

大手前高校 76期 S 探 理系 数学分野論文集

立体におけるシュタイナー点の応用

橋渡りの問題について

フェルマーの二平方和定理の拡張

大手前高校を改良しよう！

立体におけるシュタイナー点と最短経路

1, 緒言

平面図形におけるシュタイナー点はあらゆる図形において見つけられており、それらは証明されている。

「シュタイナー点の個数は頂点の数引く2個である」

「シュタイナー点のまわりの角度はすべて120°である」

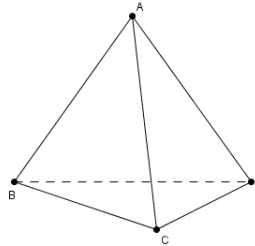
という平面図形におけるシュタイナー点の性質を踏まえて立体図形においてはどのようなものか考えた。

2, 研究過程

以下の正四面体の1辺の長さを1とする

2.1

$AB+AC+AD$ このときの経路は3となる



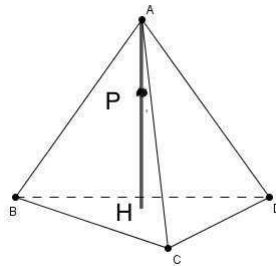
2.2

点A から三角形ABCにおろした垂線をHとし、線分AH上を動く点Pを考える。

このときPHの長さを x 、

経路の長さを $f(x)=AP+BP+CP+DP$ とすると、

$f(x)=\sqrt{6}\approx 2.4491$ が最小となった



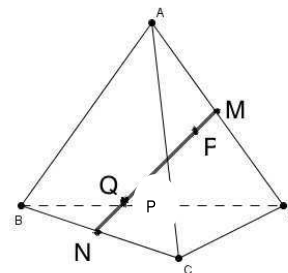
2.3

線分ADの中点をM、線分BCの中点をNとし、線分MN上を点P,Qが $MP=NQ$ となる

ように動くとき、 $MP=NQ=x$

経路の長さを $f(x)=AP+DP+QP+BQ+CQ$ とすると

$f(x)=(\sqrt{3}+\sqrt{2}/2)\approx 2.439$ が最小となった



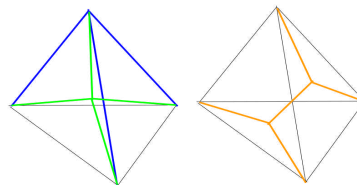
3, 研究結果

3.1 正四面体の場合(一辺a)

青の線分の和: $3a$ **緑**の線分の和: $\sqrt{6}a$

オレンジの線分の和: $\sqrt{3}a+\sqrt{2}/2a$

$3a$ $\sqrt{6}a\approx 2.44a$ $\sqrt{3}a+\sqrt{2}/2a\approx 2.43a$

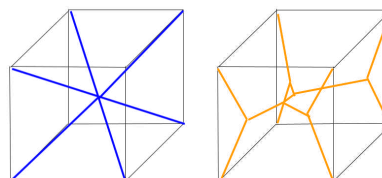


3.2 立方体の場合(一辺a)

対角線の和: $4\sqrt{3}a$

オレンジの線分の和: $3\sqrt{3}a+a$

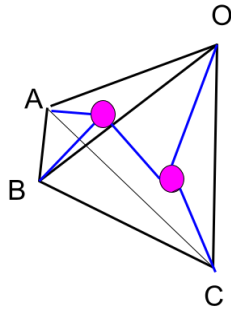
$4\sqrt{3}a\approx 6.92a$ $3\sqrt{3}a+a\approx 6.19a$



4, 検証

上記3で示した最短経路は私達が調べた中での最短経路なので検証し、証明する必要がある。今回は、正四面体の最短経路について証明を行った。

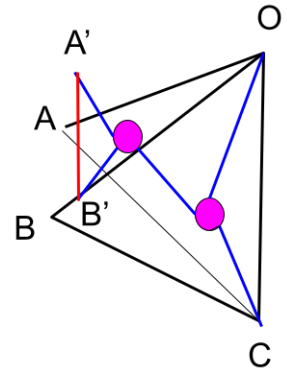
4.1 正四面体における最短経路の証明過程



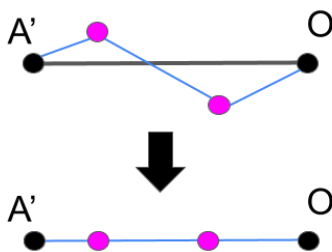
正四面体OABCについて
 このとき $AB \perp OC$ となる
 正四面体OABCの内部に任意の二点をとる*
 点A,Bと近い方の一点でできる三角形を
 回転させて点A',B'を定める
 このとき $A'B' \parallel OC$ なので
 点A',B',C,Oは同一平面上にある

