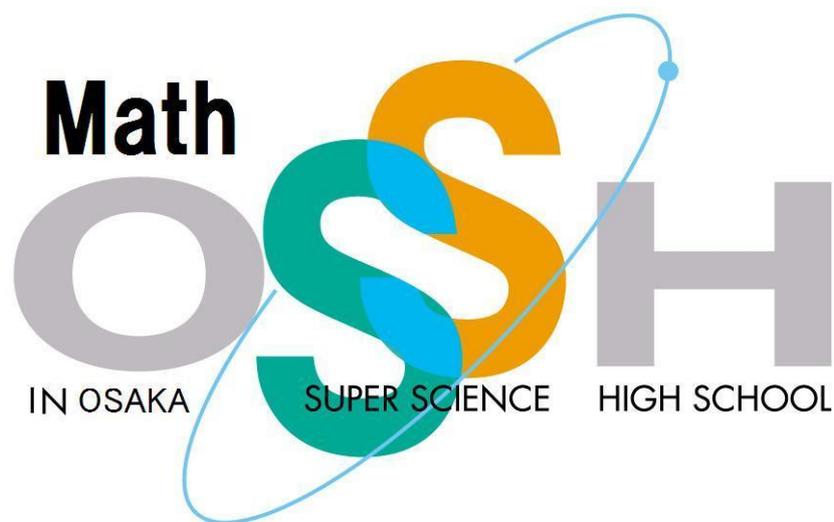


第16回 マスフェスタ

<全国数学生徒研究発表会>



日時 令和6年8月24日(土)

場所 大阪府立大手前高等学校

令和6年度 マスフェスタ（全国数学生徒研究発表会）

日時 令和6年8月24日（土） 10時20分～16時30分

場所 大阪府立大手前高等学校（大阪府中央区大手前2-1-11）

目的 数学に関する生徒の取り組み（課題研究、部活動等）の研究発表を行うことにより、数学に対する興味・関心を高め、今後の数学分野の教育活動及び生徒研究の発展に資する。

内容 生徒による数学研究（課題研究等）についての発表会

方法 ポスターセッション

時程

■8月24日（土）

9:30～ 受付開始

発表準備（発表会場にて）

10:20～10:30 開会式

校長挨拶

指導助言の先生方ご紹介

10:30～12:20 午前の部

①10:30～11:20 AC発表（BD見学）

②11:30～12:20 BD発表（AC見学）

12:25～13:10 昼休み

13:10～15:40 午後の部

③13:10～13:40 ※自由見学・自由発表

④13:50～14:40 AD発表（BC見学）

⑤14:50～15:40 BC発表（AD見学）

15:40～15:55 撤収 ※自由交流可能

16:00～16:30 全体会

講評

写真撮影

16:30～ 撤収・解散

※ ③は自由見学・自由発表の時間です。ポスターを自由に見学することができます。また、自由に発表することもできますので、多くの方に研究成果を発信し、意見交換・研究交流する場としてご活用ください。

●指導助言（敬称略）

伊師 英之 大阪公立大学大学院理学研究科 教授

石原 秀樹 大阪公立大学南部陽一郎物理学研究所 特任教授

菊池 和徳 大阪大学大学院理学研究科 講師

澤田 晃一郎 京都大学数理解析研究所 特定助教

塩見 準 大阪大学大学院情報科学研究科 准教授

篠田 正人 奈良女子大学理学部 教授

鈴木 咲衣 東京工業大学情報理工学院 准教授

高橋 太 大阪公立大学大学院理学研究科 教授

藤田 岳彦 中央大学理工学部 教授

町頭 義朗 大阪教育大学教育学部 教授

松本 佳彦 大阪大学大学院理学研究科 准教授

室谷 岳寛 京都工芸繊維大学基盤科学系 助教

NO.	都道府県	学校名	発表タイトル	分野
1				
2	北海道	市立札幌開成中等教育学校	n次式の因数分解の公式について	A 代数
3	青森県	青森県立八戸北高等学校	三角関数の公式の視覚的理解について考える	C 解析
4			ブラックジャックの数学的考察	D 確率統計
5	茨城県	茨城県立並木中等教育学校	ボトムアップ方式と奇数 $f(k+1)=2(a_k) f(k)+1$ についてのコラッツ問題	A 代数
6			超置換問題と巡回セールスマン問題	E 数学の応用 (諸科学への応用)
7			黄金世代が来る確率	D 確率統計
8	栃木県	作新学院高等学校	飛行石のここが凄い!!	E 数学の応用 (諸科学への応用)
9			部屋を点数化しよう!!	E 数学の応用 (諸科学への応用)
10			複数の関数の一関数への統合	A 代数
11			無理数は乱数として応用できるのか?	E 数学の応用 (諸科学への応用)
12	埼玉県	埼玉県立所沢北高等学校	中央二項係数を含む多重級数について	C 解析
13			直角から斜辺に下ろした垂線の長さが斜辺の半分より大きくなる直角三角形の存在について	B 幾何
14	千葉県	市川高等学校	2面サイコロを用いたNimにおけるGrundy数	A 代数
15			重み付きグラフ上で行うNimのGrundy数	A 代数
16			石を取る条件を変更したWythoff NimのGrundy数	A 代数
17			約数による自然数の分割について	A 代数
18			n次元アステロイド	B 幾何
19	東京都	筑波大学附属駒場高等学校	九点円を三次元へ拡張する	B 幾何
20			数独における初期配置とその考察結果	C 解析
21			区間における双子素数の累積個数の近似直線に関する考察	A 代数
22			三次元空間における点集合の最小包囲球の求め方と範囲	B 幾何
23			DNNを用いた鏡面反射の検出	F 情報分野
24			パロンドのパラドックス	D 確率統計
25	神奈川県	神奈川県立横須賀高等学校	Minecraft を扱ったデジタルオブジェクト出力の比較	F 情報分野
26			3項間漸化式と無限多重根号の関係について	A 代数
27	新潟県	新潟県立長岡高等学校	積の四捨五入と和が等しい2数と円の関係	A 代数
28	富山県	富山県立富山中部高等学校	フェルマー一点を用いた最短経路探索	B 幾何
29			ババ抜き確率	D 確率統計
30	石川県	石川県立小松高等学校	ゴールドバッハ予想の条件変化により見出される規則性	D 確率統計
31			一列に並べた郵便切手のある条件下における折りたたみ方の規則性	D 確率統計
32	長野県	長野県諏訪清陵高等学校	三目並べのルール変更による、ゲーム性の評価	F 情報分野
33			二次曲線の有理点の存在	C 解析
34	静岡県	静岡市立高等学校	重平均不等式	A 代数
35			楕円の反転における角の不変性	B 幾何
36			分数関数グラフの法則	C 解析
37	愛知県	愛知県立刈谷高等学校	必要条件から考察するゴールドバッハ予想	A 代数
38			奇数完全数について~約数関数の考察~	A 代数
39			数学ゲーム「共円」	B 幾何
40			混線内接円と混面内接球	B 幾何
41			プロカールの問題	A 代数
42			三次方程式の整数解	A 代数
43			黒板の汚れ具合の数値化	F 情報分野
44	滋賀県	滋賀県立膳所高等学校	分割三角形のn乗周が一致する点の存在証明	B 幾何
45	京都府	ノートルダム女学院中学高等学校	連続するm個の自然数の積について	A 代数
46			UNOにおいての手札の枚数と確率の関係性の解明	D 確率統計
47	大阪府	大阪府立生野高等学校	クーポンコレクター問題	D 確率統計
48			グラフでトリックアート	C 解析
49			折り紙を用いた相加・相乗平均の大小関係の視覚的な証明	B 幾何
50			素数pと1/pの循環節の長さの関係	A 代数
51			素数生成多項式	A 代数
52			連続する整数の積で表せる階乗について	A 代数
53			光条のメカニズム	E 数学の応用 (諸科学への応用)
54			ドミノ倒し	E 数学の応用 (諸科学への応用)
55			スポーツにおけるプレーの分析と練習方法の発見	F 情報分野
56			機械学習、画像認識による整理整頓の可視化	F 情報分野
57			四次元立体を中心投影により描写する	F 情報分野
58			量子機械学習を用いた株価予測	F 情報分野
59			東大五目並べの数理論	E 数学の応用 (諸科学への応用)
60			バスカルの三角形に隠されたフラクタル図形	A 代数
61			魔方陣の三次元への拡張	A 代数
62			平面上の点のある座標への移動について	A 代数
63			一般化された転倒数について	A 代数
64			同様に確からしくなくじり引き	D 確率統計
65	兵庫県	神戸大学附属中等教育学校	連関数の定義とその周辺	C 解析
66			超過剰数に関する諸性質	A 代数
67			ダイクストラ法の分割並列化におけるゲートウェイの設定方法	F 情報分野
68			nになるために	C 解析
69			ペンローズスタイルのタイル比について	B 幾何
70	鳥根県	鳥根県立出雲高等学校	サイコロの形状による出る目の確率変動	D 確率統計
71	岡山県	岡山県立倉敷天城高等学校	魔神出しに関する研究	A 代数
72	広島県	広島大学附属高等学校	フィボナッチ数列の各項を自然数で割った際の剰余の周期	A 代数
73	山口県	山口県立徳山高等学校	街灯の配置の最適化	E 数学の応用 (諸科学への応用)
74	香川県	香川県立観音寺第一高等学校	九点円の中心と五心の軌跡の関連性	B 幾何
75			累乗数のある底における各位の和	A 代数
76			一筆書きできる図形の考察	B 幾何
77			コードで描く大自然—自動生成地形の探求—	F 情報分野
78	愛媛県	愛媛県立西条高等学校	ある壊れた鍵を開けるのに必要な試行回数の最小値	C 解析
79	大分県	大分県立大分舞鶴高等学校	RSA暗号の暗号強度の向上	F 情報分野

n 次式の因数分解の公式について
On the formula for factorization of nth-order expressions

Abstract

A formula has been found by Po-shen Loh to factorize a quadratic expression for x with a square coefficient of 1. The purpose of this study is to extend it to cubic, and thus to nth order. They are considered by using existing formulas or by extending the numbers.

1. 目的

因数分解は方程式や関数を解く上で重要なツールである。しかし任意の多項式を因数分解をする式は発見されていない。2乗の係数が1の2次式についてはPo-shen-Loh氏によりその公式が発見されている。本研究の目的はその手法を拡張し、3次ひいてはn次式の因数分解の公式について考えることである。

2. 方法

Po-shen Loh 氏の因数分解の方法は、平方完成と既存の因数分解の公式 $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ を用いた手法であり、これを3次に拡張することは容易であり、3次式の場合は $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$ の式に当てはめることで因数分解できる（下記記載）。このようにn次式の特定の形の因数分解の式を用いる方法と、2次式の形を高次に適用し続けるために数の範囲を実数から複素数に拡大し、さらに5次以降で出てくる $i^{\frac{1}{n}}$ を複素数体Lに添加し、体 $L(i^{\frac{1}{n}})$ の範囲で因数分解する方法を考えている。

3. 結果

3次式の因数分解の式（範囲は実数）（a, b, c, d は実数）

$$\begin{aligned} & ax^3 + bx^2 + cx + d \\ &= \left\{ a^{\frac{1}{3}} \left(x + \frac{b}{a} \right) - \left\{ 2bx^2 - \left(c - \frac{3b^2}{a^2} \right) x - d \right\}^{\frac{1}{3}} \right\} \left[a^{\frac{2}{3}} \left(x + \frac{b}{a} \right)^2 \right. \\ & \quad \left. + \left(x + \frac{b}{a} \right) \left\{ 2abx^2 - \left(ac - \frac{3b^2}{a} \right) x - ad \right\}^{\frac{2}{3}} + \left\{ 2bx^2 - \left(c - \frac{3b^2}{a^2} \right) x - d \right\}^{\frac{2}{3}} \right] \end{aligned}$$

4次式の因数分解の式（範囲は複素数）は3次までの式の4乗根の4乗として表し、 $a^4 + b^4 = (a^2 - b^2i)(a^2 + b^2i)$ の式に当てはめ、xの次数が1以下になるまで因数分解の式に当てはめ続けることで得られる（長くなるため、ここでは割愛）。

4. 考察

5次以上の因数分解の公式を考えたときに、数の範囲が $L(i^{\frac{1}{n}})$ となるため実用性に欠けてしまう。ここで他の方法として、解と係数の関係を用いた手法や、n次式の特定の形の因数分解の公式を作る方法なども考えていきたい。

5. 結論

次数が4以下の多項式なら複素数の範囲で因数分解をすることができる公式が導出できたが、5次以上の高次方程式では体の拡張が必要になった。

6. 参考文献

Po-shen Loh. (2019) A simple proof of the Quadratic Formula.
<https://arxiv.org/pdf/1910.06709>

7. キーワード

代数学 因数分解 体論

Visualising Trigonometric Formula -The Sum-to-Product and Product-to-Sum Formulae-

Abstract

The purpose of this study is to visualise the sum-to-product and product-to-sum formulae. The formulae are not geometric and originated from the addition theorem even though trigonometric functions make geometric problems possible to be processed algebraically. The pilot study of the formulae in a coordinate plane and a complex plane are discussed.

1. 目的

三角関数を使うと幾何の問題を代数的に処理することができる。しかし、教科書において和積・積和の公式は加法定理の和と差により導出され、幾何的な要素で表現されない。その結果本来の三角関数のよさが分かりにくく、他の公式と比べて捉えにくい。そのため、座標平面や複素数平面で幾何的に表現・解釈することで視覚的理解を可能にしたい。

2. 方法

まず、和積・積和の公式を三角形と単位円を用いて座標平面上に図示する。そして、その面積が等しいことを証明する。また、複素数平面上で点をその位置や回転によって2通りの方法で表現する。

3. 結果

積和の公式の1つ $2\sin\alpha\cos\beta = \sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)$ を表す図形は図1のようになる。他の3式も同様に図示できた。複素数平面で考えると、 $\cos(\alpha + \beta) + i\sin(\alpha + \beta)$ と $\cos(\alpha - \beta) + i\sin(\alpha - \beta)$ の中点が原点 O と $\cos\alpha + i\sin\alpha$ を結ぶ線分上にあり、説明できる。

4. 考察

図1より図示は実現されたが、2つの三角形の微小なずれの面積が等しいことの証明では、式中に三角関数の和や積があるため証明したい式を用いずには、示せなかった。複素数平面上では図2のように図示され、 OA の長さが1より、 OM の符号付き長さは $\cos\beta$ になることから M は極形式で $\cos\beta(\cos\alpha + i\sin\alpha)$ となり、実部・虚部の比較により当該公式を表す。

5. 結論

和積・積和の公式は、座標平面上に表現しても幾何のみの考え方では面積に関する等式としての証明は本論ではできなかったが、複素数平面上での表現により極形式を用いた線分の符号付き長さや回転に関する考察が可能になり、4本中2本の式が同時に証明される。

6. 参考文献

豊田敏盟ほか17名(2022). Focus Gold 数学B+C 5th Edition, 新興出版社啓林館.

7. キーワード

三角関数 和積・積和の公式 幾何 複素数平面

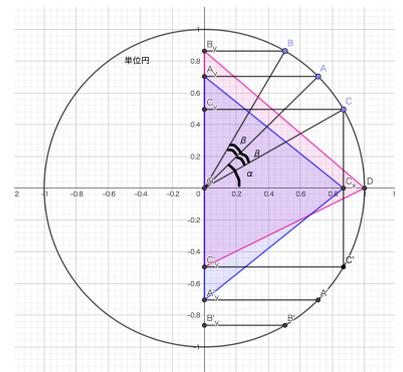


図1

座標平面上での図示

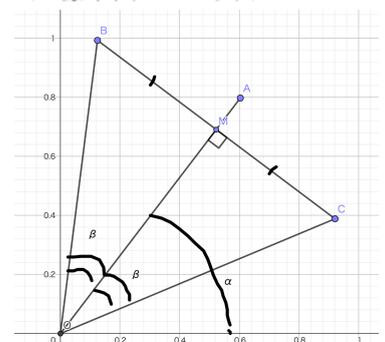


図2

複素数平面上での図示

ブラックジャックの数学的考察

A Mathematical Study of Black Jack

Abstract

We are big fans of Black Jack. When we were playing it, we wondered what the odds are of winning Black Jack. We were interested in finding the best way to help players decide whether they should draw a card or not. In our research, we investigated the expectation of which playing cards may be drawn.

1.動機

私たちは賭け事が好きである。その中でも特にブラックジャックというゲームが好きである。相手に絶対に勝ちたいのでこの機会にブラックジャックする確率を研究してみようと思った。

2.方法

今回の研究では、プレイヤー1人のみを対象とした、ブラックジャック(以下、BJと呼ぶ。)が起こる確率を調べる。最初に配られるカード二枚を「0手」とし、追加でカードを引くことを順に「1手」「2手」…とする。すなわち、「0手」「1手」「2手」において、BJが成立する確率を求める。カードの得点をXとすると、Xは確率変数Xは1~11の値をとる。Aは1と11の二つの値をとりうるため、1をとるときのE(X)と、11をとるときのE(X)の二つの平均を期待値E(X)とする。すると確率分布表は、下のようになる。

X	1or11	2	3	4	5	6	7	8	9	10	計
p	$\frac{4}{52}$	$\frac{16}{52}$	1								

$E(X)=360/52=90/13\approx 6.923$ よって一枚のカードに期待される得点は約6.923とわかる。ここで $6.923n > 21$ を解くとnは4であり、手札が4枚になったところで合計得点が21を超えると期待される。よって手札が4枚になった時点、すなわち「2手」で合計得点が21を超えると期待される。よって「2手」までを考える。

3.結果

0手、1手、2手でBJする確率をそれぞれ求め、それぞれ互いに排反なのでBJする確率は $\frac{16232}{152435} \approx 10.648\%$ と求められた。

4.考察

期待値の観点とも相まって「1手」でのBJする確率が高まったと考えられる。本来のゲームではBJを必ずしも目指す必要はないので、「一手」が現実的な手と考えられる。

5.結論と展望

今回1プレイヤーにおいてBJする確率が2手までで約1割ということが分かった。ただし本来のゲームでは2人以上のプレイヤーがいる。また合計得点が20の時に1を狙う人は少ないだろう。そういった意味でもプレイヤー目線に立っていない結果となってしまった。この結果をもとにそれらを求めていきたい。

6.参考

なし

7.キーワード

期待値、確率

ボトムアップ方式と奇数 $f(k+1) = 2^{a_k}f(k) + 1$ についてのコラッツ問題
Collatz problem with "In reverse" or odd numbers $f(k+1) = 2^{a_k}f(k) + 1$

Abstract

In this study, I tried two approaches to derive the solution of the Collatz problem. One is with the "In reverse" method and the method using the remainder class of 6, and the other is a generalization using variables.

1. 目的

コラッツ問題についての性質を見出し、理解を深めるため、アプローチ方法を考えた。

2. 方法

方法① ボトムアップ方式と6の剰余類を使用した方法

方法② 変数を利用した一般化

3. 結果

方法①

非負整数 k を用いて、奇数 n から得られる奇数は次のように表せる。

$$n \bmod 6 \equiv 1 \text{ のとき } \frac{n \times 2^{2k} - 1}{3}$$

$$n \bmod 6 \equiv 5 \text{ のとき } \frac{n \times 2^{2k-1} - 1}{3}$$

また、 $n \bmod 6 \equiv 3$ のとき、得られる奇数が存在しないことがわかった。

方法②

自然数 m, n を使用して表せる奇数 $2^m(2n+1) + 1$ を用いて考えると、

$$m \text{ が奇数のとき } (2n+1) \times 3^{\frac{m+1}{2}} + 2 = \left(2n \times 3^{\frac{m+1}{2}}\right) + \left(3^{\frac{m+1}{2}} + 1\right) + 1 \text{ という奇数が}$$

$$n \text{ が偶数のとき } (2n+1) \times 3^{\frac{m}{2}} + 1 = \left(2n \times 3^{\frac{m}{2}}\right) + \left(3^{\frac{m}{2}} + 1\right) \text{ という偶数が得られた。}$$

4. 考察

ボトムアップ方式については n の剰余類を用いて次に来る値を求めた。

一般化については $2n \times 3^{\frac{m+1}{2}}, 3^{\frac{m+1}{2}} + 1, 2n \times 3^{\frac{m}{2}}, 3^{\frac{m}{2}} + 1$ といった偶数はすべて m, n の値を分析することで、2で何回割り切れるのかを求めることができる。そのため、 $f(k+1) = 2^{a_k}f(k) + 1$ と表されるような奇数 $f(k+1)$ について考えることで、さらに情報を得ることができる。と考える。

5. 結論

一般化について、数列への置き換えを進めることで、計算の簡略化が可能となった

6. 参考文献

Terence Tao, "The Notorious Collatz conjecture"

<https://terrytao.wordpress.com/wp-content/uploads/2020/02/collatz.pdf> (最終閲覧 2024.7.23)

7. キーワード

ボトムアップ方式 剰余類 一般化 数列

超置換問題と巡回セールスマン問題 Superpermutation and traveling salesman problem

Abstract

Write Python code to efficiently solve 'traveling salesman problem' using superpermutation.

