrix}\cdot(n-mk)?\downarrow(k-1)\right\}$ が得られた。

ただし、$[a]$は、$b\le a<b+1$を満たす自然数bを表すと定義する。

また、$\begin{bmatrix}c\\ d\end{bmatrix}={}_cH_d={}_{c+d-1}C_{c-1}=\frac{(2c+d-2)!}{(c+d-1)!(c-1)!}$と定義する。

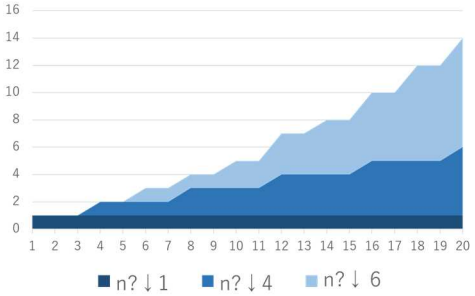


③を行うと、次の漸化式が得られた。・$\mathrm{n?}\downarrow 1=1$　・$\mathrm{n?}\downarrow 4=\left[\frac{n}{4}\right]+1$　・$\mathrm{n?}\downarrow 6=\mathrm{n?}\downarrow 4+(n-6)?\downarrow 6$

同様に進めることによって、↓8以降についても漸化式を導くことができるが、一般化は難しかった。

nの値

nの値	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
4	1	1	1	2	2	2	2	3	3	3	3	4
6	1	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	7
8	1	1	1	2	2	3	3	6	6	7	7	11



4. 参考文献

数学セミナー2019 年 7 月号 p50 自然数の複雑度

高松第一高等学校

Takamatsu Daiichi High School

新型コロナウイルスが香川県の産業に与える影響

The effect of COVID-19 on the industry in Kagawa

Abstract

Recently, the spread of novel corona virus has been having negative effects on Kagawa's economy. Thus, it is necessary for us to improve this situation. Firstly, We examined how the infestation affects the economy in Kagawa by using some data of its industries. After that, we considered ways to revitalize the economy.

１．目的　動機

新型コロナウイルスが流行し，経済活動が妨げられている現在，香川県での新型コロナウイルスによる産業への影響を調べ，経済回復・促進の方法を考察する。

２．先行研究

「新型コロナウイルスと日本経済」(仲田 泰祐/ 藤井 大輔)より人の動きと月次 GDP は強い相関があり，人の動きを止めると感染を抑制できるが、経済活動も不活性化してしまうことがわかる。

３．方法

①「産業」「人流」「感染」の三要素に分ける

②それぞれの関係を回帰分析や相関係数などを用いて調べる

（産業は人流主導型のデータを主に扱うことにし、感染―人流と産業―感染の関係のみ調べる）

③②の結果をもとに考察を行う

４．結果

〇感染―人流

・食料品店・薬局・住宅での人流が増加すると、感染者が増加する。

・小売り，娯楽施設での人流が増加すると、感染者が減少する。

※それぞれ感染者が増加（減少）すると各地点での人流も増加（減少）し、逆も成立する。

〇感染―産業

・感染者数が増加すると飲食料品の売り上げのみが増加傾向にある。

・宿泊者数は減少、百貨店・スーパー売上は増加、鉱工業生産指数は減少しているが、いずれも感染者の大小によらず同程度減少している。また、感染者の増加に伴って感染者一人当たりの変化が小さくなっている。

・コロナウイルス発生年以降感染者が大きな増減は見られず感染者一人あたりの変化量は減少傾向にある。

５．考察

〇感染－人流

食料品店・薬局での人流が増加すると、感染者数も増加し、感染―産業より感染者数が増えると飲食料品の売り上げが増加傾向である。小売において飲食料品の売り上げが占める割合は高く、小売りでの人流をネット販売などの促進により弱めることで、経済と感染者抑制のバランスをとることができると考えた。

〇感染―産業

コロナウイルス感染者の大小にあまり左右されず宿泊者数、百貨店・スーパー売上は同程度変化している。

また、感染者一人当たりの影響力は低下している。

総合的にみると，コロナウイルス発生当初は各産業で大きな変化が見られたが、コロナ渦が長引けば長引くほどコロナウイルス一人当たりの変化は小さくなっており回復傾向にあると考えられる。