↓しかし

任意の二点は同一平面上にあるとは限らない



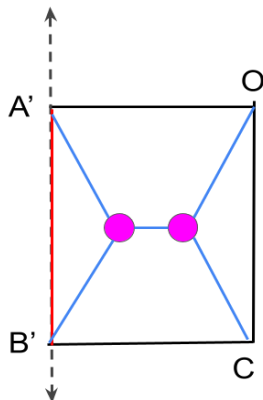
四角形A'B'COを上から俯瞰



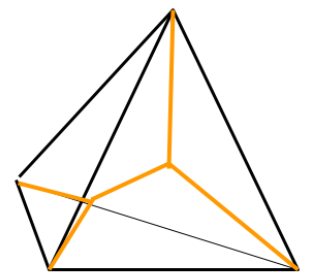
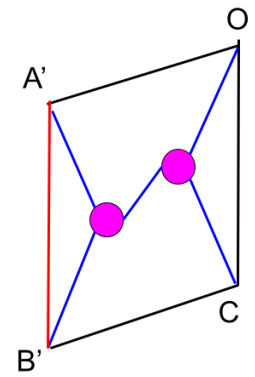
四角形A',B',C,Oについて考える
 任意の二点はA'B'COと同じ平面に
 あるとより経路が短くなる
 よって、任意の二点は四角形A'B'CO
 におけるシュタイナー点となるときに
 点A',B',C,Oを最短経路でつなぐ

↓しかし

二点の取り方次第でA'B'の位置が変わる



A'B'は波線部上を移動する
 シュタイナー点の性質から四角形A'B'CO
 が長方形になるとき経路は最短になる
 (*このとき何点取ってもシュタイナー点は二点)
 このA'B'をABに戻して正四面体にしたとき
 私達が発見した最短経路になる
 (厳密な数学的証明は今回省略する)



5, まとめと展望

- ・今回は回転を用いて立体図形を平面図形にするという方法で証明したが、他の方法でも証明できないか考える。
- ・他の立方体などの正n面体の最短経路の証明を行う。
- ・最短経路の長さを一般化して、座標空間上における頂点の座標を用いて最短経路の長さを求められるようにする。

6, 参考文献

正方形の最短経路の証明 <https://manabitimes.jp/math/802>

三角形の最短経路の証明 <https://manabitimes.jp/math/635>

橋渡りの問題について

1. 緒言

橋を渡るのにかかる時間が異なる4人の人が1つの懐中電灯を共有して最短時間で渡るための渡り方を考える橋渡りの問題に興味を持ち、人数やある人における時間設定を変えるとどうなるのかについて研究を行った。

2. 実験

まず原題を示す。

所要時間がそれぞれ1,2,5,10分の4人が1つの懐中電灯を共有して橋を渡るとき最短何分で渡りきれるか。

条件: 橋を1度に渡れるのは2人まで。

渡るときの所要時間は遅い方の時間で計算する。

研究内容: 例題の4人の所要時間を変化させたときの最短の渡り方

例題を一般化し、 n 人のときの最短時間の渡り方の考察

・4人のときの最短時間で渡る方法

4人の所要時間をそれぞれ a, b, c, d とすると

「方法1」: $ab \rightarrow a \rightarrow cd \rightarrow b \rightarrow ab$

a と a 以外の人の所要時間の差が極端に大きいとき

「方法2」: $ab \rightarrow a \rightarrow ac \rightarrow a \rightarrow ad$

(最短で渡るための渡り方がこの2通りのみであることの証明)

{1} 最初に a が渡らないとき

最初の2人の組み合わせは $(b, c), (c, d), (b, d)$ の3通り

4人のときの最短時間

方法1: $a+3b+d$

方法2: $2a+b+c+d$

(方法1が成立するとき)

$a+3b+c \leq 2a+b+c+d \Leftrightarrow 2b \leq a+c$

(方法2が成立するとき)

$a+3b+c \geq 2a+b+c+d \Leftrightarrow 2b \geq a+c$

3. n 人のときの最短時間とその渡り方

※以下所要時間を小さい順に $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ とする。

最も所要時間の大きい人とその次に所要時間の大きい人(以下最遅2人)の二人を最短時間で渡らせることを渡っていない残り2人(n が偶数のとき)、3人(n が奇数のとき)になるまで繰り返すことが最短の渡り方であり、最短の所要時間となる。

ここで n 人のうち最も遅い2人が最短で橋を渡り、残りの $n-2$ 人が懐中電灯を持った状態で橋を渡っていない状態となるとき2種類の方法が考えられ、その所要時間は

方法1: $a_1, a_2 \rightarrow a_1 \rightarrow a_n, a_{n-1} \rightarrow a_2$ 所要時間: $a_n + 2a_2 + a_1 \dots$ ①