1. 目的

NP 完全問題である "巡回セールスマン問題" は現状、大量の計算をすることでしか求められない。そこで、私たちは最小超置換を求めるアルゴリズムを用いることでその計算量を少なくできるのではないかと考えた。本研究では、超置換列を用いて、総当たりで巡回セールスマン問題を解くよりも短い時間で解答を出力できるコードを Python で作成することを目的とする。

2. 方法

"グレッグ・イーガンの方法" を参考にして、超置換を出力する Python コードを作成する。それを用いて、効率的に巡回セールスマン問題の解答を出力する Python コードを作成する。また、総当たり法のコードも作成し、2つの出力の時間の差を比較する。

3. 結果

超置換の文字列を出力する Python コードの作成に成功した。これは、連続する任意の n 個のデータがそれぞれ巡回セールスマンが通る道筋と対応する。このことを用いて、巡回セールスマン問題を解くコードを作成し、総当たり法との比較をした。

4. 結論

超置換を求めるアルゴリズムを用いることで、効率的に巡回セールスマン問題の解答を出力することができる。しかしながら、この超置換は最小ではなく、さらに短縮する余地がある。

5. 参考文献

"ハルヒ問題 (最小置換問題) の紹介 Qiita"

<https://qiita.com/kgoto/items/884b04b636de90136014>

"グレッグ・イーガン経由で知った順列生成アルゴリズム"

<https://deltam.blogspot.com/2019/06/blog-post.html>

6. キーワード

最小超置換, 巡回セールスマン問題, グレッグ・イーガンの方法

黄金世代が来る確率～黄金世代が一定期間の中で発生する確率を求める～

The probability of a golden age from now on

Abstract

Focusing on baseball, we also use the Poisson distribution to determine the probability of a golden age.

1. 目的

野球のデータに注目し，ポアソン分布を用いることで，優秀な選手が多く生まれる年代がどれくらいの割合で発生するのか求める。

2. 方法

最初に，過去のデータから逸材の人数を調べ，出生数と年代それぞれと逸材の人数に相関があるかどうかを求めた。母数が大きく，野球の逸材の確率が極めて小さいため，ポアソン分布を用いた。

3. 結果

ある一定の期間(50年)のうち，1年間に10人以上逸材が生まれる確率は，1.2906%と導くことができた。

4. 考察

逸材の人数と年代や出生数の相関がなければ他のカテゴリーの黄金周期も同様の方法で求めることができる可能性があるかもしれない。

5. 結論

今回は環境的条件を加味していないため，比較的簡単に確率を割り出すことができた。球場の数の変化，機械の進歩，医療の進歩も加味することができなかつた分，逸材の数が現代に近くなるにつれて大きくなっていった可能性も考えられる。

6. 参考文献

東京大学教養学部統計学教室.『基礎統計学 I』.東京大学出版会,小島寛之.『完全独習統計学入門』.ダイヤモンド社

7. キーワード

相関係数 ポアソン分布 統計

飛行石のここが凄い!!
What's amazing about "Hikouseki" !!

Abstract

I researched the "flying stone" in Laputa, one of my favorite Ghibli films. I studied physically and mathematically the power of the flying stone that slowed down the speed at which the character Sita fell from the airship, and the power that kept Laputa afloat. I researched how large a force could be generated if there were flying stones in the real world.

1. 目的

ラピュタに出てくる飛行石の力の大きさを求める。

2. 方法

大小異なる 2 つの飛行石を物理学的に計算し仕事量を求め、現実世界の例に当てはめて考える。

3. 結果

飛行石の仕事量は小さなものでも値が大きく、ものすごい力を秘めている。また、現実世界のものに当てはめると大きな力を発生させることが可能である。

4. 考察

シータに対してした仕事量 $4.20 \times 10^5 \text{ J}$ MK3 手榴弾の爆発エネルギーほど
巨大飛行石の仕事量 156.8 京 J マグニチュード 8.0 の地震エネルギーほど
小さな飛行石の仕事量 10.45 兆 J 東京からロンドンまでジェット飛行機 1.5 往復分ほど

5. 結論

人間の空気抵抗を正確に求められず、人間を球としてしか考えることができなかった。またアニメの世界で正確な高さや質量を調べるのが困難だった。しかし、自分なりに研究内容の考察を進めることができ満足できる結果となった。

6. 参考文献

二馬力・G. 『天空の城ラピュタ』. 宮崎駿監督高畑勲制作 山田英巳・濱川洋充・田坂裕司共著. 『流れ学 流体力学と流体機械の基礎』. 森北出版

7. キーワード

積分 空気抵抗 仕事量 力学的エネルギー保存の法則

部屋を点数化しよう！！
LET' S TRY SCORING ROOM

Abstract

In this research, we created a formula that can easily calculate the score by simply entering the conditions of your room or your ideal room, and use the formula to adjust the color of the room and make it easier to choose furniture.

1. 目的

部屋の条件や理想の部屋の条件を入力するだけで簡単に点数が算出できる式を作り、その式を使い部屋の色合いを整え、家具選びや部屋作りをやすくすること。

2. 方法

4項目に分け最終的な式ができるだけ見やすくなるようにして調べた部屋が 100 点満点中の何点かを調べる。

3. 結果

項目名	式
部屋の美しさ	$P = \frac{1}{4n}(a_1 + a_2 + \dots + a_n)$ または $\frac{100-10 2.2x-y }{4}$
色合い	色の相性より $P = \frac{a}{6}$
場所	$25 - (t - 10) P$ (t は分)
景色	$1 \text{ 階} \leq x \leq 6 \text{ 階}$ $P = \frac{100}{6}x \times \frac{1}{4}$ または $7 \text{ 階} \leq x$ $P = 25$

(P は点数)

これら 4 つに数値を入れて全て足すと点数化できる。しかし、時代の流行によって数値が変化する可能性がある。

4. 考察

今回の研究活動を通して、得られた式に数字を代入することで理想の部屋に近づけることがわかったので、大学生になる人や部屋作りをする人の参考になれば嬉しい。

5. 結論

現時点では、1 部 2 人以上で計算しなければならない所があるので今はまだ点数化することができる部屋は少ない。部屋の物の充填率および 3 色目の色の相性と割合の点数化ができれば、より多くの部屋を 1 人で点数化できる。

6. 参考文献

後藤久ら著. 『リビングデザイン』実教出版, 『ライフ大人ガイド』. 教育図書, 株式会社ニトリホールディングス. 「インテリアシミュレーション」
<https://www.nitori-net.jp/ecstatic/front/simulation/tool/index.html>

7. キーワード

部屋の美しさ 色合い 場所 景色

複数の関数の一関数への統合
How to integrate some functions into one function

Abstract

This is a research which shows how to integrate some functions into one function. We can make integrated functions using ceiling or absolute value.

1. 目的

先行研究にあった二つの関数を一関数に統合する方法を、任意の個数の関数に拡張するために研究を行った。

2. 研究方法

入力された数の範囲によって異なる定数 (0 か 1) を返す関数 $F(x)$ を考える。そして任意の複数の関数を $F(x)$ にかけて、指定された範囲の外の値を 0 にする。

3. 結果

$F(x)$ は、先行研究で用いた、逆正接関数を縦に縮小して天井関数記号を付けた関数を x 軸方向に平行移動させて引くことで作ることに成功した。また先行研究にはない絶対値を用いる方法で、殆ど同じ関数を作ることができた。

4. 考察

天井関数や絶対値など、異なる式を一つの関数にまとめた関数を利用することで、複数の関数を統合できると考えられる。

5. 結論

天井関数、絶対値を用いて、完全に任意の複数の関数を一つの式で表すことができた。

6. 参考文献

北杜市立甲陵高校 志村奎輔 奥原瑞稀「二関数の一関数への統合」

7. キーワード

天井関数 絶対値

無理数は乱数として応用できるのか？

Can irrational number be applied as a random number?

Abstract

The purpose of this study to examine the randomness of a list of irrational numbers, by comparing them with generated random numbers.

1. 目的

円周率をはじめとした無理数の羅列には乱数として応用できるほどのランダム性があるかどうか調べる。

2. 方法

無理数の近似値を 10 万桁前後インターネットから採取し Excel に文字列としてコピーして、それとは別にランダム関数を用いて、7 桁または 10 桁の乱数を 1,000 個発生させる。その後 Excel の検索機能を使い、無理数の羅列に乱数の羅列が一致するものを調べ、存在回数をまとめ、理論値と比べランダム性を調べる。

3. 結果

比較した結果、理論値にかなり近い存在回数であった。

4. 考察

結果よりランダム性が非常に高いと考えられる。また今回の研究では 10 万桁前後まで検証を行ったが、大きな桁数でもランダム性は高いと考えられる。

5. 結論

無理数の羅列は乱数として応用できるほどのランダム性がある。

6. 参考文献

https://orsj.org/wp-content/or-archives50/pdf/bul/Vol.36_12_573.pdf

7. キーワード

無理数 乱数 円周率

中央二項係数を含む多重級数について

On multiple series containing central binomial coefficients

Abstract

By constructing a recurrence formula with good properties, we gave a general formula for the moment of multiple sums containing central binomial coefficients.

1. 目的

中央二項係数を含む多重級数間の等式を見つける.

2. 方法

moment を用いる事により多重級数を扱える事がわかっている.

中央二項係数を含む有限和の moment の一般式を導出する事により中央二項係数を含む多重級数の計算をする.

3. 結果

有限和の moment の漸化式を次式で得ることが出来た.

$$\beta_x := \frac{\Gamma\left(x + \frac{1}{2}\right)}{\Gamma(x+1)\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}, F_{r,w}^a(N; m) := \sum_{n=0}^{N-1} \frac{\beta_{n+w}^r}{n+m+a+w} A_n \left(A_n := \sum_{k=0}^n a_k \right)$$

$$\left(m+a-\frac{1}{2} \right)^r F_{r,w}^a(N; m) - (m+a-1)^r F_{r,w}^a(N+1; m-1) = \sum_{n=0}^{N-1} \beta_{n+w}^r A_n \left(\frac{\left(m+a-\frac{1}{2} \right)^r - (-1)^r \left(n+w+\frac{1}{2} \right)^r}{n+m+a+w} - \frac{(m+a-1)^r - (-1)^r (n+w)^r}{n+m+a+w-1} \right) - \beta_{N+w}^r A_N \frac{(m+a-1)^r - (-1)^r (N+w)^r}{N+m+a+w-1} - (-1)^r \sum_{n=0}^N \frac{(n+w)^r \beta_{n+w}^r}{n+m+a+w-1} a_n$$

これにより有限和の moment の一般式を計算することができ,和の上限を無限大にすることにより無限大の moment へと発展できる事がわかる.有限和の moment,無限和の moment を用いる事によりいくつかの多重級数間の等式を与えることが出来た.

4. 考察

漸化式や性質の良い数列について考える WZ-method のような計算方法にはまだ可能性があると思われる.結果を眺めると moment を考える事で得られた結果を体系的に扱えるような操作が存在するのではないかと考えられる.

5. 結論

中央二項係数を含む多重和の moment は良い感じの漸化式を満たしており,その一般式を得ることによりいくつかの中央二項係数を含む多重級数間の関係式を得ることが出来た.

6. 参考文献

<https://arxiv.org/pdf/1803.08747> <https://mathlog.info/articles/uWdcYqKmmNPTJr6iYDE>

7. キーワード

反復ベータ積分 超幾何級数 二項係数を含む多重級数 moment

直角から斜辺に下ろした垂線の長さが斜辺の半分より大きくなる直角三角形の存在について

On the existence of a right triangle in which the length of the perpendicular line descended from the right angle to the hypotenuse is greater than half of the hypotenuse.

abstract

The figures we usually deal with are based on Euclidean geometry. However, this time I would like to take a look at a triangle that does not follow one of the theorems, the inscribed angle theorem, and verify the existence of this triangle using two methods.

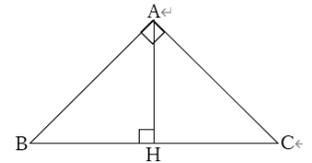
1. 目的

直角から斜辺に下ろした垂線の長さが斜辺の半分より大きくなる直角三角形の存在を検証する。

2. 方法

$\angle A=90^\circ$ の三角形 ABC の $\angle A$ から BC におろした垂線との交点を H としたときに $BC/2 < AH$ と仮定した三角形において次の 2 つの観点から調べる。

*ユークリッド幾何学では円周角の定理より AH の最大値は $BC/2$ である。



(i)ユークリッド幾何学において辺の長さを求める。

BC と AH がわかっているとき、具体的な数値を当てはめた場合と文字を用いて一般化した場合のそれぞれにおいて、三平方の定理を用いて、 $BH=X$ として方程式を解くことで BH, CH の長さを求め、そこから、AB, AC の長さを求める。またその出た結果について考察する。

(ii)非ユークリッド幾何学を用いる。

非ユークリッド幾何学の一つである球面幾何学における円周角の定理を証明し、その場合における辺の長さやユークリッド幾何学との違いについて考察する。

3. 結果

(i)BH, CH, AB, AC の長さに関する方程式を解くと複素数が出てくることがわかった。

(ii)球面幾何学における円周角の定理を証明した。球面上では、円周角は中心角の半分よりも大きくなることがわかった。

4. 考察

辺の長さは本来実数だが、複素数を辺の長さとして便宜的に認めることで、このような図形でも三平方の定理を成り立たせることができる。また、球面幾何学では辺の長さは実数となる。

5. 結論

辺の長さを複素数へと拡張することで、このような図形は存在するといえる。または球面上など条件付きであればこのような図形を成り立たせることができる。

6. 参考文献 <https://manabitimes.jp/math> 「高校数学の美しい物語」

7. キーワード ユークリッド幾何学、複素数、円周角の定理、非ユークリッド幾何学

2面サイコロを用いた Nim における Grundy 数
Grundy number in Nim using two-sided dices

Abstract

In this study, I research one variation of Nim game which use some two-sided dices. I made a table that shows Grundy numbers of each cases. I found out a formula to calculate the Grundy number based on the initial numbers of dices.

1. Introduction

Nim とは 2 人で行うゲームで、いくつかの石が集まってできた山が n 個あり、プレイヤーは交互に 1 つの山から任意の個数の石を取り除いていき、最後にすべての石を取り除いたプレイヤーが勝利となる。Nim はすでに様々なルール変更をされた形で研究をされている。本研究では石のかわりに 1 と 2 の目のみで構成される 2 面サイコロを用いた Nim における Grundy 数を導出する式を求めることを目的とした。

2. ゲームのルール

1 の目が m 個、2 の目が n 個ある状態を初期局面とする。プレイヤーは 2 の目のサイコロを、1 個 1 の目に減らすか、同じ目のサイコロを任意の個数取り除くことができ、最後に場からサイコロを取り除いた人の勝利となる。

3. 結果・予想

2 面サイコロを用いた Nim について、縦軸を 2 の目のサイコロの個数、横軸を 1 の目のサイコロの個数としたときの Grundy 数の表を作成した。その結果、表からいくつかの性質を推測し、以下の式で Grundy 数を導出できることを証明した。 $m = 3a + p, n = 3b + q$ ($a, b \in \mathbb{Z}, p, q = 0, 1, 2$) とし、 \oplus は排他的論理和、 $g(m, n)$ は 2 山の石の個数がそれぞれ m 個、 n 個の局面の Grundy 数を表す。

$$g(m, n) = \begin{cases} 3(a \oplus b) & (p = q \text{ のとき}) \\ 3(a \oplus b) + 1 & (p - q = -1, 2 \text{ のとき}) \\ 3(a \oplus b) + 2 & (p - q = -2, 1 \text{ のとき}) \end{cases}$$

また、2 の目のサイコロを 2 個以下 1 の目にする場合も同様の式で Grundy 数を導出することができることがわかった。さらに、2 の目を 1 の目にする事ができるサイコロの数を増やしていった場合、2 の目のサイコロの数と 1 の目のサイコロの数が同数のとき後手必勝局面、つまり Grundy 数が 0 であることが予想された。

4. 参考文献

佐藤文広「石取りゲームの数学—ゲームと代数の不思議な関係」数学書房 2014

5. キーワード

Grundy 数 Nim

重み付きグラフ上で行う Nim の Grundy 数

Abstract

In this study, I research one variation of Nim game which is played on weighted graphs. I observed the Grundy number of Nim on some kind of graphs. As a result, I found out some laws in the positions that second player to win.

1. Introduction

Nim とは 2 人で行うゲームのことで、いくつかの石が集まってできた山が n 個あるとき 2 人のプレイヤーは交互に 1 つの山から任意の個数の石を取り除き、最後にすべての石を取り除いたプレイヤーが勝つというルールである。Nim は多くの派生版のゲームが研究されており、そのうちの 1 つに重み付きグラフ上で行う Nim が存在する。先行研究では一部のグラフにおいて、グラフの形を分類することで必勝判定をする方法が示されている。本研究では必勝判定を数式を用いて行うため、特定のグラフの形で Nim を行ったときに局面に割り当てられる Grundy 数を求める式を調べた。

2. ゲームのルール

すべての辺に 0 以上の整数が割り当てられたグラフを重み付きグラフといい、重み付きグラフ上の任意の 1 つの頂点に駒を置いた状態をゲームの初期局面とする。2 人のプレイヤーは交互に、駒のある頂点につながっている辺から 1 つ選び、駒をその辺に沿ってもう一方の頂点に移し、通った辺の重みをより小さい値に減らすという操作を行う。駒のある頂点につながっている辺の重みがすべて 0 になり、重みを減らして移動することができなくなった方のプレイヤーの負けとなる。

3. 結果・予想

重み付きグラフ G の頂点の集合を $V(G)$ 、辺の集合を $E(G)$ 、2 頂点を結ぶ辺の重みを $w(v_i v_j)$ 、駒がグラフ G の頂点 v にある局面を G_v 、 G_v の Grundy 数を $g(G_v)$ とおく。 $V(G) = \{v_0, v_1, v_2, v_3\}$ 、 $E(G) = \{v_0 v_1, v_1 v_2, v_2 v_3, v_3 v_0\}$ であるグラフ G において、以下の結果が得られた。

$$w(v_0 v_1) = 0, w(v_1 v_2) = 0, w(v_2 v_3) = a, w(v_3 v_0) = b \quad (a, b \neq 0) \text{ のとき}$$
$$g(G_{v_0}) = g(G_{v_2}) = 0, \quad g(G_{v_3}) = 1$$

また、以下のことが予想された。

$$w(v_0 v_1) = 0, w(v_1 v_2) = a, w(v_2 v_3) = b, w(v_3 v_0) = c \text{ のとき}$$

$$g(G_{v_0}) = g(G_{v_1}) = \begin{cases} c(a > c) \\ a(a \leq c) \end{cases}, \quad g(G_{v_2}) = \begin{cases} c + 1(a > c) \\ a + b(a = c) \\ a(a < c) \end{cases}, \quad g(G_{v_3}) = \begin{cases} c(a > c) \\ a + b(a = c) \\ a + 1(a < c) \end{cases}$$

4. 参考文献

- [1] 佐藤文広「石取りゲームの数学—ゲームと代数の不思議な関係」数学書房 (2014)
- [2] 福山真彦「A Nim game played on graphs」Theoretical Computer Science 304 (2003) p387-p399

5. キーワード

Grundy 数 Nim 石取りゲーム グラフ

石を取る条件を変更した Wythoff Nim の Grundy 数 Grundy numbers of variety of Wythoff Nim

Abstract

In this study, I researched some variations of Wythoff Nim game. I made tables that show Grundy numbers of each cases. As a result, I found out some formulas that show Grundy numbers of the games.

