

第15回 マスフェスタ

<全国数学生徒研究発表会>



日時 令和5年8月26日(土)

場所 大阪府立大手前高等学校

令和5年度 マスフェスタ（全国数学生徒研究発表会）

日時 令和5年8月26日（土） 11時00分～16時30分

場所 大阪府立大手前高等学校（大阪府中央区大手前2-1-11）

目的 数学に関する生徒の取り組み（課題研究、部活動等）の研究発表を行うことにより、数学に対する興味・関心を高め、今後の数学分野の教育活動及び生徒研究の発展に資する。

内容 生徒による数学研究（課題研究等）についての発表会

方法 ポスターセッション

時程

■8月26日（土）

10:30～ 受付開始

発表準備（発表会場にて）

11:00～12:35 午前の部

①11:00～11:45 （発表8分＋質疑応答5分＋移動2分）×3回

②11:50～12:35 （発表8分＋質疑応答5分＋移動2分）×3回

12:40～13:25 昼休み

13:30～15:55 午後の部

③13:30～14:15 ※ 自由見学・自由発表

④14:20～15:05 （発表8分＋質疑応答5分＋移動2分）×3回

⑤15:10～15:55 （発表8分＋質疑応答5分＋移動2分）×3回

16:00～16:25 全体会

講評

校長挨拶

16:30～ 撤収・解散

※ ③は自由見学・自由発表の時間です。ポスターを自由に見学することができます。また、自由に発表することもできますので、多くの方に研究成果を発信し、意見交換・研究交流する場としてご活用ください。

No.	都道府県	学校名	発表タイトル	
1	北海道	北海道釧路湖陵高等学校	大人数に対応したじゃんけんの開発	
2		北海道	大野関係式の一般化	
3		北海道	単振り子の周期を一般化	
4		北海道	変分法による最速降下曲線の考察	
5	青森県	青森県立弘前南高等学校	バナナランドへようこそー相関配列による量子エンタングルメントの表現ー	
6		青森県	～10進数からn進数への進数変換における公式とその応用～	
7	茨城県	茨城県立並木中等教育学校	素数を法とした絶対値最小剰余の絶対値によるゴールドバッハの予想の考察	
8		茨城県	外来種の個体数についての数理科学的考察	
9		茨城県	地価と人口の変化の特徴についての数理科学的考察	
10		茨城県	解はどこにあるのか？	
11	栃木県	作新学院高等学校	弧度法による積分を用いて立体の体積を求める	
12		栃木県	循環小数第n項を求めよ！！	
13		栃木県	$z = x^k + y^l$ が作り出すグラフ	
14		栃木県	フーリエ展開によるリーマンゼータ関数の特殊値	
15		栃木県	nに着目した正 m/n 角形の面積	
16	千葉県	市川高等学校	2次の漸化式によって生成される数列の周期	
17		千葉県	変形したニムの分析	
18		千葉県	ビー玉による渋滞のモデル化	
19	東京都	東京学芸大学附属高等学校	電車の乗車率から考える快適な通学方法	
20		東京都	ダイヤル数と循環部分の種類数の関係	
21		東京都	幾何的モデルによるルービックキューブの解法の考察	
22		東京都	対称の放物線への拡張	
23	神奈川県	神奈川県立横須賀高等学校	Four-Numbers game～無限多角形編～	
24		神奈川県	ガウス記号と群数列の関係性の可能性	
25		神奈川県	解の個数数えてみた	
26		神奈川県	足し算足してみた	
27		神奈川県	反転してみた	
28		神奈川県	連続型変数と畳み込み積分	
29	富山県	富山県立富山中野高等学校	渋滞を減らせ！～信号の時間の最適化～	
30	石川県	石川県立金沢泉丘高等学校	血液型に関する遺伝の規則性	
31		石川県	改変版ゴブレットゴブラスの分析とゲーム性の所以の考察	
32		石川県	コラッツ予想	
33		石川県	ルーローの多角形における特殊サイクロイドの考察	
34	福井県	石川県立七尾高等学校	ごいた名人への道	
35		福井県	ナンプレの解のパターン	
36	山梨県	山梨県立山梨高等学校	Social Force Model を基にした 群衆シミュレーションモデルに関する研究	
37		山梨県	おりがみ上での円周率の近似値の作図	
38		山梨県	コラッツ予想の値を変えるとどうなるのか	
39		山梨県	プログラミングによって行う素因数分解	
40		山梨県	ディズニーランドの最小経路をより簡単に求める組み合わせ最適化問題	
41	長野県	山梨県立甲陵高等学校	二関数の一関数への統合	
42		長野県	ノイズキャンセルの新しい形	
43		長野県	一般的な行列の一次変換	
44	静岡県	静岡県立高等学校	ハーディ・リトルウッドの F 予想を用いたガウス素数の分布についての考察	
45	愛知県	名古屋市立向陽高等学校	フェレイ数列の総和	
46		愛知県	極限の規則性	
47		愛知県	円に内接する三角形の変化	
48		愛知県	円柱オセロ	
49		愛知県	正単体の回転体	
50		愛知県	部分分母が等差数列となる連分数	
51	滋賀県	愛知県立旭丘高等学校	加法定理の拡張	
52		滋賀県	巨大基数のヴェブレン関数	
53	滋賀県	滋賀県立膳所高等学校	多角形の有理数への拡張	
54	大阪府	大阪府立四條畷高等学校	自分たちの好きな声を創る	
55		大阪府	日々の負荷が均一な時間割の作成	
56		大阪府	試合で失点した原因のデータ分析ができるプログラムを作成する	
57		大阪府	量子アニーリングによるシフト割り当て最適化	
58		大阪府	東大五目並べと東大抜か並べ (五目ちゃん)	
59		大阪府	USJ を効率よく回る方法	
60		大阪府	グラフの絵	
61		大阪府	気になるあの人と席替えて2回連続隣り合う確率ってすごい？	
62		大阪府	制限のない空間における被覆率	
63		大阪府	実数を解に持つ有理数係数べき級数関数の構成方法について	
64		大阪府	球面上の領域を一点から見たときの面積について	
65		大阪府	Excel の関数による樹木の視覚化	
66		大阪府	数学とコンピュータを用いた曲面の展開	
67		大阪府	1 から n までの m 乗とその mod に関する考察	
68	大阪府	カントールの考える無限集合の濃度についての私達の考察		
69	大阪府	紙飛行機における面積と滞空時間の関係について		
70	大阪府	置換のある性質		
71	大阪府	立体図形におけるシュタイナー点と最短経路		
72	大阪府	条件付きソファ問題		
73	兵庫県	兵庫県立尼崎小田高等学校	コラッツ予想における偶数の2で割れる回数について	
74		兵庫県	エラー正規化処理なしの完全準同型暗号利用の可能性	
75		兵庫県	連対数の性質と連分数の一般化の方針	
76		兵庫県	多人数における新たなじゃんけんの考察	
77	奈良県	兵庫県立加古川東高等学校	大縄跳びの数学的考察	
78		奈良県	愛着と向社会的行動の関係性	
79		奈良県	水質汚染の原因	
80		奈良県	mod を用いたコラッツ予想の性質	
81		奈良県	折り紙で折る円周率	
82	岡山県	奈良女子大学附属中等教育学校	立方陣をつくる	
83		岡山県	岡山東岡山一宮高等学校	周の長さが一定である n 角形の面積について
84		岡山県	隙間の無いねじり折りについて	
85	広島県	広島大学附属高等学校	$n \times n$ の格子における、条件を満たすように点を配置したときの最大個数	
86		広島県	曲線と軌跡の探究	
87	山口県	山口県立徳山高等学校	内接 n 角形の対角線が作る交点と円の分割部分の最大個数について	
88	香川県	高松第一高等学校	片付けの最適戦略についての考察	
89		香川県	J1 各チームのプレースタイルから見るゴールに影響を与えるプレー	
90		香川県	自然数を n 進展開した数の各位の数の和についての考察	
91	愛媛県	愛媛県立西条高等学校	アルゴリズムから導く最適な買い物方法～動的計画法を用いて～	

大人数に対応したじゃんけんの開発

The Invention of a Useful Rock-Paper-Scissors Game

Abstract

When we play the rock-paper-scissors game with many people, the probability of the tied game is almost 1. So, we tried to design new rules of the rock-paper-scissors game suited to playing in a group of a number of people. We tried in two ways: using the notation system and using the polynomial.

1. 目的

じゃんけんの人数の増加に伴うあいこの確率の上昇を防ぐために新しいルールを追加した。

2. 方法

①記数法を用いたじゃんけんの考案

2人でじゃんけんを行うときじゃんけんの手と、2進数を次のように対応させる。グー： $1_{(2)}$ 、チョキ： $10_{(2)}$ 、パー： $100_{(2)}$ とする。このとき、じゃんけんの手を組み合わせと2進数の和は1対1に対応する。ここから、 n 人でじゃんけんを行うとき、 $n+1$ 個の手と n 進数の位を対応させることにより、それらの和によるじゃんけんの勝ち負けあいこを判定することを考えた。

②多項式を用いたじゃんけんの考案

$$p(x) = c_0 + c_1x + c_2x^2 + \dots + c_nx^n + Q(x) \quad (0 \leq c_0 \leq a, 0 \leq c_1 \leq a, \dots, 0 \leq c_n \leq a)$$

上記多項式で、それぞれの係数を $n+1$ 手のじゃんけんに出たそれぞれの手の数がある自然数 $a+1$ で割ったときのあまりに対応させることにより、各係数の関係によりじゃんけんの勝ち負けあいこを判定することを考えた。

3. 結果

①において、あいこの条件を全員が同じ手を出したときと定めると、このとき n 進数の和は、1つの位のみが1で残りはすべて0となる。このとき、あいこの確率を計算すると、 $p(n) = \frac{1}{(n+1)^{n-1}}$ となりこの値は n の極限を取ると0に収束する。この条件下で勝ち負けあいこの条件をすべての手が同様に確からしくするように定めることを考えた。 $n=3, n=4$ のときはルールを定めることができたが、人数が増えるたびにルールを追加する必要が出てきた。また、 $n \geq 4$ でルールを定めたときに、 n が偶数である必要がでてきた。

②において、特に、 $a=1, n=2, 3$ のときについて考えた。偶数人のときと奇数人のときで場合分けして、ルールを定め、確率を計算すると人数が無限大に発散するときのその極限値は $n=2$ のときは $\frac{1}{4}$ 、 $n=3$ のときは $\frac{1}{16}$ に収束することがわかった。

4. 考察

①では、人数を増えるたびにルールが煩雑になっていき、人数が4人以上のときに偶数である必要があり、実用性に欠けてしまった。その一方、②では、あまりルールを追加することもなく、人数が偶数か奇数かわかるだけでどんな人数でも適応できるルールを作ることができた。

5. 結論

①、②ともに人数の増加に伴うあいこの確率の増加を防ぐことができた。特に②を利用することにより①で生じたルールの複雑化を解消できた。

6. キーワード

確率 n 進数 多項式

大野関係式の一般化
A generalization of Ohno relation

Abstract

I defined a generalization of multiple zeta values with an indeterminate and proved a class of relations among those series, which is a generalization of Ohno relation among multiple zeta values.

1. 目的

[SY]で導入された連結和法を発展させ、多重ゼータ値関連の研究の可能性を広げる。

2. 方法

多重ゼータ値と呼ばれる級数の一般化として、不定元を用いて多重 Ψ 値を定義し、これに対して適切な連結和を発見することで多重 Ψ 値の間の関係式を導出する。

3. 結果

別の不定元を追加した連結和を発見することにより、多重 Ψ 値の間の関係式族を次式で示すことができた。

$$O_n(\boldsymbol{\varepsilon}) := \sum_{e_1 + \dots + e_r = n} \Psi(\boldsymbol{k} \oplus \boldsymbol{e})$$
$$O_n \left(\begin{array}{c} \mathbf{0}, \{0\}^{a_1-1}, 1, \mathbf{0}, \dots, \{0\}^{a_s-1}, 1, \mathbf{0} \\ \mathbf{k}_0, \{1\}^{a_1-1}, b_1+1, \mathbf{k}_1, \dots, \{1\}^{a_s-1}, b_s+1, \mathbf{k}_s \end{array} \right)$$
$$= O_n \left(\begin{array}{c} \mathbf{0}, \{0\}^{b_s-1}, 1, \mathbf{0}, \dots, \{0\}^{b_1-1}, 1, \mathbf{0} \\ \mathbf{k}_s^\dagger, \{1\}^{b_s-1}, a_s+1, \mathbf{k}_{s-1}^\dagger, \dots, \{1\}^{b_1-1}, a_1+1, \mathbf{k}_0^\dagger \end{array} \right)$$

4. 考察

示された関係式は、1) Y. Ohno で初めて示され、2) S. Seki, S. Yamamoto で再証明された大野関係式のある意味で自然な一般化になっていることが分かった。不定元を変数とみなして十分小さい実数を代入することで大野関係式の類似の等式が得られるほか、多重 Ψ 値をべき級数展開したときの係数が多重ゼータ値で書けることから、係数比較によって多重ゼータ値の間の非自明な関係式を得ることができる。

5. 結論

連結和法は多重ゼータ値の一般化である多重 Ψ 値に対しても有効であることが分かった。

6. 参考文献

- 1) Y. Ohno, *A generalization of the duality and sum formulas on the multiple zeta values*, J. Number Theory 74 (1999), no. 1, 39–43.
- 2) S. Seki, S. Yamamoto, *A new proof of the duality of multiple zeta values and its generalizations*, Int. J. of Number Theory, Vol. 15, No. 6 (2019), 1261–1265.

7. キーワード

多重ゼータ値 大野関係式 連結和 多重 Ψ 値

研究テーマ:単振り子の周期を一般化
Generalization of the pendulum period

Abstract

The goal of the study was to generalize the period of the pendulum. Using our knowledge of physics, we could have formulated an equation for the case where mechanical energy is conserved. However, it only produced an approximate equation. Reading how the value of the equation (the approximation) changed, it was found that as the angle increased, the period also increased.

1. 目的

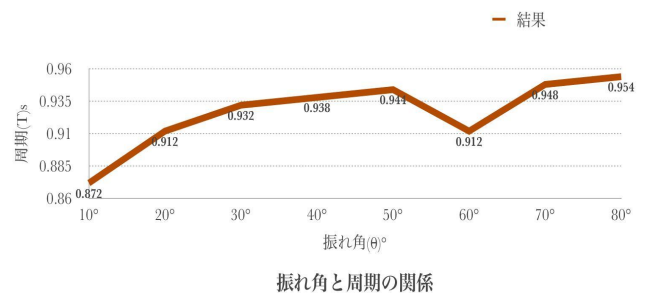
高校物理で習う単振り子の周期の公式「 $2\pi\sqrt{1/g}$ 」だが、これはあまり使えない。それもそのはず、この公式はあくまで近似式であり正確な値は出ない。加えて振れ角には微小角($0^\circ < \theta < 5^\circ$)という制約がつく。そこで私は、振れ角を大きくしていった場合の周期をまとめて一般化しようと考え、この研究を始めた。

2. 方法

振り子を使って実験を行い、振れ角を大きくしていったときの周期の変化を記録する。振れ角と周期の関係についてどのような関係性があるか大体把握したら、力学的エネルギー保存則で立てた式をもとに、振り子の周期を振れ角(θ)の関数で表すことを目指す。最終的には実験の妥当性も評価する。

3. 結果

結論としては、振り子の周期を完全に定式化することは可能であった。その一方で、導いた式を計算することは困難であり、値はどうしても近似解になってしまう。また、実験で採取したデータは一部を除いて適切に観測できたと言える(右グラフ)。



4. 考察

力学的エネルギー保存則より立てた式を変形していき、一周分の時間 T (s)の式にすると、その中には第一種楕円積分の形が出てきた。これを計算するにはテイラー展開(要は式を多項式の和の形で表して近似値を算出するための作業)が必要になった。テイラー展開は多項式を第何次の項まで計算するかで正確性が変わる。高次の項まで計算すればもちろん精度は上がるのだが、無限回の計算を行うことは事実上不可能なので、結果としては「定式化できるが完全に値を出すことは難しい」といったところになった。また、実験結果はほぼ適切だったと考えられる。なぜなら、グラフでは一部を除いて振れ角を大きくしていくほど周期が長くなる傾向があり、一方で求めた式の θ を大きくしていくと周期 T も大きくなるという方程式になったからだ。よって実験の精度も悪くはなかったと考えられる。

5. 結論

実験と研究により、単振り子において振れ角(θ)を大きくすると等時性が破れ、周期 T (s)も大きくなることが分かった。

6. 参考文献

中川のビジュアル物理教室(n. d.), 解説: 単振り子の運動, 中川ひろむ.
https://www.ne.jp/asahi/tokyo/nkgw/www_2/gakusyu/rikigaku/Tanfuriko/Tanfuriko_kaisetu/Tanfuriko_kaisetu.html (2023/06/28)

7. キーワード

力学的エネルギー保存 テイラー展開 第一種楕円積分 振り子の等時性

Discussion on the steepest descent curve using the variational method

Abstract

In this study, we investigated the steepest descent curve using the variational method, which treats the descending curve as a function and discusses the functional mapping that associates real numbers with variables, instead of utilizing Snell's law or other methods. This approach allowed us to examine the steepest descent curve.

1. 目的

幾何的な考察をできる限り使わずに他の問題でも利用できる手法を使う事で、最速降下曲線問題を考えること。最速降下曲線の具体的なイメージを掴むことが目的である。

2. 方法

2点 A, B を通りそこをつなぐ降下曲線を $y = u(x)$ とおき A, B を通るようにそれぞれ y 軸と x 軸を取る。 $u(0) = a, u(b) = 0, u(x) < 0 (0 < x < b)$ とモデル化する。

まずは、エネルギー保存則を立てる事で得た式を、 0 から T まで積分して所要時間 T を求める。次に、 T の停留点として u を求める。(この際には部分積分を用いて計算する。)変分学の基本補題を用いてさらに変形する事で得た微分方程式について考察をする。

3. 結果

最速降下曲線を満たすような関数はサイクロイドであると言うことが、方法の下部の過程で得られた微分方程式からの考察でわかった。

4. 考察

実際にこの手法で考えてみると、 $0 < b \leq \frac{a}{2}\pi$ において求めた u が唯一の停留点であるので解の一意性も保証されていることが分かった。

また、過程で得た所要時間 T の式について実際に具体値を入れて考察してみる。

自分が住んでいる北海道札幌市と大阪府大阪市の間の地表距離は1431kmであり地球の円周を40000kmの球とみなすと扇形の弧の長さや弦の長さの考察により地面を通した直線距離はおよそ1300kmである。

これらを用いて、得た式 $T = \sqrt{\frac{A}{g}}2\pi$ に代入すると、およそ28分で到着することが分かる。これは

摩擦や抵抗を考慮していないのだがエンジンを使わずとも理論上この速さで辿り着ける。

5. 結論

最速降下曲線はサイクロイドによって表される。また、変分法はその他の汎関数の最適化(シャボン玉の極小曲面など)についても利用できると分かった。

6. 参考文献

正宗淳. (2022). 感じる数学 (初版). 共立出版.

7. キーワード

変分法 最速降下曲線 汎関数 最適化

バナナランドへようこそー相関配列による量子エンタングルメントの表現ー Bananaland - Representing quantum entanglement by correlation arrays -

Abstract

I will frame my argument in terms of a variation of Bub Jeffrey's scheme for peeling and tasting quantum bananas. The main argument for this presentation will come from my analysis of correlations found in measurements on systems in a special but probabilistic quantum state in a simple experimental setup due to David Mermin to test a Bell inequality. Bub's banana-peeling scheme suffices for the discussion of the CHSH inequality as well as for the analysis of PR boxes, Popescu-Rohrlich correlation, and Kochen-Specker theorem.

1. 目的

量子エンタングルメントに関わるベルの不等式やPRボックス, コッヘン=スペッカーの定理について探る。

2. 方法

バブ・ジェフリーの量子バナナ皮むき味見方式を改良し、バナナの収穫結果として相関配列を定義し直すことで量子エンタングルメントに関わる各種不等式・相関を分析・可視化する。

3. 結果

量子バナナのシミュレーションの可能性について、新たに「遺伝子組み換え古典バナナ」という概念を導入して検討することができた。

4. 考察

任意の当事者数や設定を持つPRボックスの検討やコッヘン=スペッカーの定理の証明のためには、量子バナナ概念をさらに拡張する必要がある。

5. 結論

ベルの定理、CHSH不等式、PRボックス、ポペスク=ローリッヒ相関、コッヘン=スペッカーの定理等について、相関配列による分析・可視化することができた。

6. 参考文献

- [1] Jeffrey Bub (2016). *Bananaworld. Quantum Mechanics for Primates*. Oxford:Oxford University Press.
- [2] Michael Janas, Michael E. Cuffaro, Michel Janssen (2022). *Understanding Quantum Raffles. Quantum Mechanics on an Informational Approach: Structure and Interpretation*. Switzerland: Springer
- [3] マーミン(1994). 量子のミステリー 丸善株式会社
- [4] アントン・ツァイリンガー(2023). 量子テレポーテーションのゆくえ 早川書房
- [5] ニコラ・ジザン(2022). 量子の不可解な偶然 非局所性の本質と量子情報科学への応用 共立出版
- [6] マイケル・レッドヘッド(1997). 不完全性・非局所性・実在主義 量子力学の哲学序説 みすず書房
- [7] 筒井泉(2011). 量子力学の反常識と素粒子の自由意志 岩波書店
- [8] 堀田昌寛(2021). 入門現代の量子力学 量子情報・量子測定を中心として 講談社
- [9] 白井仁人, 東克明, 森田邦久, 渡部鉄兵(2011). 量子という謎 量子力学の哲学入門 勁草書房
- [10] 筒井泉(2011). 量子力学の反常識と素粒子の自由意志 岩波書店

7. キーワード

量子エンタングルメント、ベルの定理、CHSH不等式、PRボックス、ポペスク=ローリッヒ相関、コッヘン=スペッカーの定理

～10進数からn進数への進数変換における公式とその応用～

To make use of a formula that change an integer from decimal to a n-adic number

Abstract

We anticipated a formula that change an integer from decimal to a n-adic number. We confirmed the formula isn't mistake. We made some problems used the formula. We considered the formula leads to social contributions.

1. 目的

数をn個の記号で表したものをn進数といい、ある数を元の進数から別の進数へ変換することを進数変換というが、進数変換の法則性はどのようなものか。私たちは10進数からn進数への進数変換に着目し、公式を予想、成り立つか確かめる。また、予測した式を用いて問題を作成する。

2. 方法

10進数からn進数への進数変換に関する公式を予想し、成り立つか具体的な数値を代入して確かめる。公式を用いた問題を作成し、公式の有用性を確かめる。

3. 結果

10進数からn進数への進数変換の公式を作成し、成り立つことを確かめた。公式を用いた問題を作成する過程で、プログラム上のミスやバグの箇所を発見しやすくなった。

4. 考察

10進数からn進数への変換に関する公式

$$p = \sum_{h=0}^{k-1} \left(N_h - n \left[\frac{N_h}{n} \right] \right) \cdot 10^h, \quad \left[\frac{N_h}{n} \right] = N_{h+1}, \quad a_h = N_h - n \left[\frac{N_h}{n} \right]$$

ただし、 n は2以上の整数。 h は0以上の整数。 k は $n^{k-1} \leq |N_0| < n^k$ を満たす整数。

a_h は $1-n$ 以上 $n-1$ 以下の整数。 N_h は整数。 p は整数。

が得られた。この公式には、元の整数 N_0 、変換する進数 n 、変換後の整数の一の位を $h=0$ としたある桁 h の数 a_h が主な要素となっている。その中でも、 $n=2$ において、各桁の a_h を求める事でプログラムのミスやバグの箇所を発見しやすくなると考察した。

5. 結論と今後の展望

10進数からn進数への進数変換に関する公式を用い、社会貢献ができる可能性を見出すことができた。今後の展望として、n進数から別の進数への進数変換に関する公式を作り、その有用性を考察していきたい。

6. 参考文献

なし

7. キーワード

進数変換, 公式

茨城県立並木中等教育学校

Ibaraki Prefectural Namiki Secondary School

素数を法とした絶対値最小剰余の絶対値によるゴールドバッハの予想の考察

A Study of Goldbach's conjecture by modulo prime numbers absolute value of least absolute remainder.