方法2: $a_1, a_n \rightarrow a_1 \rightarrow a_1, a_{n-1} \rightarrow a_1$ 所要時間: $2a_1 + a_{n-1} + a_n \dots$ ②

2つの方法の所要時間を比べて短い方法を実行し、 $n-2$ 人でも①と②の値を比べて短い方法を実行するという

作業を繰り返せば良い。

ここで①と②の大きさを比べる際に①>②を考え、成立すれば方法2成立しなければ方法1を実行すれば良い。(①=②が成立するときはどちらの方法をとっても良い)

$$\text{①} > \text{②} \text{より} \quad 2a_2 > a_{n-1} + a_1 \dots \text{③}$$

したがって n 人が橋を渡るとき③の成立不成立を調べ、最遅二人をTする作業を繰り返せばよいここで一度 n 人のときに③が成立するとそれ以降調べる $n-2, n-4, n-6, \dots$ ですべて③が成立する。

$$n \text{人のとき} \quad 2a_2 > a_{n-1} + a_1 \dots *$$

$$n-2 \text{人のとき} \quad 2a_2 > a_{n-3} + a_1 \dots **$$

ここで*が成立するとき、 n 値に関わらず $a_{n-1} > a_{n-3}$ であるから**が成立する。したがって一度③が成立するとそれ以降は方法1を実行し続ければ良い。

・使用例

$n=6$ のとき 所要時間を順に1,7,11,16,17,18 とすると

③より、 $2 \times 7 = 14 < 1 + 17 = 18$ より

方法2をとって $7 + 1 + 18 + 7 = 33$

③について、[左辺]= $2 \times 7 = 14$, [右辺]= $11 + 1 = 12$ より③は成立しないので

方法1をとって $16 + 1 + 11 + 1 + 7 = 36$

よって合計は $33 + 36 = 69$ となる

また、方法1のみ 合計71、方法2のみ 合計72

となり、方法1方法2混合パターンが最小となる。

したがって、①=②の等号成立のとき方法1を実行するとすると、 n 人のときの渡り方は

I. 方法1のみあるいは方法2のみ

II. 方法1→方法2

のどちらかとなり、渡り方は分岐する可能性がある。

4.結論

- ・所要時間によって最短の渡り方は変化する
- ・ n 人のとき渡り方は分岐する可能性がある
- ・ n 人のときの最短時間を表す具体的な式は得られなかった

フェルマーの二平方和定理の拡張

1. 緒言

フェルマーの二平方和定理とは、

[p を奇素数として、 $p \equiv 1 \pmod{4} \Leftrightarrow x^2 + y^2 = p$ を満たす自然数 (x, y) が存在する.] というものである.

平方数で表すことのできる数には限りがあることは明らかであるが、この定理によると、4で割って1余る素数は漏れなく2つの平方数の和で表すことができ、しかも同値であるそうだ. これはとても強い条件だと私たちは感じた. そこで、指数が2でない場合についてはどうなるのか、より強い条件は見つかるのか、もしくは成り立たないのか、と疑問に思い、本研究を始めた、

私たちは指数部分を自然数 n とした、 $x^n + y^n = p$ について、 p の条件を考えた.

なお、これ以降は断りがない場合、 p を奇素数、その他の変数は自然数、 $a^{b^c} = a^{(b^c)}$ とする.

2. 方法

プログラミングを用いて、 n が様々な値の場合での p の条件を予想し、その予想を証明した.

3. 結果

$x^n + y^n = p \cdots (*)$ について

p は奇素数なので、 x, y の偶奇は一致しない.

1 $n = 1$ のとき

例えば $(x, y) = (1, p - 1)$ で、 $x + y = p$ は成立するから、全ての p で $(*)$ を満たす (x, y) が存在する.

2 $n = 2$ のとき

$x = 2x', y = 2y' - 1$ としても、一般性を失わない.

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= (2x')^2 + (2y' - 1)^2 \\ &= 4(x'^2 + y'^2 - y') + 1 \end{aligned}$$

よって、 $x^2 + y^2 = p \Rightarrow p \equiv 1 \pmod{4}$

平方剰余の補充則より、

[$p \equiv 1 \pmod{4} \Leftrightarrow i^2 \equiv -1 \pmod{p}$ を満たす i が存在する.]

$0 \leq x_i, y_i < \sqrt{p}$ とする. (x_i, y_i) の組み合わせは $(\lfloor \sqrt{p} \rfloor + 1)^2 > p$ である.

よって、 $(x_1, y_1) \neq (x_2, y_2)$ で $x_1 + iy_1 \equiv x_2 + iy_2 \pmod{p}$ を満たすものが存在する.