1. Introduction

Wythoff Nim とは 2 人で行うゲームで、いくつかの石が集まってできた山が 2 つある状態を初期局面とする。プレイヤーは交互に 1 つの山から任意の個数の石を取り除く操作、または 2 つの山から等しい個数の石を取り除く操作のいずれかを選択して行い、最後に場にあるすべての石を取り除いたプレイヤーが勝ちとなる有限型不偏ゲームである。このゲームの必勝法は黄金比を用いて分析されているが、Nim の各局面に規則に従って割り当てられた数である Grundy 数の明示的な式は知られていない。本研究では石を取るルールを拡張した新たなゲームの必勝法と Grundy 数についての研究を行った。

2. 拡張したゲームのルール

いくつかの石が集まってできた山が 2 つある状態を初期局面とする。プレイヤーは交互に 1 つの山から任意の個数の石を取り除く操作、または 2 つの山からあらかじめ指定された個数以下の石を取り除く操作のいずれかを選択して行う。最後に場にあるすべての石を取り除いたプレイヤーが勝ちとなる。

3. 予想

2 つの山について Grundy 数の表を作成し、必勝法を研究した。その結果、以下のような局面の Grundy 数を導出する式を推定した。また、この式の値が 0 であるとき、その局面が後手必勝局面である。 \oplus は排他的論理和、 $g(m, n)$ は 2 山の石の個数がそれぞれ m 個、 n 個の局面の Grundy 数を表す。

$m = (\alpha + 1)q_1 + r_1, n = (\alpha + 1)q_2 + r_2$ ($q_1, q_2 \in \mathbb{Z}, r_1, r_2 = 0, 1, 2, \dots, \alpha, 0 \leq r_1 + r_2 \leq 2\alpha$) とすると

$$g(m, n) = (\alpha + 1)(q_1 \oplus q_2) + k, \quad k = \begin{cases} r_1 + r_2 & (0 \leq r_1 + r_2 \leq \alpha) \\ r_1 + r_2 - (\alpha + 1) & (r_1 + r_2 > \alpha) \end{cases}$$

4. 参考文献

- [1] 佐藤文広「石取りゲームの数学—ゲームと代数の不思議な関係」数学書房 2014
- [2] 星雄樹(訳)安田正實(校正)「ファーガソン博士によるゲーム理論テキスト」2006
- [3] Aviezri S. Fraenkel, How to Beat Your Wythoff Games' Opponent on Three Fronts, The American Mathematical Monthly, 89:6, 353-361

5. キーワード

Grundy 数 Nim 石取りゲーム

約数による自然数の分割について

Integer partition with divisors

Abstract

This study aims to determine the number of ways to partition a natural number n using only its divisors. Although we were able to derive a general term, it turned out to be quite complex, leading us to conclude that there is still much room for further research. Additionally, we were able to find special values for cases such as p^n and pq (where p and q are prime numbers), and we evaluated them using inequalities.

1 目的

本研究の目的は、自然数 n に対し、その約数のみで分割したときの場合の数 $d(n)$ を求めることである。

2 数え上げによる考察

まずは、約数について考えやすい p^n や pq (p, q は相異なる素数) をその約数を用いて分割する場合の数を数え上げによって考察した結果

$$d(p^n) = \sum_{\lambda_n=0}^1 \sum_{\lambda_{n-1}=0}^{p\lambda_n} \sum_{\lambda_{n-2}=0}^{p\lambda_{n-1}} \cdots \sum_{\lambda_2=0}^{p\lambda_3} \sum_{\lambda_1=0}^{p\lambda_2} 1, \quad d(pq) = \frac{(p+1)(q+1)}{2} + 2$$

となり、いずれも綺麗な多項式で表わすことができた。同様の手法で一般の自然数 n について考えたところ。

$$d(n) = \sum_{\lambda_m=0}^1 \sum_{\lambda_{m-1}=0}^{\lfloor \frac{n-\sigma_m \lambda_m}{\sigma_{m-1}} \rfloor} \cdots \sum_{\lambda_3=0}^{\lfloor \frac{n-\sigma_m \lambda_m - \sigma_{m-1} \lambda_{m-1} - \cdots - \sigma_4 \lambda_4}{\sigma_3} \rfloor} \sum_{\lambda_2=0}^{\lfloor \frac{n-\sigma_m \lambda_m - \sigma_{m-1} \lambda_{m-1} - \cdots - \sigma_4 \lambda_4 - \sigma_3 \lambda_3}{\sigma_2} \rfloor} 1$$

$\sigma_i : n$ の約数. ただし $\sigma_1 = 1 < \sigma_2 < \sigma_3 < \cdots < \sigma_m = n$

という形になり、ガウス記号が沢山入った計算しにくい形になった。特殊な場合では p についての多項式となり、綺麗な式で書けるが、一般的には綺麗な多項式にならないということがわかった。

3 上界下界についての考察

一般化に結びやすいように不等式評価を考えることにした。まずは $d(p^n)$ について考えた。簡単に、シグマをインテグラルに置き換えて評価することで、

$$\frac{(p^n + p^{n-2} + \cdots + p^2 + p + 1)^n}{n! p^{\frac{n(n-1)}{2}}} < d(p^n) < \frac{(p^n + p^{n-1} + \cdots + p^2 + p + 1)^n}{n! p^{\frac{n(n-1)}{2}}}$$

と評価できると予想できた。しかしこれは精度が低い。

4 結論と今後の展望

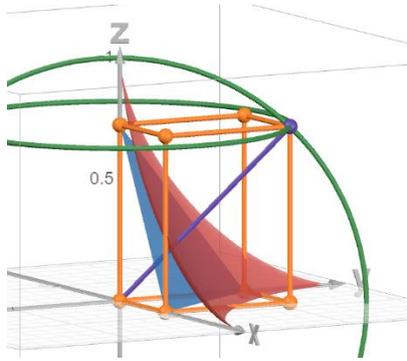
結論としては、特殊な場合については $d(n)$ を求めることができたが、一般化はまだできなかった。今後の展望は、まずは $d(p^n)$ についてよりよい不等式を探ることだ。そしてそれを約数関数などを用いることで、一般的な $d(n)$ について精度の良い上界下界を求めることが $d(n)$ の値を出すことにつながると思われる。

5 参考文献

G. W. アンドリュース, K. エリクソン 著. 佐藤文広 訳. 整数の分割. 数学書房. 2006.

6 キーワード

自然数の分割 数え上げ 約数



n 次元アステロイド n -dimensional astroid



アクセスすると 3D で図を動かして
 $n=3$ での結論の成立を確認できます

Abstract

The aim of this article is to find out the geometrical property of “strictly-defined n -dimensional astroid”, whose equation is $\sum_i x_i^{2/3} = 1$, by defining and analyzing “weakly-defined n -dimensional astroid”.

1. 目的

2 端点をそれぞれ x, y 軸上に持つ長さ 1 の線分の包絡線は、アステロイドと呼ばれ、 $x^{2/3} + y^{2/3} = 1$ という簡潔な式で表示される。本研究は、広義 n 次元アステロイドなる図形を定義し、その性質を考察することで、狭義 n 次元アステロイド $\sum_i x_i^{2/3} = 1$ の幾何学的性質を見つけ出すことを目的とする。

2. 方法

広義 n 次元アステロイドを「 n 本の軸上に 1 つずつ頂点を持つ単体に束縛条件を付した時に単体が包絡する図形」と定義する。まず、広義 3 次元アステロイドを 4 つ作成した。各座標軸上に存在する 3 点 $A(a, 0, 0), B(0, b, 0), C(0, 0, c)$ に対称性のある束縛条件①～④を付して、三角形 ABC の包絡面の持つ性質を考えた。また、一般の $n (\geq 3)$ に対し、各座標軸上に点 A_1, A_2, \dots, A_n をとり、これらに②～④と同様の束縛条件を付して広義 n 次元アステロイドを作成し、同様の性質が成立するか検証した。

3. 結果

三角形 ABC の包絡面の持つ性質を次の表にまとめる。 a, b, c は始点 O , 終点 A, B, C のベクトル。

1 に固定するもの	束縛条件の式	包絡面の式	包絡面と ABC の接点
① ABC の面積の 2! 倍	$b^2c^2 + c^2a^2 + a^2b^2 = 1$	-	ABC の外心
② ABC と O の距離	$b^2c^2 + c^2a^2 + a^2b^2 = a^2b^2c^2$	$x^2 + y^2 + z^2 = 1$	ABC の垂心
③ $OABC$ の体積の 3! 倍	$abc = 1$	$xyz = 1/3^3$	ABC の重心
④ $a + b + c$ の大きさ	$(a^2 + b^2 + c^2)^{1/2} = 1$	$x^{2/3} + y^{2/3} + z^{2/3} = 1$	ABC の垂心の等長共役点

束縛条件②③④はいずれも同様の性質を持つ広義 n 次元アステロイドを作成するのに使える。3 次元以上の単体の垂心に対して等長共役点は定義できないが、④の最右列と①の性質以外一般化可能。

4. 考察

束縛条件①～③は三角形の中心として有名な 3 点を与えた。束縛条件④は単位球面上に点 P を取り P の各軸への正射影を $A, B, C (A_1, A_2, \dots, A_n)$ とすることと同値であり、狭義アステロイドの式を与えた。これはアステロイドが 2 軸に端点を持つ長さ 1 の線分の包絡線であることと対応している。

5. 結論 (最も重要な結論のみ)

単位超球面上の点の各軸への正射影を頂点とする単体は、狭義 n 次元アステロイドに包絡する。

6. 参考文献 Encyclopedia of Triangle Centers – ETC (<https://faculty.evansville.edu/ck6/encyclopedia/ETC.html>) 最終閲覧日 24/7/18

7. キーワード 幾何 アステロイド 多次元 一般化 三角形の五心 三角形の中心 包絡

九点円を三次元へ拡張する

Investigating 3 dimensional Nine-Point Circle

Abstract

Examining possible patterns of figure that can be regarded as “3D version of Nine-point Circle” and checking whether it has the same feature that the original 2d figure has.

1. 目的

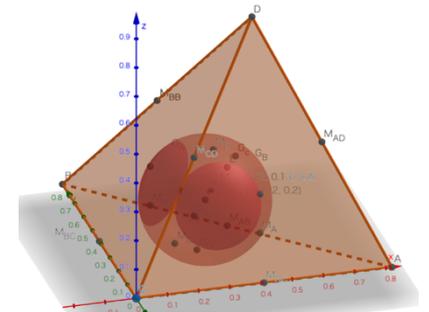
九点円を三次元に拡張したものとして扱える図形を考え、その存在を証明し、平面上の九点円に見られる性質を三次元の九点円において適応できるかを調べる。また、それを n 次元へ拡張することを考える。

2. 方法

- ①垂心が存在する四面体を考える。
- ②垂心が存在しない（頂点から対面への垂線が1点で交わらない）四面体に関して、類似の性質を持つ球が存在しないかを考える。

3. 結果

- ①垂心の場合（直辺四面体の場合）は、四面体の重心と頂点を1:2に内分する点、各面の重心、各頂点から対面へ下ろした垂線の足の12点は同一球面上に存在する。
- ②垂心の代わりに Monge 点を代用する。ただし、Monge 点とは四面体の角辺の中点を通り、対面と垂直な6つの平面が共有する1点のことである。この時、一般の四面体において、Monge 点と頂点を1:2に内分する点と各面の頂点の8点は同一球面上に存在する。



4. 考察

各辺が垂直な場合の四面体（直辺四面体）に関しては、九点円を三次元に拡張したものと言える球が存在した。これに関して、 n 次元空間において各頂点が異なる n 本の軸上にある立体の場合、 n 次元における同様の球面が存在しそうである。

5. 結論

3次元空間に九点円を拡張することはできるが、直辺四面体に限られる。一方で Monge 点を考えれば一般の四面体にも九点円と似た性質を持つ球を考えられる。

6. 参考文献

【高校数学の美しい物語】 (<https://manabitimes.jp/math/690>)

7. キーワード

九点円 直辺四面体 Monge 点 十二点球

東海大学付属高輪台高等学校
Tokai University Takanawadai High School
数独における初期配置とその考察結果
Initial placement in Sudoku and the results of the study

Abstract

I have experimented with deriving original answers from the first placement of a Sudoku. I was able to find six first placement from two sheets. I looked for legalities in the results obtained.

1. 目的

数独における難易度ごとの数字の位置関係を調べるため。

2. 方法

1. 答えがすでに用意されている数独のシートから、独自の条件を加え、数字を抜き取った。今回は条件として、 3×3 のブロックの中に左上から右下に斜めの三つを残した形を基準とした。
2. また作成した数独を解いたときに、元の答えのみが導き出されるかを試した。
3. 元の答えが導き出されなければ、原因を探し配置を変えて解き直しを行った。
4. 正しい答えが出力された初期配置を比べ、規則性を考察した。条件下で一番配置されている個数が最小のものを成功とした。

3. 結果

2つのシートから、6つの初期配置を見つけ出すことができた。

4. 考察

今回、左斜め上から右斜め下のラインに沿って初期配置を残したものを基準として、その状態から配置する数字を付け足していく方法で初期配置を探した。2つのシートでの違いは基準の状態から追加した数字の個数がそれぞれのシートで1つ4つと異なった結果が出た。そこで、初期配置を確認し、数字の配置の個数が極端であると追加する数字の個数が増えるのではないかと考察した。

5. 結論

今後の展望として、今回得られた結果以外の初期配置を探し、新たな考察や今回出した考察をより詳しく検証していきたい。

6. 参考文献

ナンプレソルバー (sudoku.com)
https://www.numpre7.com/ai_answer

7. キーワード

数独 初期配置

区間における双子素数の累積個数の近似直線に関する考察
Considerations on Approximate Linear Approximation of the Cumulative
Number of Twin Primes in an Interval

Abstract

To infer the value of the cumulative number of twin primes, an approximate straight line and coefficient of determination were obtained, and a new approximate straight line was obtained to further narrow the range of values.

1. 目的

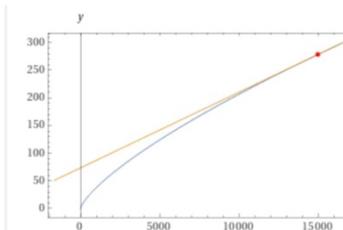
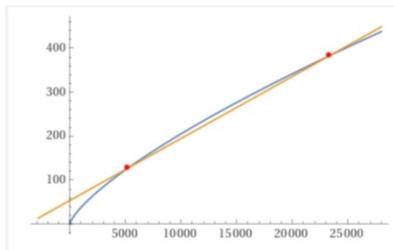
100 を 1 区間にした双子素数の累積個数分布を近似し、分布変位の推察をする。

2. 方法

累積個数分布を 35000 まで調べ、線形、累乗それぞれの形で excel で近似し決定係数を求めた。その上で、2 つのグラフの交点を出し、実際に双子素数の累積個数の値が交点間に存在するかを確かめつつ、交点の間（幅）をできる限り狭められるような新たな式を求めた。また、その式の決定係数も求めた。

3. 結果 *() は決定係数

2 つのグラフ : ① $y=0.2355x^{0.7359}$ (0.9989) ② $y=0.0141x+53.509$ (0.9937)



左) ①と②の交点
右) ②の midpoint による接線
→ $y=0.0136846x+73.4573$
(0.99368671)

左のグラフの 2 交点と実際の双子素数の累積個数を比較すると後者の方が上にあり、中点と比較するとわずかな差で後者の方が下にあった。そこで中点による接線を求め、決定係数を求めたところ 1 に近くかつ②の値とほぼ同じになった。

4. 考察

値が 35000 までの双子素数の累積個数において、現時点ではほとんどが二つの近似直線の間分布しているという事ができる。また、決定係数の値より、二つの近似直線の間幅はもっと狭める事ができると考えられる。

5. 結論

双子素数の累積個数は一次関数のような分布になり、その個数の値は実際の累積個数に対する二つの近似直線の間分布する。

6. 参考文献

<https://www.saoyagi2.net/integer/twinprimelist.html>

7. キーワード

双子素数 決定係数 累積個数 近似直線

三次元空間における点集合の最小包囲球の求め方と範囲

How to find the minimum enclosing sphere of a set of points in three-dimensional space and its range

Abstract

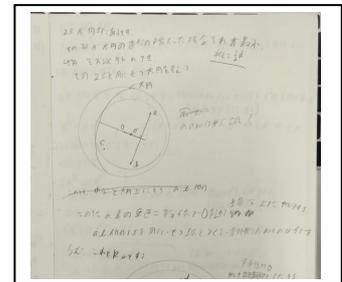
I will prove how to find the minimum encircling sphere of a point set and, based on this, prove Jung's theorem, which shows the range of radii of the minimum encircling sphere, although only in three dimensions.

1. 目的

ユングの定理の三次元の部分だけを初等幾何だけを用いて示す。

2. 方法

参考文献に載っていた最小包囲円の求め方をもとに、最小包囲球の求め方を考える。そして、そこで得た求め方からユングの定理の三次元の場合を証明する。

**3. 結果**

点集合を囲う十分大きい球を用意する。その球の半径を球面に点に乗るまで小さくする。次にその一点の方向に中心を動かす。そして今回も球面にもう一つの点に乗るまで続ける。さらにこの球面上にある二点を結ぶ直線の方に中心を動かす。球面にもう一つの点に乗るまで続ける。そしてこの球面上にある三点が作る面の方向に中心を動かす。今回も球面にもう一つの点に乗るまで続ける。この動作ができなければその球は最小包囲球である。この動作を半円を超える球冠がなくなるまで繰り返せば最小包囲球になる。この球の最大の半径は正四面体の外接球の半径と等しくなる。これはユングの定理と同義。

4. 考察

n 次元では半超球を超える球冠がないことが最小包囲超球になる条件だと考えた。

5. 結論

三次元ならユングの定理も初等幾何で示せる。

6. 参考文献

「数と図形」H・ラーデマッヘル、O・テープリッツ著

7. キーワード

初等幾何 最小包囲球 ユングの定理

DNN を用いた鏡面反射の検出 Detecting specular reflection by using Deep Neural Networks

Abstract

There is limited research on detecting the glossiness of objects using deep neural networks. Previous studies have demonstrated the feasibility of this detection using 128x128 images. This research aims to enhance glossiness detection by employing higher resolution images, enabling accurate detection from greater distances.

1. 目的

ディープニューラルネットワークを用いた鏡面反射の検出は既に他研究で行われており、その解像度は 128x128 であった。本研究では、512x512 の画像を用いて遠距離からの検出を可能にすることを目的とした。

2. 方法

Blender を使い、様々な環境下において、鏡面反射をする球、しない球のそれぞれの画像を生成し、これらを判別できるよう DNN を訓練した。検証データを用いて正解率を算出した。

3. 結果

検証データでの正解率はおよそ 90% となった。dropout 層を追加することによって、過学習を抑えることができた。

4. 考察

畳み込み層を 3 層から 5 層に増やすことで、精度が大きく上昇したことから、鏡面反射を検出するためには十分な表現力を確保することが必要だと考えられる。

5. 結論

512x512 の画像においても、鏡面反射を高精度で検出することは可能である。今回はコンピュータでレンダリングした画像のみで学習を行ったため、現実世界の画像に汎化できるかは未知数であり、これが今後の課題である。

6. 参考文献

ディープニューラルネットワークを用いた 物体表面の光沢感認識

7. キーワード

DNN 深層学習 画像認識 鏡面反射 情報

パロンドのパラドックス
Parrondo's paradox

abstract

This paper examines Parrondo's Paradox, which demonstrates that by combining two games with negative expected values, it is possible to generate a game with a positive expected value. The study not only explores the paradox itself but also delves into its implications and applications within the framework of linear algebra.

1. 目的

期待値が負のゲームを2つ組み合わせることによって、期待値が正のゲームを生み出すことができるパロンドのパラドックスを通じて、線形代数における処理について考察すると同時に、パロンドのパラドックスについてを考察する。

2. 方法

期待値は2つの数列の漸化式を解き、極限值を求めることによって、計算することができる。この計算を高校数学の漸化式と極限の計算によって解く方法と、線形代数の行列の計算によって解く方法の過程を比較する。

3. 結果

漸化式における特性方程式とベクトルの対角化における固有方程式には共通点が見られたが、その解が虚数解である場合の処理では相違点が見られた。

4. 考察

特性方程式が固有方程式の形とほとんど一致するのは、その処理の目的が、次項との形をそろえるという役割から容易に考えられる。虚数解での処理に違いが見られたのは、 $z=a+bi$ という虚数の表示は2変数のベクトルであるという側面を持っているからだと考えられた

5. 結論

漸化式、高校数学の多変数の式の処理は文字の固定が基本となっており、多変数の同時処理をする行列とを結びつける考え方が必要である。

6. 参考文献

パロンドのパラドックスを生成するパラメータ空間の凸領域

7. キーワード

確率、極限、線形代数（行列？）

Minecraft を扱ったデジタルオブジェクト出力の比較

Abstract

This study aims to optimize Minecraft object data output for regional reproduction. We compared topographic maps, Google Earth Pro emulation, and 3D data from the Plateau Project. 3D data was superior in time, coverage, and detail. A hybrid approach is recommended for detailed regions.

1. 目的

各自治体での地域再現に使用するための Minecraft オブジェクトデータの出力過程を最適化することを目的とした。

2. 方法

- ① 国土地理院地図標高図からの出力
- ② GoogleEarthPro を参考に模写する
- ③ 国土交通省 PlateauProject の 3D データからの出力

以上の 3 つの出力方式を出力時間・出力範囲・詳細度の 3 つで比較評価した。今回の出力対象地域では LOD レベルによる詳細度の比較も考慮し、神奈川県横須賀市、東京都港区、香川県高松市の 3 つに限定した。

3. 結果

①の標高図による出力方式では範囲の面で最も優れていたが、建物などを再現できない点から詳細度は最下位であった。②の模写による出力形式では大変時間がかかり、再現できる範囲が極めて狭かった。だが再現者の技量によって詳細度が大きく変化した。③の 3D データによる出力方式では時間、範囲、詳細度の 3 つ共に優れていた。

4. 考察

③の 3D データを出力する方式がどの観点からも優れているという結果になったが、地域によってはデータが存在しない、または LOD レベルが低く豆腐のようなオブジェクトになってしまう可能性がある。これらを元に考えると LOD1 以上の地域に置ける 3D データ出力後、模写での修正が最も実用性が高いと考えられる。

5. 結論

再現範囲が LOD3 以上の場合、3D データによる出力方式が最も優れており、再現範囲が市町村単位になる場合には標高図による出力方式が優れていた。また大部分を占める LOD1 以上の地域再現においては 3D データと模写のハイブリッド方式による出力が詳細度の面から推奨される。

6. 参考文献

国土地理院地図

<https://maps.gsi.go.jp/help/intro/looklist/3-hyoko.html>

基盤地図情報ダウンロードサービス

<https://fgd.gsi.go.jp/download/documents.html>

GoogleEarthpro

<https://google-earth-pro.softonic.jp/>

7. キーワード

PlateauProject 地図 Minecraft メタバース

3 項間漸化式と無限多重根号の関係について
The Relationship between Three-Term Recurrence Relations
and Infinite Nested Radical

Abstract

I found a relationship with the limit of the quotient of the two adjacent terms of a sequence and the number of the infinite multiple roots. so, I explored it in detail.