Abstract

The purpose of this research is examining whether an even number can be expressed as the sum of two prime numbers using least absolute remainder modulo prime numbers. As a result, I found this method is not practical because it takes too long to calculate but there are some rules of remainder relationship.

1. 目的

4以上の偶数 $2n$ について、 $\sqrt{2n}$ 以下の大きさまでの素数を法としたそれぞれの余りから、 $2n$ を二つの素数の和で表せるかどうかを探る。

2. 方法

ここでは絶対値最小剰余を「余り」とし、その絶対値を「余りの絶対値」と呼ぶ。1から k 番目までの素数を法としたときの非負整数 m の余りの絶対値を順に $(r_{m1}, r_{m2}, \dots, r_{mk})$ とし、これを「余りの順序組」とする。これと要素がすべて異なる順序組の個数から、ある偶数が二つの素数の和で表せるかどうかを調べる。

(例) $k = 4$ のとき、14の余りの順序組は $(0,1,1,0)$ となる。

3. 結果

一つの計算結果から $p_{k-1}^2 < 2n < p_k^2$ を満たす全ての偶数 $2n$ について、二つの素数の和で表せるかどうかを調べられたが、計算時間が長く実用的でない。また、 k と $k+1$ における、 m と全て要素が異なる順序組の数には一定の関係が見られた。

4. 考察・結論

今回の方法では、 k を1増やすごとに、計算時間が p_{k+1} 倍以上になるため、巨大な偶数について調べるのには向いていないと考える。

k の変化と順序組の個数との関係をさらに突き詰めていくことで、ゴールドバッハの予想の証明につながると考える。

5. 参考文献

雪江明彦. 整数論 I 初等整数論から p 進数へ. 日本評論社, 2022
オンライン数学百科事典 <https://oeis.org>

6. キーワード

素数 ゴールドバッハの予想 絶対値最小剰余

外来種の個体数についての数理科学的考察
Mathematical study on the population size of alien species

Abstract

We examined what kind of mathematical model can be applied to the number of exterminating alien species. We showed that the population of exterminated alien species can be logistically regressed.

1. 目的

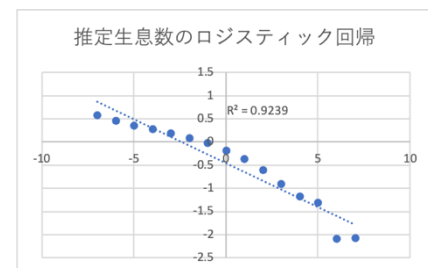
日本には小笠原におけるグリーンアノールなどの外来種があり、それらの駆除などの対策が取られている。本研究では、外来種の駆除などが行われた場合において、どのような数理モデルが適用できるか、伊豆諸島におけるキョンの生息数について検討した。

2. 方法

マルサスの人口モデルでは生息数は指数関数的に増加するが、やがて頭打ちになる。本研究では駆除などが行われた場合でも、マルサスの人口モデルが可能か、ロジスティック回帰を行った。

3. 結果および考察

図1にキョンの推定生息数の線形化したロジスティック回帰を示した。駆除によって生息数が頭打ちになり、ロジスティック回帰できていることが示唆された。



4. 結論

外来種などにおいて生息数が増えてから駆除を行った場合、生息数はロジスティック回帰できることが示唆された。

6. 参考文献

<https://www.metro.tokyo.lg.jp/tosei/hodohappyo/press/2022/07/13/06.html>
(令和5年7月20日現在)

7. キーワード

マルサスの人口モデル, ロジスティック回帰

茨城県立竜ヶ崎第一高等学校
Ryuugasakidaiichi senior high school
地価と人口の変化の特徴についての数理科学的考察
Mathematical Considerations on the Land Prices and Population

Abstract

We statistically found a new land price factor to replace the land price. In this study, we performed multiple regression analysis on land prices using population and the number of convenience stores as explanatory variables, and we found a correlation between these parameters.

1. 目的

地価の変動の要因について数学的に調べ、地価公示価格や路線価とは違う新しい地価を決定する新たな指標を見出すことを目的とした。

2. 方法

地価に対して人口と面積当たりのセブンイレブンの店舗数で重回帰分析を行った。

3. 結果および考察

表1に重回帰分析の結果を示す。重相関と t 値、P 値の値から、土地価格と人口と面積当たりのセブンイレブンの店舗数には、強い相関がみられた。路線価と相関が強いと思われるセブンイレブンの店舗数がより土地価格と相関があることが示唆された

表1：重回帰分析の結果

	係数	t 値	P 値
コンビニ	163622.8	9.1	9.84E-12
人口	0.06	0.04	0.96
		重決定	0.89

5. 結論

重回帰分析の結果、地価と人口、コンビニの店舗数について相関がみられた。人口が増えると地価が高くなり、コンビニの店舗数が増え土地価格と相関がみられることが示唆された。

6. 参考文献

<https://www.sej.co.jp/company/tenpo.html> 7/3 現在

<https://www.gsi.go.jp/common/000077733.pdf> 7/3 現在

<https://www.e-stat.go.jp/regional-statistics/ssdsvew/prefectures> 7/3 現在

7. キーワード

重回帰分析

解はどこにあるのか？

Abstract

I have learned how to find where the solution exists by using differentiation. However, the way to find it is too hard, especially when the degree is high. I wished I could have found it more easily, then I found the method called Sturm's theorem. I thought if I use it, I can find it more easily. In order to do this, I came up with a program to find where the solution exists by using this theorem.

目的

任意の多項式方程式において、指定の区間内に実数解がいくつ存在するのかを求めるスツルムの定理を証明する。この定理をもとに、任意の方程式の次数と係数を入力したとき、その方程式の解が整数値 a から $a + 1$ の範囲にいくつの解が存在するのかを求める Python のコードを作成し、解が存在する範囲を表示する。

方法

「方程式 $f(x) = 0$ について、 $x = a, b$ がともに、この方程式の重解ではないとき、区間 $a < x \leq b$ にある実数解の個数は $V(a) - V(b)$ に等しい」というスツルムの定理がある。この定理によれば、一階微分と多項式の割り算ができれば、 $x = a$ と $x = b$ における符号の変化から、任意の区間にある実数解の個数を求めることができる。さらに、この手順を Python のコードで書き、方程式 $f(x) = 0$ の実数解がどの範囲に何個存在するのかを求める。

結果

- ・スツルムの定理を証明した。
- ・多項式の次数と係数を入力すれば、解がどこに存在するかを示すコードを書いた。

考察・結論

スツルムの定理を使うことで、解がどこに存在するのかを求めることに成功した。微分を使ってグラフを描けば求めることができるが、代数的な方法で解がどの範囲に存在するかを示すことができた。

参考文献

安田 富久一, 「解の個数 (Sturm 問題)」.<[71_1_yasuda.pdf \(izumi-math.jp\)](#)>
,2023-07-19確認.

キーワード

スツルムの定理、実数解の個数、Python

弧度法による積分を用いて立体の体積を求める

Calculating the volume of a three-dimensional object by using an integral based on the arc degree method.

Abstract

The volume of the three-dimensional object which can be expressed by a function with two variables of angle and distance, can be calculated by a formula that includes double integral.

1. 目的

弧度法を用いて立体の積分をし、体積を求める。

2. 方法

$f(r, \theta)$ という r と θ の二変数からなる関数を考え、角度成分と距離成分の二つに分けて考えることで、立体の体積を積分によって求める。

3. 結果

二変数とその範囲から体積を求めることのできる、二重積分を含んだ式を導くことができた。

$$V = \int_{\alpha}^{\beta} \left\{ \int_a^b r f(r, \theta) dr \right\} d\theta$$

4. 考察

角度と距離の二変数を扱う弧度法を用いた積分によって立体の体積を求めることが可能であることが分かった。

5. 結論

極座標を変数とした関数によってあらわされる立体は、前述の式によって体積を求めることができる。

また、大学数学で学ぶヤコブ演算により、同様の式を導出することができるが、今回の導出においてはその内部にある r の意味を見出すことができた。

6. 参考文献

『数学Ⅲ』藤田岳彦編（改訂版） 啓林館、重積分④(ヤコビアン) 予備校のノリで学ぶ「大学の数学・物理」

7. キーワード

弧度法 立体 体積 二重積分 ヤコビアン

循環小数 第 n 項を求めよ！！
Let's try to calculate n th term of cycler decimals !!

Abstract

This is sequel to a last year report. In the previous year, we presented our observation of cycler decimal's character by using a remainder formula. This year, we're going to present general n th of cycler decimals.

1. 目的

昨年度の研究成果である，余りの式を用いた循環小数の性質から商の一般項を求める。以下，昨年度の研究成果（昨年度参加済）である余りの式の一般項。

$$r_2 \equiv 10^{n-1}r_1 \pmod{p}$$

$$q_n = \frac{10r_n - r_{n+1}}{p}$$

2. 方法

導出した余りの式より，合同式を用いることによって商の一般項を求める。

3. 結果

商の一般項

$$q_n = l - 10k$$

$$l \text{ は } 0 \leq 10^n r_1 - pl < p \quad k \text{ は } 0 \leq 10^{n-1} r_1 - pk < p \text{ の整数}$$

4. 考察

実際に合同式を用いて，商の一般項を求めることができた。

5. 結論

合同式の計算を行う過程で，膨大な計算が必要となってしまう，本来の目的である，計算過程の省略化にはいたらなかったが，研究内容の終結はできた。

6. 参考文献

『数学 A, B』藤田岳彦編 啓林館，『チャート式基礎からの数学』チャート研究所編著 数研出版

7. キーワード

漸化式 合同式 等比数列 循環小数 n 進法 余りの式

$$z = x^k + y^l \text{が作り出すグラフ}$$

The graphs which are created by the function “ $z = x^k + y^l$ ”

1、Abstract

The purpose of this study is to examine the graphs which are created by the function “ $z = x^k + y^l$ ”. As a result, the graph’s symmetry and sphere of existence were discovered by case separation of exponential. We could find the relationship between our research results and previous research.

2、目的

先輩方は $z = 1$ の場合について研究してきたが、 z の値を固定せずに一般化して、3次元空間でのグラフの外形などの特徴をつかむ。

3、方法

k 、 l は実数とする。

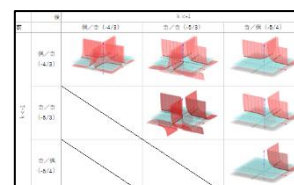
$k = 1$ のとき、 k の正負・分子分母の偶奇によって場合分けし、グラフの対称性、存在範囲、傾きの変化を計算し、先行研究と比べる。

k 、 l が一致しない場合も含めて、グラフの外形を GeoGebra を用いてグラフを作成し、表にまとめて観察する。

4、結果

$k = 1$ のとき、グラフは面 $y = x$ について対称であり、特に k 、 l の分母分子がともに奇数であるときには、原点について対称であることが分かった。また、場合分けしたそれぞれについて、グラフの存在範囲を z を用いて一般化できた。偏微分を用いて、与式の導関数を求めることができた。

k 、 l が異なる場合も含める場合について、作成した表の一部を右に示す。



5、考察

指数が一致する場合、 z で一般化しても、先行研究と同様な式が得られたことから、 $z = 1$ の場合のグラフの外形と同じような形のグラフが積みあがった立体となることが確認できた。また、偏微分した結果から、指数が1より大きい小さいかでグラフは変わると考える。

6、結論

指数が一致する場合は計算をしてグラフの特徴をつかめたが、指数が異なる場合も含めると場合分けの数が多くなり結果を出すことができなかった。今後は、作成した表から予想される法則をもとに指数が異なる場合についてのグラフも考察していきたい。

7、参考

「 $x^k + y^k = 1$ が表す曲線」(栃木高校 近藤紘輝 伊牟田吏玖)

<https://www.geogebra.org/calculator> 「GeoGebra スイート」

8、キーワード

アステロイド曲線 偏微分

フーリエ展開によるリーマンゼータ関数の特殊値
The special values of riemann zeta function by using fourier deployment

Abstract

Find the special value of the Riemann zeta function for positive even numbers by
Fourier expansion of x^{2n}

1. 目的

リーマンゼータ関数の正の偶数に対する特殊値を x^{2n} をフーリエ展開することにより
求めることを目的とする。

2. 方法

x^{2n} をフーリエ展開して $x = \pi$ を代入して計算する。

3. 結果

$$\zeta(2n) = \eta_n \pi^{2n} \quad (\eta_n \text{ は整数の数列}) \text{ として、 } \eta_n = (-1)^{n+1} \frac{n}{(2n+1)!} + \sum_{m=1}^{n-1} \frac{(-1)^{m-1}}{(2m+1)!} \eta_{n-m}$$

という漸化式を得た。

4. 考察

正の偶数に対する特殊値を求めることはできたので、正の奇数に対する特殊値も求め
られるのか調べてみたい。

5. 結論

x^{2n} のフーリエ展開によりリーマンゼータ関数の特殊値を得ることは可能である。

6. 参考文献

<https://ja.wikipedia.org/wiki/%E3%83%AA%E3%83%BC%E3%83%9E%E3%83%B3%E3%82%BC%E3%83%BC%E3%82%BF%E9%96%A2%E6%95%B0%E3%81%AE%E7%89%B9%E6%AE%8A%E5%80%A4>

7. キーワード

フーリエ展開 リーマンゼータ関数 リーマンゼータ関数の特殊値

nに着目した正 m/n 角形の面積
Area of a regular m/n-gon focused on "n"

Abstract

We studied area of a regular m/n-gon. In other words, it is called a regular stellated polygon. Especially, we perform them inscribed unit circle.

1. 目的

単位円に内接する正 m/n 角形の面積を n について場合分けをして調べる。

2. 方法

正 m/n 角形(星形正多角形)とは正 m 角形の重心とある点を結び、そこから $2\pi n/m$ 回転させる操作を m 回繰り返すことでなす正多角形である。(ただし、 $m/n > 2$)今回は n の範囲を 1~10 の整数として調べる。

3. 結果

正 m 角形の面積から不必要な面積を引くことで n の値ごとに面積を求めることができる。

4. 考察

今回は $1 \leq n \leq 10$ の範囲で面積を求めたが n の範囲を広げても同様のことが言えるだろう。

5. 結論

n について場合分けをすることで正 m/n 角形の面積を求めることができる。

6. 参考文献

[つくばサイエンスエッジ2018/文京学院大学女子高校 - 「みらいぶ」高校生サイト \(milive.jp\)](http://つくばサイエンスエッジ2018/文京学院大学女子高校 - 「みらいぶ」高校生サイト (milive.jp))

[正多角形をかこう 学習用ページ on Scratch \(mit.edu\)](http://www.mit.edu/~dts/scratch/scratch.html) (作図時に使用)

7. キーワード

正 m/n 角形 正星形多角形 面積

2 次の漸化式によって生成される数列の周期 A period of the sequence generated by a quadratic recurrence relation

Abstract

In this study, we found out about a period and period of length of the sequence, which is generated by the quadratic recurrence relation: $X_{n+1} \equiv aX_n^2 + bX_n + c \pmod{M}$. We found that we should study only the case where the modulo M is a power of prime number. Also, it was conjectured that the period of length is 2 when $a = b = c = 1, M = 3^m$.

1. Introduction

漸化式 $X_{n+1} \equiv aX_n + b \pmod{M}$ によって数列を生成する方法は、線形合同法と呼ばれ乱数の生成法として知られている。生成された数列 $\{X_n\}$ において、 $X_k = X_{k+\lambda}$ (k は正の整数) となる最小の正の整数 λ を $\{X_n\}$ の周期の長さといい、 X_k から $X_{k+\lambda-1}$ までを $\{X_n\}$ の周期という。線形合同法は、最長の周期の長さをもつための条件や得られる数列の特徴について研究されている。本研究では 1 次の漸化式を用いた線形合同法に対して、2 次の漸化式 $X_{n+1} \equiv aX_n^2 + bX_n + c \pmod{M}$ を用いて数列を生成し、周期の長さや周期のもつ特徴について研究を行った。

2. 先行研究

漸化式 $X_{n+1} \equiv aX_n + b \pmod{M}$ で与えられる数列 $\{X_n\}$ の周期の長さ λ が最長の M となる必要十分条件は、① b と M が互いに素、② $a - 1$ は M の全ての素因数で割り切れる、③ M が 4 の倍数ならば $a - 1$ も 4 の倍数 の 3 つの条件をすべて満たすことである。

3. 結果・予想

数列の漸化式 $X_{n+1} \equiv aX_n^2 + bX_n + c \pmod{M}$ の法が M のとき、 M の素因数分解を $p_1^{e_1} p_2^{e_2} \dots p_t^{e_t}$ 、法が $p_i^{e_i}$ ($1 \leq i \leq t$) のときの $\{X_n\}$ の周期の長さを λ_i とすると、もとの数列の周期の長さ λ は $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_t$ の最小公倍数となることが分かった。数列の周期は特に法が素数のべき乗の場合について考察することで、数列の周期の長さについて詳しく調べることができると考えられる。また、 $a = b = c = 1, M = 3^m$ のとき、周期は m の値によらず 2 で一定となり、周期を構成する数の和は、 $3^m - 2$ となることが実験によって予想された。

4. 参考文献

- [1] 伏見正則, 『乱数』, 東京大学出版会, 1989
- [2] Donald Knuth, *The Art of Computer Programming Seminumerical Algorithms 3rdEd*, Addison-Wesley, 1997

5. キーワード

線形合同法、乱数

変形したニムの分析 Analysis of variety of Nim

Abstract

In this study, we research one variation of Nim game which use some two-sided dices. We made a table that shows Grundy numbers of each cases. As a result, we found out some patterns that the second player to win.

1. Introduction

ニムとは2人で行うゲームで、いくつかの石が集まってできた山が n 個あり、プレイヤーは交互に1つの山から任意の個数の石を取り除いていき、最後にすべての石を取り除いたプレイヤーが勝ちとなる有限型不偏ゲームである。このゲームの必勝法はグランディ数と二進数を用いて分析されており、派生版ゲームの必勝法においても多くの研究がされている。本研究では石のかわりにサイコロを用いた新たなゲームの必勝法についての研究を行った。

2. ゲームのルール

n 個の山にいくつかのサイコロがそれぞれある状態を初期局面とし、1つのサイコロの目を減らすか、1つの山から任意の数のサイコロを取り除くかのどちらかを必ず行うゲームの必勝法を研究した。本研究では2面サイコロを用いた。また、2個の山A,Bにおいて、Aに1の目と2の目のサイコロが1個ずつあり、Bに2の目のサイコロが1個ある状態を $(1, 2 / 2)$ のように表すとする。

3. 結果・予想

AとBの2山についてグランディ数の表を作成し、必勝法を研究した。その結果、以下のような局面の場合後手必勝になることが分かった。

- ・サイコロの目と数が2山とも全く同じ局面
Ex) $(1 / 1) (2 / 2) (1, 1 / 1, 1) (1, 1, 2 / 1, 1, 2)$
- ・ $(1 / 2, 2)$ を基本としてそれぞれの山に目が2のサイコロを同数加えた局面
Ex) $(1, 2 / 2, 2, 2) (1, 2, 2 / 2, 2, 2, 2) (1, 2, 2, 2 / 2, 2, 2, 2, 2)$
- ・その他
Ex) $(1, 1, 1 / 2, 2, 2) (1, 1, 1, 1 / 1, 2, 2, 2) (1, 1, 1, 1 / 2, 2, 2, 2, 2) (1, 1, 1, 2 / 1, 1, 1, 1, 1)$

また、ある後手必勝局面のサイコロの目の1と2を置換した局面も、後手必勝局面であると考えられる。

4. 参考文献

- [1] 佐藤文広「石取りゲームの数学—ゲームと代数の不思議な関係」数学書房 2014
- [2] 星雄樹(訳)安田正實(校正)「ファーガソン博士によるゲーム理論テキスト」2006

5. キーワード

グランディ数 ニム 石取りゲーム

ビー玉による渋滞のモデル化 Modeling traffic jam with marbles

Abstract

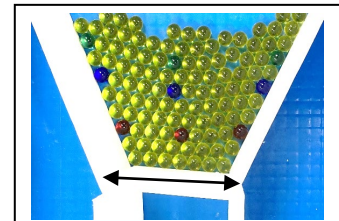
One social phenomenon that is familiar and bothers many people is traffic jams. Most studies of traffic jams use computer simulations, but this time I modeled traffic jams using marbles. With that model, I reproduced the shape of the conditions that are generally known to cause traffic jam. As a result, the model proved to be valid.

1. 目的

- ①ビー玉で渋滞をモデル化して、そのモデルで渋滞の原理が成立するか確認する。
- ②渋滞が起きているときのビー玉の動きを調べる。

2. 方法

- ・ビー玉を流す台の傾きと矢印の幅を変数とした
- ①図のようにビー玉を配置し、出口を開けた。
- ②赤、青、緑のビー玉がそれぞれ、矢印の部分を通り過ぎるまでの所要時間を計測した。



3. 結果

- (i) 幅が狭いほど渋滞した。
- (ii) $2^\circ \sim 6^\circ$ では傾きが小さいほど渋滞したが $6^\circ \sim 8^\circ$ では混み具合は同じだった。

4. 考察

傾きが小さいと速度が出ず、他のビー玉と衝突することで渋滞が発生している。逆に傾きが大きすぎてもビー玉同士の距離が近くなり、衝突し渋滞が起きている。

5. 結論

自作モデルでも、渋滞を再現することができた。中央部では、左右のビー玉との衝突のせいで、渋滞がより発生しやすくなっていることが分かった。

6. 参考文献

- ・茨城大学 交通方程式によるボトルネックの再現

7. キーワード

渋滞 モデル化 交通工学 ビー玉 流体力学

電車の乗車率から考える快適な通学方法

A comfortable way to go to school based on train occupancy rates

Abstract

I counted the number of people in each car at the same time every weekday morning. I performed this measurement every other day with a vehicle at different destinations. Then, based on the data obtained from the measurements, I determined the vehicle number and destination that would provide the most comfortable commute.

1. 目的

電車の混雑に関係する要素を調査し、どの号車に乗って通学すれば空いている号車に乗ることができ、快適に通学をできるのかを解明すること。

2. 方法

毎朝同じ時刻の電車に乗り、経由する各駅を発車した瞬間の各号車の乗車人数を計測する。この計測は1日おきに異なる行先の電車に乗って行う。集めた数値をもとにそれぞれの駅・号車で乗車人数を求め、その数値を各号車の定員で割って乗車率を求める。この乗車率をもとに、快適な通学が可能な行先、号車を特定する。

3. 結果

海浜幕張行きより東京行きの方が平均乗車率が小さいことがわかった。また、乗車する場所によって乗車率がかなり変わるということがわかった。乗車率の変化量などを考慮した結果、東京行きの6号車が最も快適に通学ができることがわかった。

4. 考察

行先が乗車率の大小に関係したのは、目的地までの沿線の状況が関係していると考えられる。また、乗車位置が乗車率の大小に関係したのは、経由駅での出口の位置が関係していると考えられる。

5. 結論

電車の混雑に関係する要素は電車の行先と乗車位置で、東京行きの後ろ寄りの号車を使えば快適な通学ができる。

6. 参考文献

山本アリフレッド. 理系が恋に落ちたので証明してみた。Vol 3.
フレックスコミックス, 2018, 146p.

7. キーワード

データ分析

ダイヤル数と循環部分の種類数の関係

Dial Numbers and the Number of Recurring Cycle Types: Relationship

Abstract

A dial number is an integer that, when multiplied by 2, 3, 4, and so on, retains the same digits in a cyclic permutation. I have conducted research on dial numbers and investigated the relationship between the number of distinct denominators and the length of the recurring cycle.

1. 目的

ダイヤル数とは2倍、3倍、4倍と乗算したとき、その各桁の数を順序を崩さずに巡回させた数になる整数のことを言う。どのような素数を分母とした時循環節がダイヤル数やまたは2種類のダイヤル数を持つのかという疑問の答えはいまだにわかっていない。そこから素数と循環節のダイヤル数の種類数の関係を見出すことを目的とした。

ダイヤル数の例(142857)

142857

428571

285714

857142

571428

714285

2. 方法

2と5を除く1以上100以下の素数(今後 p と表記する。)を対象にした。それらに $p-1$ と循環節のダイヤル数の種類数(今後 d と表記する。)のそれぞれの素因数を整理した表を作成した。その表から p と d の関係について仮説を立て、証明した。

3. 結果

- 1, p が素数であり、 $p-1$ を $2r$ (r は2と5を除く素数)で表される時は $d=1,2$ となる
- 2, p が10以上の素数であり、 $p-1$ を $2r$ (r は2と5を除く素数)で表され、10は p を法とする原始根であるとする。この時 $p \neq 40s \pm 1, 40s \pm 3, 40s \pm 7, 40s \pm 13$ であるならば p を分母とした時の循環節には1種類のダイヤル数が現れる。

4. 考察

具体例として $r=11$ の時 $p=23$ となりこれは10は p を法とする原始根であり、条件を満たし、実際に循環節はダイヤル数になる。

5. 今後の展望

2つ目の結果の条件を満たすものが $p=4n \pm 1$ で表されるのではないかという仮説も立てることができる。この仮説についても考察していきたい。

6. 参考文献

清水 健一・西来路 文朗.(2017). 「素数はめぐる」. 講談社.