６．参考文献　引用文献

先行研究「新型コロナ危機と経済政策」　経済産業研究所 森川 正之

https://www.rieti.go.jp/jp/publications/pdp/20p014.pdf

７．キーワード

新型コロナウイルス　統計　産業　香川

愛媛県立松山南高等学校
Ehime prefectural Matsuyama Minami High School

タイルの分割
Dividing Tile

Abstract

We consider a tile, a figure delimited by a square, as a subset of a whole set of integers, and use basic facts about sets to define the congruence of tiles, and from there, the partition of tiles. In this study, we consider the division of tiles in one dimension.

１．目的

格子状に区切られた図形を同じ合同な形の図形に分けるという問題を見かけたのでそれをより詳しく知りたいと思い、研究を始めた。

２．方法

本発表ではタイルというものをもとに話が展開される。タイルという呼称はマス目で区切られた図形のイメージからきており、具体的には正方形の図形が格子状に並んでいる様を指す。このことを数学的に定式化するにあたり、私は整数の順序関係とタイルの配置を対応させることにした。タイルを整数の部分集合とみなし、Gがタイルであるということを、$\mathbb{Z}$を整数全体の集合としたとき$G \subset \mathbb{Z}$であると定義する。また、通常の図形と同じようにタイルにも合同という関係を考える。タイルの分割とはあるタイルGをいくつかの合同な形のタイルに分けることをいう。本研究ではpを素数としたとき、$\{1,2,3,\dots,2p-1,2p\}$を分割するタイルの性質、個数などについて調べた。

３．結果

以降、$\{1,2,3,\dots,n-1,n\} = C_n$とし、タイル$G$を分割するタイルをすべて集めた集合を$Div\,G$とする。このとき、

$$Div\,C_{2p} = \{C_1, C_2, \{1, p+1\}, C_{2p}\} \cup \{C_1 \cup A; A + A \notin 2p+1, |A| = p-1, A \subset C_{2p}\}$$

が得られた。

４．考察

$H \in Div\,C_{2p}$としたとき、$C_{2p} = H \cup -H + 2p + 1$と必ずなることから$Div\,C_{2p}$が分かった。

５．結論

$Div\,C_{3p}$の集合では$Div\,C_{2p}$の時と違い、綺麗に場合分けできないので他の方法を模索する必要があると感じた。

６．参考文献

根上生也，中本敦浩（2003）「基礎数学力トレーニング Nの数学プロジェクト」日本評論社. ISBN: 4-535-78397-7.

７．キーワード

タイル　分割　集合　合同　整数

愛媛県立西条高等学校
Ehime Prefectural Saijo High School

血液型別人口比率世代間遷移シミュレーション
Simulation of Intergenerational Transition of Population Rate by Blood Type

Abstract

We analyzed changes in blood group ratio using probability gradient formulas and cellular automata. The results showed that the blood group ratio kept changing when we thought mutations in the experiment using the probability gradient formula. Similarly, cellular automata did not follow for the Hardy-Weinberg law.

１．目的

突然変異を考慮しない場合、遺伝子型の人口比率は変化しない（ハーディ・ワインベルクの法則）ことを知った。そこで、突然変異などを考慮した場合遺伝子型比率がどのように推移するのかを調べることにした。

２．方法

AB 型が一定の割合で CisAB 型に突然変異するとして確率漸化式を作成し、遺伝子型比率の推移を調べる。また、Microsoft Excel の VBA マクロを利用して、2 次元セル・オートマトンを作成し、遺伝子型比率の推移を調べる。

３．結果

確率漸化式による実験を行った結果、血液型比率は第 3 世代以降も変化し続けた。また、セル・オートマトンによる実験では、10 回実験を行ったが法則性は見出せなかった。

４．結論と今後の展望

どちらの実験でも、ハーディ・ワインベルクの法則は成り立たなかった。今後は、他の突然変異などを考慮した確率漸化式を作成し、実験したい。また、セル・オートマトンの誕生や死亡などの条件を調整し、現実の血液型比率の推移に近いシミュレーションプログラムの作成を目指したい。