1. 目的

$a_{n+2}=a_{n+1}+pa_n$ の数列と $\sqrt{(p+\sqrt{(p+\sqrt{(p+\dots$ の関係、および3項間漸化式の隣接二項の商の極限值と、無限多重根号の値の関係について調べる。

2. 方法

3項間漸化式の隣接二項の商の極限值、無限多重根号をそれぞれ一般化し、その際に用いる式等を利用して計算する。また、グラフ作成サイト desmos を利用し数値の変化の仕方を比べる。

3. 結果

3項間漸化式の隣接二項の商の極限值が n になる数列は、

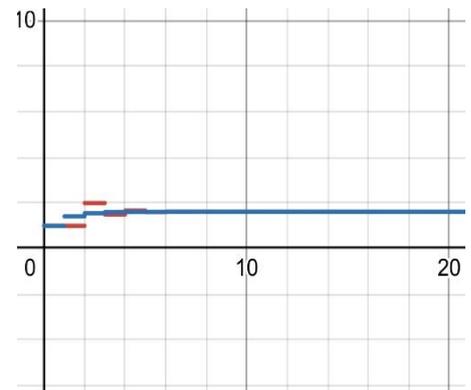
$$a_{n+2}=(n-m)a_{n+1}+nma_n \quad (n>m)$$

値が n になる無限多重根号は、

$$\sqrt{(nm+(n-m))\sqrt{(nm+(n-m))\sqrt{\dots}} \quad (n>m)$$

となることが分かった。

また 3項間漸化式の隣接二項の商の極限値の数列と、極限値が無限多重根号となる数列 $a_1=p, a_{n+1}=\sqrt{(p+a_n)}$ の値の変化をグラフにすると、右図のようになった。



4. 考察

値が n になる無限多重根号の式から $n-m=1$ のとき、この式は $\sqrt{(p+\sqrt{(p+\sqrt{(p+\dots$ の形をとることがわかり、このとき、隣接二項の商の極限が n になる数列の漸化式は $a_{n+2}=a_{n+1}+pa_n$ のかたちをとる。これが、本研究のきっかけとなった関係性の仕組みであると分かる。また、それぞれの式からどちらも、任意の自然数 n に対して、 n をとる式が無数に存在することがわかる。一方で、グラフから、3項間漸化式の隣接二項の商の極限値は単調増加であるのに対し、無限多重根号はそうではない。よって、数値の変化には相互関係は存在しないと考えられる。

5. 結論

隣接二項の商の極限値が n になる数列は $a_{n+2}=(n-m)a_{n+1}+nma_n \quad (n>m)$ で表され、値が n になる無限多重根号は、 $\sqrt{(nm+(n-m))\sqrt{(nm+(n-m))\sqrt{\dots}} \quad (n>m)$ で表され、この形をとるとき、値が等しくなる。一方で収束するまでの経緯には相互関係はない。

6. 参考文献

特になし

7. キーワード

無限多重根号 数列 極限

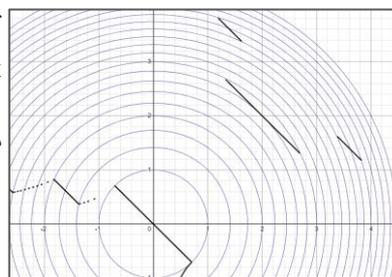
積の四捨五入と和が等しい2数と円の関係
The Relationship between The Circle and The Number of Pairs
of Sums Equal to The Rounding of Products

Abstract

I found and proved that a circle whose radius is the square root of an integer passes through the endpoints of the graph of the equation $\text{round}(xy)=x+y$. I also proved that this holds not only for circles but also for symmetric polynomials.

1. 目的

積の四捨五入 $\text{round}(xy)$ と和 $x+y$ が等しくなるような2数 (x, y) をグラフにプロットすると複雑な形が現れる。ただ、このグラフに半径が $\sqrt{\text{整数}}$ の円を重ねると、 $\text{round}(xy)=x+y$ のグラフの端点とぴったり重なることが分かる。重なることの証明と、これがなぜ起こるのかを探る。



2. 方法

$\text{round}(xy)$ を n とおき、 $x+y$ と xy を求めることで円の方程式の性質を対称式という視点から探る。

3. 結果

$\text{round}(xy)=x+y$ のグラフの端点は原点中心の半径が $\sqrt{\text{整数}}$ の円を通ることを証明でき、円以外でも、整数係数対称式=0 という形の方程式は $\text{round}(xy)=x+y$ のグラフの端点を通る性質をもつことが分かった。

4. 考察

途中で式を簡単にするため $\text{round}(xy)$ から積の切り捨て $\text{floor}(xy)$ に置き換えて考察したが、 $\text{round}(xy)$ で同様の結果が得られるために必要な対称式の条件についても調べる必要がある。

5. 結論

整数係数の対称式=0 という方程式は $\text{floor}(xy)=x+y$ のグラフの端点を通る。また、そのうち基本対称式での表示で xy の係数が偶数であれば $\text{round}(xy)=x+y$ のグラフの端点も通る。

6. 参考文献

desmos (グラフの描画に使用)

<https://www.desmos.com/calculator/xpnl1nme3s?lang=ja>

高校数学の美しい物語—対称式の基本定理の証明

<https://manabitimes.jp/math/1239>

有名問題・定理から学ぶ数学—対称式・交代式

<https://wkmath.org/sym-poly-f.html>

7. キーワード

四捨五入 切り捨て 対称式 円

フェルマー点を用いた最短経路探索
Finding the shortest path using Fermat point

Abstract

(In English, within 4 lines)

We researched how to take the point at which the sum of the line segments connecting any vertices is the minimum. In the course of our research, we know the existence of "Fermat point," which is the point where the sum of line segments from each vertex of a triangle is the shortest. By using this point, we tried to find the shortest total distance for each vertex in a regular polygon using this point.

1. 目的

パイプラインや送電線などの線的施設を効率的に連結させる最短経路の導出を目的として研究を始めた。ここでは正多角形の各頂点を結ぶ最短経路を導出する。

2. 方法

この研究では三角形の各頂点からの距離の和の合計が最短となる点、「フェルマー点」を用いて、 N 角形($N \geq 4$)の最短経路について考察した。そこから、 N 角形の内部(辺上は含まない)にフェルマー点が置かれる条件について考慮することで、正多角形の各頂点をつなぐ最短経路を導出した。ここでは全ての多角形において、各頂点からの距離の合計の和が最短となる点も同様にフェルマー点とする。

3. 結果

全ての正多角形において各頂点を結ぶ最短経路を導出できた。正三, 四, 五角形のフェルマー点は正多角形の内部に置かれ、正 N 角形($N \geq 6$)は正多角形の一つの辺を除いた外周となる。

4. 考察

この研究で使ったフェルマー点の取り方と、フェルマー点が多角形の内部に置かれる条件を利用することで、一般の多角形でも各頂点を結ぶ最短経路を導出できると予想される。

5. 参考文献

- (1) http://izumi-math.jp/F_Nakamura/rotational_similarity.pdf
- (2) <https://manabitimes.jp/math/635>

6. キーワード

フェルマー点

ババ抜きの確率
Probability of Old Maid

Abstract

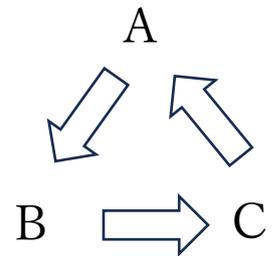
We tried to solve the **Probability of Old Maid**. Especially, we explored the **probability that some player got one pare for the first time** by “recurrence formula” and “matrix”.

1. 目的

我々が遠足でババ抜きをしている際、ふと「引いたときにどのくらいの確率でペアができるのだろう」と気になった。そこで我々はババ抜きにおける様々な確率を考察することにした。今回は特に n 回目で初めてペアができる確率について研究した。

2. 方法

まずババ抜きの人数を3人(A,B,C)に、各プレイヤーの初期手札の枚数を同数(ペアなし)にして、 n 回目においてはじめてペアができる確率を求める。そこで、最初にババを所持している人がAの時の確率を a_n 、Bの時の確率を b_n 、Cの時の確率を c_n として連立漸化式を立て、確率を求める。



3. 結果

人数が3人のとき鳩ノ巣論法的に同じ数のカードは2枚しか存在せず、ペアができないようにババ以外のカードを入れ替えても実質手札は変わらないため、手札が同数であるときの手札はババの所持者に基づく3通りしかないことが分かった。

4. 考察

ペアができていないとき n 回目と $n+3$ 回目の手札の枚数が変わらないため、同数のカードを配ったとき、下記のような漸化式を、行列を用いて立式できると考察した

$$\begin{pmatrix} a_{n+3} \\ b_{n+3} \\ c_{n+3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_n \\ b_n \\ c_n \end{pmatrix} \quad (M_{ij} \text{は手札の枚数に基づくある定数})$$

5. 結論

ある枚数における係数を正しく設定し行列を用いて計算することで、 n 回目の確率が求められそうだと分かったが、まだ漸化式を正しく立てることができておらず、論理的に正しい係数を求めることが必要である。

6. 参考文献

石井俊全.意味が分かる線形代数 ベレ出版

7. キーワード

・確率 ・ババ抜き ・確率漸化式 ・行列

ゴールドバッハ予想の条件変化により見出される規則性

Regularity found by changing conditions of Goldbach conjecture

Abstract

We researched Goldbach conjecture. Then, we emphasized its pattern. Please listen last.

1. 目的

「4以上のすべての偶数は2つの素数の和で表すことができる」
というゴールドバッハ予想の素数の組み合わせから規則性を見出すこと。

2. 方法

ゴールドバッハ予想の内容に則った計算方法で表せる計算パターンを手動とプログラミングで計算し、そこで出た式から規則性を見出す。

3. 結果

現在調査中

4. 考察

現在調査中

5. 結論

現在調査中

6. 参考文献

未使用

7. キーワード

ゴールドバッハ予想

一列に並べた郵便切手のある条件下における折りたたみ方の規則性

The rule about the way of folding stamps line up under certain conditions

Abstract

Our group is investigating the number of patterns to fold stamps arranged in a row. We are looking for a folding pattern in which the leftmost stamp in the row is always at the top.

1. 目的

一列に並べた郵便切手のある条件下における折りたたみ方の規則性を調べる。

2. 方法

一番左側の郵便切手を必ず一番上にくるように折りたたむ。そして、 n 枚の郵便切手を一列に並べたときの折りたたみ方が何通りなのか計算し、規則性を調べる。

3. 結果

現在調査中

4. 考察

現在調査中

5. 結論

現在調査中

6. 参考文献

「郵便切手の問題の解決に迫る」大阪府立高津高等学校
「数学の有名な未解決問題集 5 郵便切手の問題」DTI

7. キーワード

郵便切手 規則性

三目並べのルール変更による、ゲーム性の評価

Evaluation of game play by changing the rules of tic tac toe

Abstract

We changed a rule of tic tac toe, and we research the game quality of it by programing in google colab.

1. 目的

三目並べにおいて、4手目以降自分の手を置くたびに3手前に置いた手が消えるというルールを追加した場合の、ゲーム性を評価する。尚、ゲーム性とは、手数が増加数や先手後手の有利性、引き分けの有無のことを指すとする。

2. 方法

google colab を用いて、ルール変更をした三目並べにおける手数や勝利となる盤数を調べ、通常の三目並べと比較する。

3. 結果

現在調査中

4. 考察

現在調査中

5. 結論

現在調査中

6. 参考文献

なし

7. キーワード

三目並べ, ゲーム性

二次曲線の有理点の存在
Existence of rational points on quadratic curves

Abstract

It is said that quadratic curves can be divided into two types: those with an infinite number of rational points and those with no rational points at all. I tried to find the conditions for having an infinite number of rational points.

1. 目的

二次曲線が有理点を持つ条件を、言い換えれば、二変数 x, y についての二次式が有理数解を持つ条件を導く。一般に、二次曲線は有理点を無限に持つか持たないかのどちらかになることが知られている。

2. 方法

一般形、 $ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0 (abc \neq 0)$ について、条件を加えながら簡単な形、 $Ax^2 + By^2 = C$ の形にして、有理数解を持つ条件を考える。

3. 結果

上の一般形において、 a 及び判別式 $b^2 - 4ac$ の正負によって場合分けをすることで、整数解を持つ必要条件を考えることができた(判別式の正負によって二次曲線の種類を判断することができる)。しかし、十分条件についてはまだ結果が得られていない。

4. 考察

私の力不足で十分な結果は得られなかったが、おそらく、合同式を用いることで条件を導くことができると考えられる。また、一次以下の項が有理数解の存在に影響を与えていないのではないかと考えている。

5. 結論

さらに研究を行い、有理数解を持つ必要十分条件を導きたい。

6. 参考文献

[2次曲線を方程式の係数で分類する](#) (最終閲覧:2024年7月21日)

7. キーワード

二次曲線 有理点

重平均不等式 Multiple mean inequality

Abstract

It is a research of what happens to the relationship between the means when the order of meaning is changed or the number of means is increased using means such as arithmetic means and geometric means.

1. 目的

今回の研究結果を使って、新たな公式や定理の発見に役立て、数学分野のさらなる向上を図る。

○定義 ~相加平均と相乗平均の簡略化~

2. 方法

帰納法的に平均の大小関係を証明する。

また新しく A と G の記号を作り、式を簡略化する。

$$\begin{array}{ccc} Aa_{ii} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a_i & & Ga_{ii} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n a_i} \\ \uparrow & & \uparrow \\ \text{相加平均} & & \text{相乗平均} \end{array}$$

3. 結果

三重平均までは大小関係が成り立つことが分かっているが、四重以上の平均の大小関係は証明できていない。

4. 考察

大小関係が成り立つとき、平均を二進数表記した場合（A=1、G=0 とし、右から読む {GAGA の場合 二進数表記では、1010 と読む}）の大小関係と対応する。

5. 結論

三重平均までは大小関係が成り立つことが分かっているが、四重以上の平均の大小関係は確実に成り立つとはいえない。また、四重平均以降の大小関係が成り立つとき、平均を二進数表記した場合の大小関係と対応する。

6. キーワード

相加平均 相乗平均 n 重平均(n≥ 0) 二進数

楕円の反転における角の不変性
The invariance of angle by inversion of the ellipse

Abstract

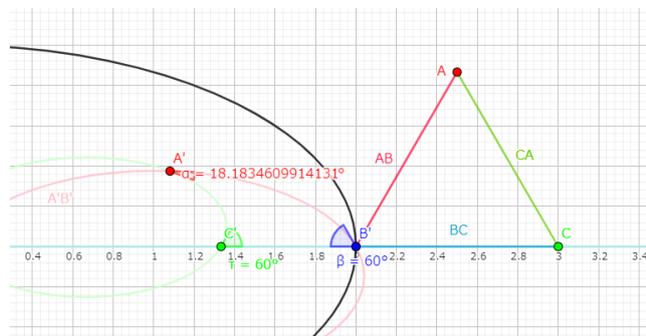
We defined the inversion of the ellipse by using inversion of the circle and we researched how the angle changes in the case of the inversion of the ellipse.

1. 目的

楕円の反転を定義し、楕円の反転において角の不変性は保たれるのかを示す。

2. 方法

円の反転から楕円の反転を定義した後、Geo Gebra を用いて、正三角形に対して楕円の反転を用いた時の、それぞれの角の反転後の角の大きさの変化をグラフに表す。



3. 結果

x軸上に角が存在する場合は、角の大きさは保たれたが、それ以外の場合では角の大きさは保たれなかった。しかし、角を無限遠に飛ばすことによって角度が元の大きさに収束することが分かった。

4. 考察

x軸上にある角度が変化しないのは、初めに楕円を円に変形させたのち、角を反転させ、円を楕円に変形させたとき、x軸がこれらの影響を受けないからである。

5. 結論

楕円の反転の定義を「任意の点Pをとり、半直線OPと楕円の交点を点Q とする。半直線OP上に $OP \cdot OP' = OQ^2$ を満たす点P'をとる」とした。これは写像を用いることで点Pと点P'が1対1対応であることが確認できる。また、この楕円の反転の定義では角の不変性は保たれないが、角を無限遠に飛ばすことによって元の大きさに収束する。

6. 参考文献

楕円に関する反転についての説明資料（岡村 和樹教授作成）

7. キーワード

円の反転 楕円の反転 角の不変性 無限遠

分数関数グラフの法則
The properties of the fractional function's graph

Abstract

We studied the properties of the fractional function's graph in order to predict the outline of the graphs. We found relationships between $f(x)$ [an arbitrary fractional function] and $-1/f(x)$ in terms of the local maximums, local minimums and inflection points.

1. 目的

分数関数の法則を見つけ、その法則を実数平面上のグラフの概形を書くことに活用する。

2. 方法

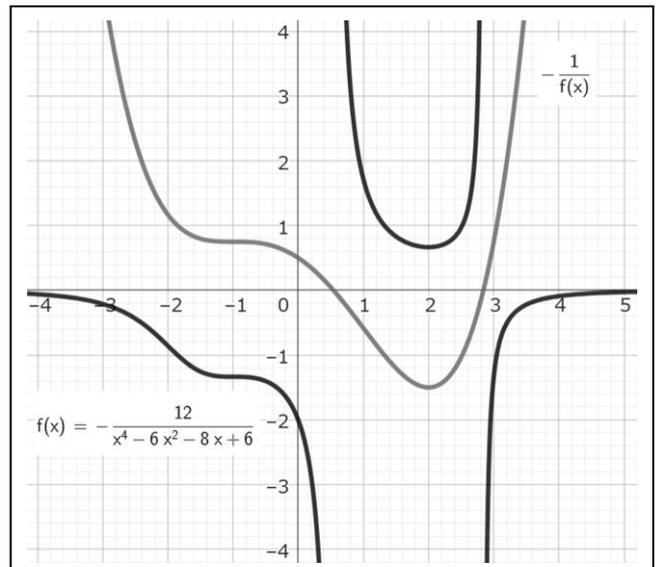
分数関数 $f(x)$ と関数 $-1/f(x)$ に、増減・変曲点の観点から関係があると予想し、その関係を証明した。

3. 結果

分数関数 $f(x)$ の分母・分子が 0 でない x の値のとき、

- ① $f(x)$ と $-1/f(x)$ の増減が一致する
- ② $f(x)$ と $-1/f(x)$ の傾きが 0 である変曲点の x 座標が一致する

また、分数関数 $f(x)$ の分子が 0 のときでも、関数 $-1/f(x)$ のグラフの概形から、その x の値に極値があるかどうかを求められることが分かった。



4. 結論

分数関数 $f(x)$ のグラフの増減と傾きが 0 の変曲点は、関数 $-1/f(x)$ を活用して求めることができ、グラフの概形を書くときに役立てることができる。

5. 参考文献

Focus Gold 数学Ⅲ 新課程用(啓林館)、GeoGebra 関数グラフ

6. キーワード

分数関数 グラフ 概形 微分 極値 変曲点

必要条件から考察するゴールドバッハ予想
Considering the Goldbach's conjecture from necessary condition

Abstract

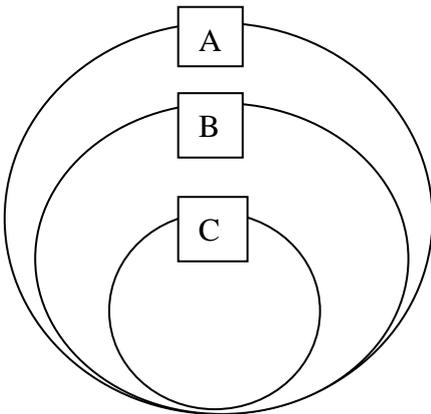
I investigated about the Goldbach's conjecture by using the congruence equations of prime numbers . Then I expect that the problem is almost true.