7. キーワード

ダイヤル数 フェルマーの小定理 素数 循環小数

幾何的モデルによるルービックキューブの解法の考察
Study about how to solve the Rubik's cube using geometric model

Abstract

I propose a new geometric model for solving the Rubik's Cube in this study, departing from conventional approaches. The model shows distinct patterns in geometric characteristics, leading to solutions with reduced complexity. It makes solving the Cube more efficient and less reliant on perplexing calculations.

1. 目的

本研究は、経験的・代数的なルービックキューブ(以下、Cube)の解法を参考に、幾何的モデルを通じた新しい方法でCubeの解法を表現することを目的とする。

2. 方法

あるCubeを回転することで得られる状態に対し、図のような幾何的モデルを生成する。各点はCubeの角にあるコーナーキューブ、線分は2つのコーナーキューブの間にあるエッジキューブを表す。複数回の回転によるモデルの幾何的要素の変化に規則性を捉え、それを利用することで解法を導出するアルゴリズムを作る。

3. 結果

各点から伸びる線分の数は3つであること、各回転で位置が変化する点の数は4つであることなどの特徴から、幾何学的要素に関する規則性を見出すことができる。また、このモデルを位相幾何学的に解釈することで、さらに簡略化され、また代数学からより独立した方法による解法の表現が可能になる。

4. 考察

Cubeの運動は単純なのに対し、状態の表現に必要な要素が非常に多いが、本研究で活用した幾何的モデルは、その各要素を視覚的に表現することが可能である。

5. 結論

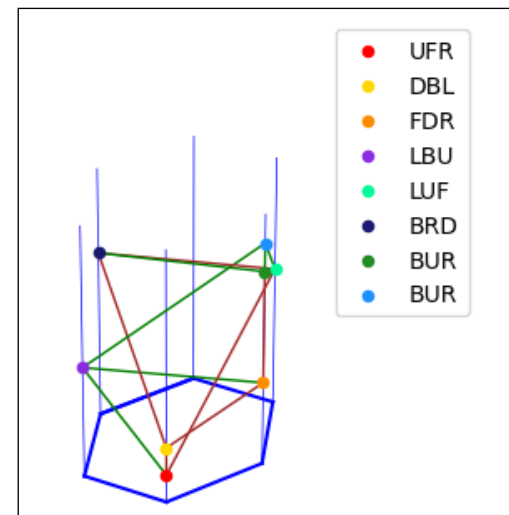
Cubeを解く数学的手法は、代数的、あるいは経験的なアルゴリズム以外にも、幾何的な表現を利用して求めることができる。

6. 参考文献

河田敬義・大口邦雄「近代数学講座6 位相幾何学」, 2013

7. キーワード

ルービックキューブ; 幾何的モデル; Python; 位相幾何学;



対称の放物線への拡張

Symmetry to parabola

Abstract

Point symmetry and line symmetry are commonly known point-to-point correspondences. In this study, we verified what kind of transformation is possible when this reference point or line is a parabola. We also attempted to transform various figures through those rules.

1. 目的

線対称、点対称といった点の移動は、ある基準となる直線(軸)や点を定めることで、点を点に変換している。今回はその点と点を一対一に対応させて変換させる基準となる図形を放物線に拡張させた。

2. 方法

線対称での対称の定義に従うならば、移動させる点を通る法線を求め、放物線から等距離になるよう移動させればよい。しかし、それは今回の研究では定義として成立していない。なぜなら一点を通る法線が複数存在することがあり得、一対一の対応とならないからである。今回は点と放物線の最短距離を考えることで解決を試みた。

3. 結果

放物線の法線が通る本数を導くことで、対応関係について具体的に導くことができた。また、いくつかの図形を変換した際の変換後の図形の形についても考察することができた。

4. 考察

放物線を用いて変換するとき、法線の式が複雑になるために、整式を変換しても整式になるとは限らない。また、定義域、値域についても十分な吟味が必要となってくる。

5. 結論

双曲線などについても、同様の変換、あるいは反転円のような異なる発想を用いた変換によって点と点を一対一対応させることが可能であるか、検討していきたい。

6. 参考文献

7. キーワード

全単射 放物線 法線 極大値 極小値

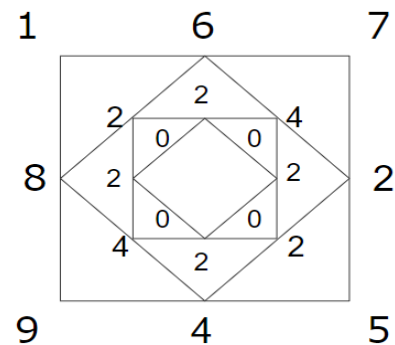
Four-Numbers game～無限多角形編～
Four numbers game with quadrilaterals

Abstract

We studied the Four-Numbers game with quadrilaterals. In general, considering an n -gon, we found that if n is a power of 2, it can be reduced to an all-zero configuration in a finite number of operations, but for small values of n , there are initial configurations that do not converge to all zeros.

1. 目的

Four-Numbers game とは、四角形の頂点に非負整数を書き入れ、辺の中点にその辺の両端の数の差を取りその点を結んで新たな四角形を作る、という作業を繰り返すことであり、やがてすべての頂点の数が0になるという結果が知られている。本研究の目的は、Four-Numbers game を一般化することで知られている結果がなぜ四角形で成り立つかを明らかにすることである。（以下、下線部を”成り立つ”と表す）



2. 方法

一般の多角形に拡張して考察する。三角形から順番に調べたのち、どの多角形で成り立つのか、その法則性を予想し、証明することで成り立つ条件及び四角形で成り立つ理由を発見する。

3. 結果

三角形、六角形では成り立たなかったが、八角形では成り立つことがわかった。

4. 考察

2のべき乗角形で成り立つ。

5. 結論

2のべき乗角形で成り立つことがわかった。

6. 参考文献

なし。

7. キーワード

Four-Numbers game 四角形 多角形 パスカルの三角形

横浜市立横浜サイエンスフロンティア高等学校

Yokohama Science Frontier High School

ガウス記号と群数列の関係性の可能性

Possibility of relationship between floor function and group sequence

Abstract

(In English, within 4 lines)

This study reveals how the floor function can be used to construct a group sequence. Research has shown that the use of the root sign is likely to be effective.

1. 目的

ガウス記号が群数列とどのように関係性を持っているのかを明らかにする。

2. 方法

ガウス記号を含んだ諸定理を発見し、そこからわかることはないか考察する。

3. 結果

任意の自然数 n について以下の式が成り立つ。

$$\sum_{k=1}^{n(n+1)} \left[\sqrt{k + \sqrt{k}} \right] = \sum_{k=1}^n 2k^2 = \frac{1}{3}n(n+1)(2n+1)$$

特に、

$$\sum_{k=1}^n 2k^2$$

では

$$1, 1 | 2, 2, 2, 2 | \dots | n-1, \dots, n-1 | n, n, \dots, n, n$$

という群数列の項の総和である。

4. 考察

$$a_n = \left[\sqrt{n + \sqrt{n}} \right] \text{ と置くと、 } a_{n(n+1)} = n, a_{n(n+1)+1} = n+1 \quad \dots \textcircled{1}$$

が成立するから、 $a_1 = a_2 = 1$, $a_3 = \dots = a_6 = 2, \dots$ が成立する。①のような性質を用いれば群数列を構成できそうである。

5. 結論

$[\sqrt{1}]$ から $[\sqrt{n}]$ までの和を計算しても群数列の性質がうかがえるように、 $\sqrt{\quad}$ (根号) と $[x]$ を組み合わせると、群数列の性質が現れそうである。しかしまだ明確な結論は出ていない。

6. 参考文献

なし

7. キーワード

ガウス記号 群数列

解の個数数えてみた

The number of solutions of indefinite linear equation

Abstract

I want to solve $ax+by+cz=n$ ($x,y,z,a,b,c,n \geq 0$ and they are integers.)

How much solutions does this equation have?

ex) $7x+5y+3z=20$ has $(x,y,z)=(0,1,5)(1,2,1)$...counting is difficult.

$x+y+z=n$ is easy. We can think a method of probability. $\rightarrow 3Hn$

1. 目的

整数、確率で不定方程式が出てくるが $x+y+z=n$ (文字はすべて非負整数) を満たす (x, y, z) の個数を単純な式で表すということをする。更にそれを拡張した $ax+by+cz=n$ というものを考えていく。

2. 方法

例えば二変数の場合は非負整数解の個数は xy 平面上の格子点と解釈できるし、重複組合せのように並び替えで対応もできる。本研究では余りの規則性に注目して数列を絡ませて公式を導く方針を取る。

3. 結果

方程式 $ax+by+cz=n$ の解の個数の表現として証明済みのものを以下に記入する。

$a=b=c=1$ のとき $(\sum_{k=1}^{t+1} k)$ となりこれは私の以前の研究から引用した。

$b=c=1$ のとき $(ak(k+1)/2)+k1$ で表せる ($k: (a/n)$ の商)+1, $1: (a/n)$ の余り+1)

4. 考察

発見した公式のもう一つに $ax+by$ で表せない非負整数は $\sum_{k=1}^{b-1} [ak/b]$ というものがあり、既出の $(a-1)(b-1)/2$ は同じ数字を表すのでイコールで結べる。

5. 結

証明はしていないが a, b が任意の自然数 $c=1$ の場合は代数的に解けた。

今後の方針としては代数的に解くのは厳しいので空間の格子点として扱いたい。

6. 参考文献

<https://manabitimes.jp/math/987>

7. キーワード

非負整数

足し算足してみた
Defined plus plus plus

Abstract

I thought plus,times, Knuth's up-arrow notation and so on are similar natural number. However, operators can't calculate. It is very strange. Therefore I should defined it. Then, I search plus plus plus character.

1. 目的

足し算, 掛け算, クヌースの矢印記号 $\dots, 1, 2, 3, \dots$ などを考えると演算子と数はどうも対応づけられる気がする. しかし, 足し算の足し算のように演算子の演算は関数の合成 (\circ) 以外に存在していないように思われた. そのため, 演算子の足し算等を考え, 足し算の和の演算子がどんな性質を持つかを調べる.

2. 方法

足し算を足すにあたって, そもそも数の絶対値とは何かをかんがえた時積分を使って置き換える方法を思いつき, その方法がどうやら演算子にも応用可能で有ることがわかった. しかし, 積分を定義するためには連続性が必要なのでそれを考えるために, 無理数の演算子を定義する必要があることがわかる. その解決のために演算子変換というものを考えた. 次に足し算の足し算を考えると足し算の足し算の足し算も考えられるのでそのようなものを一般的に記述するために数と演算子を一つと見る統数の概念を考えた.

3. 結果

現時点での結論は掛け算同士を掛けると掛け算になり, 足し算同士を足すと足し算より強く掛け算より弱い演算子になる.

4. 考察

絶対値の取り方によって結果が変わってしまうので, いくつかの絶対値の考え方を考え, 絶対値の定義の必要条件のようなものを考え, その正当性をうまく示すことができればより厳密な議論が可能になるように感じた. また, 連続性をもたせられる集合にしか定義できないのは条件が強すぎる気がするので, より一般的な議論をできるような手法を考えたい.

5. 結論

現時点での結論として, 掛け算をかけたら掛け算ということがわかっていたがそこで使った方法では次元があっていないことに気がついたためその部分を修正している.

6. 参考文献

解析入門 I /小平邦彦, 代数学 1 群論入門/雪江明彦, 大学教養 微分積分/加藤文元
数学の景色 (<https://mathlandscape.com>)

7. キーワード

素数・移項・演算子変換・統数(演算子空間)・整数演算子

反転してみた

Conformality of inversive

Abstract

Show that the angle due to the length of the arc where the straight line cuts the circle does not change by inverting the two figures. It also extends to n dimensions.

1. 目的

円と直線による角の単位円による反転での等角性を示し、またこの等角性を 3 次元、 n 次元へと拡張する。

2. 方法

交わる円と直線を座標平面でおき、それらを単位円で反転する。また反転の前後で角を計算し等しいことを示す。3 次元以上の等角性は角度の次元を拡張し、その後同様の方法で示す。

3. 結果

n 次元 ($n \geq 2$) において、反転の前後で球面と平面が存在するときに限り等角性が成り立つことが分かった (ここでいう平面、球とは 2 次元では直線、円、4 次元以上では超平面、超球である)

4. 考察

等角性が成り立たない場合は反転の前後で球と球の組み合わせの場合であることが分かった。よってこれらの場合には幾何学的な性質があると考察する。

5. 結論

反転によって高次元の角の等角性があることが分かった。この定理を利用して既存の定理や新たな定理の導出に使えたらより強い理論になると考える。

6. 参考文献

- ・反転とその応用 (<http://sshmathgeom.private.coocan.jp/reversevol1.html>)
- ・反転幾何の基礎 (<https://manabitimes.jp/math/871>)
- ・立体角 (<https://www.youtube.com/watch?v=aNoEzONgIYo>)

7. キーワード

反転 立体角 擽

横浜市立横浜サイエンスフロンティア高等学校
Yokohama Science Frontier High School
連続型変数と畳み込み積分
Continuous Variables and Convolution Integrals

Abstract

In Sugoroku, the probability distribution of the final distance follows a binomial distribution, and as the number of trials increases, the distribution approaches a normal distribution. Here, I was interested in the probability density distribution obtained when the distance traveled in one trial was changed continuously.

1. 目的

すごろくの駒の一回の試行に進む距離を実数の範囲でとる時、最終的に進んだ距離の確率密度分布を調べる。

2. 方法

- ① 求めたい確率密度関数を定義して、試行の回数毎に計算する(畳み込み積分)。
- ② 計算した関数をグラフに直して性質を探る。

3. 結果

試行の回数を n とすると、その時の確率密度関数の次数は $n-1$ となった。また試行の回数を増加させる毎にグラフの形は、山の形を維持しながら横へ引き伸ばされていった。

4. 考察

確率密度関数は畳み込み積分を繰り返し適応して導出されるので、積分の線形性からいくつかの積分の和に変形できる。この事を利用して確率密度関数の一般化を目指せるのではないか？

5. 結論

試行の回数を無限大に近づけていくと、確率密度分布は正規分布と一致しそうだと考えたが明確にはわかっていない。

6. 参考文献

- 馬場敬之「スバラシク実力がつくと評判の統計学キャンパス・ゼミ 改訂1」
平場誠示「確率論の基礎とランダムウォーク」<https://onl.bz/ewMTgbN>

7. キーワード

連続型変数 畳み込み積分 ランダムウォーク

富山県立富山中部高等学校
 Toyama Prefectural Toyama Chubu High School
 渋滞を減らせ！～信号の時間の最適化～
 Reduce traffic jams! ~Signal time optimization~

Abstract

We see traffic jams on our way to the school very often. So, we think if the signal time is optimized, the number of traffic jams will be reduced, and more cars will be able to pass through the intersection.

1. 目的

交差点での信号の時間を最適化することで、信号の切り替え時や車が発進したときに発生するロスを減らし、より多くの車を通れるようにして渋滞の解消を試みる。

2. 方法

- ①現時点での交差点の信号の時間や通る車の台数などについて現地調査を行う。
- ②一方の道の青信号の時間を変数T、赤信号の時間を定数T'とし、変数の値の変化と生じたロスの変化を計算する。

$$[a + b + \{T - (d \times c + b \times d)\} \times (d - e)] \times \frac{S}{T + T'}$$

青信号の長さをTとしたときの
s秒間あたりのロス台数

a(台)	信号切り替え時のロス台数	e(秒)	e秒で1台車が通る(通常時)
b(台)	車発進時のロス台数	T(秒)	青の時間(変数)
c(台)	信号待ちをする車の台数	T'(秒)	赤の時間(定数)
d(秒)	d秒で1台車が通る(最大時)		

※ただし、 $d \times c + b \times d < 0$ のときは
 $d \times c + b \times d = 0$ とする

- ③青の時間が何秒の時ロスが最も少なく最適といえるかを調べる。

3. 結果

結果は右のグラフの通りとなり、調査した交差点の一方では84秒が最適であることが分かった。(現在は73秒)

4. 考察

青の時間が短いと信号の切り替え時に、長いと信号待ちしていた車が交差点を通り終えた後にロスが大きくなる。

5. 結論

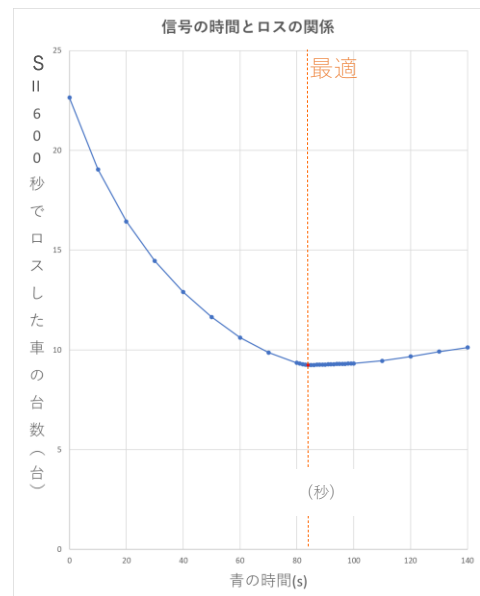
信号の時間は短すぎても長すぎてもよくない。

6. 参考文献

なし

7. キーワード

交差点、渋滞、ロス、信号の時間、最適化



学校名 石川県立金沢泉丘高等学校

Affiliation Kanazawa Izumigaoka High School

発表テーマ 血液型に関する遺伝の規則性

Title Inherited Regularity of Blood Type

Abstract

Our research focuses on why the ratio of blood types has never changed over generations. We investigated it by putting the ratio of AA:AB:BB:BO:OO:AO in letters and calculating whether the ratio does not change over generations. We proved it by the calculation result that it does not change for a long time.

1. 目的

日本人の血液型の割合が何年も変わらないことに疑問を感じたので、ハーディーワインベルクの法則を発展させて血液型の割合について一般化することで、血液型の割合の変化を検証する。

2. 方法

生殖細胞がつくられる際、体細胞に含まれる2つの遺伝子のうちどちらの遺伝子も選ばれる確率は同様に確からしいと仮定して考える。ある世代における血液型 AA, AB, BB, BO, OO, AO の人口構成割合をそれぞれ a, b, c, d, e, f とし、この世代を1世代目とする。この世代から生まれてくる子供の血液型ごとの確率を a から f の6文字で表し、 $p = \frac{f}{2} + a + \frac{b}{2}, q = \frac{b}{2} + c + \frac{d}{2}, r = \frac{d}{2} + e + \frac{f}{2}$ として2世代目以降を考える。

3. 結果

2世代目における割合は、 $AA:AB:BB:BO:OO:AO = p^2:2pq:q^2:2qr:r^2:2rp$ となり、それ以降の世代についても同様の結果が得られた。

4. 考察

2世代目以降はどの血液型の割合も変化しなかったことから、血液型の割合は世代を重ねても、変化しないと言える。1世代目と2世代目で割合が変化したことから、どのように変化したかを導き出せば、1世代目の割合も求められると考えた。

5. 結論

2世代目以降の血液型の割合は2.の計算結果により変化しないことが証明された。今回は生殖細胞がつくられる際、体細胞に含まれる2つの遺伝子のうちどちらの遺伝子も選ばれる確率が同様に確からしいと仮定していたので、同様に確からしくない場合についても考えていきたい。また、ハーディーワインベルクの法則では任意交配である、突然変異が起こらないといった条件があるが、そうでなくなった場合の血液型の割合の変化について考察していく。

6. キーワード

ハーディーワインベルクの法則

改変版ゴブレットゴブラーズの分析とゲーム性の所以の考察
Analysis of the modified Goblet Gobblers and consideration of the reasons
for its gameplay

Abstract

We are investigating 'Goblet Gobblers', which is the game complicated from 'Tic-Tac-Toe'. We made lists of all scenes on the original rule and rules which have conditions different from the original one with Python. We compare the each scenes settled and consider the strategic of 'Goblet Gobblers'.

1. 目的

ゴブレットゴブラーズという二人用のボードゲームのルールを少し変更し、そのルールと、変更する前の元のルールで勝ちパターンの数や必勝法の有無などを比較することで、元のルールにおいてゲーム性が高い理由を考察する。

2. 方法

Python を用いて本来のルールのゴブレットゴブラーズのコマの置き方を全通りリスト化し、勝ちパターンをそのリストから抽出することによって、勝ちパターン数を求める。その勝ちパターンを活用し、ルールを変更したゴブレットゴブラーズの勝ちパターンも解析する。

3. 結果

本来のルールである、3種類の大きさのコマを用いる場合の盤面を全通りリスト化することができた。しかし回転することで同じとみなせる盤面が膨大であり、それらを除くことは難しく、勝ちパターンを抽出することができなかった。

4. 考察

結果より、2種類の大きさのコマに条件を変えて置き方の数を減らし、回転して同じ並びになる盤面を除く方法を考え、3種類の大きさのコマを用いる場合に適用させようと考えた。

5. 結論

まだ作成の段階には至っていないが、そのために必要な基本的な知識や技術を学びながら構想を練っている。コマの種類と数を指定するだけで勝ちパターン数を求められるようにしたい。

6. 参考文献

なし

7. キーワード

Python ゴブレットゴブラーズ

コラッツ予想 Collatz conjecture

Abstract

Our study's goal is to find some clues to help solve the problem, Collatz conjecture.
We researched two consecutive natural numbers and three consecutive natural numbers that have the same number of trials.

1. 目的

今もなお証明されていないコラッツ予想。私達はこの予想の試行回数が同じである三連続自然数に注目することで、新しい手がかりを発見できないかと考え、研究に臨んだ。この研究がコラッツ予想の証明の一助になればいいと思う。

【コラッツ予想とは】

任意の自然数 n をとり、

(i) n が偶数の場合、 n を 2 で割る

(ii) n が奇数の場合、 n に 3 をかけて 1 を足す

という操作を繰り返した時、 n がどのような値であっても 1 に到達するという予想。

2. 方法

(I) 連続する 2 つの自然数と (II) 連続する 3 つの自然数のそれぞれについて 1000 までの自然数で調べた。

(I) 連続する 2 つの自然数に注目して規則性がないか調べた。

(II) 試行回数が同じ連続する 3 つの自然数は、試行過程においてある回数からずっと同じ数となる。その部分に注目し何か法則がないかを調べた。

3. 結果

(I) スタートの数 $8n+4$ 、 $8n+5$ で表せる時、必ず試行回数が同じとなる。

(II) 初めて同じ数となる試行から 3 つ遡ると、3 つのうち連続する 2 整数が同じ数となり残り一つの自然数と差が 1 となることを発見した。

4. 考察

(I) 連続する 2 つの自然数に注目した時、 $8n+4$ 、 $8n+5$ で表せる数以外にも試行回数が同じになる場合がかなりあったため、その場合についての規則性の有無を引き続き研究していきたい。

(II) これから証明していきたい。

5. 結論

まだ完成していないので、この発見をこれから証明したり発展させたりしていきたい。

6. 参考文献

なし

7. キーワード

試行回数 連続する自然数

ルーローの多角形における特殊サイクロイドの考察
Consideration of pseudo-cycloidization of Reuleaux polygon

Abstract

This is a study of turning Reuleaux polygons with reference to cycloids. The shape created when the Reuleaux polygon is rotated so that it does not slip from its origin is **“pseudo-cycloidization of Reuleaux polygon”**. At current time, we know that this trajectory can be divided into three types of cases: arc, straight line, and trochoids.