したがって、 $x_1 + iy_1 \equiv x_2 + iy_2 \pmod{p}$

$$\Leftrightarrow (x_1 - x_2) \equiv -i(y_1 - y_2) \pmod{p}$$

$x = |x_1 - x_2|, y = |y_1 - y_2|$ とおくと、

$$x^2 \equiv i^2 y^2 \equiv -y^2 \pmod{p}$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 \equiv 0 \pmod{p}$$

$x, y < \sqrt{p}$ より、 $0 < x^2 + y^2 < 2p$

よって、 $x^2 + y^2 = p$

したがって、 $p \equiv 1 \pmod{4} \Rightarrow x^2 + y^2 = p$

以上より、 $p \equiv 1 \pmod{4} \Leftrightarrow x^2 + y^2 = p$ を満たす (x, y) が存在する.

これが、フェルマーの二平方和定理である.

3 n が奇素数を素因数にもつとき

ある k を用いて、 $n = (2k + 1) \cdot n'$ と表される.

$$\begin{aligned} p &= x^n + y^n \\ &= x^{(2k+1) \cdot n'} + y^{(2k+1) \cdot n'} \\ &= (x^{n'} + y^{n'}) \left(\sum_{i=0}^{2k} x^{(2k-i) \cdot n'} \cdot (-y)^{i \cdot n'} \right) \end{aligned}$$

$x^{n'} + y^{n'} \geq 2$ より、(*) を満たすためには $\sum_{i=0}^{2k} x^{(2k-i) \cdot n'} \cdot (-y)^{i \cdot n'} = 1$ が必要.

したがって、 $x^{(2k+1) \cdot n'} + y^{(2k+1) \cdot n'} = x^{n'} + y^{n'}$

これを満たす (x, y) は $(1, 1)$ のみだが、

これは x, y の偶奇が一致するので条件を満たさない.

以上より、このとき (*) を満たす p は存在しない.

4 n が奇素数を素因数にもたないとき

$n = 2^{n'} (n' \geq 2)$ と表される.

$x = 2x', y = 2y' - 1$ とする.

$n' \geq 2$ で、 $2^{n'} \geq n' + 2$ より、 $x^n = x^{2^{n'}} = (2x')^{2^{n'}} = 2^{2^{n'}} \cdot x'^{2^{n'}} \equiv 0 \pmod{2^{n'+2}}$

ここで、 p 進付値を以下のように定義する.

[p を素数とし、 r を素因数分解したときの p の指数を $v_p(r)$ と表す.]

$p = 2$ のときの LTE の補題より

x, y が $v_2(x) = v_2(y) = 0, v_2(x - y) > 0$ を満たすとき、任意の n で以下が成立する.

(a) n が奇数のとき

$$v_2(x^n - y^n) = v_2(x - y)$$

(b) n が偶数のとき

$$v_2(x^n - y^n) = v_2(x^2 - y^2) + v_2(n) - 1$$

(1) $y = 1$ のとき

$$x^n + y^n = x^{2^{n'}} + y^{2^{n'}} \equiv 1 \pmod{2^{n'+2}}$$

(2) $y \neq 1$ のとき

$v_2(y) = v_2(1) = 0, v_2(y - 1) = v_2(2y' - 1 - 1) = v_2(2(y' - 1)) > 0$ だから、

(b) より、

$$\begin{aligned} v_2(y^n - 1) &= v_2(y^2 - 1) + v_2(n) - 1 \\ &= v_2((2y' - 1)^2 - 1) + v_2(2^{n'}) - 1 \\ &= v_2(4y'(y' - 1)) + n' - 1 \\ &\geq 3 + n' - 1 = n' + 2 \quad (\because y'(y' - 1) \text{ は連続二整数なので偶数である.}) \end{aligned}$$

したがって、 $y^n - 1 \equiv 0 \pmod{2^{n'+2}}$

以上より、 $x^{2^{n'}} + y^{2^{n'}} \equiv 1 \pmod{2^{n'+2}}$

また、 $X^4 \equiv 0, 1 \pmod{5}$ より、

$$X^{2^{n'}} = (X^4)^{2^{n'-2}} \equiv 0, 1 \pmod{5}$$

したがって、 $x^{2^{n'}} + y^{2^{n'}} \equiv 1, 2 \pmod{5}$

同様に、 $x^{2^{n'}} + y^{2^{n'}} \not\equiv -6, -5, -2 \pmod{13}$

$$\not\equiv \pm 6, \pm 7 \pmod{17}$$

$$\not\equiv -7, -1, 4, 5, 6, 9, 13 \pmod{29}$$

$$\begin{aligned}
\text{以上より、} x^{2^{n'}} + y^{2^{n'}} = p \text{ を満たす } (x, y) \text{ が存在する} &\Rightarrow p \equiv 1 \pmod{2^{n'+2}} \\
&\equiv 1, 2 \pmod{5} \\
&\not\equiv -6, -5, -2 \pmod{13} \\
&\not\equiv \pm 6, \pm 7 \pmod{17} \\
&\not\equiv -7, -1, 4, 5, 6, 9, 13 \pmod{29}
\end{aligned}$$