1. 目的

素数部分に着目して、ゴールドバッハ予想が成り立つための必要条件を調べた。

2. 方法

ゴールドバッハ予想が成り立つために、以下で定義された集合において、成り立たなければならない合同性の必要条件を整理し、それを調べた。



$P_1=2, P_2=3, P_3=5, \dots, P_n=(n \text{ 番目の素数})$ と置く。
また、 $P_n\# = P_1 * P_2 * \dots * P_n$, とする。さらに、
 $A = \{n \mid n \in \mathbb{N}, n \leq P_n\# \}$,
 $B = \{n \mid n \text{ は } A \text{ の部分集合で、} 2 \sim P_n \text{ のいずれかを約数に持つ自然数} \}$,
 $C = \{n \mid n = 2, 3, 5, \dots, P_n \}$ と 3 つの集合を定義する。
 $D = A \cap \overline{B}$ としたとき
 $p, q \in D \pmod{P_n\#}$ または $p, q \in C$ を満たす p, q で、すべての自然数 k に対し、 $p+q \equiv 2k \pmod{P_n\#}$ を成り立たせることができる。

3. 結果と考察

$P_n\#/2$ 以下のすべての自然数 k において、 $p, q \in D$ を満たす適当な 2 数 p, q で $p+q \equiv 2k \pmod{P_n\#}$ が示されなければ、ゴールドバッハ予想が成り立たないことを証明した。さらに、十分に大きな P_n に対して、 $2k > P_n\#$ であるほとんどすべての自然数 k に対し、上記の必要条件が満たされることを、素数定理を考察しながら、肯定的に示すことができた。

4. 参考文献

高校数学の美しい物語

5. キーワード

ゴールドバッハ予想、合同式、素数定理

奇数完全数について～約数関数の考察～
A Study of Odd Perfect Numbers through Divisor

Abstract

A perfect number is a natural number whose sum of its divisors equals twice the number itself. Using the divisor function σ , which returns the sum of the divisors of n for $n \in \mathbb{N}$, a perfect number can be defined as a natural number n such that $\sigma(n) = 2n$. Therefore, we have researched the properties of this function.

1. 目的

初等整数論の未解決問題である、奇数完全数は存在しないという予想について、その解決を目標として研究を始めた。

2. 方法

完全数 n は約数関数 σ を用いて、 $\sigma(n) = 2n$ として表せる。そこで、約数関数が完全数の基本となると考え、完全数への応用を目標として現在は主に約数関数の性質について研究している。

3. 結果

約数関数の非自明な形の次の不等式が得られた。

$$\forall n \in \mathbb{N} : d(n) \sum_{d|n} \frac{\varphi(d)}{d(d)} \leq \sigma(n) \leq \varphi(n) \sum_{d|n} \frac{d(d)}{\varphi(d)} \quad (\text{ただし, 等号成立条件は } \mu(n) \neq 0)$$

4. 考察

上記の不等式を n で割ることにより、 $\sigma(n)/n$ についての不等式を得る。完全数は $\sigma(n)/n = 2$ を満たす n であるから、この不等式により完全数への応用が可能になる。

5. 結論

考察で述べた通り、完全数への応用がしやすい不等式を得たが、この両辺についての考察が不十分であるため、考察を深めていきたい。

6. 参考文献

数学の景色 2021. 12. 19. 「約数関数とは～定義と基本的な性質とその証明～」
<https://mathlandscape.com/divisor-func> 2023. 5. 10

7. キーワード

完全数 約数関数 奇数完全数

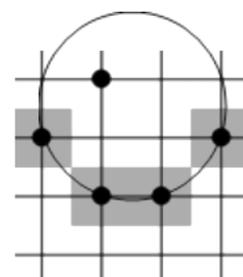
愛知県立明和高等学校
Aichi Prefectural Meiwa High School
数学ゲーム「共円」
Math Game 'Concyclic Points'

Abstract

We study a board game called 'Concyclic Points'. In this game, two players take it in turns to place dots on the board. A player loses when four dots are on the same circle. We look at the number of endgames and the winning moves. We find the move that would be a must-win on a board up to 6 x 6 in size.

1 目的

「共円」は2人のプレイヤーが交互に格子点上に点を置いていき、4点が同一円周上にあるように置いたときに負けになるというゲームである。このゲームで最善を尽くしたときにどちらが勝つのか、また、必勝法があるのかについて調べたいと思った。



2 方法

同一円周上に4つ以上の点がある状態を共円とする。「共円」で次にどこに点を置いても共円ができてしまう局面を「詰み」として、先手と後手、どちらが「詰み」を作れる局面が多いかを調べた。また、Pythonで全局面を出力しP型N型判定法を使い必勝となる手番を調べた。

3 結果

「詰み」の数が多い手番と最善を尽くしたときに必勝となる手番は同じになることの方が多かった。

4 考察

「詰み」の数だけではなく総局面における「詰み」の局面の割合を考えることも必勝を考える上では重要だと考えた。

5 結論

6×6までの盤面の大きさについて、全ての局面でどれが適切な手かは解析してわかった。しかし、必勝となる定石を見つけることはできなかった。

6 参考文献

徳田雄洋「必勝法の数学」

7 キーワード

共円 P型N型判定法 必勝

混線内接円と混面内接球
Mixtilinear incircle and Mixtiplaner insphere

Abstract

At first, we studied mixtilinear incircle. Then we find several properties related to mixtilinear incircle. At that time, we thought “Can we enlarge this concept into the third dimension?” Therefore, we researched an O-Mixtiplaner insphere of pyramid OABC. As a result, we were able to find the existence of Mixtiplaner insphere.

1. 目的

三角形の混線内接円に関する新しい性質を見つける。また、混線内接円を拡張し混面内接球を定義し、その性質を見つける。

2. 方法

四面体 O-ABC において、O 混面内接球を平面 OAB, OBC, OCA に接し、四面体 O-ABC の外接球に接する球と定義し(図 1)GeoGebra を用いて様々な性質を考察し、それを証明する。

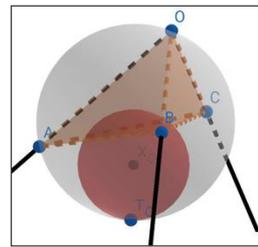


図 1

3. 結果

[1]混線内接円の性質として以下のものを発見した。

1. 3つの混線内接円と各辺との6つの交点は同一二次曲線上にある。
2. 図 2 において $\angle ABC$ が直角の時 $\tan \angle ACT_A = \sqrt{\tan^2 \angle ACB + 1} + \tan \angle ACB - 1$ が成立し、 $\tan \angle ACT_A$ が自然数の時 $\triangle ABC$ の各辺はピタゴラス数となる。
3. 2 に現れるピタゴラス数は、原始ピタゴラス数の木の上端と下端に現れる。
4. 図 2 において A 混線内接円の半径を ρ_A 、 $\triangle ABC$ の外接円の半径を R とすると、

$$BT_A = GB \sqrt{\frac{R}{R-\rho_A}}, CT_A = FC \sqrt{\frac{R}{R-\rho_A}} \text{ である。}$$

[2]混面内接球の性質として以下のものを発見した。

1. 混面内接球は全ての四面体において一意に存在する。
2. I, H をそれぞれ内接球、外接球の中心とし、O 混面内接球を半径 ρ_o 、外接球の半径を R 、内

$$\text{接球の半径を } r \text{ とすると } \rho_o = \frac{2R(\frac{OI}{r} \cos \angle HOI - 1)}{(\frac{OI}{r} + 1)(\frac{OI}{r} - 1)} \text{ が成り立つ。}$$

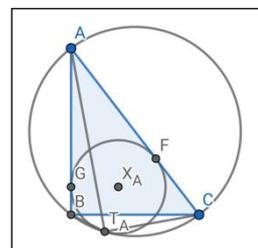


図 2

4. 結論

混線内接円のいくつかの性質及び混面内接球の一意性、半径を求める式を発見、証明できた。

5. 参考文献

四面体の外接球の半径を 6 辺の長さで表す(<https://spherical-harmonics.hatenablog.com/>)

6. キーワード

混線内接円 反転 混面内接球 原始ピタゴラス数の木

ブロカールの問題

Abstract

Brocard problem, which is "How many pairs of (n,m) which fulfill $n!+1=m^2$ ". The formula is very simple, but it is unsolved. It can be proven with ABC conjecture, but we are trying to prove it in other ways.

1. 目的

「 $n! + 1 = m^2$ をみたす整数の組 (n,m) は無限に存在するか」という数学の未解決問題、「ブロカールの問題」を既知のABC予想による証明より初等的な手法で証明する。

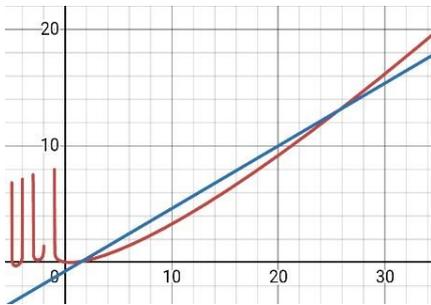
2. 方法

和と差の積の2数の関係、階乗の性質、 m の末尾、対数を用いた近似から証明を試みた。

3. 結果・考察

・「 $m+1$ と $m-1$ が1と2のみを公約数に持つこと」が $n! + 1 = m^2$ を満たす m の必要条件であることが分かった。

・ $n \geq 5$ のとき $n!+1$ の末尾は1だから、 $m=10k+1, 10k+9$ と表せる。与式に代入すると $n! = 4 \cdot 5 \cdot k \cdot (5k+1), 4 \cdot 5 \cdot (k+1) \cdot (5k+4)$ と階乗が綺麗な積の形で表されることが分かった。



1	$\frac{1}{2} \log(x!)$
2	$\log\left(2^{x-1} \cdot 3^{\frac{x}{2}-1}\right)$

・上のグラフより、 $n > 26$ のとき、 $m \pm 1$ がいずれも $p^k \cdot q^l$ (p, q は素数、 k, l は自然数)のように2つ以下の素因数からなる数でないことが m の存在条件だと分かった。同様に、 n の範囲により $m \pm 1$ に存在し得る素因数の数を絞り込めることが分かった。

4. 結論

これらの方法により m の値を絞りこむことはできたが、現段階では無限に存在しないことの証明に迫れるような事実は発見することができていない。

5. 参考文献

The diophantine equation $n! + 1 = m^2$ (Overholt, Marius)

Brocard's Problem 4th Solution Search Utilizing Quadratic Residues (Robert D. Matson)

6. キーワード

階乗、整数、素因数分解、対数、平方剰余、未解決問題

名城大学附属高等学校
Meijo University Senior High School

三次方程式の整数解
Integer Solutions of Cubic Equations

Abstract

I determined whether a given cubic equation has an integer solution and what it would be. Assuming that it has an P , I determined the conditions for P using the coefficients and divisors of the constant terms to determine whether it is integers. I also discovered to determine whether N th-order equations have integer solutions.

1. 目的

与えられた三次方程式の係数から、その方程式が整数解を持つか、またその整数解の値を求める。さらに、 n 次方程式のときでも使えるか考える。

2. 方法

整式 $f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$ が整数 p を解に持つと仮定して式変形を行う。

3. 結果

整式 $f(x) = a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_1x + a_0$ ($n \geq 3$)、 $a_0 = \alpha_1\beta_1$ ($\alpha_1 > \beta_1$ かつ $|\alpha_1| > |\beta_1|$ の整数) のとき $i_1 = \pm(\alpha_1 - \beta_1)$ 、 $(a_1 - i_1) = \alpha_2\beta_2$ ($\alpha_1\beta_1$ と同じ) のとき $i_2 = \pm(\alpha_2 - \beta_2)$ 、 $(a_{n-1} + 1 - i_{n-1}) = \alpha_n\beta_n$ ($\alpha_1\beta_1$ と同じ) のとき $i_n = \pm(\alpha_n - \beta_n)$ と定義して、ある整数 p が $p = \frac{-(a_{n-1}+1) \pm \sqrt{(a_{n-1}+1)^2 - 4a_n(a_{n-2}+1-i_{n-2})}}{2a_n}$ を満たす i_{n-2} が存在するとき $f(x)$ は整数解を持つ。また p が i_{n-2} を求めたときの α_1, β_1 と一致したとき、 p は $f(x)$ の解となる。

4. 考察

次数が増えるごとに少なくとも 2 倍以上の場合分けが出てきてしまうため、コンピュータを用いなければ、6 次以上の計算はとても時間がかかる。

5. 結論

- ・ n 次方程式が整数解を持つかの判別、そのときの整数解を求めることができた。
- ・ 6 次以上になると途中の場合分けの通り膨大な数になってしまう。

6. 参考文献

<https://ja.wolframalpha.com/>

7. キーワード

三次方程式 係数 約数 次数下げ 解と係数の関係

黒板の汚れ具合の数値化 The quantification of blackboard dirtiness

Abstract

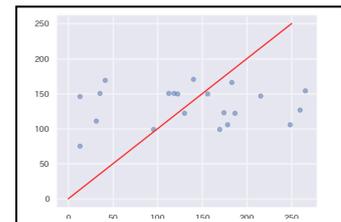
Using statistics and image analysis, we quantified the degree of soiling of blackboards. We used subjective evaluations of the blackboards obtained from many people and data obtained from photographs of the blackboards.

1. 目的

黒板の研究を調べる中で黒板の綺麗さは研究者の主観による評価しかされていなかった。そのため、数値化することで普遍的な評価データを得ることができ、黒板の綺麗さを定量的に測ることができる。

2. 方法

黒板の写真を70枚集める。50人以上にアンケートを行い、黒板の汚れ具合に対する主観評価を得る。写真を平均、分散、色の変化の大きさの3つの観点から画像分析を行う。画像分析結果から主観評価をLightGBMにより統計的に予測する。



予測精度を示す図

3. 結果

予測値と実際の値の相関係数が0.27であったため、予測精度は高くなかった。

4. 考察

写真の枚数が少なかったことや、予測をする上で不必要なデータがあったことが予測精度の低い理由だと考えられる。また、LightGBM以外の統計的予測の手法を用いることも予測精度を上げるために視野に入れたい。

5. 結論

黒板の汚れ具合について、黒板の写真に対する主観評価と画像分析結果を用いて数値化することを目指したが、データ数が少なかったことや不必要なデータを含んでいたために望んでいた結果とはならなかった。

6. キーワード

黒板 数値化 統計 LightGBM 画像処理

分割三角形の n 乗周が一致する点の存在証明

The proof of point existence that n -th power of lengths of divided triangles are equal

Abstract

This investigation is about “Triangle Center” in plane geometry. It shows the proof that the point that divides a triangle and provides three triangles that each sums of the n -th power of each side are equal must exist when $n \geq 1$. In order to prove that, I used the analytical way, gaining an implicit function and proving continuous and bounded.

1. 目的

これは「三角形の中心」という幾何学の研究であり、三角形を 3 つに分解したとき、 n 乗周が一致する点が n が 1 以上のとき必ず存在することを証明する。 n 乗周とは三角形の各辺の n 乗の和であり、 n は実数で定義される。($n=1, 2$ のときは既に証明されており、外ソディ点、ド・ロンシャン点という名前が付けられている)

2. 方法

求める式を変形し 2 つのグラフの交点であることを示す。グラフの交点が必ず存在することを示す補題を用いるために必要な「連続性」と「有界性」を示す。三角形を座標平面上に置き、グラフを陰関数で表し前者は微分して示す。後者は陰関数を不等式で評価して示す。

3. 結果

両者を証明できたため補題を使え、証明できた。

4. 考察

これまでの議論から Grapes を用いて現れるグラフの形状は数学的に妥当だろう。 n が 1 以上のとき存在する点が 1 点のみであると予想しているが、まだ証明できていない。

5. 結論

三角形を 3 つに分割し n 乗周を一致させる点は n が 1 以上のとき必ず存在する。それは有限個である場合、奇数個であることもわかった。

6. 参考文献

『三角形の初定理』

<https://masagon7.jimdo.com/8-%E4%B8%89%E8%BE%BA%E3%81%AE%E5%92%8C-%E4%BA%8C%E4%B9%97%E3%81%AE%E5%92%8C%E3%81%8C%E7%AD%89%E3%81%97%E3%81%84%E7%82%B9/>

7. キーワード

三角形の中心 n 乗周 外ソディ点 ド・ロンシャン点

連続する m 個の自然数の積について
Products of m consecutive natural numbers

Abstract

We studied whether the numbers of products of m consecutive natural numbers that has m kinds of prime factors are limited or infinite. We substituted each number, found its patterns, and checked them.

1. 目的

連続する m 個の自然数の積 $n(n+1)(n+2) \cdots (n+m-1)$ の素因数の種類がちょうど m 個である自然数 n は、各 m に対して有限個か、という命題について研究した。ただし、 m は $m \neq 1$ の自然数とする。

2. 方法

各 $m=2, 3, 4, \dots$ に対して、 $n=1, 2, 3, \dots, 100$ まですべて代入して、規則性を見つけ、1 つずつ証明する。

3. 結果

$m=2$ のとき、メルセンヌ素数またはフェルマー素数が無限にあるならば、命題を満たさない。
 $m=3$ のとき、命題を満たす n は $3, 4, 6, 7, 8, 16$ のみである。

4. 考察及び結論

$m=3$ のとき、命題の n は有限個であることが分かった。 $m \neq 3$ のときは $m=3$ のときほど上手いはず、未解決である。ただし、 $m=2$ のときはメルセンヌ素数とフェルマー素数の未解決問題と関連があることが分かり、その結果によって結論が変わる。

5. 参考文献

<https://2357.aimary.com/prime1229.html>

<https://tsujimotter.hatenablog.com/entry/proof-of-infinity-of-prime-numbers-using-fermat-numbers>

<https://mathlandscape.com/mersenne-num/>

<https://bouseijuku.sakura.ne.jp/2018tohoku-sugaku.pdf>

6. キーワード

素数 素因数 素因数分解 メルセンヌ素数 フェルマー素数

UNOにおいての手札の枚数と確率の関係性の解明

Elucidation of the relationship between the number of cards in hand and probability in UNO

Abstract

We considered the regularity of probability changes in UNO.

1. 目的

一人UNOをしたとき、手札すべてを出すことができる確率にどのような規則性があるかを考察する。ここで、一人UNOとは、次のように定義する。

数字が1つ書かれている色のついたカードが1枚ずつあり、その中から数枚をランダムに手札として用意する。次の条件に従って1枚ずつカードを出していき、すべてのカードを出すことができれば成功とする。

[カードを出すことができる条件]

- ・初めのカードは自由に選択できる。
- ・同じ色のカードは続けて出すことができる。
- ・同じ数字のカードは続けて出すことができる。

2. 方法

数字と色の種類の数、手札として用意できるカードの枚数を限定して考える。手札が決まれば最適な順序（すべてを出すことができる順序）で手札が出すことができると思う。よって、すべてを出すことができる手札の組み合わせを計算することで、確率を考える。手札の枚数が変化したときの確率の変化を確かめ、その結果から規則性を考察する。

3. 結果

数字が「0～4」の5種類、色が2色の場合

手札(枚)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
成功率(%)	100	55.6	50.0	66.7	88.1	100	100	100	100	100

数字が「0～4」の5種類、色が3色の場合

手札(枚)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
成功率(%)	100	42.9	13.0	36.3	51.0	69.1	85.1	93.9	99.7	100

数字が「0～9」の10種類、色が2色の場合

手札(枚)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
成功率(%)	100	52.6	36.8	39.3	64.2	66.4	80.5	90.9	97.0	99.4	100

※ただし、表中の「手札」は最初に用意する手札の枚数を、「成功率」は手札すべてを出すことができる確率を意味する。

4. 考察

いずれの場合も手札が3枚のとき、最も確率が低くなることがわかった。また、数字の範囲を大きくするより、色の種類を多くしたほうが全体的な確率が低くなることがわかった。

5. 結論

今回の条件においては、手札が3枚のときに最も確率が低くなることがわかったが、まだ確実な規則性は見つかっていないため、色を4色にするなど、様々な条件での確率を考察する必要がある。

6. キーワード

確率 場合の数

クーポンコレクター問題

The problem of coupon collection

Abstract

The coupon collector problem used in prior research assumes equal probabilities, but we are considering a coupon collector problem with different probabilities.