1. 目的

身近なエンジンなど様々な製品に使われているルーローの三角形について興味を持ち、その数学的な特徴にどのようなものがあるかについて研究することにした。ルーローの三角形は転がした際に高さが変わらないという特徴を持つ定幅図形であるため、サイクロイドと同様に転がした際の頂点の軌跡について研究した。

2. 方法

ルーローの多角形は、正奇数角形の辺を膨らませてできる定幅図形である。軌跡を調べる対象の頂点の座標が(0, 0)であり、重心の x 座標が 0 であるときを始点としてルーローの三角形と五角形における軌跡を場合分けし、数式で表した。

3. 結果

ルーローの三角形における軌跡はサイクロイド、弧、直線の組み合わせで表せる。ルーローの五角形における軌跡はサイクロイド、弧、トロコイド、直線の組み合わせで表せる。

4. 考察

ルーローの三角形、五角形どちらにおいても下記の様になる。

- ・ 曲線の組み合わせは直線を挟んで対称的になる。
- ・ x 軸に頂点が触れているときは弧、軌跡をとる頂点の対辺以外が触れている場合はサイクロイドまたはトロコイド、軌跡をとる。頂点の対辺が触れている場合は直線を描く。

また、ルーローの多角形全般においては、
サイクロイド→弧→トロコイド→弧→……→弧→直線→弧→トロコイド→弧→トロコイド→…
…→弧→サイクロイド となることが考えられる。

5. 結論

考察から、ルーローの多角形の特殊サイクロイドは部分ごとに分けることで求められるとわかったので、今後はその点に留意して特殊サイクロイドについて解明したい。

6. 参考文献

なし

7. キーワード

サイクロイド ルーローの多角形 トロコイド

ごいた名人への道 How to become the Goita master

Abstract

Objective: To investigate ways the win ratio can become higher and generate a strong strategy about Goita.

Method: Writing a program that we think is strong and judge if it indicates a constant win ratio.

1. 目的

ごいたにおいて、勝率が高くなる方法を調べ、有効な戦略を考案する。

2. ルール

ごいたは2人1組の2チームで行い、順番に駒を出していき、最初に手駒をなくしたチームの得点とするボードゲームである。

また、駒の出し方には「攻め」と「受け」があり、攻めの際は任意の駒を出すことができ、受けの際は基本的に、前に出された駒と同じ種類の駒を出す必要がある。

詳しいルール説明については右にQRコードを添付しておく。



http://goita.jp/wp-content/uploads/2016/11/goita_rule_2nd.pdf

3. 方法

ごいたを自動で行うプログラムを作成し、出す駒の優先順位やその他条件などを変更し、勝率を検証した。その結果、勝率が高くなった場合にその条件が有効であると判断した。

4. アルゴリズム解説

味方同士である P1 と P3 に関して、相手チームが攻めを行った場合は可能ならば受け、味方が攻めを行った場合は可能であっても受けないようにした。

5. 結果

表1から、P1 と P3 の勝ち数がそれぞれ全体の 29% と高い勝率を示した。また表2から、P1 のみにアルゴリズムを適用させると、P1 の勝率は下がるがそれ以上に P3 の勝率が高くなった。

	勝ち数		勝ち数
P1 (チームA)	295413	P1 (チームA)	219070
P2 (チームB)	204552	P2 (チームB)	225674
P3 (チームA)	295685	P3 (チームA)	328521
P4 (チームB)	204350	P4 (チームB)	226735

表1 : P1 と P3 に適用 表2 : P1 のみに適用

6. 考察

このアルゴリズムは味方の勝率を上げるものとなっており、味方が受けを行わないことで三人を相手にしていた状況が二人に減るため、味方の攻めが有効に働く場面が増加したため、味方の勝率が高くなったと考えられる。

7. 参考文献

能登ごいた保存会 <http://goita.jp>

ごいたラボ <https://yoskeoka.github.io>

8. キーワード

ごいた プログラミング アルゴリズム 戦略 Python

福井県立若狭高等学校
Fukui Prefectural Wakasa High School
ナンプレの解のパターン
Number Place solution patterns

Abstract

We are conducting an exploration with the aim of providing a new brain training game using Sudoku. To begin with, we started by researching the number of pattern variations in Sudoku game boards, and we have found that for a 4x4 Sudoku, it can be narrowed down to 5 patterns. By investigating these fundamental aspects of Sudoku, we are advancing our exploration.

1. 目的

既存のナンプレの性質を応用した、新しい脳トレゲームの開発を目指す。そのために、

2. 方法

9×9のナンプレについては、法則を実証していくには試行パターンが多すぎるため、4×4のナンプレについて考案することにした。脳トレを作るためには、すべてのパターンを考える必要がある。そのため、違った盤面に見えるものも、回転させて一致するパターン、数字を交換して一致するパターンなども考え、グルーピングする。

3. 結果

4×4のナンプレを回転をしたあとのパターン数は5つだとわかった。その5パターンには形に特徴があったため、ローラー型、クロス型、ナナメ型、ウェーブ型、全ローラーと名付けた。

4. 考察

パズルゲームは特徴的な形に注目すればパターンの分類や最小ヒント数を見つけるのに使えるのではないかと考えた。

5. 結論

4×4のナンプレの288個の解を5パターンに分類することができた。この5パターンについてさらに研究を進めることで新しい脳トレを開発していこうと思う。

6. 参考文献

・[私的数学塾] S. H's Homepage for mathematics

<http://shochandas.xsrv.jp/index.htm>

・数独パズルの難易度判定—大阪工業大学

<https://www.oit.ac.jp/is/shinkai/Papers/2011/sudoku/dode/shinkai.pdf>

・Ed Russell and Frazer Jarvis 9×9ナンプレの総パターン数

<http://www.afjarvis.org.uk/sudoku/sudgroup.html>

・数独の解生成と解に対する番号付け 東京工業大学 戸神星也

<http://kymst.net/sudoku/test/doc/SUDOKU/Index.pdf>

7. キーワード

ナンバープレース 数独

Social Force Model を基にした
群衆シミュレーションモデルに関する研究
Evaluation of Crowd Modeling based on Social Force Model

Abstract

During the Halloween Festival in Seoul, many people gathered in a narrow street in Itaewon where they were killed in crowd crush. This research shows that how pedestrians move typically and how they should move to avoid such accidents by using programmed simulation.

1. 目的

2022 年 10 月ソウルの梨泰院では狭い通りに大勢の人が集まったことで群衆雪崩が発生した。Python を用いたシミュレーションを行うことで同様の状況またはその他のケースを再現し、群衆運動のモデル化や事故の再発防止策などを検討する。

2. 方法

Social Force Model という Dirk Helbing によって提唱された、歩行者が目的地へ進もうとする力や他者・壁から受ける反発力の式を Python に実装し、Python 上で人数や周囲状況などをパラメータとして変動させる。

3. 結果

対向して歩いてくる歩行者が増えるほど一定区間を渡り切る時間が長くなった。また、通路が狭くなればなるほど入口と出口で歩行者が群がり歩行が止まっていた。

4. 考察, 結論

群衆のモデルは、①対向歩行者によって進行を妨害されるときと②同一方向に向かう歩行者の集団が障害物(通路の狭さなど)によって進行を妨害されるときとの 2 パターンに大きく分類されることが分かった。①の場合は対向している歩行者同士が正面からぶつかることを避けることで群衆の発生が避けられるが、②の場合についての汎用的な対策は考察中である。

6. 参考文献

Social Force Model for pedestrian dynamics

Social force model を基にした歩行者の避難シミュレーションモデルに関する研究

7. キーワード

Social Force Model シミュレーション Python

おりがみ上での円周率の近似値の作図
Drawing figures of the approximate value of pi on the origami

Abstract

(In English, within 4 lines) It is said that this cannot demand pi by the drawing figures method of general ruler and compasses, but is the attempt that is going to draw a figure of pi on the origami using the polygon that is a circle and an approximation.

1. 目的

定規とコンパスのみでは円周率は作図することはできないが、折り紙の持つ三次元的な歪みを使って近似的にでもそれが可能になるのではないかと思ったから。

2. 方法

折り紙の一部に半径 1/2 の円と近似な図形（正多角形）を作り、その外周を移りとることで円周率を移しとる。

3. 結果

円に近似な図形を作る際の作業が煩雑化してしまい、うまく近似な正多角形と円との差を調整できなかった。

4. 考察

近似な図形を用いる方法では折り紙の歪みが強く出てしまうため、歪みを固定する方法を考え出す必要がある。

5. 参考文献

<https://www.e-net.nara.jp/hs/nara/index.cfm/1,2349,c,html/2349/20221108-104023.pdf>

6. キーワード

おりがみ 円周率

コラッツ予想の値を変えるとどうなるのか

What happens if we change the value of the Collatz forecast?

Abstract

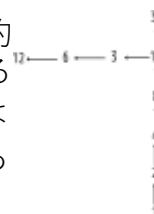
I did research on what the results would be if the Collatz forecast were slightly changed. Some of the results did not hold. However, for those that did, I could not prove that they were valid, and I can predict that they will be as difficult as the Collatz forecast. I could prove that it does not hold by circulating it, but I could not prove that it does hold.

1. 目的

長年未解決問題となっているコラッツ予想。その予想を少し変えることによって、元の予想に関する理解度を上げることが目的である。

2. 方法

結果からさかのぼって考える。例えば右図のように、コラッツ予想は最終的に 2^n に収束すると言い換えられるので、 2^n からさかのぼるようにして考える。その結果から予想をいじったものの解き方や特徴を見つける。そしてそれは成り立つのかそれとも成り立たないのかを考察する。はじめは少しずつ変えある程度まとまったら、一般化して範囲を広める。



3. 結果

成立しないものが存在した。例えば偶数ならば2で割り、奇数ならば5をかけて1足すとすると、13の時

$$13 \rightarrow 66 \rightarrow 33 \rightarrow 166 \rightarrow 83 \rightarrow 416 \rightarrow 208 \rightarrow 104 \rightarrow 52 \rightarrow 26 \rightarrow 13$$

となり循環してしまう。しかし多くは反例を見つけられずコラッツ予想と同様に成立しそうであるものであった。

成立することの証明はできずコラッツ予想同様に解決の道筋が立たなかった。

しかしコラッツ予想に比べて、2で割る作業が連続することが少ないことは分かった。

4. 考察

コラッツ予想の証明に関して初めの数を n として操作を行い奇数の時 $3n+1$ 、 $(3n+1)/2$ となり約 $3/2$ 倍になり、偶数の時 $1/2$ 倍になる。よって $(3/2)^{1/2} \times (1/2)^{1/2}$ は1よりも小さいから成立するという主張がありこの時、奇数ならば5かけて1足すとすると1を超える。

また数も大きくなる傾向がある。だからこの主張の信ぴょう性は増してと思われる。

5. 結論

コラッツ予想の解決のヒントを見つけることはできなかった。しかし既存の主張をサポートする物は見つかった。今後の展望と数値を変えたものの成立の是非はどうか考察を続けたい。

6. 参考文献

wikipedia

7. キーワード

コラッツ予想

プログラミングによって行う素因数分解

Abstract

There is a famous means how to factorize the big number into prime factors. I'll try to make programming to factorize the big number into prime factors with using other means.

1. 目的

既に存在する素因数分解のプログラミングは試し割り法を用いている。まず自分は試し倍数判定法を用いて素因数分解のプログラミングをすることで、プログラミングへの理解を深め新たな方法を模索する。

2. 方法

すべての素数にあるそれぞれの倍数判定法を用いて素因数分解する。
(a, b, n, k, q , は整数、 q は任意の素数)
 $n=10a+b$ $a+bq=pk$ とする。ここで、 $a=pk-bq$ を $n=10a+b$ に代入すると $n=10pk-10bq+b$ となる。ここで n が p の倍数になる q の一つを見つける。(ここでは m とする。)すると $a+qb=qk$ となり、倍数判定法が完成する。これを利用して素因数分解する

3. 結果

力不足で、完璧なものではできなかった。まだプログラミングが完成したわけではないが、演算にかかる計算量を予測して場合分けして計算できるようなプログラミングが作ればもっと早く計算できるので追加したい。

4. 考察

物を作るときは基礎をしっかりとすることが大事だと思った。

5. 結論

完成させることはできなかったが、作ることはできるだろうしもっと早く計算する方法もある。

6. 参考文献

FOCUS GOLD

7. キーワード

素因数分解

ディズニーランドの最小経路をより簡単に求める組み合わせ最適化問題

Combinatorial optimization problem to find the minimum path of Disneyland more easily

Abstract

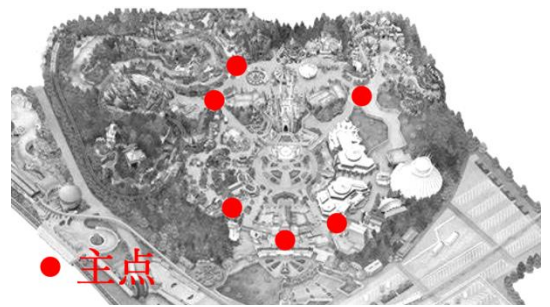
Combinatorial optimization problems, which are difficult to solve without using a computer, maybe found more easily by simplifying

1. 目的

数学を何のためにやっているかわからないという人がたくさんいる中、数学的思考を用いて、役に立つことを調べられないかと思ったため、これを調べようと思った。また、この手の組み合わせの問題は計算量が莫大になってしまうため、可視化しやすい場所にするこによって、計算量を減らすことで、最短経路をより簡単に求められないか考えた。

2. 方法

ディズニーランドをテーマランドに分けてそのテーマランドごとに最短経路を求めること、また、ディズニーランドを効率的に回るために、始点と終点を入り口に定めるなどの簡略化を行ったうえで出したものと、Python を使って出した、近似解法との値を比べる。



3. 結果

近似解と近い値を出すことができた。しかし、まだまだ工夫が足りずに計算量を大幅に減らすことができなかった。そのため、どちらのものも Python 等のコンピューターを用いなければならない。

4. 考察

ディズニーランドのようにアトラクションの多い場所だと計算量が多くなってしまふのは仕方ないことだと思うけれど、もっと細分化を目指したり、ランドを一周する上での条件を付け加えたりすれば計算量を減らせると思った。

5. 結論

計算量を減らすことはできたが、大幅な削減とは言えず、まだまだ改善の余地があるのではないかと考えられる。

6. 参考文献

[【公式】マップ | 東京ディズニーランド \(tokyodisneyresort.jp\)](#) [開発日誌 \(hatenablog.com\)](#)

7. キーワード

組み合わせ 最短経路

二関数の一関数への統合
Integration of two functions into one function

Abstract

When two functions are expressed on a coordinate plane, the domain is originally specified and the two functions are graphed, so we will find a function that makes it an expression.

1. 目的

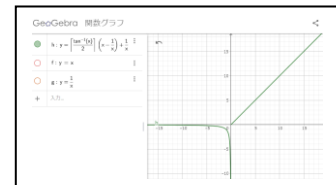
二関数を座標平面上表す場合、本来定義域を指定して二関数をそれぞれグラフにするが、それを一つの式にする方法はないかと気になったので作ることにした。

2. 方法

関数を二つに分けるために、入力された数の符号によって異なる定数を返す関数(…①)を考える。それを任意の二関数を使い操作し、題意の関数を求める。また、Geogebra を用いてその関数が実際に二関数を統合したものなのかを検証する。

3. 結果

①の関数は正接の逆関数を自然数で割ったものに天井記号を付けた関数で表すことができた。正側に作る関数を $f(x)$ とし、負側に作る関数を $g(x)$ とすると、①に $g(x)-f(x)$ を掛け、それに $g(x)$ を足すことで任意の関数を正側と負側に分けて作ることに成功した。



4. 考察

①の関数を作る過程で正接の逆関数にそのまま天井記号を付けたところ定数関数が4つに分かれたものを確認できた。その関数をうまく操作すれば二つ以上に分かれた関数を作ることも可能なのではないかと考えたので今後調査したい。

5. 結論

天井関数をうまく利用することで完全に任意の二関数を一つの式で表すことができる。

6. 参考文献

なし

7. キーワード

関数 座標平面 天井関数

ノイズキャンセルの新しい形

Abstract

Replace noise cancellation with a program that turns it into a less unpleasant sound. Programming with mathematics because note names such as do-re-mi become dissonant depending on the combination.

1. 目的

最近、電気自動車が走行中静かすぎるせいで事故が起きかけることがあったと聞いた。そこから、近年も騒がれている騒音問題をアンチノイズキャンセリングなどで音を消すだけで解決しようとしても、危険が迫ってくることに気づけなくなるなどの問題が発生する、ということに気づいた。そこで、音を消すのではなく不快ではない音に変えたのなら、何が動いているのか、何が近づいているのかを把握することと、騒音を無くすことを両立できるのではないかと思い、研究することにした。

2. 方法

事前調査で、音がある周波数になるとドレミのような音名という聞こえのいい音がなること、音名の音を同時に鳴らしたとき周波数の比が1:2のような簡単な整数比から遠ざかると不快な不協和音になること、音名の音を1オクターブ上げると周波数は2倍になることがわかった。→オクターブを変えるだけなら簡単な整数比を維持できる。

google colabを用いて、周波数が簡単なラの音を軸に音声データの音を全てラの音にするプログラミングをする。

→プログラミング環境が違う為ネット上のプログラムのままでは動かず、プログラミングはまだ完成していないので音声データの編集方法の案を考え、プログラムができたならスムーズに進められるようにする。

ラの音を1オクターブ上げると周波数は2倍になる→log関数を用いればどのオクターブのラの音に一番近いかを求められるプログラムを作れそう。

→オクターブの違うラの音の周波数を $\log_2 \circ$ の形にし、 \circ の所にきた数字を入れたリストを作る。その後音声データ内の音の周波数も $\log_2 \circ$ の形にし、 \circ の所にきた数字をリスト内で一番近い数字に変えるプログラムを作る。

できたプログラムで色々な音声データを処理し、処理した音声データと元の音声データを聞いてもらい、アンケートをとることでどれくらい騒音を減らせたかを調べる。

3. 考察

現時点で考えられる問題点として、

・1オクターブも差がある音は、音の高さがかなり違うように思われる。

→日常生活において、出る音の高さの差が1オクターブ以上あるものはそうそうない→音の大きさの違いだけで何が出している音が把握することができるのだろうか。

→音声データを処理したとき、音の高さの差を開くことになると元の音声データと比べてどれくらいの違和感が生じるのだろうか。

・もっと細かく音程を変えた方がいいのか。

→周波数の比を考慮できるプログラムはどう作ればいいのか、もし作れてもそれで処理した音声データを2つ以上同時に流したら不快な音ができてしまうのではないのか。

などの問題点があるため、これから確かめていく必要があると考えられる。

4. 引用・参考文献

【フーリエ変換の意味をイメージでわかりやすく】<https://takun-physics.net/8037/>
Pythonで女性の声を音声変換してみた！<https://atsblog.org/pythonmp3-wav-fft/>

5. キーワード

・フーリエ変換 ・音階 ・オクターブ ・不協和音

一般的な行列の一次変換
Linear transformation of general matrix

Abstract

We generally transform vectors into other vectors by multiplication by a square matrix. I tried to use a general matrix instead of the square matrix. Also, I tried to generalize diagonalization to a general matrix.

1. 目的

一次変換を一般的な行列で考え、ベクトルの動きを調べる。また、一次変換に深く関わっている対角化を一般的な行列で考える。

2. 方法

まず、正方行列による一次変換とその行列の対角化の関係について整理する。
次に、一般的な行列による変換でのベクトルの動きを調べる。
最後に、正方行列で整理したことを一般化し、一般的な行列の対角化を考える。

3. 結果

- ・行列には見方によって同じと見られるグループがあり、そのもっとも簡単な形を求めるのが対角行列であることが分かった。
- ・ $m \times n$ 行列は n 次元ベクトルから m 次元ベクトルへの写像を作ることが分かった。
- ・一般的な行列の対角化を考えることができた(対角化とは言わないが)。

4. 考察

対角化について考えられたことで、固有値や固有ベクトルといった概念も一般化することができると思われる。

5. 結論

一般的な行列におけるベクトルの変換と対角化のようなものを考えることができる。

6. 参考文献

<https://www.krrk0.com/representation-matrix/> (最終閲覧:2023年7月18日)

7. キーワード

一次変換 対角化 基底 次元

ハーディ・リトルウッドの F 予想を用いたガウス素数の分布についての考察

The consideration of Gaussian Primes' distribution
by using Hardy-Littlewood F conjecture

Abstract

By using Hardy-Littlewood F conjecture, we discovered the law of distribution of Gaussian Primes on diagonal lines of complex plane.

1. 目的

複素数平面上におけるガウス素数の分布の規則性を発見する

2. 方法

「Mathematica」を用いた数値実験の値をもとに、ガウス素数の出現率についての仮説を立て、ハーディ・リトルウッドの F 予想を認めたいうで仮説の証明を行う。

$$P(n) \sim A \frac{1}{\sqrt{a}} \frac{\sqrt{n}}{\log n} \quad A = \prod_p \left(1 - \frac{1}{p}\right)^{-1} \left(1 - \frac{\omega_f(p)}{p}\right)$$

3. 結果

複素数平面上で傾きが 1 である半直線を 1 つの列として考えると、列番号が 3 の倍数列ではガウス素数の出現率が低く、5 の倍数列では出現率が高くなった。

4. 考察

ハーディ・リトルウッドの F 予想に含まれるルジャンドル記号の値を求めるときに、列番号が関わってくる。ルジャンドル記号の計算で、 $p=3$ のときは、3 の倍数列以外は定数 A の値を求めるときに 1 より大きい数をかけられるため、3 の倍数列は他の列と比べて小さい値になる。また、 $p=5$ のときは、5 の倍数列以外は定数 A の値を求めるときに 1 より小さい数をかけられるため、5 の倍数列は他の列と比べて大きい値になる。これは $p=7$ 以降の素数でも同じことが起こるのではないかと考え、証明を進めた。

5. 結論

4 で割ると 1 余る素数をかけ合わせていった列番号ではガウス素数の割合が徐々に大きくなり、また 4 で割ると 3 余る素数をかけ合わせていった列番号ではガウス素数の割合が徐々に小さくなる。よって、列番号から、出現率がより多い (少ない) 列を導き出すことができる。

6. 参考文献

「The Bateman-Horn conjecture: heuristic, history, and applications」

S. L. Aletheia-Zomlefer, L. Fukshansky, S. R. Garcia, Expo. Math. 38 (2020), no. 4,

7. キーワード

ガウス素数 ハーディ・リトルウッドの F 予想 複素数平面 シノ定理 平方剰余

ファレイ数列の総和
Sum of Farey sequence

Abstract

In this study, we investigated the regularity when adding fractions regardless of the relationship between the denominators and numerators. From there, we developed a formula to calculate the sum of the Nth generation.

1. 目的

青チャートを演習していたら、既約分数に関する問題があり興味をもち、ファレイ数列に行きついた。そこで、ファレイ数列の総和についての書かれていることが少なかったので一般化したい。

2. 方法

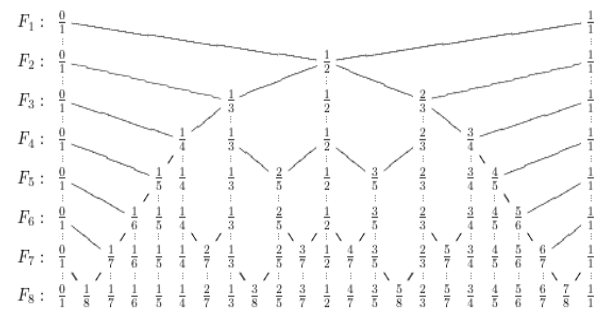
項数ごとに規則性を探し第 n 世代までの総和を求めた。

3. 結果

$\frac{1}{2}$ を対象の軸として、対応する分数の和が1になることに気づき、それらを項数と対応させることにより総和が

$$\sum_{k=2}^n \left\{ \frac{2 + \sum_{l=2}^k \varphi(l)}{2} \right\} \quad (\varphi(n) \text{はトーシェント関数})$$

とわかった。



4. 考察

$\frac{1}{2}$ を対象の軸になっていることから、範囲を変えたときでも軸が現れるのではないか。また、 $\frac{1}{2}$ が軸になっているかを証明できるのではないか。

5. 結論

第 n 世代の和及び、第 n 世代までの総和を求めることができた。

6. 参考文献

「論説」Farey 数列について - 名城大学

https://ccmath.meijo-u.ac.jp/~mumr/2015/pdf/2015_02.pdf

7. キーワード

ファレイ数列 トーシェント関数 中間分数

極限の規則性 Regulation of limit

Abstract

We usually see the problems about limit in entrance exam of university, and so on. We are researching the way to solve such problems easily and the regulation of limit. We are thinking about some formula and regulation, and conditions that they apply.