また、この p の条件は必要条件ではあるが十分条件ではない。

4. 考察

今回法にしたときに条件が見つかった素数は、全て $4k+1$ 型の素数であった。私たちは、 $4k+3$ 型の素数 p のとき、 $1 \leq a, b \leq \frac{p-1}{2}$ について、 $|a^2| \equiv |b^2| \pmod{p}$ が成り立たないことが理由であると考えた。

この仮説を示すためには、

$$1 \leq a, b \leq \frac{p-1}{2} \text{ について、} a^2 \pm b^2 \equiv 0 \pmod{p} \text{ となる } a, b \text{ が存在しない} \dots (1)$$

$$\text{任意の } d \equiv 1, 2, \dots, p-1 \pmod{p} \text{ について、} a^2 + b^2 \equiv d \pmod{p} \text{ となる } (a, b) \text{ が存在する} \dots (2)$$

の2つをいう必要がある。

(1) を言うことができれば、 $a^{2^{n'}} + b^{2^{n'}}$ を考える代わりに、 $a^2 + b^2$ を考えれば良いことがわかり、

(2) を言うことができれば、合同式を用いて条件を求めることができないことがわかる。

つまり、(1)(2) を示すことができれば、合同式を用いて条件を求めようとするとき、法として考える素数は $4k+1$ 型の素数でなければならないことがわかる。

プログラミングを用いて、条件を考えていったが、指数部分を $8, 16, \dots$ と大きくしていったとき、扱う数が途轍もなく大きくなってしまい、処理できなくなってしまった。

改良したコードを使うことで、より指数が大きい場合も調べられるが、 $X^{2^{n'}}$ の形は発散がとても速いため今回調べたように剰余の条件だけでは十分条件にならない可能性がある。

5. 結論

$n = 2^{n'} (n' \geq 2)$ と表されるとき、必要条件を見つけることができたが、十分条件を見つけることはできなかった。

6. 参考文献

LTE の補題とその応用～一般化へ向けて～ | Mathlog (<https://mathlog.info>)

フェルマーの二平方和定理 | 高校数学の美しい物語 - 学び Times (<https://manabitimes.jp>)

大手前高校を改良しよう！

1. 緒言

大手前高校は、正面に大阪城、横隣りに大阪府庁があり、正に大阪の中心地に位置する。そのため、校舎の面積は、郊外の他校に比べて狭く、また、歴史が古いため、繰り返し建て替えが為されてきた。実際に学校生活を送ると、音楽室や化学実験室などの移動教室は、殆どの授業を受ける教室(ホームルーム)と棟が離れていたり、体育館には一旦外へ出て中庭を通って行かないといけないなど、教室間の移動が多く大変不便であることが分かる。そこで、校舎の形状や教室の配置を変えれば、先生や生徒の移動距離を短縮することができ休み時間に余裕ができるなど、現在に比べ利便性が大きく改善されると考え、校舎の形状や教室の配置を変え、移動距離がどの程度短縮できるかを求めた。

複数のポイント間の総移動距離を最短にする問題は、古くから盛んに研究されてきた問題の一つである。例えば、ポストの最適配置に関する考察[1]や、奈良県での施設配置を例にしたp-メディアン問題の紹介[2]などがある。

本稿で取り上げる最適配置問題は、単なる平面上の2点間の直線距離による最適配置ではなく、校舎という限られた3次元空間において、ホームルームや移動教室などのブロックの配置や、渡り廊下、階段など限られた通路を通ることが制限事項としてあり、問題は複雑化している。そこで、現実的な解を得るため、生徒が定期的に利用するホームルームと移動教室のみを想定し、職員室やトイレ、図書館、食堂などは省略することにした。

次節では、解析に用いる前提条件やホームルームと移動教室の移動距離の算出方法、最適配置を求める方法について述べる。3節では、現状の校舎における総移動距離と、幾つか想定した新たな校舎の構造において総移動距離が出来るだけ小さくなるようにホームルームと移動教室を配置した例を示し、各形状を比較し考察を述べる。

2. 実験手順

(1) 前提条件

本校は、3年制で、1学年当たり9組あり1組当たりの学生数は40人である。生徒が普段勉強するホームルームの数は、1年生が9組、2年生文系は4組、2年生理系は5組、3年生文系は4組、3年生理系は5組である。移動教室は、音楽室、体育館、化学実験室、生物実験室、物理実験室、美術室、社会科室、地学実験室、家庭被服室、書道室であり、生徒が毎日使用する玄関も移動教室に加えることにした。