1. 目的

「クーポンコレクター問題」とは、何種類かある商品が、どの商品が購入できるか分からない状態で売られているとき、すべての種類の商品を1個以上得るためには平均して何個その商品を購入しなければならないかを考える問題である。これは、すべての商品が等確率で得られるのを前提としていることが多いが、実際は商品ごとに得られる確率が異なり、この場合において、すべての種類の商品を1個以上得るためには平均して何個購入しなければならないかについて考察する。

2. 方法

商品の種類を3種類とし、そのうち2種類（これを商品A、Bとする）が等確率で、残りの1種類（これを商品Cとする）が異なる確率で得られる場合を考える。商品A、Bが得られる確率をそれぞれ p 、商品Cが得られる確率を q とする。（ただし、 $2p + q = 1$ ）「すべての種類を得るまでに購入した商品の個数の平均」を「すべての種類を得るまでに購入した商品の個数の期待値」として考え、この期待値を p または q を用いて表す。

3. 結果

求める期待値を E とすると、次のような式で表させる。また、具体的な数値は下の表のようになる。

$$E = \frac{4p^3 + 6p^2 - 9p + 3}{2p(1-p)(1-2p)} = \frac{-q^3 + 6q^2 + 1}{q(1-q)(1+q)} \quad (\text{ただし、} 0 < p < 1, 0 < q < 1)$$

p	$\frac{1}{80}$	$\frac{1}{40}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{9}{20}$	$\frac{19}{40}$	$\frac{39}{80}$	$\frac{79}{160}$
q	$\frac{39}{40}$	$\frac{19}{20}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{40}$	$\frac{1}{80}$
$E(\text{個})$	120.00	60.00	30.01	15.03	5.5	10.7	20.3	40.2	80.1

4. 考察

3種類の商品が等確率で得られる場合の期待値が最も小さく、 p 、 q それぞれを0に近づけていくと、期待値は大きくなっていくと考えられる。特に、 q を0に近づけたときは、期待値は $\frac{1}{q}$ に近づいていくと考えられる。

5. 結論

3種類の場合については考察することができた。

6. 参考文献

杉浦 誠 確率統計の話題から 一条件つき確率の話題を中心に
チャート式 基礎からの数学Ⅲ+C 数研出版株式会社

7. キーワード

クーポンコレクター問題 無限級数 期待値

グラフでトリックアート
Trick art by graph

Abstract

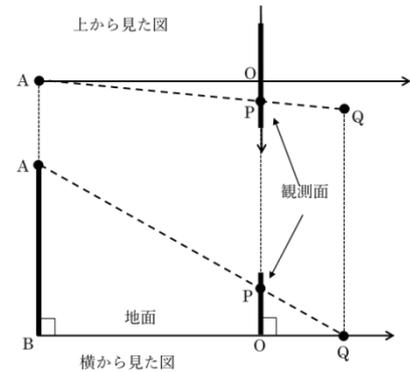
We attempt to draw a picture that looks three-dimensional by using graphs.

1. 目的

地面に描いた絵が立体的に見えるような関数を考えることで、誰でも簡単にトリックアートを描けるようにする。

2. 方法

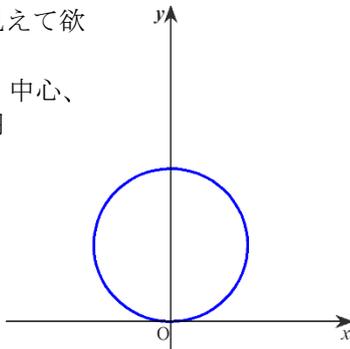
点 A を観測者の視点の位置とする。点 A から観測したときに、浮き上がって見える平面（これを観測面と呼ぶ）を右図のように設定し、地面との交点を O とする。AB=a、BO=b とする。観測面上の任意の点を P とし、点 A と点 P を結んだ直線が地面と交わる点を Q とする。点 P の座標を (x, y) とするとき、点 Q の座標を x、y、a、b を用いて表す。



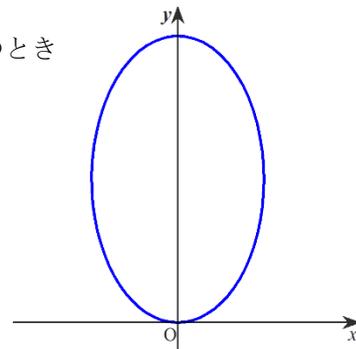
3. 結果

観測面上の点 P の座標を (x, y) とするとき、それに対応する点 Q の座標は $(\frac{ax}{a-y}, \frac{by}{a-y})$ と表される。これを用いて、円について地面に描く図を考えると次のようになる。

観測面で見えて欲しい図
点 (0, 1) 中心、
半径 1 の円



地面に描く図
a=10、b=15 のとき



4. 考察

円については立体的に見えて欲しい図の大きさや観測者の視点の高さ、観測者と地面に描く図までの距離をもとに a、b の値を定めると、地面にどのような図を描けばよいかかわかった。ただし、より立体的に見えるようにするためには、影などを描く必要があると考える。

5. 結論

円以外についても、図形を媒介変数表示し、上記の式を用いることで地面にどのような図を描けばよいかわかるはずであるが、実際には微調整が必要であると考えられる。

6. 参考文献

数学 C 数研出版株式会社

7. キーワード

一次関数 二次関数 円の方程式

折り紙を用いた相加・相乗平均の大小関係の視覚的な証明

Visual proof of the relationship between the magnitude of additive and synergistic averages using origami

Abstract

The goal of the study was to prove visually that arithmetic-geometric mean was valid.

1. 目的

折り紙を用いることで相加・相乗平均の大小関係を視覚的に表す。

2. 方法

今回の作図にあたって、任意の点と距離に対し、その点を中心とした半径の円を描ける、という操作を用いた。この操作によって長さ $\frac{a+b}{2}$ の線分と長さ \sqrt{ab} の線分を、それぞれ始点を揃えて作図し、相加・相乗平均の大小関係を視覚的に証明した。

3. 結果

折り紙で作図することで、視覚的に相加・相乗平均の大小関係が成り立つことが示せた。また、 a と b の差が小さければ小さいほど等号に近づくことも視覚的にわかりやすく示すことができた。

4. 考察

3乗根も折り紙を用いて作図できることが知られているので、同じように3数における相加・相乗平均の大小関係も折り紙で視覚的に表すことができるのではないか。

5. 結論

折り紙を用いた作図は相加・相乗平均の大小関係を視覚的に表すことができると分かった。

6. 参考文献

ゲレットシュレーガー,ロベルト(2014)『折紙の数学[PDF版]』深川英俊訳 森北出版

7. キーワード

相加・相乗平均の大小関係、折り紙

素数 p と $1/p$ の循環節の長さの関係
Relationship between prime p and the length of the circulating clause of $1/p$

Abstract

Circular Clauses

We were interested in and studied the relationship between prime numbers and the length of circulating clause. We made a hypothesis and proved it using a congruence formula.

1. 目的

素数 p と $1/p$ の循環節の長さに何か関係が無いかどうかを調べる。

2. 方法

1000 以下の素数とその逆数の循環節の長さを書き出し、何か法則や共通点が無いか調べる。

3. 結果

素数 p とその逆数の循環節の長さ a には次のような関係が成り立っていると考えた。

$$p = an + 1 \quad (n \text{ は自然数})$$

その証明にも成功した。

さらに素数 p, q の積 pq とその逆数の循環節の長さ x には次のような関係が成り立っていると考えた。

$$x = \min(a, b) \quad (a : 1/p \text{ の循環節の長さ} \quad b : 1/q \text{ の循環節の長さ})$$

※ $\min(a, b)$ で a, b の最小公倍数を表す。

また、その証明に成功した。

4. 考察

同じ循環節の長さを持つ素数 p の逆数は 2 つ以下となるかもしれない。

5. 結論

素数 p の逆数の循環節の長さは $p-1$ の約数となり、素数 p, q の積 pq の逆数の循環節の長さは p, q の逆数の循環節の長さの最小公倍数となる。

6. 参考文献

近畿大学 『循環小数もおもしろい』

https://www.math.kindai.ac.jp/laboratory/chinen/junkan_f/junkan.html

7. キーワード

素数 合同式 フェルマーの小定理 指数

素数生成多項式

Prime number generator polynomial

Abstract

This study aims to surpass Ruby's quadratic prime generating polynomial, which produces 45 consecutive primes. Using congruence formula, we refine coefficient conditions derived from quadratic congruence solvability criteria.

1. 目的

45個連続して素数を生成するRubyの素数生成多項式を超える、素数生成多項式を探す。
(本研究は2次式に限って行ったものである。)

2. 方法

係数の条件を絞るために合同式を利用した。特に、2次合同方程式が解を持つための必要十分条件を応用してRubyの式を超えるための必要条件を求めた。そしてこれらの条件を満たす係数 (a, b, c) を用いて多項式を作成し、連続して生成する素数の数を調べた。この作業には一部コンピュータを用いた。

3. 結果

(a, b, c) = (12, -528, 2797)、すなわち $f(n) = 12n^2 - 528n + 2797$ という2次式が $0 \leq n \leq 44$ の範囲で絶対値が素数となった。つまり、45個連続して素数を生成する2次式を構築することができました。ただし、Rubyの式と違い、同じ素数が2度出現することが確認できた。

4. 考察

$n=45$ のとき初めて $f(n)$ が合成数となったが、その原因は47を素因数に持つことだった。この結果から、係数の条件の設定において厳密でなかった部分があったと考えられる。

5. 結論

本研究では、Rubyと同様に45個連続して素数を生成する式を構築することができた。また研究過程よりRubyの記録を超えるためには、より厳密な条件を設定し、それに基づいて多項式を改良する必要があるとわかった。ただし、その際には多項式の値が大きくなる可能性があるため、新たに記録を更新するのは容易ではない。

6. 参考文献

特になし

7. キーワード

素数生成多項式 非平方剰余 合同式

連続する整数の積で表せる階乗について
About the factorial number which equals to the product of consecutive integers

Abstract

I have wanted to prove that the product of consecutive integers cannot be a factorial number, except for the example " $8 \times 9 \times 10 = 6!$ ". I was able to prove that " $2^n \times (2^n \pm 1)$ " cannot be a factorial number. I want to extend this proof to the case of any two consecutive integers and then any consecutive integers.

1. 目的

「 $8 \times 9 \times 10 = 6!$ 」という例を除いて、連続する整数の積は階乗で表せないことを証明する。

2. 結果

- ・ $m!$ を素因数分解すると、2の素因数の積よりも奇数の積の方が大きくなることを、数学的帰納法を用いて証明することができた。これにより、 $m!$ は $2^n \times (2^n + 1)$ の形で表せないということが証明できた。
- ・ 上の証明を、任意の連続する整数の場合に拡張することはできなかった。

3. 考察

ある階乗が連続する整数の積で表せるか考えると、連続する整数は、「階乗に含まれる素因数と全く同じ個数の素因数を持つ」という厳しい条件を満たさなければいけないため、「 $8 \times 9 \times 10 = 6!$ 」という組み合わせしかないと考える。

4. 結論

任意の連続する整数の場合でも証明したいと考えている。

5. キーワード

階乗　ブロカール問題　素数　ABC予想

光条のメカニズム Mechanism of light streaks

Abstract

We researched how light streaks emerge on a camera screen. From experiments, it was found that light streaks is made at a camera aperture and diffraction happens there. As a result of research, light streaks can be explained by diffraction's superposition.

1. 目的

光源をカメラで撮った時に見られる光の筋の発生するメカニズムについて調べた。この写真上に見られる光の筋は、光条と呼ばれる。

2. 方法

絞りが原因であることが分かったので、カッターの刃で作成した絞りにレーザー光をあて、スクリーン上に現れる光条を観察した。また撮影に使用したカメラでは光源を撮影した際に光条が発生しないことを確認した。

刃が1枚のときは2本(図1)、3枚の羽根からは6本(図2)、4枚の絞りからは4本(図3)の光条が発生した。またそれぞれの辺から垂直な方向に光条が発生した。



図1 1枚 図2 3枚 図3 4枚
それぞれ上が絞りの概形、下が光条を表す。

3. 結果

刃が1枚のときは2本(図1)、3枚の羽根からは6本(図2)、4枚の絞りからは4本(図3)の光条が発生した。またそれぞれの辺から垂直な方向に光条が発生した。

4. 考察

それぞれの辺から垂直な方向に光条が発生していることが実験2の結果から分かる。また、実験2の結果から1枚の刃から光条が垂直に発生していることが分かったので、全ての光条現象は1枚刃で光条を組み合わせることで説明できると考えられる。(図5参照)

5. 結論

すべての光条は、この一枚刃のときに起きる光条が組み合わせることによって起きていると考えられる。



図4 1枚刃の光条
図5 1枚刃の光条の組み合わせの例

6. キーワード

光条 回折 波

ドミノ倒し Domino effect

Abstract

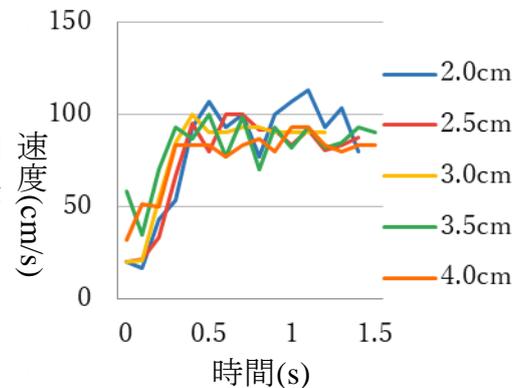
Have you ever played with dominoes? Actually, when you push the first domino down, dominoes accelerate their speed at first but they eventually stop their acceleration and begin to keep their regular speed. Why is it? We used recurrence formula to solve this question and managed to make a formula of the domino's final speed.

1. 目的

ドミノ倒しの終端速度は存在するか、そしてなぜ終端するのかを解明する。

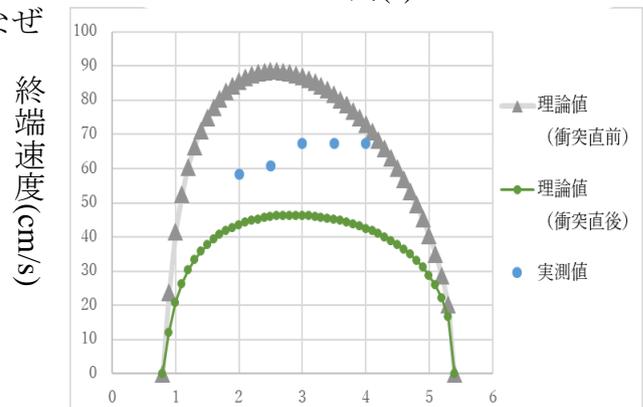
2. 実験

終端速度が存在するかどうかを調べるために、ドミノを並べる間隔を変えて倒し、各ドミノを倒した様子をストップウォッチとスマホを用いて撮影し、撮影した映像をもとにグラフを作成した。



3. 結果・考察

実験と $v-t$ 図より、ドミノ同士の間隔に関わらず、終端速度が存在することが分かる。なぜ終端するのかを調べるためにドミノが倒れる様子を作図すると、ドミノが倒れていくにつれて重力のする仕事が一になることが分かった。さらに、漸化式を使って終端速度を求めた。そして、求めた終端速度と実験の結果を比べるとほぼ一致した。



4. 結論

初めは「衝突されたドミノが次のドミノに衝突するまでに 時間(s) 重力がドミノに与える仕事」が増加し、後にその仕事が一になる。一方でドミノの速度が増せば増すほど一回の衝突による速度の減少量が増加する。そして、それが重力による速度の増加量とつりあったとき加速が止まる。

5. キーワード

終端速度 漸化式 運動量保存則 区分求積法 点と直線の距離

スポーツにおけるプレーの分析と練習方法の発見

Abstract

We have been practicing badminton in stereotypical ways, then our results haven't been better. From this, we thought that the practicing ways didn't suit us and we want to make tools to find practicing ways that suit us. This is why we do this research.

1. 目的

私たちは部活動で日々同じような練習をしていたが、それでは結果があまり出なかった。そして、練習が自身に合っていないのではないかと考え、自分にあった練習方法を見つけるためのツールを作成することを目標とした。

2. 方法

バドミントンの試合の映像を映像解析アプリで解析し、収集したデータを Python で書いたプログラム上に落とし込むことで、自分の苦手なショットやコースを可視化する。それをもとに自分にあった練習メニューを考える。

3. 結果

現段階ではデータが少なく、結果が出ていない。

4. 考察

自分にあった練習メニューを見つけることで、自分の技術を今まで以上に効率よく磨き、上達するスピードを上げることができる。

5. 結論

映像解析が自動でできるようになれば、試合の後すぐに自分の弱点を知ることができ、その日のうちに練習することができる。また、解析の際のコート分割をもっと細かくしたり、ラリーをすべて解析することでより詳しく自分の弱点を割り出せ、練習の質を上げることができる。

6. 参考文献

服部雄樹 (2022). 『HTML&CSS と Web デザインが 1 冊できちんと身につく本』. 株式会社技術評論社.

7. キーワード

バドミントン スポーツ解析

機械学習、画像認識による整理整頓の可視化

A Visualization of Arrangement by Machine Learning and Image Recognition

Abstract

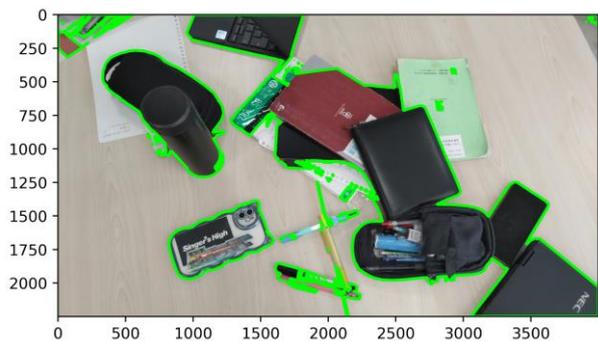
Clutter in living spaces such as desks, bookshelves, and drawers is common for some people. However, getting organized is time-consuming for many people. Our research will use machine learning and image recognition to make various suggestions, for example, on how to best arrange things.

1. 目的

我々のプログラムを用いて、日常的に行われる整理整頓に要する時間の短縮や、効率的な空間利用を行えるようにする。

2. 方法

自分たちで画像を収集し、ディープラーニング、機械学習を用いて画像を解析する。ディープラーニングでは写っている空間が散らかっているかそうでないかを判定する。また、機械学習で画像に写っている物体の境目（輪郭）を抽出して、輪郭線の長さ、写っている物体などをパラメーターにして片付いているかどうかを判定する。言語は python、ライブラリは tensorflow, openCV, scikit-learn などを使用する予定。



↑物体の輪郭を openCV で検出した

3. 結果

机の上に置かれているものの輪郭を認識できた。

4. 考察

机と色が似ている部分などで、一部認識できていない境界があったので、設定、手法を工夫して正確性を上げたい。また、ディープラーニング、機械学習まで進めることはできなかった。今後は研究を進め、物体が片付いている度合いを数値化し、機械学習したい。

5. 結論

撮影した画像から輪郭を抽出することができた。

6. キーワード

機械学習 画像認識 ディープラーニング 整理整頓

四次元立体を中心投影により描写する

Abstract

The aim of our research is to work on four-dimensional objects using Unity. The projection of a four-dimensional object into three-dimensional space was successful. However, rotation and movement of the object are not yet implemented and should be a future goal.

1. 目的

Unity を用いて四次元立体を描画し、様々な方向に平行移動・回転できるようにすることで四次元図形について知見を得るとともに、四次元図形についての興味を喚起する。

2. 方法

Unity で四次元立方体の一つの軸 $u=t$ における断面を $1/t$ 倍の相似変換し、三次元の中心投影を作成する。

3. 結果

この要旨を作成している時点では、四次元立方体を Unity で描写することは出来ているが、回転や平行移動の実装は未完成である。

4. 考察・結論・展望

四次元立体の三次元投影のみでは四次元立体を捉えるには不十分であることが示唆された。よって、回転や移動の実装を目標としていきたい。

また、これにゲーム性や芸術性を加え、より興味を持ってもらえるソフトを今後開発していきたいと考えている。

5. 参考文献

島田義弘, 四次元の幾何学-回転, 積分, 微分-, プレアデス出版, 2017

生越茂樹, 超立方体の展開図, Cabri 研究会 §1. 4次元立体の3次元への投影

(<https://mixedmoss.com/4dimensionGeometry/8-cells/development%20of%20super%20cube.pdf>) (2024年7月24日 閲覧)

6. キーワード

Unity 四次元 描写 中心投影

量子機械学習を用いた株価予測 Prediction stock prices using Quantum Machine-Learning

Abstract

This study explores using quantum machine learning to improve predicting stock prices. Our goal is to analyze complex correlations in stock price data and incorporate this information into predictive models. We tried to achieve more accurate predictions using appropriate parameters that influence stock price movements.