５．参考文献

blood_type_distribution_analysis.pdf(ritumei.ac.jp)
ハーディーワインベルグの法則　Hardy -Weinberg の法則(hirosaki-u.ac.jp)
シス AB 型（通信用語の基礎知識：www.wdic.org）

６．キーワード

確率漸化式　ハーディ・ワインベルクの法則　セル・オートマトン　CisAB 型

沖縄県立球陽高等学校
Okinawa Prefectural Kyuyo Senior High School

ヤング図形における自己共役 in 自己共役

Abstract

A Self-conjugate is type of Young-diagram, which is symmetric where $y = x$.
By analyzing the feature of Partition functions, determine the number of Self-conjugates contained in Self-conjugate A.

１．目的

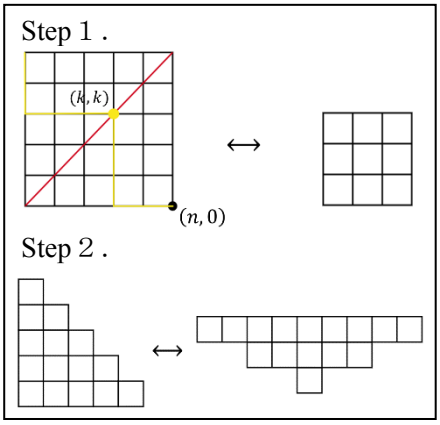
整数の分割におけるヤング図形において、自己共役な状態であるヤング図形を定義し、代表的な自己共役が内部に自己共役をどれほど含むのかを調べ、定式化することで、幾何的な要素を取り出し、整数の分割の一般化へつなげることが目的。

２．方法

ヤング図形に含まれる最大の長さを持つ正方形をダーフィー正方形と言う。このダーフィー正方形に着目し、Step を分けることで図形がどれだけ自己共役なヤング図形を含んでいるか調査した。

Step１．正方形ヤング図形に含まれる自己共役なヤング図形の場合

Step２．階段型ヤング図形に含まれる自己共役なヤング図形の場合



３．結果

正方形と階段型である図形の中に含まれる自己共役であるヤング図形の総数はそれぞれ、次の通り。

$$\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k} = 2^n, \qquad \binom{n+1}{\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor + 1}$$

４．考察

どちらも 2 項係数で表現されていることから、他の形の図形に関しても同様に２項係数で表現することができるのはないかと考えている。

５．結論

ヤング図形において、自己共役やダーフィー図形を取り入れることで、幾何的な要素を一部取り出すことができた。

６．参考文献

George E. Andrews, and Kimmo Eriksson, 「整数の分割」 佐藤文広訳，数学書房.

７．キーワード

整数の分割　ヤング図形　自己共役　ダーフィー正方形

沖縄県立球陽高等学校
Okinawa Prefectural Kyuyo Senior High School

一方通行付きあみだくじの探求
～片道通れないだけなのに～
Research of Amida with one-way traffic

Abstract

Research is progressing on general Amida. But what happens to Amida if you add the one-way traffic rule to it? We expressed the result of Amida as a “type” and considered it mathematically.

１．目的

あみだに一方通行を加えたときにどのような変化が起きるのか、その規則の発見。

２．方法

具体例の１つとして決めた形のあみだを用いて、一般的なあみだと同じ横線のうち１本を一方通行にした場合、２本を一方通行にした場合、と数を増やしていき、結果がどのように変化するのかを実験、考察する。

３．結果

一方通行を１つ付け加えるごとに合流が起こり型が変わると考えていたが、一方通行の配置によっては型が変わらない場合も存在した。また、特定の条件を満たすあみだであれば、どんな型を作ることも出来るだろうという推測が立てられた。

４．考察

型が変わらないのは、既存の一方通行によって消された進路上にある横線を新たに一方通行にした場合である。また、３の「特定の条件」というのは、「隣り合う２本の縦線の間にはどこも２本以上の横線がある」ではないかと仮説を立てている。

５．結論

あみだに一方通行を加えた場合、１本では必ず型が変化し、２本目以降は一方通行の配置によって型の変化するか否かが変わる。また、条件付きであれば１つのあみだ内でどんな型を作ることもできる。

６．参考文献

特になし

７．キーワード

あみだ　一方通行　動点　合流　型