1. 目的

極限に関する問題は様々なものがあるが、それらを簡単に解くことはできないか考えた。そのため、極限に関するさまざまな規則や関係式を導き、それを証明することを試みた。

2. 方法

極限に関する定理や問題を通じて、極限に関する規則や関係式を調べた。

3. 結果

以下の規則や関係式を発見した。

$$\cdot \lim_{n \rightarrow 0} a_n = \alpha \Rightarrow \lim_{n \rightarrow 0} \log a_n = \log \alpha$$

・ $\lim_{n \rightarrow \infty} a_{n+1} = f(a_n)$ の形で表される数列 a_n の極限值は、

$$0 < f'(a_n) < 1 \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \alpha, \quad f'(a_n) \geq 1 \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \infty \quad (\alpha \text{ は定数})$$

・ ある条件下で、 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)g(x) = \lim_{x \rightarrow 0} f'(x)G(x)$ ($G(x)$ は $g(x)$ の原始関数の一つ)

・ ある条件下で、 $\lim_{x \rightarrow \alpha} = A$ (α, A は定数)

4. 考察

今後の研究では、さらなる関係式や、広く一般的に使える式などを考えていきたい。

5. 結論

極限の問題はいろいろなアプローチから簡単に解くことができる。

6. 参考文献

難波誠. 微分積分学. 裳華房, 2009.

三宅正武, 市原完治. 微分積分学. 学術出版社, 1998 年

加藤文元. 大学教養 微分積分. 数研出版, 2019, [チャート式]

“漸化式と極限 ④ 対数型と解けない漸化式”. 受験の月. <https://examist.jp/mathematics/limit/tokenaizenkasiki-kyokugen/> (参照 2023. 7. 14)

マスオ. “平均値の定理の意味・証明・応用例題 2 パターン”. 高校数学の美しい物語 2022/01/19 <https://manabitimes.jp/math/980> (参照 2023. 7. 14)

7. キーワード

微分・積分 平均値の定理 ロピタルの定理 コーシーの収束条件

円に内接する三角形の変化

The changes in the forms of triangles inscribed in a circle

Abstract

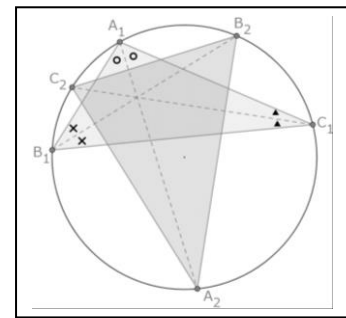
In a triangle inscribed in the circle, we draw the bisectors of each angle and connected the intersections. We form the new triangle at the intersections. We experimented with GeoGebra to study how the forms change when we repeated this operation. As a result, we found that they converge to an equilateral triangle.

1. 目的

「円に内接する三角形において角の二等分線を描き、円との交点をとって新しく三角形をつくる」という操作を繰り返すと三角形はどのように変化するのかを調べる。またその原理を解明する。

2. 方法

上記の操作を GeoGebra を用いて実験を行い、最終的にどのような三角形に収束するかを調べる。またこれを円弧の長さに注目することで証明を行う。

**3. 結果**

最終的に任意の三角形は正三角形に収束する。角の二等分線が円弧を二等分する線であることから漸化式と数列の極限をとることで証明することができた。

4. 考察

角の二等分線が円弧を二等分する線であることから垂直二等分線も同様に操作を行うと正三角形に収束するということがいえる。

5. 結論

角の二等分線と垂直二等分線については変化の仕方・原理が分かった。中線や垂線などほかの操作に置き換えた場合はどのように変化するのかを調べたい。

6. 参考文献

漸化式パターン12:3つの数列の連立漸化式の解法 | 大学入試数学の考え方と解法 (methodology.site)

7. キーワード

幾何 三角形 円 正三角形 角の二等分線 内心 漸化式

円柱オセロ

Abstract

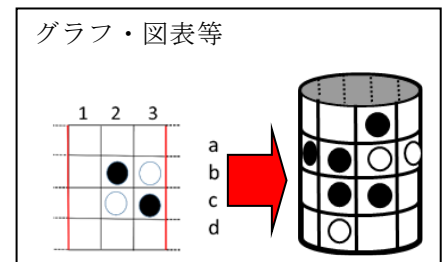
We define tubular reversi as a tubular reversi board with the two ends of the board connected to form a tube. We studied tubular reversi on a 4 times 3 board, with Black as the first player. We studied all cases. The results showed that White won more games than Black. If not a single pass occurs, White can place the last stone. For these reasons, we concluded that White has the advantage.

1. 目的

オセロは8×8の平面が一般的だが、円柱のオセロも面白いのではないかと思いを考えた。

2. 方法

オセロの盤面は縦4マス×横3マスとし、赤線の両端をつないで円柱状のオセロにした。石の初期配置を右図のように決め、黒を先手とする。また、石を置く番になったとき、はさんでひっくり返すことができないときはパスとする。この時、全通りを調べた。



3. 結果

379通りについて説明する。

1. 白の勝ち数：黒の勝ち数：引き分け= 2 1 1 : 1 5 4 : 1 4
2. 石の個数が 勝ち:負け=9:3 になることが多い。(1 2 3 / 3 7 9 でそれが起こる)
3. 円柱オセロの特徴により、最後の一手で、白が黒の石を6個ひっくり返して全滅させることもあった。

4. 考察

白の勝ち数が黒の勝ち数よりも多い。白も黒もパスしなければ白が最後の一手を置き、その最後の一手で全滅、または多くの相手の石をひっくり返すことがあることなどから、4×3の円柱オセロは白のほうが有利なのではないかと考える。

5. 結論

今回の結果から、4×3の円柱オセロは白が有利なゲームであると考えられる。また、円柱オセロならではの特徴を生かした、勝つための定石も編み出していきたい。

6. 参考文献

<https://ipsj-kyushu.jp/page/ronbun/hinokuni/1004/1A/1A-2.pdf>

7. キーワード

円柱オセロ

正単体の回転体
Solid of revolution of regular simplex

Abstract

I studied about three-dimensional figures such as dodecahedron. Then I got interested in n-dimensional figures. At first, I investigated some four-dimensional figures such as a solid of revolution of tetrahedron. And I expanded them to n-dimensional figures.

1. 目的

正単体を回転させた回転体の超体積を一般化すること。

2. 方法

n次元正単体(例: 2次元の時は正三角形、3次元の時は正四面体)の底 n-1次元体から頂点までの距離を求め、それをもとに n次元の正単体や回転体の超体積を求める。

3. 結果

$$V_{(n+1)} = \frac{2\pi}{\sqrt{n} \cdot n! \cdot (\sqrt{2})^{n+1}} \quad (n \geq 1)$$

と、単純な数式で表された。

4. 考察

n次元正単体の回転体の超体積の一般化に成功した。

5. 結論

法則性のある高次元体では、同様に回転体の超体積を調べることができると予想される。

6. 参考文献

NEXT 数学Ⅲ－数研出版

7. キーワード

単体(simplex) 重積分 回転体

部分分母が等差数列となる連分数
Continued fraction whose partial denominator is arithmetic progression

Abstract

I am concerned with the continued fractions and studied them. Then, I derived some continued fractions whose partial denominators are the arithmetic progression.

1. 目的

変形ベッセル関数の漸化式を考慮して、部分分母が等差数列となる連分数について調べた。

2. 方法

第二種変形ベッセル関数の漸化式を用いることで、ある無理数を連分数展開したときに、部分分母に等差数列が現れることに気づき、その特徴を調べた。

3. 結果

連分数展開したときに部分分母に等差数列が現れるための収束条件が、研究前には不明瞭であったが、ある極限の計算を確認することで、それが正当化されることを示した。

4. 考察

変形ベッセル関数の漸化式、及び、連分数展開の諸計算の確認を行った。

5. 結論

$a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$ で、 $\lim_{b \rightarrow \infty} \frac{K_{a+b-1}(x)}{K_{a+b}(x)} = 0$ が成り立つことを示すことで、連分数展開が正当化されることを確認した。

6. 参考文献

NEXT 数学Ⅲ-数研出版 無理数と超越数(塩川宇賢 著)

7. キーワード

連分数 変形ベッセル関数 ガンマ関数

加法定理の拡張

抄録

$\sin(a_1+a_2+a_3+\dots+a_n)$ や $\cos(a_1+a_2+a_3+\dots+a_n)$, $\tan(a_1+a_2+a_3+\dots+a_n)$ の一般項を導出することを目標として, $\sin(a_1+a_2)$, $\sin(a_1+a_2+a_3)$, \dots と拡張していき特徴を調べてそれぞれにいくつかの規則性を見出した.

1. 序論

$\sin(a_1+a_2+a_3+\dots+a_n)$ や $\cos(a_1+a_2+a_3+\dots+a_n)$, $\tan(a_1+a_2+a_3+\dots+a_n)$ の一般項を導出することを目標として, $\sin(a_1+a_2)$, $\sin(a_1+a_2+a_3)$, \dots のように拡張した.

2. 方法

$$\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$$

$$\sin(A+B+C) = \sin(A+B) \cos C + \cos(A+B) \sin C$$

$$= \sin A \cos B \cos C + \cos A \sin B \cos C + \cos A \cos B \sin C - \sin A \sin B \sin C$$

\dots と順に求めて特徴を調べた.

*ただし, \cos の加法定理については $\sin(x+a_2+a_3+\dots+a_n)$ を微分したものにおいて, $x=a_1$ としたものを用いた.

3. 結果と考察

\sin , \cos , \tan の加法定理について, 次のように書けることが分かった.

• $\sin(a_1+a_2+a_3+\dots+a_n)$ について

• $\cos(a_1+a_2+a_3+\dots+a_n)$ について

sin型	1項に含まれるsin,cosの数		符号	個数
	sin	cos		
A~B	1	1	+	${}_2C_1$
A~C	1	2	+	${}_3C_1$
	3	0	-	${}_3C_3$
A~D	1	3	+	${}_4C_1$
	3	1	-	${}_4C_3$
A~E	1	4	+	${}_5C_1$
	3	2	-	${}_5C_3$
	5	0	+	${}_5C_5$

cos型	1項に含まれるsin,cosの数		符号	個数
	sin	cos		
A~B	2	0	-	${}_2C_2$
	0	2	+	${}_2C_0$
A~C	2	1	-	${}_3C_2$
	0	3	+	${}_3C_0$
A~D	4	0	+	${}_4C_4$
	2	2	-	${}_4C_2$
	0	4	+	${}_4C_0$
A~E	4	1	+	${}_5C_4$
	2	3	-	${}_5C_2$
	0	5	+	${}_5C_0$

• $\tan(a_1+a_2+a_3+\dots+a_n)$ について

$$\tan(a_1+a_2+a_3+\dots+a_n) = (T_1 - T_3 - T_5 - \dots) / (T_0 - T_2 - T_4 - \dots)$$

(T_k は $\tan(a_1)$, $\tan(a_2)$, \dots , $\tan(a_n)$ の k 次の対称式.)

4. 参考文献

東京出版 数学II Advanced 俣野 博・河野 俊丈ほか

5. キーワード

三角関数 加法定理

巨大基数のヴェブレン関数

抄録

独立に定義されていてそれぞれの大きさを比較しづらい巨大基数を一元的な表記で表すことを目標とした。現在まで2パターン試したが、所望の結果は得られていない。

1. 序論

ヴェブレン関数とは自身の不動点を数え上げる関数であるが、弱到達不能基数の基本列は ω 不動点と一致しているのでその性質を活用して最小の到達不能基数を定義を改変したヴェブレン関数で記述できるのではないかと思い研究を始めた。

2. 方法

$\phi(0, n) := \aleph_n \quad (n \in \mathbb{N})$ とし、 $\phi(\alpha, \beta) := \text{enum}\{\gamma \mid \forall \delta < \alpha (\phi(\delta, \gamma) = \gamma)\}(\beta)$ と定め、この関数、さらにこの関数を自然に多変数に拡張して既存の巨大基数の大きさを比較した。また ϕ 関数の定義を別のもにへ変えた様々なものについても考察をした。尚、これらの関数の取り回しをよくするためにGCHを仮定した。

3. 結果

2の方法で用いた関数は不動点を用いるため共終数がある点から ω から増えないため到達不能基数に至らなかった。またもう一つ別で定義したものも同様の理由で。到達不能基数そのものの定義を用いて $\phi(1, 0)$ が到達不能基数になる関数は作れたが拡張性が少なく面白味がなかった。それ以外の定義の ϕ 関数に関しては未だ研究中である。

4. 考察

共終数が問題なので ϕ 関数を、共終数を増やす関数として新たに作ったり、二変数目を増やすときのシステムをもっと改良したりすればよいのではないかと思った。うまく定義できたとしたら、順序崩壊関数にとって使いやすい表記になるのではないかと考える。

5. 結論

別途定義された基数を画一された表記に落とし込むには多大な苦勞が伴うことが分かった。できるなら今度はブーフホルツの ϕ 関数などでも同様の研究を行っていきたい。

6. 参考文献

https://www.jstage.jst.go.jp/article/kisoron/39/2/39_KJ00007978404/_pdf

<https://googology.fandom.com/ja/wiki/%E3%83%B4%E3%82%A7%E3%83%96%E3%83%AC%E3%83%B3%E9%96%A2%E6%95%B0>

kunen set theory.

7. キーワード

巨大基数 順序数 ヴェブレン階層 集合論

多角形の有理数への拡張
Extension of polygons to rational numbers

Abstract

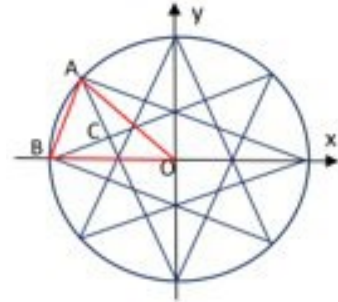
We have studied "rational polygons" and investigated their basic properties. We then attempted to study the extension of the properties that are currently valid for polygons to "rational polygons".

1. 目的

星形多角形の内角の和は義務教育でも扱われているが、他の性質については明らかにされていないことに気がついた。そこで星形多角形の別の言い方である m/n 角形という呼び方に着目し、星形多角形を全有理数に対応させることを考えた。

2. 方法

正有理数多角形に対して成り立つ性質について座標平面などを用いて考察する。



3. 結果

正有理数多角形に関して、4つの性質を発見した。

4. 今後の展望

m 角形の存在条件についての研究も行ったが、 m/n 角形が存在する条件に関しては不明であるので、今後研究を進めていきたい。

また、星形多面体というものも存在するので、多面体に関しても有理数と関連付けられるか考えたい。

5. 参考文献

<https://manabitimes.jp/math/741>

6. キーワード 星形多角形 正射影 存在条件

0534 大阪府立四條畷高等学校
0534 Osaka Prefectural Shijonawate High School
自分たちの好きな声を創る
Making Voices Which We Like

Abstract

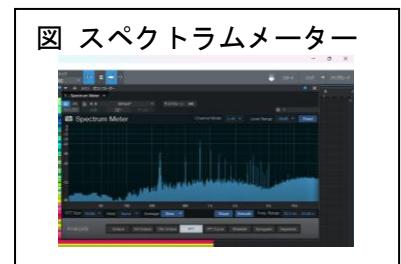
Making a voice similar to humans. And we will make it suits the taste of the members. So I compared it to my own voice and made five vowels. However, each voice was slightly different. Therefore, we need to see the object by quantifying it and make fine adjustment.

1. 目的

人間の声によく似た音声を作成する。その上でメンバーの嗜好に合う声にする。

2. 方法

自分の声と比較するためにスペクトラムメーターを確認しながら、サイン波やホワイトノイズを組み合わせる音声を合成するフォルマント合成を用いた方法で行った。



3. 結果

母音を 5 つ作成した。「あ」が一番作人間らしい声となった。「え」や「お」は一部のサイン波が目立っていて不自然な声となった。「い」や「う」は「あ」と比べたときに、声質が異なっていた。子音の作成も試みたが、できなかった。

4. 考察

自分の声と比較しながら合成したが、手動で行ったためずれが生じ、一部声質が異なる音声ができたのではないかと考える。これは自分の嗜好に合う声にする際調整する方法として使えるのではないかと思う。「え」や「お」が不自然になった理由としては、一部のサイン波の音量が微妙に大きかったことが挙げられる。また、子音作成が困難だったことに関しては、子音はほとんど雑音で、サイン波を組み合わせる作ろうとすると可聴音ほぼすべてを使用しないといけないので、この方法では不向きだったと言える。

5. 結論

数値化ができておらず、目に見える結果がない状態となった。評価方法や研究手法、目的を調整する必要がある。

6. 参考文献

【足立レイ】中の人のない合成音声作った【UTAU 音源配布】
https://www.youtube.com/watch?v=¥3Ev_lJeAgYM

7. キーワード

サイン波、合成音声、フォルマント合成

0534 大阪府立四條畷高等学校
0534 Osaka Prefectural Shijonawate High School
日々の負荷が均一な時間割の作成
Create well-balanced class schedule

Abstract

It is often said that the load of our class schedule is unbalanced. To our knowledge, there are few reports of well-balanced class schedule. This purpose of study is to create a class schedule with a more uniformly loaded than a current one.

1. 目的

現在使用されている時間割には様々な問題があると私たちは感じている。例えば、移動教室がある授業の後に小テストなどの事前の勉強が必要な授業がある、や理系科目のみの日がある、などである。日々の負荷が均一な時間割を作ることができれば、私たちはより有意義な学校生活を送ることができる。よって私たちは時間割を作成するプログラムを作りたいと考えている。

2. 方法

- ① 元の時間割の教科をランダムに入れ替える
 - ② 作成済みの時間割から先生の重複がないように作成途中の時間割を入れ替える
 - ③ 理系、文系教科の偏りを数値化
 - ④ 移動授業、同じ授業の連続回数をカウント
 - ⑤ 作成途中の時間割を一時保存
 - ⑥ ①～⑤を複数回繰り返す
 - ⑦ 一時保存した時間割の順位をつけ、1位を作成済みの時間割として採用する
 - ⑧ ①～⑦を必要な時間割の個数分繰り返す
- ※時間割の種類が複数ある場合、元の時間割を変更する

3. 結果と考察

設定した条件に対応した時間割を作成するプログラミングを作ることができたが、実用化するには、更に条件を追加する必要がある。

4. 結論

様々な条件に柔軟に対応できる時間割プログラムの制作には時間がかかりそうだ。

5. 参考文献

時間割作成プログラム・高津高校
<https://kozu-osaka.jp/cms/wp-content/uploads/2020/11/97cd5c08fa9620d84740f7797e5b1c63.pdf>
時間割編成システムのプロトタイプ開発と試行・佐伯智成、山本龍也、上田輝
<https://www.edu.u-toyama.ac.jp/cerp/bulletin/bulletin2019/110Saeki.pdf>
学校の時間割を整数計画法を使って自動作成した話
<https://qiita.com/daifukusan/items/0895a38eea5ac145fb88>

6. キーワード

プログラミング 時間割 python3

試合で失点した原因のデータ分析ができるプログラムを作成する
Creating a program that can analyze data of the reasons for conceding goals
in the match.

Abstract

It is too late to reflect on the rally after the match. We have to know why we lost points during the game. In this study, we create a program to analyze the types and courses of shots in a badminton game to help us understand our own strengths and weaknesses.

1. 目的

自身の苦手なコースやショットなどの弱点を理解し試合に勝利する。

2. 方法

まず試作として、バドミントンコートをもとに4分割し、4種のショットを記録するプログラムを作成する。ショットの内容は「スマッシュ」、「クリアー」、「カット」、「ヘアピン」とした。そして、試合を行う際にこのプログラムを用いて実際にどのショットで失点しているかを確率とともに調べる。

3. 結果

python を用いて4分割、4種のショットでの失点を記録し、どの場所にどのショットが決められているのかを確率とともに算出するプログラムは作成することができたが、作成に時間を取られてしまったので実際に使用できなかった。

4. 考察

まだ4分割、4種のショットでは大まかにしか弱点が見えないので実際に使用した場合、弱点はわかっても対処しきれないのではないかという考えに至った。当面は9分割、7種のショットでのプログラムを作成することが課題である。

5. 結論

4分割、4種のショットでのプログラムは確率とともに何本ショットが決められているかを導き出せるが、実際に自分の弱点を図るには不十分なデータである。また、処理時間が遅いことや、確率以外の数値を出せていないなど課題がある。

6. 参考文献

群馬県立前橋高等学校 S2-1 班 弓道を多角的視点から
python 入門 dictionary の使い方 <https://www.sejuku.net/blog/24122>

7. キーワード

ショット、確率、python、プログラミング

量子アニーリングによるシフト割り当て最適化
Optimization of shift assignment with quantum annealing

Abstract

Our purpose is to be lower the difficulty of entering the field of quantum computing by solving familiar problems with quantum annealing machines. As a familiar problem, we tried to optimize making shift. Ultimately, the shifts were successfully improved from the submitted shift survey.

1. 目的

「量子コンピュータ」は、その響きゆえに敬遠されてしまっているため、実際に身近な課題を解決することを通して分野参入のハードルを下げていきたい。

2. 結果

最適かどうかの判断はできないが、制約をすべて満たす実行可能解の一つが得られ、シフト割り当ての改善もされていた。

3. 考察

今回の定式化では制約の少なさにより実行可能解が多く存在した。また一般的なコンピュータによる最適化でも同程度の速さで解の探索ができることが予想できる。しかし、量子コンピュータ、特に量子アニーリングマシンは二値変数の二次までの最適化に向いているため、人間関係といった相互作用を加味したより複雑な制約を追加することができる。それによって量子コンピュータならではの計算速度の速さや複雑なアルゴリズムを必要としない汎用的な定式化の恩恵が得られると考えられる。

4. 参考文献

- [1]大関 真之.” 量子アニーリングによる組み合わせ最適化”.オペレーションズ・リサーチ.2018.vol. 63, p.326-334.
- [2]大関 真之,西森 秀稔.” 量子アニーリング(解説)”.日本物理学会誌.2011.vol. 66, no. 4, p.252-258.
- [3]Dwave, “Choosing good problems for quantum annealing”. Dwave technical Report 14-1046A-A.2020.
- [4]F.Arute, et al.” Quantum supremacy using a programmable superconducting processor”. Nature. 2019.vol 574, p. 505-510.
- [5]田中 宗,松田 佳希.” 量子アニーリングの動作原理と応用探索”.計測と制御.2019.vol.5, no.3, p.203-208.

キーワード

量子コンピュータ、量子アニーリングマシン、シフト割り当て最適化

東大五目並べと東大抜か並べ（五目ちゃん）

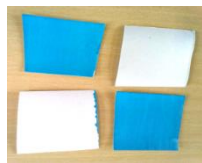
Last year, the research team of our school created a new math game called "TODAI Gomoku-Narabe". It was inspired by an entrance exam question of the University of Tokyo (TODAI), and this 1998 question is said to be a "legendary hard problem" because of its difficulty.

We will look for a theoretical winning method for this game.

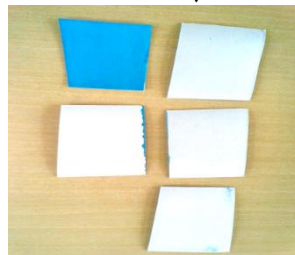
1.目的

「東大五目並べ」は二人で行う対戦型のゲームである。このゲームの必勝法を探る。
ゲームは青白を隣り合わせた状態から始める。

スタート時↓



1手目の例↓



・置いてあるコマに隣接するように、白先手 青後手で、新しく交互にコマを置いていき、置いたコマと縦横に隣接しているコマを反転させる（斜めのコマは反転させない）。

・自分の色を縦横斜めに5つ以上ならべると勝ちである。

※自分の手番のとき、コマを置く代わりに、自分のコマを一つ抜き出すことができる。このときには隣接コマの色の反転は起こらず、コマを抜いた場所は一つのマスとして空けておく。次の相手の番からは両者ともにその場所にコマを置くことができる（これは不変コマの可変コマへの変更を意味する）。

※のルール、即ちコマを抜く手を禁じ手としたのが「東大抜か並べ（五目ちゃん）」である

2. 方法

コマを抜くルールが東大五目並べを複雑化しているのので、それを禁じ手にした簡単なゲーム（五目ちゃん）を考え、まず単純化したゲームの必勝法をさぐる。

不変量（色が変わる可能性がなくなったコマ）に注目する。グラフ理論を応用できないか考える。

3. 結果

「五目ちゃん」であっても必勝法を発見できなかった。先手後手、どちらが有利なのかもはっきりしなかった。

4.考察

勝敗がつくのは対戦相手の見落としによる場合が多い。有力な戦法は見つかっていない。

必勝法を見出すには、元になった東大入試問題の解法が何かの参考になるのかもしれないと考えた。

5.結論

今回はゲームの紹介に終わってしまったが、これから半年かけて、来年2月の本校の発表会「豊高プレゼン」で新しい成果を報告したい。

6.参考文献

- ・1998年東京大学後期数学第3問
- ・「東大五目並べ 入試問題から生まれた新しいゲーム」（豊高76期生課題研究）
- ・向井湘吾「予備校の一番長い日」（小学館文庫2022）

7.キーワード

数学ゲーム 必勝法 入試問題 グラフ理論

USJ を効率よく回る方法
How to Get Around Universal Studios Japan Efficiently

Abstract

In order to mathematically considered how we can make the most efficient tour for 12 attractions in USJ, we used the Time-Dependent Traveling Salesman Problem.