各学年のシラバス(各授業科目の年間の授業計画)を基に、一週間の移動教室利用回数×利用生徒数を計算し、移動教室毎の利用率を求めた。結果を表1に示す。この表から分かるように、音楽室や生物実験室、美術室、家庭被服室、書道室は1年生のみが使用する。また、物理実験室は、2年生文系が13%使用するが、2年生理系と3年生理系が主に利用する。玄関や体育館は、全学年でほぼ同率で利用する。

ホームルームと移動教室の間は、毎回往復するものとし、移動教室から別の移動教室へ移動することは考慮しないことにする。

新たな校舎の形状を考える際には、学校の敷地面積、外周の形状、生徒数、移動教室の数

は、現行と同じにする。また、移動教室の体育館の位置は、固定されているものとし、玄関の位置は、現行は2階であるが、新たな校舎では、横、奥行き的位置は同じであるが、階は変えることができるものとする。その他の移動教室とホームルームは、位置を変えることが出来るものとする。

ホームルームのサイズは横:奥行き=1:1、玄関と体育館を除く移動教室のサイズは横:奥行き=1:2とし、ホームルームの横と移動教室の横は同じ長さとする。ホームルームや移動教室を置く場所には、ホームルームと同じサイズのブロック単位にマス目状に線を引き、マス目に合わせて、ホームルームや移動教室を置くことにする。新たな校舎の形状では、ホームルームや移動教室を置くことが出来るブロック数は、現行の校舎とほぼ同じになるように設定する。

(2) 移動距離の算出方法

ある一つのホームルームの位置を(横、奥行き、階) = (x_{ij}, y_{ij}, z_{ij}) (i は学年で1~3の整数、 j は組で1~9の整数)とする。また、移動教室の位置を(横、奥行き、階) = (X_k, Y_k, Z_k) (k は移動教室の種類で1~11の整数)とする。表1に示す移動教室の利用度を R_{ijk} とする。3学年全体の総移動距離 T は、次式で表すことができる。

$$T = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^9 \sum_{k=1}^{11} (|x_{ij} - X_k + u_{ijk}| + |y_{ij} - Y_k + v_{ijk}| + |z_{ij} - Z_k| \cdot w_{ijk}) \cdot R_{ijk} \quad \dots (1)$$

ただし、 u_{ijk} と v_{ijk} は、ホームルームと移動教室の経路中に渡り廊下や階段がある場合に、そこまで移動することに要する追加の移動距離を示す。また、高さ方向の移動は横方向の移動に対しより多くの時間が掛かるため、高さ方向の差に補正係数 w_{ijk} を掛けている。歩行実験を行った結果、 $w_{ijk}=3$ であった。3節での計算では、この値を用いている。

式(1)及び表1から自明なように、総移動距離 T を小さくするためには、利用率が高い移動教室とそれを利用する学年(文理)のホームルームとの距離をなるべく短くすることが望ましい。経路中に渡り廊下や階段が複数箇所ある場合は、どの渡り廊下、或いは、どの階段を使えば移動距離を短くすることができるかを考える必要がある。この経路選択の問題は、ネットワーク最適化問題に関連している。

次節では、表1の利用度と式(1)を用いた、現状の校舎での総移動距離 T と、幾つか想定した新たな校舎の構造において総移動距離 T が出来るだけ小さくなるようにホームルームと移動教室を配置した例を示し、互いの結果を比較する。

3.実験結果

現行の校舎の外観を図1(a)に示す。校舎の背面には体育館がある。校舎の本館は7階建てで、理科棟(図1(a)の左奥の建物)は4階建てである。図1(b)は、校舎の内部のうち1階部分と2階部分の配置を簡略的に示したものである。白枠の部分は、この研究では考慮しなかった職員室やフリースペース、廊下、トイレ等である。校舎はコの字型で、本館と理科棟にホームルーム教室や移動教室が配置されている。図1(b)の簡略的な配置図を基に、式(1)を用いて、総移動距離 T を求めた。結果を表2に示す。現行の校舎では、ホームルーム教室や移動教室は、分散して配置されているため、総移動距離 T は、1428と比較的大きな値になった。また、ホームルーム教室と移動教室間の最長距離は、33であった。

現行の校舎で、総移動距離が出来るだけ小さくなるようにホームルーム教室と移動教室を再配置した(以下、**現行圧縮型**と呼ぶ)。その結果、総移動距離Tは、594となり、現行の約1/3になることが分かった。また、最長距離は13で現行に比べ39%であった。内部配置の結果を図1(c)に示す。現行の校舎の形状でも、ホームルーム教室と移動教室を詰めて配置すれば、3階までに収めることができることが分かった。

新たな校舎の形状として、2種類のモデルを検討した。

平屋型: 全てのホームルーム教室と移動教室を平面上に配置した形状である。但し、現行の校舎のブロック数に合わせるため、2階部分を追加している。外観を図2(a)に、ホームルーム教室や移動教室の配置を図2(b)に示す。階段は、2ヶ所設けている。