1. 目的

本研究の目的は、量子機械学習を活用して株価の推移を予測し、その精度を向上させることである。株価データの複雑な相関関係を、量子機械学習によって詳細に分析し、その情報を予測モデルに組み込むことを目指した。具体的には、株価の推移とその変動に影響を与える適切なパラメータを用いてより正確な予測を実現することに取り組んだ。

2. 方法

株式会社の株価の推移とそれに対応する為替相場の推移を取得し、その相関関係を機械学習によって見出し、それをもとに株価の予測を行った。

1. データ収集: 株価データと為替相場のデータの収集
2. 前処理: 収集したデータを整形し、欠損値の処理や異常値の除去を行う。また、必要に応じてデータの正規化やスケーリングを行う。
3. モデルの学習と評価: 選択したモデルを訓練データに対して学習させ、検証データで評価を行う。
4. 予測と結果の解釈: 最終的に訓練されたモデルを使用して未知のデータを予測する。
5. モデルの調整と改善: 予測精度を向上させるために、モデルのハイパーパラメータの調整や追加の特徴量の検討を行う。

3. 結果・考察・結論

一応動作するプログラムを作成することは出来ているが未だに準備段階であり、この要旨を作成している時点では、十分に成果は示すことができていない。

4. キーワード

量子機械学習 株価予測 時系列データ 量子回路

東大五目並べの数理

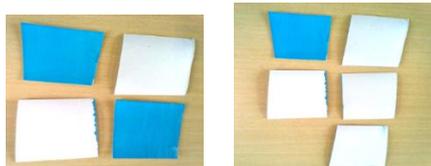
Abstract

Two years ago, the research team of our school created a new math game called "TODAI Gomoku-Narabe". It was inspired by an entrance exam question of the University of Tokyo (TODAI), and this 1998 question is said to be a "legendary hard problem" because of its difficulty. We will look for a theoretical winning method for this game

1. 目的

「東大五目並べ」は、2年前に豊高数学班がつくった、二人で行う対戦型のゲームである。ゲームは青白を隣り合わせた状態から始めるこのゲームの必勝法を探る。

スタート時↓ 1手目の例↓



・置いてあるコマに隣接するように、白先手 青後手で、新しく交互にコマを置いていき、置いたコマと縦横に隣接しているコマを反転させる（斜めのコマは反転させない）。

・自分の色を縦横斜めに5つ以上ならべると勝ちである。

※自分の手番のとき、コマを置く代わりに、自分のコマを一つ抜き出すことができる。このときには隣接コマの色の反転は起こらず、コマを抜いた場所は一つのマスとして空けておく。次の相手の番からは両者ともにその場所にコマを置くことができる（これは不変コマの可変コマへの変更を意味する）。

2. 方法

コマを抜くルール※が東大五目並べを複雑化しているのです、それを禁じ手にした簡単なゲーム（抜か並べ）をまず考え、その単純化したゲームの必勝法をさぐる。

コマの最終の色（コマに隣接する斜めを除く4マスに他のコマが置かれていてこれ以上変わることはない色）は置いた時点で決まることを考慮する。またコマの色や最終の色を巧みな記法（開発中）を用いて表現する。この方法を用いて必勝法を見つけ出す。

3. 結果

「抜か並べ」は四目並べならば後手必勝であるとわかった。また五目並べの場合も後手必勝でないかと予想している。本来の東大五目並べについてはまだ不明である。

4. 考察

「抜か並べ」においては、後手必勝の手順が存在するのではないかと考えられる。また元々のルール（自分の色のコマをマスから除くことができる）の場合については、まだ未解明である。

5. 結論

これまでの研究では、「抜か並べ」についてもまだ数理構造を解明することはできなかった。棋譜の取り方（notation of the game）の工夫がポイントだとわかってきた。

6. 参考文献

- ・ 1998年東京大学数学入試後期第3問
- ・ 「東大五目並べ 入試問題から生まれた新しいゲーム」（豊中高校76期生課題研究）
- ・ 「東大五目並べと東大抜か並べ」（豊中高校77期課題研究）

7. キーワード： 数学ゲーム 必勝法 入試問題 グラフ理論

大阪府立富田林高等学校
Osaka Prefectural Tondabayashi High School
パスカルの三角形に隠されたフラクタル図形

Abstract

Pascal's triangle has the property that if you pay attention to the remainder divided by two, a fractal figure called Sierpinski's gasket will appear. We investigated this property and examined whether a similar figure appears when we focus on the remainder divided by other prime numbers.

1. 目的

パスカルの三角形を、ある素数 p の倍数ならば0、そうでなければ1と書き換えたとき得られる図形がフラクタルであるかを求める。

2. 方法

パスカルの三角形の n 段目（最上段を0段目とする）に含まれる、 p の倍数の個数や、パスカルの三角形の構成法から、フラクタル図形になるかを考察する。

3. 結果

n 段目に含まれる p の倍数の個数を求めることが出来た。
 p の倍数かどうかで書き表した図形が、 p に完成する規則性を持つことがわかった。

4. 今後の展望

素数に限らず、すべての自然数についてどのような図形が現れるのか調べたい。

5. 参考文献

日本数学コンクール 第28回シニア問題、第21回ジュニア問題
シニア・ジュニア共通問題3: 「パスカルとフラクタル」

魔方陣の三次元への拡張
Extension of the magic square to three dimensions

Abstract

In general, if the condition for a $3 \times 3 \times 3$ cube is the same as that for a magic square, "all the sums of one column each of vertical, horizontal and diagonal are equal", there is no cube that satisfies the condition, so we considered the cube obtained when the condition is slightly relaxed by using the sum of one face as the criterion.

1. 目的

立方陣を「 $3 \times 3 \times 3$ の方陣に数字を当てはめたもののうち、内部に存在するそれぞれの一面の和が全て等しいもの」とし、その性質について考察する。

2. 方法

魔方陣における概念を立方陣においても同様に定義する。

まず、和を取る範囲を総和範囲と呼ぶ。

次に、総和範囲を2種類に分類する。総和範囲のうち、 $(n-1)$ 次元の図形に収まっているものを平行総和範囲とし、平行総和範囲をある1つの次元の方向にずらしたものを斜方総和範囲と考える。

これらを数学的に定義するために先に、立方陣を数式に落とし込むことにした。(以下)

D_1, D_2, D_3 空間(直交する3本の実数直線 D_1 軸, D_2 軸, D_3 軸によって定められる、3次元空間の直交座標系)において、

- $n_1 - 1 < D_1 < n_1$
- $n_2 - 1 < D_2 < n_2$
- $n_3 - 1 < D_3 < n_3$

を満たす空間を $A(n_1, n_2, n_3)$ と表す。 (n_1, n_2, n_3) は3以下の自然数)

$A(n_1, n_2, n_3)$ に定数 $a(n_1, n_2, n_3)$ を対応させる。 (a) は27以下の自然数を取り、互いに異なる)

3. 結果

この定義から立方陣における総和範囲を数式で表すことができた。

4. 考察

4次元においてもこの総和範囲の考え方を適用できるのではないかと考察した。

5. 結論

3次元を考察したことによって、更なる高次元の魔方陣を考察できるようになった。

6. キーワード

魔方陣, 立方陣, 3次元

平面上の点のある座標への移動について

abstract

Whether a point moving on a grid point with distance \sqrt{r} (where r is a non-negative integer) can move to a specific coordinate is determined by a simple calculation.

We have examined whether a point can be moved to a specific coordinate by adding the condition that the point can be moved.

1. 目的

距離が \sqrt{r} (r は非負整数)の格子点上を移動する点について、 x 座標が0以上19以下、 y 座標が0以上11以下を常に満たしながら終着点(19,0)に移動できる条件を求める

2. 方法

$r=a^2+b^2$ (a,b は整数)のように、 x 軸方向と y 軸方向に r の成分を分解して考察した

3. 結果

$r=1,19^2$ または a と b が互いに素かつ $a \not\equiv b \pmod{2}$ かつ $a+b \leq 12$ を満たすとき、(19,0)に移動できる

4. 考察・今後の展望

今回の問題では x 座標と y 座標の移動できる最大の範囲が素数であり、終着点が(19,0)だが、これらの条件を変化させると結果が変わると考えられるので、 x,y 座標の条件や終着点を変化させることで、終着点に移動できる条件がどのように変わるのかを調べていきたい

参考文献

1996年IMO問1

一般化された転倒数について On the generalized number of inversions

Abstract

For generalized substitutions, the total number of inversions is obtained by defining a pair or subset of pairs or subsets with a larger or smaller relationship.

1. 目的

昨年は巡回置換における転倒数について漸化式や一般項を求めることができたが、その発展として一般化された置換における転倒数を求める。

2. 方法

組や部分集合に対して大小関係を定義して転倒数の計算をする。

1～nから個の要素を選んで並べた組を $\langle i_1, i_2, \dots, i_k \rangle$ と表す。

組に対する任意の置換 τ の作用を次で定義する。

$$\tau \cdot \langle i_1, i_2, \dots, i_k \rangle := \langle T(i_1), T(i_2), \dots, T(i_k) \rangle$$

また、これらの組に対する順序を以下で定義する。

$$\langle i_1, i_2, \dots, i_k \rangle > \langle j_1, j_2, \dots, j_k \rangle \\ \Leftrightarrow \text{「}i_1 > j_1\text{」 または 「}i_1 = j_1 \text{ かつ } i_2 = j_2, \dots, i_{s-1} = j_{s-1} \text{ かつ } i_s > j_s \text{ を満たす } S \in \{2, 3, \dots, k\} \text{ が存在する。}」$$

この順序を辞書式順序という。この順序における転倒数を $I(n, k, \tau)$ とする。

3. 結果

$I(n, k, \tau)$ について、1～nまでの数字に τ を作用させたときの転倒数 $I(n, 1, \tau)$ を用いて以下の式が得られた。

$$I(n, k, \tau) = I(n, 1, \tau) ({}_{n-1}P_{k-1})_{n-2} P_{k-2}$$

4. 今後

今回は一般化された置換についての転倒数を考えたが、今後はある転倒数を持つ置換の個数について研究したい。

同様に確からしくなくじ引き

Unequal drawings

Abstract

We research how the order of drawing will affect the probability of winning in the unequal drawings without replacement. From the calculation, we made a conjecture that one draw earlier tends to win the drawing if the probability of winning is high.

1. 目的

同様に確からしくなくじを非復元抽出で引いた時の、くじの引く順番による当たる確率の法則性を見つける。

2. 方法

確率がすべて異なるくじを、非復元抽出で n 人が引く。当たりは 1 本、はずれは $(n - 1)$ 本であるとする。このとき、1 人目、2 人目、3 人目、...、 n 人目が当たる確率を $n = 3, 4, 5$ の場合に計算し、考察を行う。Excel を使い、外れを引く確率を変えてそれぞれの当たる確率を考える。

3. 結果

4 人でくじ引きを行う時、外れの確率をそれぞれ a, b, c とすると、それぞれの当たる確率は、1 人目は $1 - a - b - c$ 、2 人目は

$\frac{(1-a-b-c)\{a(1-b)(1-c)+b(1-c)(1-a)+c(1-a)(1-b)\}}{(1-a)(1-b)(1-c)}$ となる。(3 人目以降は煩雑になるので

省略)

外れのくじを引く確率がすべて等しいとき、当たりの確率が高いほど前に引くほうが有利になり、外れの確率が高いほど後に引くほうが有利になる

4. 考察

具体的な値を用いた考察から、人数や外れの本数を増やしても同様の法則や規則性は成り立つと考えられる。

5. 結論

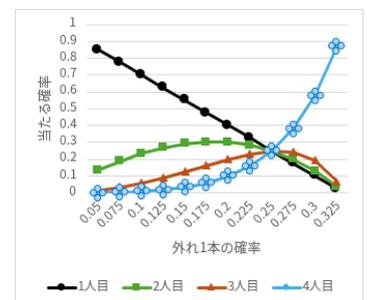
考えた条件のもとでは、当たりを引く確率はくじを引く順番の影響を大きく受ける。しかし、具体的な計算は簡単ではなく、具体的な規則性などは今後研究したい。

6. 参考文献

石橋 一昂. 学校数学の確率単元における「同様に確からしい」の指導原理の構築: 「確率は事象についての我々の情報に対して適用される」という確率認識を基盤として. 岡山大学学術研究院, 2021, 45 巻 2 号, p.246-255.

7. キーワード

確率、同様に確からしくない、数列



連関数の定義とその周辺

The Definition of Continued Function and Its Surroundings

Abstract

An object termed "continued function" can be formally defined as a generalization of decimal numbers and continued fractions. This study aims to determine the mathematically meaningful definition of the continued function. the author defined the continued function and its approximation, providing an analysis of the approximation's value and convergency.

1. 目的

連分数や十進数の一般化である連関数および連関数近似を数学的に正しく定義し、それらが持つべき性質と関数の関係性を明らかにすること。

2. 方法

連分数展開を定義する漸化式を基にそれを一般の関数に置き換えたものとして連関数展開を定め、それによって得られる形式的な実数の表現を連関数とした。この形式的な定義の数学的な有効性を確認した。

3. 結果

連関数展開を定義できる条件と連関数近似を定義できる条件には差異があり、そのギャップを埋めるために逆関数の定義域の拡張を要した。また、連関数近似の値が元の実数に収束する条件に関数の曲線と直線 $y = x$ の位置関係が重要である。

4. 考察・結論

連関数近似は実数の任意の関数を用いた近似値を無数に生成できるため有用であると考えられる。具体的なある連関数を対象とした研究の発展も大いに期待できるが、未だ元の実数に収束する条件は不明であり、基礎研究の余地が残されている。

6. 参考文献

- [1] 藤野大基. 「2022 年度 4KP 課題研究第 II 論文 連対数と連分数の一般化の方針」(2022).
- [2] Jörg Neunhäuserer. Continued logarithm representation of real numbers (2010).
- [3] Gautam Gopal Krishnan. Continued Fractions (2016).
- [4] 中川仁. 「連分数について.」(1999).
- [5] 木村俊一. 「連分数の不思議」講談社. (2012).

7. キーワード

Continued function, Continued fraction, representation of real number, convergence, approximation

神戸大学附属中等教育学校
Kobe University Secondary School
超過剰数に関する諸性質
Properties related to superabundant numbers

Abstract

I implemented a Python program to list "superabundant numbers". Also, I devised an improved algorithm using mathematical properties and implemented it. From the data obtained, I observed that the k -th smallest "superabundant number" N seems to have a roughly proportional relationship with k and $\log(N)$. In the future, I want to provide a mathematical proof to see if this property is correct and improve the listing algorithm.

1. 目的

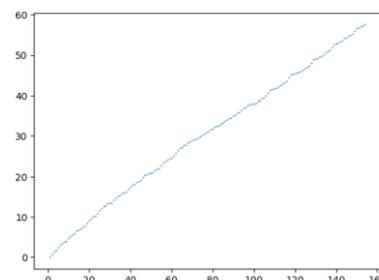
超過剰数に関する諸性質について解明するため。

2. 方法

Python を用いて超過剰数を列挙するプログラムを作成した。また、超過剰数の数学的性質からより効率的な列挙アルゴリズムを考案し、実装した。そこから超過剰数の性質を考察した。

3. 結果

アルゴリズムの改善によって、Python で愚直に計算すると 10^5 以下の値でしか 10 秒程度で計算できなかったのが、 10^{50} 程度までなら 10 秒程度で計算することができた。また、小さい方から k 番目の超過剰数 N に対して、横軸を k 、縦軸を $\log(N)$ とした右図のグラフを得ることができた。



4. 考察

このグラフから、 k と $\log(N)$ はおおよそ比例していそうだとということがわかる。

5. 結論

k と $\log(N)$ は、おおよそ比例していそうである。

6. 参考文献

S. Ramanujan, Highly Composite Numbers, Proc. London Math. Soc., 1915, pp. 347-409

Jean-Louis Nicolas, Guy Robin, Highly Composite Numbers by Srinivasa Ramanujan, The Ramanujan Journal, 1997, pp. 119-153

7. キーワード

数学 整数 約数 素因数分解 超過剰数 アルゴリズム

Abstract

We know that the Dijkstra method of split-parallelization is effective from its computational complexity formula. We investigate how to set up the gateway for split-parallelization to reduce the search time the most.

1. 目的

ダイクストラ法の分割並列化は、その計算量の式から有効だと分かる。分割並列化をするためのゲートウェイの設定をどうすると、1 番探索時間が短くなるかを調べる。

2. 方法

パーシステントホモロジーを使い、2 次元構造でどこが密なのかを調べて、ゲートウェイに適したノードを探す。

3. 結果

まだ出ていない

4. 考察

3 と同じく

5. 結論

3 と同じく

6. 参考文献

「タンパク質構造とトポロジー」平岡裕章 著 共立出版 2013 年

7. キーワード

経路探索アルゴリズム ダイクストラ法 分割並列化 パーシステントホモロジー

π になるために
The number π

Abstract

We have conducted research on the number π. First, we studied Machin's formula to improve the accuracy of the approximation of π. Second, we evaluated π probabilistically using the Monte Carlo method.

1. 目的

知られている円周率の公式や近似の仕方の考察を行う。

2. 方法・結果 1

以下のマチンの公式とアークタンジェントのマクローリン展開を用いて、円周率の近似値を求めることができた（100 項までの近似で小数 141 位まで）。

$$4 \arctan\left(\frac{1}{5}\right) - \arctan\left(\frac{1}{239}\right) = \frac{\pi}{4}$$

さらに次のような公式を作り、円周率の近似の精度を上げることに成功した（100 項までの近似で小数 230 位まで）。※計算は PARI/GP を用いた。

$$11 \arctan\left(\frac{1}{14}\right) + \arctan\left(\frac{5984041155}{5889508020409}\right) = \frac{\pi}{4}$$

3. 方法・結果 2

モンテカルロ法によって円周率の近似値をもとめると、
のとき、試行回数 $N = 10^8$ のとき、標本平均 R の 99% 区間を、
以下のチェビシェフの不等式より評価した。

$$P((x - \mu)^2 \geq b^2 \sigma^2) \leq \frac{1}{b^2}$$

結果、 $[0.785358, 0.785440]$ を得た（ $\pi/4$ の近似値）。

4. 考察・結論

マチンの公式より高精度で円周率の近似値の求める式を作ることができた。また、モンテカルロ法により円周率の値の確率的に評価することができた。

5. 参考文献

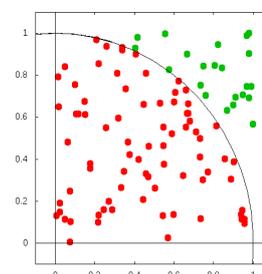
小林健太, 「円周率と arctan 型公式」, <http://kobayashi.hub.hit-u.ac.jp/topics/arctan.pdf>

PARI/GP, <https://pari.math.u-bordeaux.fr/index.ja.html>

モンテカルロ法と円周率の近似計算 | 高校数学の美しい物語, <https://manabitimes.jp/math/1182>

6. キーワード

円周率 マチンの公式 モンテカルロ法 チェビシェフ不等式



ペンローズタイルのタイル比について
The ratio of the number of tiles in Penrose tiling

Abstract

We have conducted research on the Penrose tiling. Penrose tiles are an example of non-periodic tiling invented by Roger Penrose in the 1970s. Penrose tiling uses quadrilaterals called the "kite" and "dart". We will discuss the ratio of the number of kites to the number of darts.

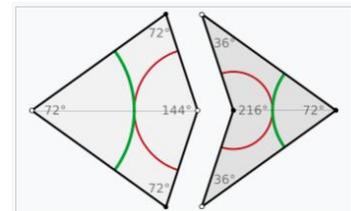
1. 目的

ペンローズタイルとは、ロジャー・ペンローズが1970年代に考案した非周期な並べ方が強制されるタイリングである（並進対称性をもたない鏡映対称性や5回回転対称性はもちうる）。カイト（図の左）とダート（図の右）と呼ばれる2種類の四角形を用いてタイリングを行う。その並べ方の規則について考察を行っていく。

2. 方法

サン（カイトを5枚並べた形）やスター（ダートを5枚並べた形）からはじめるタイリングを考える。タイリングはマッチングルールに従うように行っていく。マッチングルールとはカイトやダートに書かれた円弧が合うようにタイルを並べるというルールである。

半カイトと半ダートを考え、規則的にそれを細分化したものを考えるとこれもマッチングルールに従う。この規則でタイリングを大きくしていくことを考える。このときの、構成するダートとカイトの個数の比考えたい。



名称	最初のタイル	世代1	世代2	世代3
半カイト				
半ダート				
サン				
スター				

3. 参考文献

ペンローズ・タイル Wikipedia

4. キーワード

ペンローズタイル 非周期性 黄金比

図 Wikipedia ペンローズ・タイルより

サイコロの形状による出る目の確率変動

Probability variation of dice rolls depending on the shape of the dice

Abstract

The shape of dice is generally regular hexahedron, and the probability that each surface will appear is equally possible. Therefore, we generalize the probability of each surface appearing for dice of shapes other than a regular hexahedron.

1. 目的

サイコロの出目に関する形状や質量の要因を解明し一般化することで、サイコロの出る目を操作できるようにする。最終的に出る目とその確率が連動するサイコロを作成することを目標とする。

2. 仮説

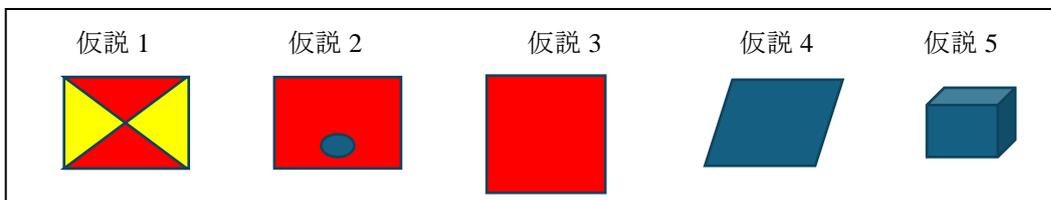
仮説 1 : 重心から遠い面のほうが、確率が高い

仮説 2 : 面の重さが重いほうが、確率が高い

仮説 3 : 二つの面の間角度の大きさによって、出る目が変わる

仮説 4 : 面積の大きさと出る目の確率には、相関関係がある

仮説 5 : 縮尺が小さいほど、散らばりが大きくなる



3. 方法

出る目の確率を変動させていると考えられる条件を変えた様々なサイコロを3Dプリンターで作成し、それらを振って目を記録し確率を計算する。

4. 予備実験

3Dプリンターで一般的な中を詰めた正六面体のサイコロを作成し、その出目が同様に確からしいことを確認する。

実験方法 : 3Dプリンターで20mm*20mmの正六面体のサイコロを作成し、

班員6人で合計1500回サイコロを振ってその確率を見る。

5. キーワード

サイコロ スキューダイス

魔神出しに関する研究 The research of "Majin Dashi"

Abstract

In this study, it was verified that in "Sosu Daihugou" the "Majin Dashi" method under certain conditions is more effective than "non-Majin Dashi" method in producing prime numbers.