1.目的

USJ の人気アトラクション 12 個をより短時間で回ることのできるルートを見つける。

2.方法

対象アトラクションの 30 分おきの平均待ち時間の表を作成し、コンピュータでランダムに 1000 万通りのルートを作る。このルートのうち、1 番所要時間が短いものを仮のルートとする。次に、仮のルートの順番の入れ替えや遺伝的アルゴリズムの利用により、さらに所要時間が短くなるルートを見つける。



3.結果

今回調べることのできたルートの中での最短時間は 554.7 分となった。

4.考察

12 個のアトラクション全てを回るルートは 4 億通り以上あるため、今回調べることのできたルートの中に、最短時間のルートが含まれている確率は極めて低い。

5 結論

最短時間で回ることのできるルートは見つけれなかった。

6.参考文献

待ち時間を考慮したテーマパーク順路最適化
https://www.jstage.jst.go.jp/article/jacc/63/0/63_412/_pdf

7.キーワード

時間依存巡回セールスマン問題 遺伝的アルゴリズム 最適化問題

グラフの絵 pictures by graphs

Abstract

Draw pictures using graphs.

1. 目的

絵を描くことが下手な人でもグラフを用いることによって上手に絵を描くことが可能になるのではないかと思いこの研究に取り組むことにした。

2. 方法

生野高校のキャラクター「ゴコウリョー」を計測し、その情報を基にして数式を求め「GeoGebra 関数グラフ」というサイトで数式を入力し絵を描く。



3. 結果

元の絵



グラフでの絵



4. 結論・考察・今後の展望

二次関数などのグラフを用いることによって描く対象の物のおおよその形を表すことができるということがわかった。しかし、完璧に表すことはできていないのでグラフの知識を増やしより正確に描けるようにしたい。

5. 参考文献

数学C 数研出版株式会社

6. キーワード

一次関数 二次関数 円の方程式 楕円の方程式

気になるあの人と席替えで2回連続隣り合う確率ってすごいのか？

Is the probability of being next to you two times in a row by changing seats with that person you care about amazing?

Abstract

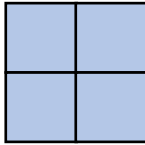
We thought about the probability of being next to a specific person by changing seats.

1. 目的

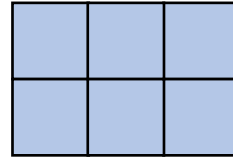
席替えにおいて、特定の人物と2回連続で隣り合う確率がどの程度のものかを考察する。

2. 方法

まず、1回の席替えで、特定の人物と隣り合う確率を考える。また、座席については、今回は図②のような長方形に配置された座席について考える。そのうえで、席が図①のように正方形に配置されている場合について規則性を考え、図②のように横の列の数が縦より一列多い場合についての考察を行う。



図① 縦、横2列の場合



図② 縦2列、横3列の場合

3. 結果

n を2以上の自然数とすると、縦 n 列、横 n 列に配置されている場合の確率は $\frac{2}{n(n+1)}$ で

あり、縦 n 列、横 $n+1$ 列に配置されている場合の確率は $\frac{2n}{(n+1)(n^2+n-1)}$ である。

4. 考察

考えたい座席の配置は縦6列、横7列なので、 $\frac{2n}{(n+1)(n^2+n-1)}$ に $n=6$ を代入すると、 $\frac{12}{287} \doteq$

0.0418 となる。このことから、特定の人物と2回連続で隣り合う確率は $\left(\frac{12}{287}\right)^2 \doteq 0.00175$

となり、約0.175%であることがわかる。

5. 結論

コイントスで9回連続同じ面が出る確率(約0.195%)や1年の間に交通事故にあう確率(約0.2%)などと比較すると、かなり低確率であることが見受けられる。

6. 今後の展望

今回の研究で、縦 n 列、横 $n+1$ 列の長方形の座席配置における確率を考察した。ここから、縦 n 列、横 $n+k$ 列に拡張し、あらゆる長方形の座席配置における確率を考察したい。

7. キーワード

確率 席替え

制限のない空間における被覆率

Fill rate in unrestricted space

Abstract

We became interested in the densest packing during our chemistry classes. We wondered if the hexagonal close-packed structure really has the highest filling ratio. We decided to explore this question mathematically.

1. 目的

半径が 1 の球の被覆率の最小値の考察

2. 方法

正多面体とその正多面体の外接球の体積の比率を求めることで、被覆率を計算する。

3. 結果

正四面体の場合は 1 辺が $\frac{2\sqrt{6}}{3}$ となり、被覆率は 8.162。正十二面体の場合は 1 辺が $\frac{4}{\sqrt{3+\sqrt{15}}}$ となり、被覆率は 4.402。正二十面体の場合は 1 辺が $\frac{4}{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}$ となり、被覆率は 1.651 となった。

4. 考察

ここでは正多面体の外接球を考えることにより被覆率を求めたが、一部の正多面体を結合した際、空間を完全に埋め尽くすことができなかつた。また、面の数が多い多面体ほど被覆率は減少する傾向にある。そのため、正多面体では正十二面体が、被覆率を考える際、適当であると推測できる。

5. 結論

球の被覆率は正多面体を考えた際、1.651 が最小になると考察ができた。しかし、空間を完全に埋め尽くすことができない正多面体もあるため、正多面体以外での考察も行う必要性がある。

6. 参考文献

【1】 数学教材の部屋 <http://homepage2.nifty.com/sintakenoko/> (京都府立網野高等学校間人分校)

【2】 多面体の考察 木村嘉宏

7. キーワード

被覆率 正多面体

実数を解に持つ有理数係数べき級数関数の構成方法について

Abstract

For any real number, we attempted to construct a rational coefficient power series function that has that real number as a solution. Using Cauchy sequences, the functions were constructed. We also examined whether these functions are continuous in the neighborhood of the solution.

1. 序論

先輩方の研究していた、任意の実数に対してそれを解に持つ有理数係数べき級数関数は存在するかという命題に興味を持ったので、引き継いで研究した。

2. 考察方法

任意の実数 α に対して実際にそれを解に持つ有理数係数べき級数関数を構成する。 $\sum_{k=1}^{\infty} a_k(x-\alpha)^k = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n a_k(x-\alpha)^k$ ($\{a_k\} \subset \mathbb{Q}$) であるので、コーシー列 $\alpha_n = \alpha + \varepsilon_n$ (ε_n は 0 に収束する有理コーシー列) を定義して、任意の自然数 n に対して $\sum_{k=1}^n a_k(\alpha_n - \alpha)^k = 0$ を満たす a_n が存在することを数学的帰納法によって示すことによって構成した。また、この構成のアルゴリズムにより係数 a_n に関して $a_n = \frac{-\sum_{k=1}^{n-1} a_k \varepsilon_n^k}{\varepsilon_n^n}$ が成り立つ。ここで、 $f_{a_n}(x) = \frac{-\sum_{k=1}^{n-1} a_k x^k}{x^n}$ であるので、ダランベールの収束判定法より $\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{1}{\varepsilon_{n+1}} \left(\frac{f_{a_n}(\varepsilon_{n+1})}{f_{a_n}(\varepsilon_n)} + 1 \right) \right|$ の値に対し、この逆数が収束半径となる。

3. 結論

$\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{1}{\varepsilon_{n+1}} \left(\frac{f_{a_n}(\varepsilon_{n+1})}{f_{a_n}(\varepsilon_n)} + 1 \right) \right|$ の極限を調べることによって、この関数の収束半径を求めることができる。これによって、今回構成した有理数べき級数関数が解を持つかについて吟味ができる。

4. 参考文献

[【べき級数】収束半径の定義と求め方とその具体例 3 つ | 数学の景色 \(mathlandscape.com\)](#)

5. キーワード

収束半径 コーシー列 有理数係数べき級数関数

6. その他

本研究は、先輩から引き継いだ有理数係数多項式の実数解についての研究を発展させたものである。

球面上の領域を一点から見たときの面積について
On the area of a region on a sphere viewed from one point

Abstract

The actual area of sunspots, and other areas on a sphere cannot be measured easily just by looking at them. The actual shape of the area at the center and at the edge of the sphere is different, even if the apparent shape is the same. Therefore, we thought of correcting the error between the apparent area and the actual area on the sphere.

1. 目的

太陽の黒点などの球面上の領域の面積は見ただけではわからない。本研究とは別の研究では三平方の定理を用いて面積を計算していたが、最大で誤差が 7%発生してしまう。そこで、より正確に球面上の領域の面積の算出する方法について考察した。

2. 方法

はじめに球を一点から観測することにより発生する誤差について、相似の関係を利用し、計算できるのではないかと考えた。

次に、太陽の黒点などの観測データは画像データ処理できることを利用しようと考えた。画像を構成するピクセルという小さな正方形領域の面積を計算し、足し合わせることで求めたい領域の面積の算出できるのではないかと考えた。

3. 結果

球面上に存在する領域を一点から観測することにより、発生する誤差の計算は右のようになった。

ピクセルの面積の計算は右のようになった。

$$\frac{Lr\sqrt{L^2 - r^2} + r^2\sqrt{(L^2 - r^2)(1 - a^2)}}{L^2 - r^2(1 - a^2)} \times a$$

$$S = \iint_D \frac{r}{\sqrt{r^2 - x^2 - y^2}} dx dy = \int \sin^{-1}\left(\frac{a}{\sqrt{r^2 - y^2}}\right) dy$$
$$= \left\{ a \sin^{-1}\left(\frac{b}{\sqrt{r^2 - a^2}}\right) + b \sin^{-1}\left(\frac{a}{\sqrt{r^2 - b^2}}\right) + r \sin^{-1}\left(\frac{ab}{\sqrt{(r^2 - a^2)(r^2 - b^2)}}\right) \right\}$$

4. 結論

結果の式を用いることによって画像から球面上の領域の面積を求めることが出来るようになった。これをプログラミングによって計算することで、写真から簡単に面積が求めることができると考えられる。

5. 参考文献

うさぎでもわかる解析 Part27 2 重積分の応用 (体積・曲面積の求め方), (最終閲覧 2022/11/17), <https://www.momoyama-usagi.com/entry/mathanalysis27>

6. キーワード

表面積 重積分 相似

大阪教育大学附属高等学校天王寺校舎
Tennoji High School Attached to Osaka Kyoiku University
Excel の関数による樹木の視覚化
Visualization of Trees Using Excel Function

Abstract

I used to Excel functions to create formulas that can represent trees in nature. I analyzed the fractal tree's formulas even more than last year's research. While referring to it, I was able to create formulas that could represent a tree more like those found in the natural world from the results of analyzing the formulas.

1. 目的

既に知られているフラクタル・ツリーの数式の意味を理解し、その理解を元に適切な数式や係数などを用いて、自然界にある樹木の形を関数で表す。

2. 方法

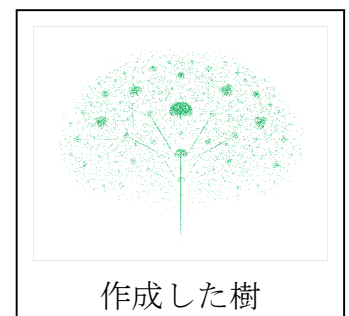
文献調査や数式の分析をし、フラクタル・ツリーの数式や係数の意味を理解して、それらをどのように変えれば自然界の樹に近づくかを考え、Excel 上で数式を作成して結果を確認する。結果を元に数式の変更を繰り返しながら自然界の樹に近づける。また、その結果と自然界の樹を比較する。

3. 結果

フラクタル・ツリーの数式では2つだった分岐を、5つに分岐するように分けた。その後幹を含めた7つの数式それぞれが描いている部分が上手く組み合わせたり、より自然に見えるように、係数なども変えた。そして、作成した樹に似た自然界の樹を検索すると、クスノキがあった。さらに、身の回りで似たような樹を探すと、同様に街路樹や低木などを容易に見つけることができた。

4. 考察・結論

今回の結果が得られた最大の理由は、分岐条件を増やしたことだと考える。また実在する樹と比較した際に、似ている樹が発見できたことから、自然界の樹もフラクタル性を持っていると考えられる。



5. 参考文献

「アートで魅せる数学の世界」 岡本健太郎著 技術評論社 2021

6. キーワード

フラクタル図形 Excel フラクタル・ツリー

大阪教育大学附属高等学校天王寺校舎
Tennoji High School Attached to Osaka Kyoiku University
数学とコンピュータを用いた曲面の展開

Expansion of curved surface with computers and mathematics

Abstract

We have created developments of several 3-dimensional objects with curved surface using both math and programming. We have tried to establish the method of developing any object, and sought the utility of this technology.

1. 目的

数学とプログラミングを掛け合わせて曲面を含む任意の立体の展開図を作成し、その過程のモデル化と社会への有用性について考察する。

2. 方法

目標とする立体を平面へと展開する手法を、近似を含めて考え、その手法をプログラミングで表現し、展開図を出力する。

3. 結果

複数の立体を製作課題として設定し、すべての立体の展開図を作成できた。さらに回転曲面についてはその製作プロセスをモデル化することができた。

4. 考察・結論

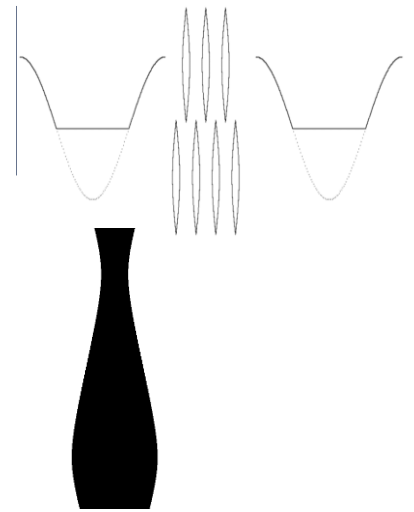
回転曲面でない曲面体については、特定の条件を持つ立体のモデルを他の立体にあてはめることができなかつたので、一般的なモデル化はできなかつた。このモデル化が確立すれば、仮設ブースで使うものを平面で輸送でき、コスト削減に貢献できる。そのため、視点を変えて引き続き取り組んでいきたい。

6. 参考文献

折り紙プログラミング環境(井田哲雄・高橋英和)

7. キーワード

展開図 プログラミング 回転曲面 円錐台



1 から n までの m 乗和とその mod に関する考察

Consideration on sum from 1^m to n^m **Abstract**

We have discovered a regularity in remainder of dividing “sum from 1^m to n^m ” by some natural number (m and n are natural numbers). As a result, even if n is a huge number, it's now possible to calculate the remainder after dividing by some natural number.

1. 目的

n と m を自然数として、「 1^m から n^m までの和」をある自然数で割ったときの余りに規則性を見出す。

2. 方法

Excel に漸化式を入力し、割る数を様々な値に変えて表を表示させ、それを見て考察・証明を行った。

3. 結果

1^m から n^m までの和を自然数 a で割ることを考えたとき、右の三つの式を得ることができた (p は任意の自然数)。

4. 考察

一つ目、二つ目の式の式から、 n が「 a^2 の倍数」または「 a^2 の倍数-1」であれば、「 1^m から n^m までの和」を a で割った余りは 0 になることがわかる。

また、三つ目の式から、「 1^m から n^m までの和」を a

で割った余りは、 m を変化させないとき、 a^2 ごとに循環することがわかる。

5. 結論

「 1^m から n^m までの和」を自然数 a で割った余りは、 n が「 a^2 の倍数」または「 a^2 の倍数-1」であれば 0 になることを証明することができた。また、「 1^m から n^m までの和」を a で割った余りは、 m を変化させないとき、 a^2 ごとに循環することについても証明することができた。

6. 参考文献

Microsoft Excel

Wolfram|Alpha: 計算知能 <https://www.wolframalpha.com/>

$$\sum_{k=1}^{a^2 p} k^m \equiv 0 \pmod{a}$$

$$\sum_{k=1}^{a^2 p - 1} k^m \equiv 0 \pmod{a}$$

$$\sum_{k=1}^n k^m \equiv \sum_{k=1}^{n - a^2 p} k^m \pmod{a} \quad \boxed{n - a^2 p \geq 1}$$

カントールの考える無限集合の濃度についての私達の考察

Abstract

As we had doubts about the cardinality of infinite sets proposed by Cantor, we thus propose a new way of thinking by dividing the set. We extend the idea of the sum of cardinality in a finite set to an infinite set by mathematical induction. The following is a summary of our current thoughts.

1.目的

カントールが提唱した「無限集合の濃度の大きさはそれを四則演算してもアレフ・ゼロという固定された値になる」という考えが間違っていることを示すこと

2.証明方法

目的を証明するために奇数の集合 $A\{2x-1|xは自然数\}$ と偶数の集合 $B\{2x|xは自然数\}$ の濃度を n としたとき自然数の集合 U の濃度が $2n$ になることを証明する

有限集合を分割することを考えるには以下の手段2つが成り立たなければいけない

手段① $A \cap B = \phi \Rightarrow$ 奇数でありかつ偶数でもある数は存在しないことを示す(証明略)

手段② $U \cap \overline{A \cup B} = \phi$ を示すこのとき U を全体集合として捉えるとド・モルガンの法則を適用することができる。よって $U \cap \overline{A \cup B} = U \cap \overline{A} \cap \overline{B} \Rightarrow$ 自然数のなかで奇数でも偶数でもない数が存在しないことを示せばよい。これより全体集合 U は2つの集合 A 、 B に分割される

自然数の集合 U が濃度 n の有限であるとして数学的帰納法を用いて証明した後 n を無限にする

手順① U' の元の最大値は $2k$ であるが $2k+1$ 、 $2k+2$ はそれよりも大きい。

よって $U' \cap C = \phi$

手順② $1 \leq x_1 \leq 2k+1 \leq x_2 \leq 2k$ となる x_1, x_2 をおく

手順②が証明できたと仮定すると集合 U' 、 C の濃度はそれぞれ $n=k$ 、 $n=1$ のときと等しくなるのでそれぞれ $2k$ 、 2 となるこの2つの集合は元々集合 U を分割したものであるため集合 U の濃度は集合 U' 、 C の濃度の和である。よって集合 U の濃度は $2k+2$ になるこれにより(i)、(ii)が成り立つのですべての自然数においてこれが成り立つここでは n は有限であるとしているが数学的帰納法によりすべての自然数において成り立つので自然数の集合が無数の濃度であったとしても成り立つと考える。

これによってこれは集合 $U\{x|xは自然数\}$ の濃度と集合 $A\{2x-1|xは自然数\}$ 集合 $B\{2x|xは自然数\}$ という集合 U を四則演算した集合の濃度が異なったので「無限集合の濃度の大きさはそれが有限数で四則演算してもアレフ・ゼロという固定された値になる」というものと矛盾する

3.参考文献

https://www.math.is.tohoku.ac.jp/~obata/student/subject/file/2018-10_Sanpo.pdf(濃度の和に関する東北大学さんのpdf)

https://www.google.com/url?sa=i&url=https%3A%2F%2Funiv-juken.com%2Fde-morgan&psig=AOvVaw0efxxxCOgC6U_u_5azl6P2&ust=1689060803190000&source=images&cd=vfe&ved=2ahUKEwjE99j6z4OAAxVJZ94KHTjrDIcQr4kDeqUIARDWAQ(ド・モルガンの法則の図)

紙飛行機における面積と滞空時間の関係について

We did an investigation about paper airplanes.
Our focus is the relationship between area and flight time.
Here are the results of the experiment we did.

1. 目的

紙飛行機における面積と滞空時間の関係を調べる。

2. 仮説

作成前の紙の面積が大きくなるにしたがって滞空時間が増えると予想する。

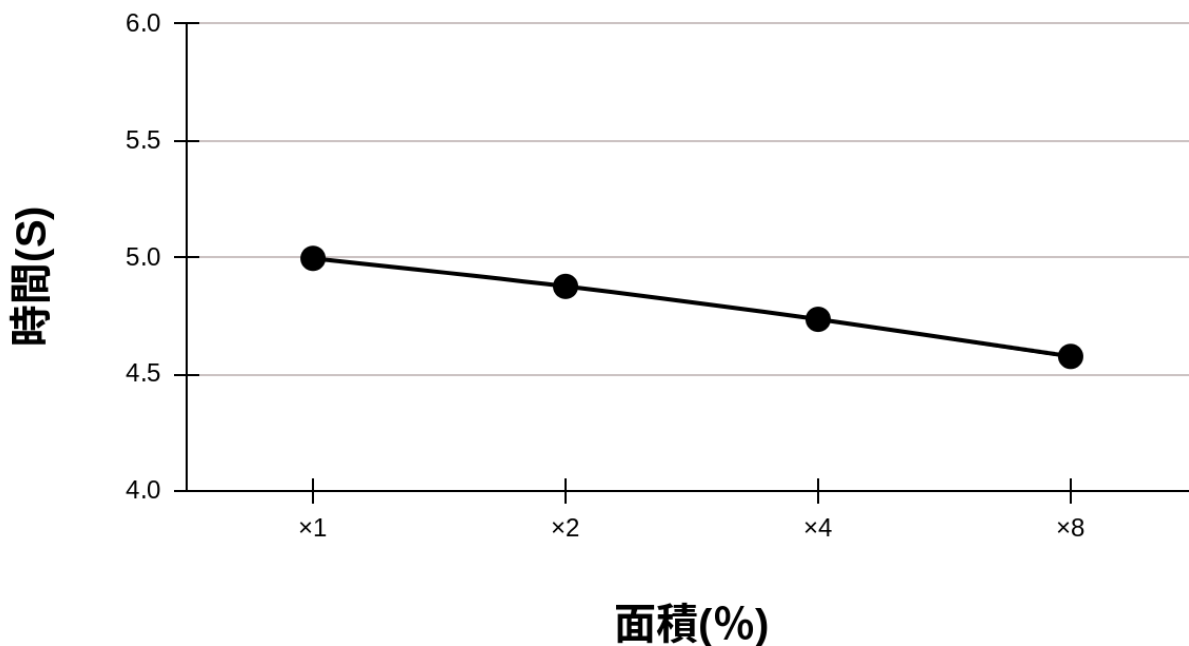
3. 実験

方法

1. 自由落下によって飛行する紙飛行機を作る。
2. 同じ高さの台から下向きにして落下させる。
3. 面積の違う相似な紙飛行機を用いて実験を行い、距離を測定する。
4. 各面積ごとに10回飛ばし平均値を出す。

4. 結果

面積と滞空時間の関係



5. 考察

作成前の紙の面積が大きくなるにつれ、紙飛行機への抗力の力のモーメントが増え角度が大きくなり揚力係数が減少し揚力が小さくなり滞空時間が小さくなったと考えられる。

6. 結論

揚力と抗力を式に表して最適な数値を求め仮説を立証させる。

置換のある性質

Some characters of permutations

Abstract

Notation of substitutions by interchangeability with defined conditions. Express it using amidakuji.

1. 目的

隣接互換の最小値について考察する。また、隣接しない互換についても条件を定めた上で考察する。

2. 方法

置換を視覚的・感覚的に認識しやすいようにあみだくじを使用した。また、あみだくじにおいて、既存の横線の他にジャンパ線（隣接するとは限らない 2 つの縦線をつなぐ）を、条件を変化させて用いた。

3. 結果

以下のことを示した。

- ① 置換を隣接互換のみを用いて表したとき、その最小個数は転倒数と等しい。
- ② t 個の異なる自然数を並べたとき、 a 番目と $a+2$ 番目の互換のみでは表せない置換が存在する。

4. 今後

正多面体の中心から頂点に向かって伸ばした線をあみだくじの縦線と考え、3つ以上の線と隣接する場合について考えたい。また、転倒数の一般化についても考えたい。

5. 参考文献

令和 5 年度 日本数学コンクール：第五問

立体図形におけるシュタイナー点と最短経路
Title Steiner points and shortest paths in three-dimensional figures

抄録

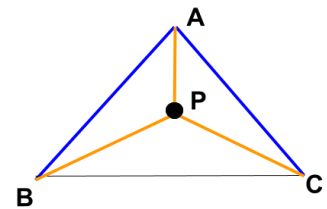
At first, we thought about the shortest paths which connect some points in plane figures, and learned about Steiner points in the process of researching this. We thought that if such a point appeared in a plane figure it might also appear in a three-dimensional figure, and decided to research this.