2. (2)で述べたように、高さ方向は横方向の移動に比べ3倍の距離になるため、高さ方向の配置は抑え一平面上に配置することでどれだけ総移動距離を短くすることが出来るかを知るために調べた。

総移動距離Tは274で現行の校舎の約19%にまで減少することが分かった。また、ホームルーム教室と移動教室間の最長距離は6で、現行の18%であった。

3棟型: 1棟が4階建てで、奥行き方向にホームルーム教室や移動教室を配置した棟が3つ平行に並んだ形状である。外観を図3(a)に示す。横を繋ぐ棟間は渡り廊下とし、ホームルーム教室や移動教室は配置していない。階段は、T字及び十字の箇所に設けている。

高さ方向の移動が増えるが、コの字型の校舎に比べ階段の位置などに偏りが少ないため、総移動距離がどのくらい変わるかを比較するために調べた。

総移動距離Tは674で、現行の校舎の約47%であった。また、最長距離は14で現行の42%であった。

なお、現行圧縮型、平屋型、3棟型のいずれも、ホームルーム教室や移動教室は、総移動距離が最小になると思われるように配置し、総移動距離を求めている。高速大容量の計算機を使用すれば、より最適な配置の結果が得られる可能性はあるが、本研究では実施出来ていない。

4. 考察

以上から、校舎の形状を比較した場合、平面型のようにホームルームと移動教室を同じ階に詰めて配置すれば、総移動距離は最小になる。現行圧縮型や3棟型は、渡り廊下や階段をどこに配置するかにもよるが、両者の総移動距離や最長距離は、ほぼ同じである。平面型の総移動距離や最長距離と比べると、ほぼ2倍になる。ただ、実際に学校生活を送ることを考えると、平面型では、殆どのホームルームや移動教室に外部と面する窓が無く、採光や空気の入替えなどに問題があり、移動距離以外の要素で校舎として決して快適とは言えない。コの字型と3棟型を比較した場合、3棟型のほうが渡り廊下や階段の位置に偏りがなく、その分、生徒や先生が移動する際に、混雑が緩和されると考えられる。よって、緊急時にも、より速やかに全員が避難することが可能となる。

5. 結論

大手前高校において、校舎の形状が現行のコの字型、平屋型、3棟型の場合について、移動教室の利用度をモデルに、ホームルーム教室と移動教室を配置し、総移動距離の解析を行っ

た。そして、現行の校舎と比較することで、どのような形状の校舎においてホームルーム教室と移動教室間の総移動距離をより短縮できるかを調べた。その結果、校舎の形状を平屋型にすれば、現行のコの字型や3棟型に比べ、総移動距離及び最長距離が一番小さくなることが分かった。ただ、実際に学校生活を送ることを考えると、総移動距離が最小となる平屋型が必ずしも快適な形状とは言えない。外部との窓の有無や、休み時間中での廊下や階段での混雑なども考慮し、校舎の形状を考える必要があると言える。

本研究では、ホームルーム教室や移動教室は、総移動距離が最小になると思われるように配置し、総移動距離を求めており、ホームルーム教室と移動教室の最適配置を求める手法を見出すまでには至っていない。関連分野をより深く探究し、解析手法を求めていくことが今後の課題である。

6.参考文献

- [1]岡部篤行、鈴木敦夫、最適配置の数理 第3章、朝倉書店、1992
- [2]田中健一、数理最適化入門(4):施設配置の数理モデル、応用数理vol.23 No.4、pp34-39、2013
- [3]繁野麻衣子、ネットワーク最適化とアルゴリズム、3 最短路問題、朝倉書店、2010

表1 移動教室の種類と学年(文系理系)ごとの利用率

移動教室	1年	2年文	2年理	3年文	3年理	合計
① 音楽室	100%	0%	0%	0%	0%	100%
② 体育館	38%	15%	19%	13%	16%	100%
③ 化学実験室	87%	1%	5%	0%	6%	100%
④ 生物実験室	100%	0%	0%	0%	0%	100%
⑤ 物理講義室	0%	13%	40%	0%	48%	100%
⑥ 美術室	100%	0%	0%	0%	0%	100%
⑦ 社会科室	0%	28%	32%	20%	19%	100%
⑧ 地学室	0%	40%	35%	25%	0%	100%
⑨ 家庭被服室	100%	0%	0%	0%	0%	100%
⑩ 玄関	33%	15%	19%	15%	19%	100%
⑪ 書道室	100%	0%	0%	0%	0%	100%

表2 校舎の形状に対する総移動距離Tと最長距離

校舎の形状	ブロック数	建物の階数 (注1)	ホームルーム教室27室と 移動教室11室が収まる 最小階数	総移動距離T	ホームルーム教室と 移動教室間の 最長距離
現行の校舎	112	7	—	1428	33
現行圧縮型	112	7	3	594	13
平屋型	110	2	1	274	6
3棟型	108	6	3	674	14