1. 序論

シュタイナー点とは、三角形のすべての角度が120度未満のとき、3つの頂点を結ぶ線分の和が最小となるときにあらわれる点である。

右の図では点Pがシュタイナー点となり、点Pとそれぞれの頂点を結ぶ線分が3つの頂点を結ぶ最小の線分となる。

このシュタイナー点は平面図形に現れるものであるが、私達は立体図形にも現れるのではないかと予想した。

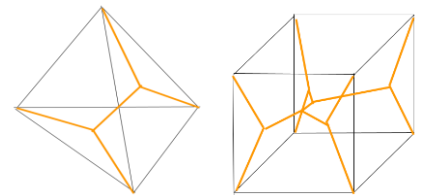


2. 方法

正四面体と立方体において経路をいくつか考え、それらを比べることで最短経路はどのような形になるのかを調べ、その線分が本当に最短であるのかを証明した。

3. 結果

私達が調べた中で正四面体と立方体において最短となったのは右の二種類であった。そして私達は、次にこの線分の和が最短であるということの証明を考え、正四面体について証明した。



4. 結論

今回発見した最短経路の交点はシュタイナー点の条件を満たしており、正四面体についての最短経路の証明もできたことから少なくとも正四面体においてはシュタイナー点は存在するという結論に至った。

5. 今後の展望

今回は正四面体についての証明しかできなかったが、他の立方体などの正n面体の最短経路の証明を行ったり、最短経路の長さを一般化して、座標空間上における頂点の座標を用いて最短経路の長さを求めたりできるのではないかと考えた。

6. 参考文献

三角形の最短経路の証明 <https://manabitimes.jp/math/635>

条件付きソファ問題 Conditional Moving Sofa Problem

Abstract

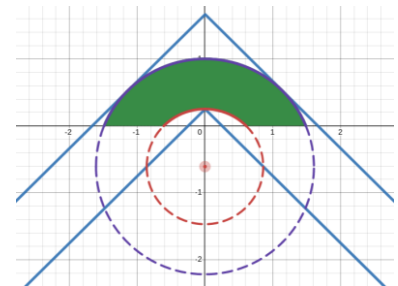
We added conditions to the moving sofa problem and found the maximum area of the sofa under those conditions. Furthermore, we considered the generalization of the formula in that case.

1. 目的

ソファ問題とは、幅1のL字型の通路を通れるソファの面積の最大値を求めるという未解決問題である。ソファ問題に条件を加え、ソファの面積の最大値を求め、座標平面上で法則性などを考察し、追加条件下で最大面積の式を一般化する。

2. 方法

以下の2つの条件におけるソファの面積の最大値を求める。
条件①: ソファを回転させる中心を任意の点に固定する
条件②: 通路の曲がり角の角度を変える
まず条件①のみのときについてソファの面積の最大値を積分の差によって求める。同様に条件①と②のときについて面積の最大値を求める式を考察する。



3. 結果

条件①のみ、条件①と②のときの両方で面積の最大値を求めることができた。式に用いた変数とソファの面積の最大値の関連性は発見できなかった。

4. 考察

ソファの面積は積分-積分によって求められるため、最大値の法則性が見つけにくくなっている。

5. 結論

角度を固定したときのソファの面積の最大値は求められたが、式の一般化まではできなかった。式に用いた変数とソファの面積の法則性を見つけるのは困難だが、ソファの面積の式の一般化はできそうである。

6. 使用したサイト

- [1] グラフ計算機 Desmos
- [2] 積分計算機 Integral Calculator

7. キーワード

ソファ問題 グラフ化 三角関数 線対称 平行移動 積分 近似値

コラッツ予想における偶数の2で割れる回数について
The research on how many times 2 can divide even numbers
in Collatz conjecture

Abstract

The Collatz conjecture is an unsolved mathematical problem that no matter what number is chosen to start the sequence, that sequence will end with the number 1 by Collatz operation. In this work, I researched how many times 2 can divide the even numbers which we can obtain by its operation.

1. 目的

コラッツ予想とは、どんな自然数から始めても、有限回のコラッツ操作で1になるという予想である。

コラッツ操作：偶数であれば2で割り、奇数であれば3倍して1を足す。

本研究では、コラッツ操作によってできる偶数の2で割れる回数を決定できるようにする。

2. 方法

奇数 x を mod 8 で分類し、以下の結果を得た。

$x \equiv 3, 7 \pmod{8}$ のとき、 $3x + 1$ が2で1回割れる。

$x \equiv 1 \pmod{8}$ のとき、 $3x + 1$ が2で2回割れる。

$x \equiv 5 \pmod{8}$ のとき、 $3x + 1$ が2で3回以上割れる。

これを mod 16, 32, ... というように細かく分類し、以下の定理を得た。

3. 結果

定理

x を奇数、 n を自然数とする。

$3x + 1$ が2で n 回以上割れることと、以下は同値である。

$$x \equiv 1 + 2^2 + 2^4 + \dots + 2^{2m} \pmod{2^n}$$

ただし、 m は $n > 2m$ を満たす最大の整数とする。

(略証)

$$3x \equiv -1 \pmod{2^n}$$

の両辺に $-(1 + 2^2 + 2^4 + \dots + 2^{2m})$ を掛けることにより導ける。

4 考察、結論

今回の証明により、奇数を3倍して1足した偶数の2で割れる回数を決定できた。今後は、2で n 回割って得られた次の奇数についても考えたい。

5. キーワード コラッツ予想

エラー正規化処理なしの完全準同型暗号利用の可能性
Study of Fully Homomorphic Encryption without Using Bootstrap Technique

Abstract

Secure computation technology using FHE (Fully Homomorphic Encryption) has not yet been widely used in society because of its Bootstrap's calculation speed. From all result, by limiting the use of FHE to the small scale analysis, which is calculation of averages and standard deviations for small numbers of people, it hypothesized that FHE is at a level where it can be implemented in society.

1. 背景・目的

急速な ICT 化の進む社会において暗号技術は不可欠なものだ。その一つとして、完全準同型暗号（以下 FHE）と呼ばれる、暗号文のまま加算・乗算が可能な暗号技術がある。クラウドコンピューティング上の高度な安全性を保障できる一方、エラー正規化処理（Bootstrap）などにより、1bit あたり共通鍵暗号の 100 倍程度の時間を必要とする課題がある。FHE に関する多くの先行研究ではエラー正規化処理の高速化を目指していたが、正規化処理なしに限定した研究は見られなかった。本研究では、エラー正規化処理を行わない場合の計算可能回数について実験し、エラーによる計算回数制限の下での FHE の利用可能性を探った。

2. 方法

調査は GSW 式 FHE を Python にて実装し、「A 復号失敗なしでの計算回数の上限（法 1024・格子 3×3）」「B 復号失敗に関わる要因（法・格子をそれぞれ変化）」の 2 種を、加算・乗算、それぞれに実験した。また、計算可能回数が最悪の場合の理論値算出もおこなった。

3. 結果

【実験 A】加算での計算回数は 254 回未満、乗算での計算可能回数は 3 回未満となった。

【実験 B】加算では、法の変化は復号失敗割合の変化に影響しない。また、格子を大きくすると失敗割合が 100% に漸近する。乗算では、法の増加により復号失敗割合が減少する。しかし、計算回数を増やすにあたって、必要な法の大きさの増加率が莫大になり非効率である。格子を大きくすると、加算と同様の振舞いを見せた。

【理論値】秘密鍵の要素 σ （正規分布より取得）、法 q 、格子 $m \times m$ のときの計算可能回数は

$$\text{加算 (x 回)} : x < \frac{q}{4m\sigma} \quad \text{乗算 (x 回)} : x < \log_{(m+1)l} \frac{q}{8\sigma m} \quad (l = \log_2 q)$$

4. 考察・結論

結果より、必要な計算回数に応じて、復号失敗回数が少なくなるよう法と格子の大きさを設定できる。しかし、乗算で計算回数を増やすためには、法と格子を極端に大きく設定する必要があり、計算資源の観点から現実的ではない。よって、アンケートの平均・分散の算出など乗算回数が少ない分析等には利用できるが、エラー正規化処理なしでの大規模データや乗算が多く必要な分析は困難である。

5. 参考文献

[1] Gentry, C., Sahai, A., Waters, B.: *Homomorphic encryption from learning with errors: conceptually-simpler, asymptotically-faster, attribute-based*. In: Canetti, R., Garay, J.A. (eds.) CRYPTO 2013. LNCS, vol. 8042, pp. 75–92. Springer, Heidelberg (2013).

6. キーワード

秘匿計算技術 完全準同型暗号 (FHE) Bootstrap 学力試験

連対数の性質と連分数の一般化の方針

The property of continued logarithm and the way of generalization of continued fraction

Abstract

The goal is to reveal the property of continued logarithm, which is one kind of the derivations of continued fraction and to show the way of generalization of continued fraction. I defined two patterns of continued logarithm. I found that the sequence of approximation using continued logarithm is convergent with few exceptions.

1. 目的

実数の表記法の一つとして知られる連分数。これを定義する漸化式に手を加えると新しい表記を作ることができる。これを用いて、対数が連なったような見た目の連対数を定義し、この性質を明らかにするとともに、連対数が持つ性質を参考に、一般の連分数の派生の表記方法についての研究の方針を示す。

2. 方法

Python を用いて計算させ、連対数による近似値列の収束の様子を観察することで、収束の証明として最も有用であろう、はさみうちの原理における上側と下側になりそうな式を予想する。

3. 結果

定義した二種の連対数のうち一方は任意の3以上の自然数の底で収束することが示されたが、もう一方は底が3のとき収束しないことが示された。

4. 考察

結果からどんな定義でも近似値列が収束するわけではないことが示された。そしてこれが収束するか否かは表記方法を定義する漸化式における、2つの関数が決定していると考えられる。

5. 結論

一方の連対数は小数や連分数と同様、近似値列が元の実数に収束する。しかし、収束しない性質を持つ表記方法も発見された。

連分数の派生として表記方法を定義する方法は万能ではなく、さらに研究を深めて、どのような派生が適切かを明らかにする必要がある。

6. 参考文献

- [1] Jörg Neunhäuserer. *Continued logarithm representation of real numbers* (2010).
- [2] Gautam Gopal Krishnan. *Continued Fractions* (2016).
- [3] 中川仁. 「連分数について」 (1999).
- [4] 木村俊一. 「連分数の不思議」講談社. (2012).

7. キーワード 連分数、連対数

多人数における新たなじゃんけんの考察

Consideration of New Rock-Paper-Scissors in a Multiplayer Environment

Abstract

We created new rock-paper-scissors "Vector-Janken" and "Oinori-Janken" for the purpose of deciding a game with fewer attempts. These rock-paper-scissors were evaluated by "the expected reduced rate" (the expected reduced number of players/the number of participants). The results prove that the factors of "reducing the number of draws" and "dividing players into few groups" are important to finish rock-paper-scissors quickly.

1. 目的

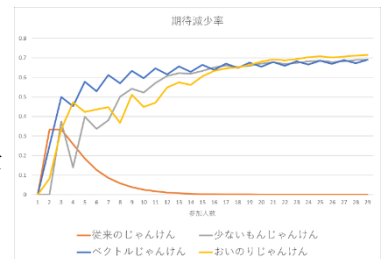
多人数でじゃんけんを行うと、あいこが続いてなかなか決着がつかないという経験をしたことはないだろうか。そこで早く決着がつくじゃんけんの新ルールを考案することにした。

2. 方法

早く決着をつけられる条件として 1. あいこを減らすと早く勝敗が決まる 2. 手を細分化すれば早く勝敗が決まる という2つの仮説をたてた。それぞれを検証するために座標平面を利用し、あいこの場合を減らした「ベクトルじゃんけん」と手をグループ分けしてから勝敗を決める「おいのりじゃんけん」を考案して、1回の試行における期待減少率を比較することで評価することとした。

3. 結果

2つの新たなじゃんけんに加えて従来のじゃんけんと4手の少ないもんじゃんけんの4つの期待減少率を比較するとおいのりじゃんけんの期待減少率が最も大きくなった。



4. 考察

あいこを減らすことによって、その手数での理想的な操作に近づく。また、手数を増やすとその手数での理想的な操作を行ったときの減少率が大きくなる。理想的な操作とは例えば4手では一人ひとりが1/4の確率で勝つという操作のことを指す。

5. 結論

じゃんけんにおいて「あいこを減らす」、「手を細分化する」という条件はじゃんけんを早く終わらせるためには重要な要素であり、手数を増やしつつあいこを減らすことができればより良いじゃんけんが作れるということになる。

6. 参考文献

伊藤大雄.” 一般化ジャンケン” 日本オペレーションズ・リサーチ学会. 2013

兵庫県立加古川東高等学校

Hyogo Prefectural Kakogawa Higashi High School

大縄跳びの数学的考察

The mathematical study of long jump rope

Abstract

We suggest the best long jump rope from the viewpoint of the number of people who can jump per unit time and the ease of getting caught in figure 8 jumping. We made a locus of rope and solved how to jump a long jump rope well.

1. 目的

インターネット上に載っている8の字跳びのコツは経験則に基づいたものが多く、数学的、物理的な検証が不十分であった。そこで、私たちは8の字跳びについて単位時間あたりに跳べる人数や引っかかりやすさなどの観点から、大縄跳びの最適な跳び方を提案する。

2. 方法

まず、一般的に8の字跳びの基本といわれているものについていくつかをピックアップし、検討を行った。そして、それらを前提条件とした上で、GeoGebraなどの数学ソフトウェアを用いて、縄の各点の運動を単純な円運動としてとらえて、複素数平面上に表し、最適な縄の速度について、数学的考察を行う。

3. 結果

次の2つのことについては、正しいとわかった。

- ①回し手の近くから、斜めに縄に入る。
- ②回し手の右側に跳ぶ人を配置するとき、縄は時計回りに回す。

また、複素数平面上で、縄の位置によって速度が変わる円運動の表現も行うことができた。

4. 考察

縄に入る・跳ぶ・出る際の時間的猶予が跳びやすさに影響している。

5. 結論、今後の展望

実際の大縄跳びでは、回し手の上下の動きや縄の地面との接触も起こるために、単純な円運動にはならないと考えられるので、実際の軌道に近いシミュレーションを行いたい。また、縄の軌道だけでなく跳び手の動きも実際のものに近づけていきたい。

6. キーワード

動径、半径、複素数平面

愛着と向社会的行動の関係性

Relationship between Attachment and Prosocial Behavior

abstract

The relationship between attachment and prosocial behavior was tested using Mann-Whitney's U test and correlation analysis. It was hypothesized that stronger attachment to family and friends would be associated with higher prosocial behavior. However, correlation analysis revealed no relationship between prosocial behavior toward strangers and attachment to family and friends, respectively.

1. 目的

関係性アプローチにのっとり、家族および友達を対象とした所属コミュニティに対する愛着(帰属意識の一要因)の強さが向社会的行動(他人の利益を意図した自発的な行動)の高さに関連しているかを検討する。

2. 方法

本校の中学1年生から高校3年生の生徒353名を対象に質問紙調査を実施した。調査結果を平均尺度得点を算出したうえ、マンホイットニーのU検定と相関分析で検証した。

3. 結果

マンホイットニーのU検定から愛着の得点が平均より高い群と低い群における向社会的行動の得点に有意な差が確認された。相関分析から見知らぬ人への向社会的行動と家族および友達それぞれに対する愛着は相関がないことが確認された。

4. 考察

家族および友達に対する愛着の強さが向社会的行動の高さに関連していることが示唆された。一方で、相関分析から見知らぬ人への向社会的行動と家族および友達それぞれに対する愛着は、対象が違ったため相関が見られなかったと考えた。

5. 結論

家族および友達に対する愛着が向社会的行動の動機付けの一因であると示唆され、また対象を踏まえた多次的にとらえる研究が必要とされていることも示唆された。

6. 参考文献

- [1] 畠中あゆみ, 石津憲一朗 (2013) 共感性が向社会的行動に及ぼす影響, 富山大学人間発達科学実践総合センター紀要, 教育実践研究, NO. 8, 1-6 .
- [2] 諸星眞子, 山口一 (2019) 集団(家族・友人・大学・アルバイト先)に対する帰属意識と自尊感情および他受容との関連, 桜美林大学心理学研究, 第10号, 44-58.
- [3] 村上達也, 西村多久磨, 櫻井茂男 (2016) 家族、友だち、見知らぬ人に対する向社会的行動, 教育心理学研究, 64, 156-169.
- [4] 山本 琢俣, 上淵 寿 (2021) 向社会的行動の対象による向社会的動機づけの差異——青年期初期の子どもを対象に, パーソナリティ研究, 30巻, 2号, 86-96
- [5] 尾関美喜, 朴賢晶, 中島誠, 吉澤寛之, 原田知佳, 吉田俊和 (2008), 社会環境が子どもの向社会的行動に及ぼす影響, 名古屋大学大学院教育発達科学研究科紀要(心理発達科学), 55, 47-55

7. キーワード

向社会的行動 愛着 関係性アプローチ

水質汚染の原因

Abstract

Causes of and solutions to water pollution in rivers in the Kinki region were examined from a mathematical perspective using SPSS. Correlation coefficients of data for each river were calculated from the Hydrologic Water Quality Database of the Ministry of Land, Infrastructure, Transport and Tourism, and factor analysis was conducted.

1. 目的

近頃河川における水質汚染の改善が多く見られる。そんな中、未だに水質汚染が絶えない現状に疑問を抱き、数学的な観点から主な原因と解決策を見つけることができるのではないかと考え本研究を行った。

2. 方法

まず国土交通省の水文水質データベースより6つの水系において、8項目のデータを1999年と2020年に分けて集める。本研究ではデータの収集元や年代、収集した水系が異なるため、先行研究とは異なる項目を設定した。次に、それらのデータをSPSSの相関分析によって相関係数を算出した。そして、因子分析を行い、因子を抽出した。分析は重み付けのない最小二乗法でクォーティマックス回転を用いて行った。最後に抽出された因子をもとに水質汚染の原因を考察した。

3. 結果

1999年の因子1は水素イオン等の含む不純物、因子2は木片等の浮遊物であると解釈した。2020年の因子1は1999年と変わらず不純物、因子2は生分解不可な有機物つまりペットボトルなどを含むプラスチックであると解釈した。

4. 考察

因子1, 2より1999年と2020年の因子分析の結果から約20年の間にプラスチックごみによる水質汚染が起こっていると考えられる。

5. 結論

本研究より水質汚染の解決策としてプラスチックごみの削減に対する具体的な方法の提案、石油性プラスチックから生分解性プラスチックへ変えることが効果的である。

6. 参考文献

庄司 光, 山本 剛夫, 中村 隆一, 西田 耕之助 淀川水質汚染の因子分析
(1962年7月17日現在)1963(91):34-40, 1963

国土交通省：水文水質データベース

<http://www1.river.go.jp/> 2022/11/15閲覧

生分解性プラスチックの課題と将来展望

<https://www.mri.co.jp/knowledge/column/20190408.html> 2023/1/2閲覧

7. キーワード

相関分析 因子分析 水質汚染 生分解性プラスチック

Abstract

The Collatz problem is one of the famous problems. We calculate inversely form numbers represented as 2^n and investigate numbers appeared in the process of calculation. We find a rule when we start the numbers represented as 2^{6^t} .

1. 目的

コラッツ予想とは、自然数 n に対して、 n が偶数のとき、 n を 2 で割り、 n が奇数のとき、 n を 3 倍して 1 を足す、つまり、 $f(n) = \begin{cases} n/2 & \text{if } n \equiv 0 \\ 3n+1 & \text{if } n \equiv 1 \end{cases} \pmod{2}$ という操作を考えたとき、「どのような初期値から始めても、有限回の操作で必ず 1 に達する」という予想である。 2^n の形で表される数のコラッツ操作を逆から行い、3 を法として出現する数を調べていくなかで 2^{6^t} ($t \in \mathbb{N}$) の形の数から始めた場合について法則を見つけた。

2. 方法

2^6 についてコラッツ予想の操作の逆の操作を考える。次に $2^{6^t} = 64^t$ より、逆算を行って $64^t - 1$ が 9 の倍数であることを示す。

3. 結果

$2^6 = 64$ について、逆操作を行うと、

$$64 \rightarrow 21 \Rightarrow 42 \Rightarrow 84 \Rightarrow 168 \Rightarrow \dots$$

となり、 \rightarrow は 1 を引いてから 3 で割る操作、 \Rightarrow は 2 倍する操作を表している。ここで、21 以降は 3 で割り切れるため、2 倍のみの操作となり、出現を絞ることができる。また、 $2^{6^t} = 64^t$ については逆算を行って $\frac{64^t - 1}{3}$ が 3 の倍数、つまり $64^t - 1$ が 9 の倍数であることを示せばよいことがわかり、これを示すことができた。

4. 考察

これにより、一般に 2^{6^t} は $2x\{(64^t - 1)\}/3$, 2^u ($u \in \mathbb{N}$, $6t \leq u$) からのみ出現するということがわかるため、 21×2^x がコラッツ操作により必ず 1 に収束することがわかる。

キーワード

数列, 規則, コラッツ予想

折り紙で折る円周率

The Pi in Origami

Abstract

We investigate how to express the Pi by crease. Using regular octagon inscribed to a circle with radius 1, we obtain a segment with length approximating the Pi.

1. 目的

以前に $\sqrt{2}$ から $\sqrt{8}$ までの数を折り紙で折って表す研究を行ってきた。その過程において他の無理数も折ることで表すことができるのではないかと考え、円周率 π を折り紙により表してみようと考えた。

2. 方法

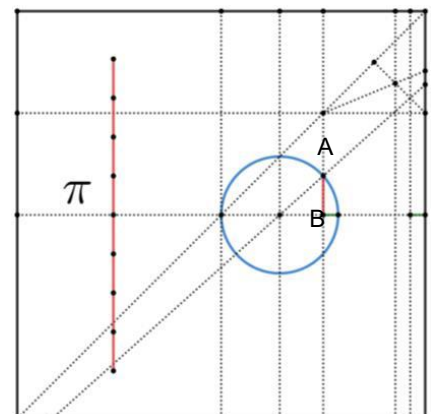
折り紙で理論上折ることができる操作は以下の7つである([1])。

- ①与えられた2点を通る直線で折る
- ②与えられた2点を重ねて、それらの垂直二等分線で折る
- ③与えられた2直線を重ねて、それらのつくる角の二等分線で折る
- ④与えられた点を通り、与えられた直線の垂線で折る
- ⑤与えられた2点と1本の直線に対して、一方の点を直線に重ね、他方の点を折り線が通るように折る
- ⑥与えられた2点と2直線に対し、2点がそれぞれ2直線に重ねるように折る
- ⑦与えられた1点と2直線に対し、点を一方の直線に重ねて、もう一方の直線の垂線で折る

また、半径が1である円に内接する正 N 角形について、 $\pi = \lim_{N \rightarrow \infty} N \sqrt{\frac{1}{2} \left(1 - \cos \frac{360^\circ}{N} \right)}$ であることを利用して、折り方を考えた。

3. 結果

いま、折り紙の一辺の長さを4として、 $N = 2^3$ の場合を考えたものが右図である。この図において、線分ABは $\sqrt{\frac{1}{2} \left(1 - \cos \frac{360^\circ}{N} \right)}$ を表しており、ABの長さの N 倍が円周率の近似値を与えている。



4. 考察

円周率の近似値を折ることができた。しかし $\sqrt{2}$ から $\sqrt{8}$ のように正確な値を折ることはできなかった。円周率は直線で折ることができない可能性があると考えられる。

参考文献 [1] 西村保三, 「コンパスと折り紙による作図公理」, 福井大学教育地域科学部紀要』(2014)

立方陣をつくる

Producing magic cubes

Abstract

A magic cube is a collection of integers arranged in an $n \times n \times n$ pattern such that the sums of the numbers on each row, on each column, on each pillar. We investigate how to make magic cubes. In our investigation, we do not consider the sum of diagonals on each square and of main four space diagonals.

1. 目的

正方形の方陣に縦、横、斜めの数の和が等しくなるように数を配置したものを「魔法陣」といい、その次元を上げた3次元において、2次元の魔方陣と同様に考えたものを「立方陣」という。この立方陣について、一辺に並ぶマスの数で場合分けをして、自然数の配置方法を一般化しようと試みた。本研究では、立方体全体の対角線とそれぞれの面の対角線の和は考慮しないことにした。

2. 方法

一辺に並ぶマス数を n として、① n が奇数のとき、② n が4の倍数のとき、③ n が4の倍数でない偶数のときに場合を分けて、それぞれの場合について立方陣の作り方を考察した。

3. 結果

ここでは、① n が奇数のときについて説明する。

$n=3$ とする。

まず、 3×3 の魔方陣を作る。次に図1のように縦列の数を右に一個ずつずらしたものを3個作る。これを(ア)とする。そして図2のように、縦列、横列が重複しないように+0, +9, +18の 3×3 の魔方陣を作り、縦列の数を左に一個ずつずらす。これを(イ)とする。最後に(ア)に(イ)を加えると $n=3$ の立方陣ができる。

	(ア)		(イ)																													
	<table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"><tr><td>6</td><td>1</td><td>8</td></tr><tr><td>7</td><td>5</td><td>3</td></tr><tr><td>2</td><td>9</td><td>4</td></tr></table>	6	1	8	7	5	3	2	9	4	+	<table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"><tr><td>+0</td><td>+9</td><td>+18</td></tr><tr><td>+9</td><td>+18</td><td>+0</td></tr><tr><td>+18</td><td>+0</td><td>+9</td></tr></table>	+0	+9	+18	+9	+18	+0	+18	+0	+9	=	<table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"><tr><td>6</td><td>10</td><td>26</td></tr><tr><td>16</td><td>23</td><td>3</td></tr><tr><td>20</td><td>9</td><td>13</td></tr></table>	6	10	26	16	23	3	20	9	13
6	1	8																														
7	5	3																														
2	9	4																														
+0	+9	+18																														
+9	+18	+0																														
+18	+0	+9																														
6	10	26																														
16	23	3																														
20	9	13																														
3段目																																
	<table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"><tr><td>8</td><td>6</td><td>1</td></tr><tr><td>3</td><td>7</td><td>5</td></tr><tr><td>4</td><td>2</td><td>9</td></tr></table>	8	6	1	3	7	5	4	2	9	+	<table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"><tr><td>+9</td><td>+18</td><td>+0</td></tr><tr><td>+18</td><td>+0</td><td>+9</td></tr><tr><td>+0</td><td>+9</td><td>+18</td></tr></table>	+9	+18	+0	+18	+0	+9	+0	+9	+18	=	<table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"><tr><td>17</td><td>24</td><td>1</td></tr><tr><td>21</td><td>7</td><td>14</td></tr><tr><td>4</td><td>11</td><td>27</td></tr></table>	17	24	1	21	7	14	4	11	27
8	6	1																														
3	7	5																														
4	2	9																														
+9	+18	+0																														
+18	+0	+9																														
+0	+9	+18																														
17	24	1																														
21	7	14																														
4	11	27																														
2段目																																
	<table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"><tr><td>1</td><td>8</td><td>6</td></tr><tr><td>5</td><td>3</td><td>7</td></tr><tr><td>9</td><td>4</td><td>2</td></tr></table>	1	8	6	5	3	7	9	4	2	+	<table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"><tr><td>+18</td><td>+0</td><td>+9</td></tr><tr><td>+0</td><td>+9</td><td>+18</td></tr><tr><td>+9</td><td>+18</td><td>+0</td></tr></table>	+18	+0	+9	+0	+9	+18	+9	+18	+0	=	<table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"><tr><td>19</td><td>8</td><td>15</td></tr><tr><td>5</td><td>12</td><td>25</td></tr><tr><td>18</td><td>22</td><td>2</td></tr></table>	19	8	15	5	12	25	18	22	2
1	8	6																														
5	3	7																														
9	4	2																														
+18	+0	+9																														
+0	+9	+18																														
+9	+18	+0																														
19	8	15																														
5	12	25																														
18	22	2																														
1段目																																

4. 考察

立方陣の作成手順を考えることができたが、一般的に成り立つことかどうかの明確な根拠がないので、検討・証明する必要がある。また、数字の配置を表計算ソフトなどでより効率的に検証するプラットフォームを考えることが必要である。

キーワード

魔法陣, 立方陣

周の長さが一定である n 角形の面積について

The area of an n -gon with constant perimeter length

Abstract

In order to solve "For n -gon with constant perimeter, the one with the largest area is a regular n -gon," we proved that the area is the largest for equilateral triangles, squares, and regular pentagons, and after looking for graphic similarities, we proved that a regular n -gon has the largest area when n -gon is a regular n -gon.

1. 目的

「周の長さが一定である n 角形において面積が最大のものは正 n 角形である」(等周定理)について独自の方法で解決する。

2. 証明方法

周の長さを固定した n 角形において正 n 角形のとくに面積が最大になることを証明する。そのために、まず $n = 3, 4, 5$ の場合について調べる。

(1) 三角形の証明

周の長さとおのの辺を固定した三角形についての関数を導き、増減表から正三角形のとくに面積が最大となることが言えた。

(2) n 角形の辺の長さについての証明 ($n \geq 4$)

三角形の一边を固定すると残りの二辺が等しいとき面積が最大といえるので、多角形で辺について連続して考えると、面積が最大の n 角形はすべての辺の長さが等しいといえた。特に、四辺が等しい四角形(ひし形)について正方形のとくに面積が最大であると言えた。

(3) 正 n 角形であることの証明 ($n \geq 5$)

ブレートシュナイダーの公式より、四角形が外接円を持つとき面積が最大である。また、多角形から切り取った四角形について、円周角の定理より等脚台形のとくに面積が最大である。これらのことを踏まえ、切り取る四角形を連続して考えると、すべての辺の長さが等しい n 角形が外接円を持つとき、すなわち正 n 角形のとくに面積が最大となる。

3. 結果

(定理)

周の長さが一定である n 角形 ($n \geq 3$) において面積が最大のものは正 n 角形である。

4. 考察

面積の関係が正 n 角形 $<$ 正 $n+1$ 角形を示すことができれば、 n の値を限りなく大きくしたときに極限として得られる図形、すなわち、円が面積が最大の図形であると推察できる。

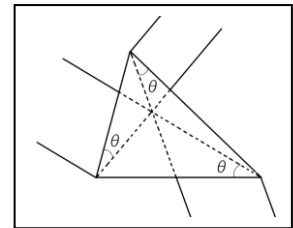
5. キーワード

初等幾何学 等周定理 正多角形 ブレートシュナイダーの公式 外接円

隙間の無いねじり折りについて
Twisted folding without opening

Abstract

In the field of origami, there is a way to fold flatly that is called “twisted folding”. In this study, we investigated the relationship between “twisted folding” and the net by mainly focusing on “Brocard point”. We found some conditions that is necessary for net of “twisted folding”.



1. 目的

平面上の多角形を、隙間の無いねじり折りによって平坦折りすることができるような展開図に必要な条件を解明すること。

2. 方法

コンピュータを用いたり実際に紙を折ったりして、隙間のないねじり折りの展開図について調べた。最初に、直角三角形などの特別な三角形に焦点を当て、それを一般の三角形へと拡張した。

3. 結果

三角形には「ブロカール点」と呼ばれる点が存在し、その点を用いて展開図を作ると、折り線が平行で隙間の無いねじり折りが可能になる。また、座標平面を利用して、正三角形の場合にブロカール角が最大となることを示すことができた。

4. 考察

三角形は、ブロカール点を利用することで「隙間の無いねじり折り」を実現することができる。四角形には必ずしもブロカール点が存在するわけではないが、平行四辺形や等脚台形については、隣り合う2辺の比が一定の条件を満たす場合にブロカール点が存在するものをつくることができ、それを利用して隙間の無いねじり折りを行うことができる。さらに、3点が与えられた場合に、ブロカール点が存在するような四角形の残りの頂点について、その軌跡をコンピュータによって考察した。

5. 結論

ブロカール点を利用することで、三角形や四角形を折ったとき、裏に隙間の無いねじり折りを行うことができる。その展開図が備える性質を利用したり、複数の展開図を組み合わせたりすることによって、さらに複雑な図形についても隙間の無いねじり折りができる可能性があると考えられる。

6. 参考文献

・トーマス・ハル 著, 羽鳥公士郎 訳, 『ドクター・ハルの折り紙数学教室』, 日本評論社, 2015

7. キーワード

ねじり折り 折り紙 敷き詰め ブロカール点

$n \times n$ の格子における、条件を満たすように点を配置したときの最大個数

The maximum number of dots placed on $n \times n$ lattice points that meet particular conditions

Abstract

Our study tries to find the maximum number of dots that can be placed on $n \times n$ lattice points so that they will not make a particular figure. We looked at two different figures: parallelogram and rectangle.

1. 目的

格子点上に置いた任意の4点が同一円周上に無いように点を置いていく「共円」というパズルゲームがある。本研究では、このゲームと同様に、格子点上に置いた任意の4点が特定の図形にならないように点を置いていくときに、最大で何個の点を置くことができるかを調べることを目的とする。

2. 方法

任意の4点が特定の図形にならないように格子点上に点を置く。これを「条件」とする。このとき、 $n \times n$ の格子点上に「条件」を満たしながら置くことのできる点の個数の最大値を $k(n)$ とする。例えば、特定の図形が平行四辺形するとき、一組の辺が平行であり、長さが等しいという性質を用いて、考えられる辺の組み合わせの総数から、不等式 $2n - 1 \leq k(n)$ を予想し、その証明を試みた。

3. 結果

3-1 平行四辺形するとき

$k(n) = 2n - 1$ である。

3-2 長方形するとき

任意の n に対する $k(n)$ はまだ求められていない。なお、 $n \geq 6$ かつ n が偶数のとき、 $k(n) \leq \frac{n^2}{2}$ と予想している。

4. 予想についての考察

長方形は平行四辺形の種類なので、 $k(n)$ は $2n - 1$ 以上であるといえる。また、ある行に2点おくと、それ以外の行で、もとの2点と縦に揃った位置には置くことができないため、 $k(n)$ の範囲はある程度絞ることができると考えている。

5. 結論

平行四辺形についての $k(n)$ は求めることができた。長方形では $k(n)$ を式で表すことは容易ではないため、 $k(n)$ の範囲を狭めていくのがよいと考えている。

6. 参考文献

<https://yambi.jp/kyouen/> (ゲーム「共円」のできる web サイト)

7. キーワード

格子点 平行四辺形 長方形

曲線と軌跡の探究
Curves and trajectories

Abstract

We determined the trajectory which a parabola drew when it rolled on a line or other curves.

1. 目的

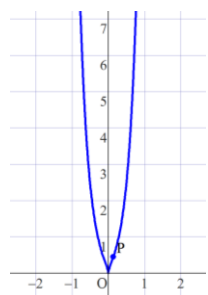
円が定直線に接しながら、すべることなく回転するとき、円周上にある点が描く曲線はサイクロイドであることが知られている。私たちは、円を他の図形に変えるとどんな曲線が描けるのか、注目する点や転がる土台を変えることにより描ける曲線は異なるのかを調べた。

2. 方法

座標平面上に回転する図形、定直線を設定し、注目する点を媒介変数表示した。その後、作画ソフト Grapes を用いてグラフを描き、軌跡の考察を行った。条件を変えることで、軌跡がどのように変わるのか調べ、その特徴を調べた。

3. 結果

放物線が定直線に接しながら、すべることなく回転するとき、放物線の頂点の軌跡は図のようになった。着目する点や土台を変えると、描かれる軌跡が変化した。



$$\begin{cases} x = \frac{-p}{2\sqrt{1+4p^2}} + \frac{\log(2p + \sqrt{4p^2 + 1})}{4} \\ y = \frac{p^2}{\sqrt{1+4p^2}} \end{cases}$$

図. 放物線が定直線に接しながら、すべることなく回転するとき、焦点が描く曲線

4. 考察

同じ条件下でも、注目する点により軌跡が異なる。また、放物線だけでなく曲線を表す式の次数を上げると軌跡が変化する。

5. 結論

注目する点や土台を変えることで放物線の注目する点の軌跡は異なる。頂点の軌跡は先端が尖ることも示された。

6. 参考文献

松本睦郎「転がる二次曲線が作る曲線」第81回数学教育実践研究会 北海道大学情報教育館 3F (http://izumi-math.jp/M_Matamoto/korogaru2jikyokusen.pdf)

7. キーワード

軌跡 2次曲線 曲線の分類

内接 n 角形の対角線が作る交点と円の分割部分の最大個数について

Abstract

In inscribed n -polygon, the number of the division part of solid circle made by the diagonal becomes maximum when which two of the diagonal are not parallel and do not cross with one point.

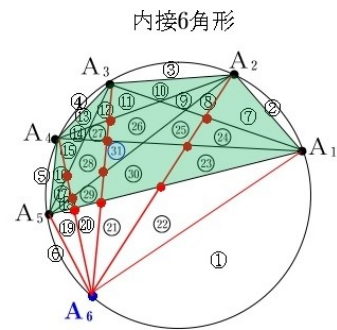
We calculate the number a_n of the point of intersection made by diagonals and the number b_n of the division part of solid circle.

1. 目的

内接 n 角形の対角線で作られる円の分割部分の個数が最大になるのは、その対角線のどの 2 本も平行でなく、どの 3 本も 1 点で交わらないときであるから、そのとき対角線によって作られる交点の個数 a_n や円の分割部分の個数 b_n を求める。

2. 方法

まず、いくつか調べて、どのようにすればよいか方針を立てる。
 $a_{n+1} = a_n + f(n)$, $b_{n+1} = b_n + g(n)$ を満たす n の関数 $f(n)$, $g(n)$ を求め、漸化式を作り、一般項 a_n , b_n を求める。あるいは、組合せで考察する。



3. 結果

図形的考察から $f(n) = {}_n C_3$ であることがわかり、 ${}_n C_r = {}_{n-1} C_{r-1} + {}_{n-1} C_r$ (n は 2 以上の自然数, $r=1, 2, \dots, n-1$) を使って $a_n = {}_n C_4$ ($n \geq 4$) が導かれた。 $g(n)$ は $f(n)$ と関連付け、図形的考察から $g(n) = f(n) + n$ であることがわかり、これより $b_n = {}_n C_4 + {}_n C_2 + {}_n C_0$ ($n \geq 4$) が導けた。

4. 考察

$f(n)$, $g(n)$ を求めるのに考察を要したが、図的考察の中でその正体が徐々に見えてきた。
 $a_n = {}_n C_4$ ($n \geq 4$) については、円上の n 個の点から 4 個を選び四角形を作るとき、その対角線の交点がすべて異なる場合は ${}_n C_4$ 個になり、これが a_n になる。視点を変えれば簡単であった。

5. 結論

内接 n 角形の対角線で作られる交点の最大個数は ${}_n C_4$ 個であり、内接 n 角形の対角線で作られる円板の分割部分の最大個数は ${}_n C_4 + {}_n C_2 + {}_n C_0$ 個である。

6. 参考文献

高等学校 数学 A, 数研出版, 高等学校 数学 B, 数研出版

7. キーワード

内接 n 角形, 対角線, 交点, 分割部分, 漸化式

片付けの最適戦略についての考察
A Study of Optimal Strategy for Tidying up

Abstract

We propose a model that explains the effort involved in tidying up and strategies to make life easier and more comfortable. We investigated appropriate frequency in terms of tidying up using mathematical modeling techniques.

1. 目的

小さい頃から、出した物はすぐに片づけるようにと言われてきたが、片づけはできるだけしたくない。そこで、数理モデルの手法を用いて、快適に過ごすための片付け戦略を考察する。

2. 方法

生活労力と時間の関係を数式で表し、条件を変えて生活労力の変化を調べる。

一定期間における片付け回数と生活労力の関係を調べる。

生活労力…日常生活における、物を片付けたたり物を取り出したりするときの労力

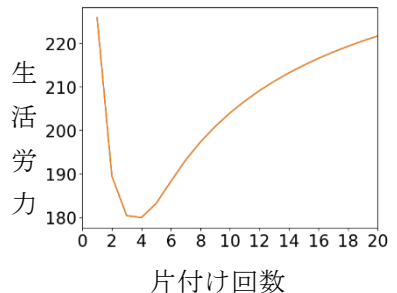
3. 結果

生活労力と時間の関係を数式で表すことができた。

一定期間内の片付け回数と生活労力の関係を、数値シミュレーションをして調べると、右図のようになった。一定期間内の片付け回数が多すぎても少なすぎても生活労力が大きくなることが分かった。

パラメータを変えたり関数を変えたりしても、同様に、ある片付け回数で生活労力が小さくなるという結果が得られた。

【片付け回数と生活労力の関係】



4. 考察

片付け回数が少なければ、散らかった部屋で生活する時間が長くなるため物を取り出す際の労力が大きくなる。一方、片付け回数が多ければ、片付けの労力が大きくなる。結果として、どちらの場合も生活労力が大きくなってしまう。

物が積み重なり出す前に片付けを始めるかどうかで生活労力の変化が現れると考えられる。

5. 結論

適度な片付け回数が存在するということが確かめられた。

出したものをすぐに片付ける必要はないと考えられる。

6. 参考文献

- ・ 亀山修一, 川端伸一郎, 石田眞二, 合田功「札幌市における路面堆積塵埃の特性および美観面における路面清掃の効果に関する検討」, 2010, 北海道大
- ・ 吉田拓海, 二瓶美里, 鎌田実, 独居高齢者の支援方策決定のための住環境評価手法の開発 - 散らかり度合いの定量化の提案 -, LIFE 2015, 東京大

7. キーワード

数理モデル 片付け

J1 各チームのプレースタイルから見るゴールに影響を与えるプレー

Plays that influence goal scoring as seen in the style of play of each J1 team

Abstract

This study investigates what it takes to win in J1. Given that scoring points is an important factor in winning, this study focuses on the plays that lead to goals especially in the teams with high offensive awareness. In order to do so, we analyze different teams in terms of their playstyles and divide each team according to their characteristics. By comparing the data among the teams of different playstyles, the plays that result in goals are verified and analyzed.

1. 目的

J1 で勝つために有効なプレーを分析して見つけ出すこと。

2. 方法

J1 のチームでクラスター分析を行い、各チームの特徴ごとに4グループに分類した。攻撃意識が強いチームに着目することにし、攻撃に関するプレーで相関係数を取った。強い正の相関がみられたプレーで重回帰分析を行った。その後、得られた結果で検証を行った。

3. 結果

敵陣ペナルティーエリア内のプレー数を増やすとゴール数が増えることが分かった。

4グループ中A,B,Cのグループがコーナーキックの回数が多いほど敵陣ペナルティーエリアでのプレー数が多くなる。Dグループはコーナーキックの回数が敵陣ペナルティーエリア内でのプレー数に影響を与えなかった。

4. 考察

Dはポゼッションが高く無理な攻めをしないためコーナーキックに繋がりにくいと考えた。

コーナーキックが多くなるとゴールに近い位置でのプレーが多くなるため、ゴール数が増えると考えられる。

5. 結論

勝つためにはゴール数の増加の要因となるコーナーキック数を増やすべきである。

6. 参考・引用文献

・Football LAB

https://www.football-lab.jp/summary/team_style/j1/?year=2020

https://www.football-lab.jp/summary/cbp_ranking/j1/?year=2020&data=defense

・2020_J1_team

7. キーワード

クラスター分析 相関係数 回帰分析 ゴール数 コーナーキック

自然数を n 進展開した数の各位の数の和についての考察

Consideration on the sum of the digits in the base-n expansion of the natural numbers

Abstract

We study the sum of the digits in the base-p expansion to better understand the exponent of the largest power of a prime p that divides the factorial of the perfect power.

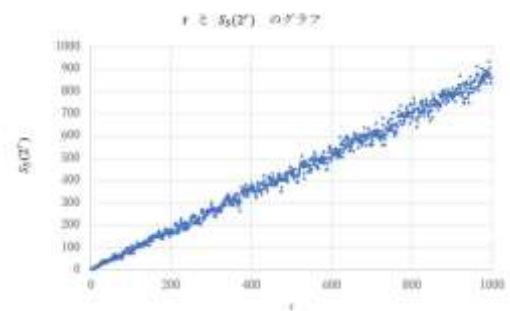
1. 目的

10 の累乗の階乗についての研究を見つけた。その研究では、10 の累乗の階乗が 5 で割れる回数と 5 進展開した 2 の累乗の階乗との関係が書かれていた。それを一般化するとルジャンドルの公式

$$V_p(q!) = \frac{q - S_p(q)}{p-1} \quad (V_p \text{ は } p \text{ で割れる回数}, S_p \text{ は } p \text{ 進展開し}$$

$$\text{た各位の和より、} V_p((pq)^r!) = \frac{p^r q^r - S_p(q^r)}{p-1} \text{ となる。こ}$$

の関係への理解を深めるために累乗数の n 進展開した各位の数の和について調べた。



2. 方法

$f(r) = S_p(q^r)$ としたときの方程式 $f(r) = c$ (c は r によらない定数)の解の個数に着目し、まずは目的で述べた資料と同じ $p=5, q=2$ のときについて、2 のべき乗を法とした余りに注目して考えた。

3. 結果

$k \leq r$ のとき方程式が解をもつ必要条件として、適当な自然数 n をとったとき $\sum_{i=0}^{c-1} 5^{n_i} + 1 \equiv 0 \pmod{2^k}$ となることがある。 $5^n \equiv 1 \pmod{4}$ なので、 $\sum_{i=0}^{c-1} 5^{n_i} + 1 \equiv c \pmod{4}$ より $p=5, q=2$ のときに c が 4 の倍数でないとき、方程式は $2 \leq r$ のとき解を持たない。

4. 展望

c が 4 の倍数のときの解の上限について調べたい。

5. 参考文献

飯高茂数学の研究を始めよう(1) 10 の累乗の階乗について
<http://itakashigeru.math-academy.net/gendai1.pdf>

6. キーワード

N 進展開、累乗数、各位の和

アルゴリズムから導く最適な買い物方法～動的計画法を用いて～
Best shopping methods with Algorithms ~By using dynamic programming~

Abstract

When we buy commodities in convenience stores, students such as us have limited money. So, to investigate the best way to purchase commodities with a limited sum of money, we decided to research about using algorithms to resolve the problem. As a result, we were able to resolve this problem by using the appropriate algorithm.

1. 目的

私たちの班には、クライミング日本代表選手がいる。彼は身体づくりのため、食事の栄養バランスに気を付けているが、コンビニなどで商品を買うときに、商品の値段と栄養成分から、どの商品を買うべきなのか悩んでいた。そこで、価格と栄養の両方から考えて最適な買い物方法を調べるためにこの研究を始めた。

2. 方法

最適な買い物方法を調べるために google colab を用いて、Python でプログラミングを行った。セブンイレブンの商品をカテゴリーごとに分け、全探索や動的計画法などのアルゴリズムを用いることで、限られた金額の範囲で摂取できるカロリーが最大になる買い物方法を調べた。

3. 結果

全探索と動的計画法の結果を比較すると、商品の数が多くなるにつれて全探索よりも動的計画法の方が計算時間が短くなる。また、商品のカテゴリーに偏りが見られた問題に対しても、新たに個数に上限を設定した配列を加えることで解決できた。

4. 考察

適切なアルゴリズムを用い、商品の個数に上限やカテゴリーを絞る配列を加えるといった改良を加えることで、計算に要する時間は多少増加するが、より現実的な買い物方法を調べることができるようになった。

5. 結論

今回は結果が分かりやすいようにカロリーに焦点を当てたが、人によって求める栄養価が異なるため、ニーズに合った買い物ができるようにプログラミングを作成したい。また、商品の個数だけでなくカロリーやタンパク質などの栄養成分に上限を加えたい。

6. 参考文献

- ・ [商品のご案内 | セブン-イレブン～近くて便利～ \(sej.co.jp\)](https://www.sej.co.jp/)
- ・ 米田優峻 (2022) 『問題解決のための「アルゴリズム×数学」が基礎からしっかり身につく本』 技術評論社

7. キーワード

アルゴリズム 全探索 動的計画法 Python Google Colaboratory