注1:ブロック数が、現行校舎の112の近傍にするために必要な建物の階数

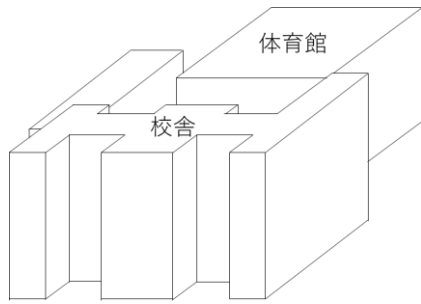


図1(a) 現行の校舎の外観図

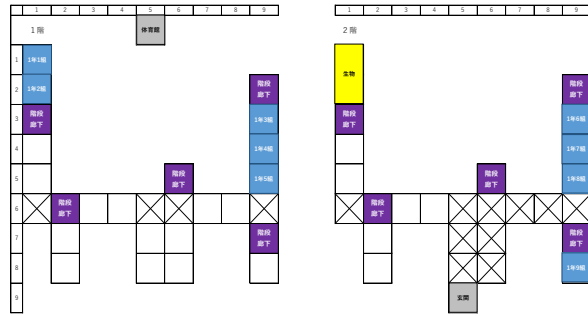


図1(b) 現行の校舎の内部配置図(1階と2階の部分を抜粋)

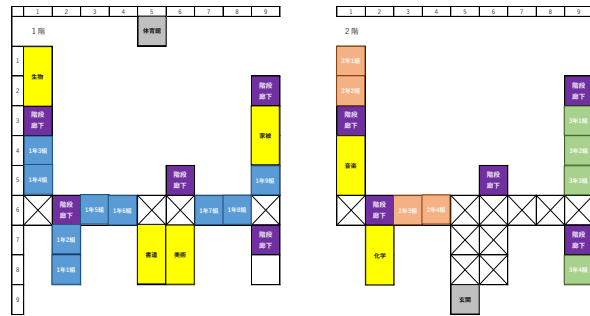


図1(c) 現行圧縮型の内部配置図
(1階と2階の部分を抜粋)

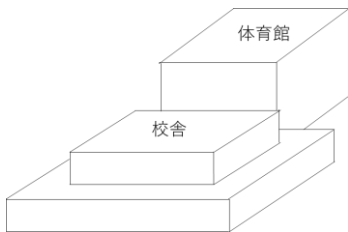


図2(a) 新たな校舎、平屋型

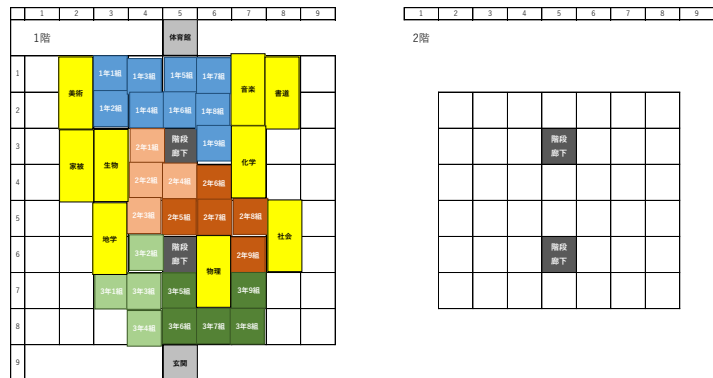


図2(b) 平屋型の校舎の内部配置図

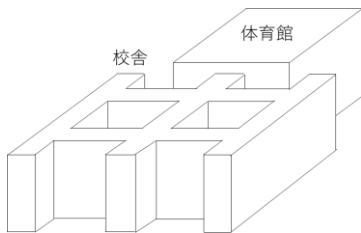


図3(a) 新たな校舎、3棟型

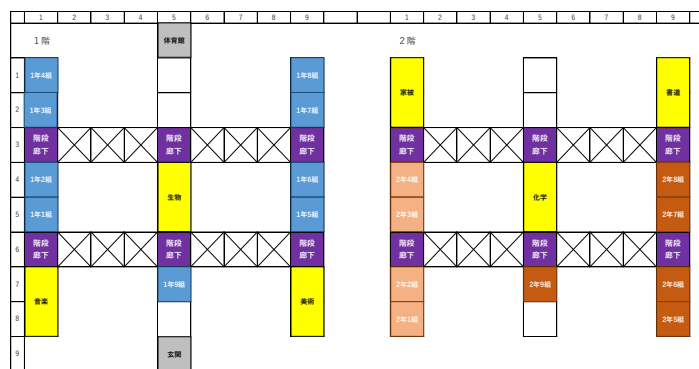


図3(b) 3棟型の校舎の内部配置図(1階と2階部分を抜粋)