1. 目的

トランプゲームの一種である「素数大富豪」において、素数が出やすいとされる「魔神出し」という方法で素数が生成される確率が、魔神出しを行わないときに素数が生成される確率と比較して有意かどうかについて検証する。この「魔神出し」とは $1001 = 7 \times 11 \times 13$ の倍数に、7, 11, 13 の倍数でない数を加えて素数を生み出そうとする手法のことを指す。

2. 条件設定

素数大富豪で行う「トランプを構成桁と見て自然数を作成する作業」を1回の試行とし、この結果、実際に素数が生成された場合に「試行が成功した」と考えることにする。

トランプ1セットから、9以下の数字を同じものが2枚ずつになるよう6枚選び、これを下図のように十万の位と百の位、一万の位と十の位、千の位と一の位が等しくなるように並べ替える。このときできた数を**基本数**と定義する。次に、この基本数を構成するトランプのペアの片側を1～3桁だけ変化させて新しい数を作る。このときできた数を**生成数**と定義する。この生成数は少なくとも2, 3, 5, 7, 11, 13の倍数でないようにする。このような魔神出しを行う条件のもとで、トランプのある桁の数字を変えて生み出される生成数が素数である確率を調べる。そして、少なくとも2, 3, 5の倍数でないという条件、すなわち魔神出しを行わない試行で素数が生成される確率とを比較する。



167167 **【基本数】**

→

147167 (1桁変化)

965167 (2桁変化) **【生成数】**

945167 (3桁変化)

3. 結果 下表は、魔神出しを行わない試行と、1桁だけ変化させて魔神出しを行った場合に素数が生成する確率を示す。

魔神出し	変化させる桁 (どちらか一方の桁)	生成数の数 (個) A	素数である生成数の数 (個) B	素数である確率 (%) $B/A \times 100$
行わない		151,764	45,191	28.689
行う	十万と百の位のペア	1,588	631	39.7
	一万と十の位のペア	1,588	660	41.6
	千と一の位のペア	632	250	39.6
	合 計	3,808	1,541	40.47

この表より、一万と十の位のペアのうちどちらか一方の桁の数字を変えたときに最も素数が生成される確率が高いことがわかった。また、2桁だけ変化させたとき、3桁だけ変化させたときに素数が生成される確率は、1桁だけ変化させたときには及ばないことがわかった。(2桁変化: 31.5%, 3桁変化: 33.8%) さらに、仮説検定より、今回検証した魔神出しが魔神出しを行わない場合と比較して5%有意を満たしたため、6桁の数の魔神出しが有意であることを示すことができた。

4. 考察・結論

カードの枚数によって素数が生成される確率に違いがあること、そして今回検証した魔神出しに5%有意が認められたことにより、手札の状況によって変化させる桁やその数字をうまく調整することで、より効果的な魔神出しを行うことができると考えられる。また、今後の展望として、素数の分布の偏りによって成功率自体に偏りが生じる可能性があるため、それぞれの桁の数字に着目して素数が生成される確率を調べていきたい。

5. 参考文献

- (1) 関 真一郎 2017 『素数大富豪公式ルール』
- (2) 岩淵 夕希 2019 『ペアが重要! 素数大富豪の新戦略「魔神出し」』

6. キーワード

トランプ 素数 素数判定

フィボナッチ数列の各項を自然数で割った際の剰余の周期

The period of remainders when the terms in Fibonacci sequence are divided
by a natural number

Abstract

Previous research has shown that the remainders of Fibonacci sequence terms divided by any natural number are periodic. We discovered and proved theorems to determine the length of period when terms are divided by a composite number by applying the period length when divided by a prime number.

1. 目的

この研究を行うことにより、フィボナッチ数列の各項を自然数で割った際の剰余に対する周期性の法則を解明する。

2. 方法

まず、フィボナッチ数列の各行を自然数で割った際の剰余の周期を求め、規則性がないか検討した。

次に、 $a_m \cdots$ フィボナッチ数列第 m 項

$n_m \cdots$ フィボナッチ数列を m で割った際に見られる剰余の周期の長さ

$\gcd(k, l) \cdots k$ と l の最大公約数

$\text{lcm}(k, l) \cdots k$ と l の最小公倍数

$\mathbb{N} \cdots$ 自然数全体の集合

$\mathbb{P} \cdots$ 素数全体の集合

と定義し、

以下を順に証明し、結論に至った

$$1. a_{m+2} \equiv a_{m+1} + a_m \pmod{q} \quad (q \in \mathbb{N})$$

$$2. a_{m_0+f} \equiv ua_f \pmod{q} \quad (f, q \in \mathbb{N}, u \text{ は } a_{m_0-1} \text{ を } q \text{ で割った余り})$$

$$3. a_m \equiv 0 \pmod{q} \text{ となる最小の自然数を } m = m_0 \text{ とするとき, } a_{km_0} \equiv 0 \pmod{q} \\ (q, k \in \mathbb{N}, u \text{ は } a_{m_0-1} \text{ を } q \text{ で割った余り})$$

$$4. a_{n_{p^k-1}} = xp^k + 1, a_{n_{p^k}} = yp^k \text{ とおくと, } a_{n_{p^k+j}} = (xa_j + ya_{j+1})p^k + a_j$$

$$5. a_{qn_{p^k}} \equiv gR \pmod{p^{k+1}} \quad (g, k \in \mathbb{N}, g > 1, R \text{ は } a_{n_{p^k}} \text{ を } p^{k+1} \text{ で割った剰余})$$

3. 結論

この研究では、フィボナッチ数列の各項を自然数で割った際の剰余に対する周期性の法則を見出そうとし、以下の二つの定理を発見した。

$$p \in \mathbb{P} \Rightarrow n_{p^k} = p^{k-1}n_p \quad \gcd(s, t) = 1 \Rightarrow n_{st} = \text{lcm}(n_s, n_t)$$

4. 参考文献

<https://manabitimes.jp/math/1434>

(数列における余りの周期性, 2024/7/16)

<https://mathcha.io/>

(数式作成時に使用, 2024/7/16)

5. キーワード

合成数 素数 合同式 予想 定理

研究テーマ：街灯の配置の最適化

Right position of Light

Abstract

One of the most important ways to reduce carbon dioxide emissions is to reduce electricity consumption. In this study, we focused on streetlights as one way to achieve it, and considered the placement of streetlights with the lowest energy consumption.

1. 目的

安全性を保つ明るさを満たしつつ消費電力を小さくするような街灯の配置の条件を見つけ、実際の街での街灯の配置が最適であるか考察する。なお、消費電力を小さくするには電球をLEDにする等の方法もあるが、本研究では電球の種類は変えずに、街灯の配置によって条件を満たす光度を最小にすることを目的としている。

2. 方法

一本道とT字路に街灯を置いたモデルを考え、そのとき法的に定められた道路の照度基準を満たす街灯の光度を求める。まず初めに一本道での街灯の最適な配置を考え、続けてT字路の場合について考える。T字路を考える際は、(i)交差点内に街灯を配置するパターン、(ii)交差点内に配置せず交差点外のみから照らすパターンの二つを考える。

3. 結果

(1)一本道での街灯配置について

正対した配置よりも交互に置いた配置の方がより少ない光度で照らせることが分かった。

(2)T字路での配置について

交差点内に街灯を配置することが必要条件となった。

4. 考察

結果(1)と(2)のパターンを組み合わせることで、最適な街灯の配置を導くことができると分かった。

5. 参考資料

- ・日本防犯設備協会技術標準 SES E1901-4「防犯灯の照度基準」,公益財団法人日本防犯設備協会,
<https://www.ssaj.or.jp/pubdoc/pdf/sese/E1901-4.pdf>
- ・IWASAKI LIGHTING HANDBOOK「2.1 逐点法による照度計算」,岩崎電気株式会社,
<https://www.iwasaki.co.jp/documents/jp/lighting/support/tech-data/calculation/calculation.pdf>

6. キーワード

照度、光度、街灯の配置、水平面照度、鉛直面照度

九点円の中心と五心の軌跡の関連性
Relationship between the locus of the nine-point circle and the five centroids

Abstract

After reading a textbook, we became interested in the nine-point circle and wondered if there was a pattern to the locus of its center. One vertex of a triangle was moved on a graph of $y = 1/x$. The points that were related to the locus of the center of the nine-point circle was investigated and the relationship was considered.

1. 目的

三角形に関する円である九点円において、三角形の1つの頂点を $y = 1/x$ 上で動かしたときに、五心のうち九点円の中心の軌跡と関連がある点を調べ、関連性について考察する。

2. 方法

九点円の中心と五心の座標を求め、関数アプリで表示する。三角形を変化させ、九点円の中心の軌跡と五心の中心の軌跡を表示し、軌跡の似ているもの同士についての位置関係を調べる。

3. 結果、考察

九点円の中心 (a, b) と垂心 (c, d) の位置関係について、 a を2倍に拡大すると c になり、三角形の動点の x 座標を m とすると、 $-0.2497 \leq m \leq 0.2497$ のときは d の方が大きく、 $m \leq -0.2502$ または $0.2502 \leq m$ のときに b の方が大きくなることが導かれた。

4. 結論

九点円の中心と垂心に関して、 x 座標については明確な規則があり、 y 座標は動点の値によって大小関係が変わる。

5. 参考文献

チャート式 基礎からの数学 I + A、数研出版

6. キーワード

九点円、軌跡、垂心

累乗数のある底における各位の和

Digit Sum of a Perfect Power

Abstract

We study a distribution of (a, b, c, d) which satisfies $s_a(b^d) = c$. First, we considered number of digits of b^d and got $1 \leq s_a(b) \leq (a-1)(\lfloor \log_a b \rfloor - 1)$. Second, we studied the sum of the first and last few sets of digits and found some patterns.

1. 目的

$s_a(b)$ を b の a 進法における各位の和として、 $s_a(b^d) = c$ となる (d, c) の組の散らばり方や他の表現について調べること。

2. 方法

b^d の a 進数での桁数を考えることで、 $s_a(b^d)$ を不等式で $1 \leq s_a(b) \leq (a-1)(\lfloor \log_a b \rfloor - 1)$ まで絞り込むことができた。

しかし、 $s_a(b^d) = c$ である (d, c) をプロットすると図1のように直線状に分布するその様子を説明するには不十分に思える。

そこで、ある条件の下で (d, c) を限定することができるか考えた。

また、そのままでは難しかったので上下の桁の和についても考えた。

3. 結果

$c = 1$ となるのは b^d が a の累乗数であるときであり、 $c = 2$ となるのは n, x を非負整数として、 $(a, b, d) = (a, a^n(a^x + 1), 1), (2, 3, 2^n), (b^d - 1, b(b^d - 1)^n, d)$ のいずれかのときである。
 $a \equiv 1 \pmod{b^{d_0}}$ のとき、 $d_0 \leq d$ なる d において、 b^{d_0} の倍数以外の c で $c = s_a(b^d)$ を満たす d は存在しない。

下 x 桁の各位の和は a の素因数を $\{f_i\}_{i \in I}$ とすると、 d について $a^x \prod_{i \in I} (1 - \frac{1}{f_i})$ の約数を周期として繰り返すことが分かった。 d について上 x 桁の各位の和が 1 となる間隔を考えると、 a, b が同じ自然数の冪でないとき $\log_a b$ は無理数であることから、 d について上 x 桁の各位の和は周期的になりえないと分かる。

さらに和が 1 になる d の間隔を調べてみると、ある (a, b, x) における間隔が 3 種類以下であり、間隔が 3 種類ならば一番長い間隔が残りの間隔の和になることが予想された。

137 339 137 202 137 202 137 202 137 202 137 339 137 202 137 202 137 202 137 202 137 202 137 202 137 339 339 137 202 137

$a=5, b=2, x=4$ のとき

13 13 2 13 15 13 2 13 15 13 2 13 15 13 2 13 13 2 13 15 13 2 13 15 13 2 13 15 13 2 13 15 13 2

$a=3, b=5, x=3$ のとき

図2 左から和が 1 になる d の間隔を並べたもの。但し $d = 0$ からの間隔も含む。

4. 参考文献

数学の研究を始めよう (1) 10 の累乗の階乗について <http://iitakashigeru.math-academy.net/gendai1.pdf>

5. キーワード

各位の和, 累乗数, 無理数, 小数, 自然数

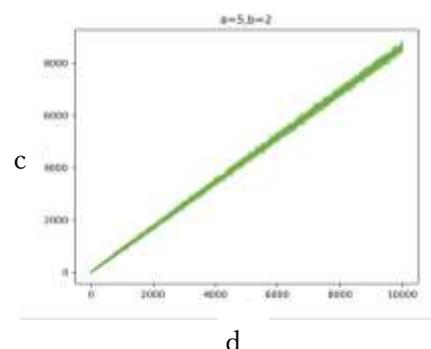


図1 $S_5(2^d) = c$ のグラフ

一筆書きできる図形の考察 Consideration of One Stroke Sketch

Abstract

We wanted to see if we could discover something new about figures that can be drawn in a stroke. As a result, for the number of vertices and edges, we could formulate a numeric expression, and the range in which the other exists when one is a variable. It was found that the number of figures can be expected to increase or decrease at a constant rate.

1. 目的

レオンハルト・オイラーによって一筆書きできる図形の判定方法が証明され、日常社会で幅広く活用されていることに興味を持ち、一筆書きできる図形の個数について知りたいと考えた。そこで、本研究では一筆書きできる図形の規則性について考察し、存在する図形の個数を一般化したいと考えている。

2. 方法

(点の個数… V 、辺の本数… E 、任意の E における V の最小値… V')

(1) 任意の V における E の値の個数を表す関数 $N_{(v)}$ の一般化。

(2) 任意の E における V の値の個数を表す関数 $N_{(E)}$ の一般化。

(3) 任意の (V,E) における存在する図形の個数をプログラミングを用いて調べる。

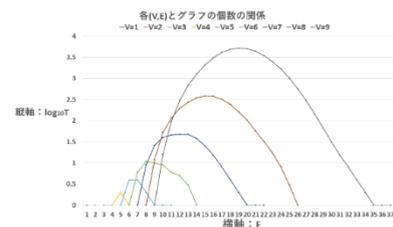
3. 結果

上記の関数の一般式は以下の通りとなることが分かった。

$$(1) \quad N_{(v)} = \begin{cases} \frac{1}{2}(v^2 - 3v + 4) & (v \text{ が奇数のとき}) \\ \frac{1}{2}(v^2 - 4v + 6) & (v \text{ が偶数のとき}) \end{cases}$$

$$(2) \quad N_{(E)} = E - V' + 2$$

(3) 任意の (V,E) における図形の個数を数えたものが、右上の通りである。



4. 考察

上記の表から、任意の V に対する図形の個数は、 E が最大値や最小値をとるときは少なくなり、中盤では大きくなる傾向にあるのではということが予想されるため、今後さらにデータを増やしていきたいと考える。

5. 結論

任意の V における E の値の個数を表す関数 $N_{(v)}$ は、 V の 2 次関数として単純な一般式を導出することができた。しかし、任意の E における V の値の個数を表す関数 $N_{(E)}$ は、現段階では、点の要素となる関数 V' を媒介しなければ表せない。よって図形を構成する点、辺の二つの要素のうち図形を決定する要素として重要であるのは点の個数であることが分かった。

6. 参考文献

鈴木晋一. “数学教材としてのグラフ理論”. 早稲田大学教育総合研究所, 2012, 197p

7. キーワード

一筆書き グラフ理論

コードで描く大自然—自動生成地形の探求— Generating Great Nature in Code

Abstract

We investigated a method for automatically generating realistic terrain using the idea of fractals to make modeling terrain easier. We classified the terrains and tried to represent the characteristics of each terrain using the fractal dimension.

1. 目的

架空の地形はゲームや仮想空間、都市計画などに利用されているが、デザイナーが一から作るのはただならぬ労力が必要となる。そこで、コンピュータによって自動で大まかな地形を生成し、デザイナーたちの負担軽減をすることが目的である。

2. 方法

現実地形の地形データをもとに地形の複雑さを表すフラクタル次元を各地形区分ごとに求める。（ここでは地形を大起伏地形、小起伏地形、成層火山、溶岩ドーム、丘陵、段丘に分類する）そして、既存の地形生成アルゴリズムの midpoint displacement method を用いて仮地形を生成し、そのフラクタル次元を作りたい地形区分のフラクタル次元に近づくようにアルゴリズムに入力する変数を調整する。双方のフラクタル次元の差が十分に小さくなったときの変数の値を求める。

3. 結果

フラクタル次元は大きい順に大起伏地形 > 溶岩ドーム > 成層火山 > 小起伏地形 > 段丘 > 丘陵であることがわかった。それにより、アルゴリズムに入力すべき具体的な数値を求めることができた。

4. 考察

成層火山と溶岩ドームはフラクタル次元が近い値になっており、同程度の複雑さを持つことが分かった。また、midpoint displacement method では一度決定された点はそのまま固定されるため、ギザギザと尖ったような地形になることが分かった。

5. 結論

現実の地形と同程度の複雑さを持つ地形を生成することに成功したが、midpoint displacement method のアルゴリズムには欠点が多く、さらなるアルゴリズムの改良が必要である。複雑さが近い地形区分の区別や不自然な尖り形状の緩和などの課題が残った。

6. 参考文献

自然景観のパラメトリックな自動生成、岡倫弘, 島田英之, 塩野充, 宮垣嘉也
ボックスカウント法によるフラクタル次元解析を3次元でやってみた Joji Tsuboi
表面粗さ曲線のフラクタル解析、児野武郎
国土地理院地図 地理院タイル

<https://maps.gsi.go.jp/development/ichiran.html>

The Diamond Square Algorithm, 64bitdragon

7. キーワード

フラクタル 仮想地形 自動生成 Python

ある壊れた鍵を開けるのに必要な試行回数の最小値
Minimum number of attempts required to open a given broken key

Abstract

To unlock a broken 3-digit dial padlock, two of all numbers must match the PIN. The minimum number of attempts that can always unlock the lock with any PIN was determined by using the concept of space vector.

1. 研究背景

インターネットでこの問題を見つけ、興味を持ち、研究することにした。

2. 研究目的

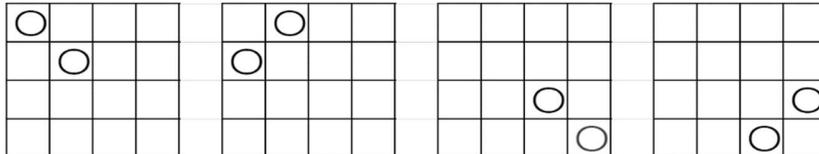
この研究で得た新しいアイデアを周囲に広め、既成概念にとらわれない総合的な思考力を向上させ、SDGsの目標4「すべての人に質の高い教育を」の達成に貢献できると考えた。

3. 研究方法

- (1) n をダイヤルで選ぶことのできる数字の種類と定義する。
- (2) 想定できるすべての暗号を規則的に並べ、 $n \times n \times n$ の立方体に配置して考える。
- (3) 最小試行回数を求め、最小値であることを証明する。
- (4) 予想される公式を求める。

4. 結果

$n=4$ のとき・・・8



<最小値である証明>

各段で調べる試行回数の最小値が1であると仮定する。(x=1,2,3,4のいずれかで1回だけ調べる)
この時、その段で調べていないマスが9つある。これを全て調べるために他の3つの段で最低9回調べる必要がある。よって試行回数の合計は最低でも10回となる。同様に、各段で調べる試行回数の最小値が3回以上となる場合も8回を超えてしまう。よって最小値は8となる。

$n = 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, \dots$ のとき、最小値 = 2, 5, 8, 13, 18, 25, 32, 41...

5. 結論・今後の展望

予想される最小値は、 n が偶数の場合は $n^2/2$ 、奇数の場合は $\{(n-1)/2\}^2 + \{(n+1)/2\}^2$ となる。この値が実際に最小値であるかどうかは明らかではないので、もう少し詳しく調べてみたい。

6. 参考文献 [壊れた金庫の安全性 \(問題\) - 日経サイエンス \(nikkei-science.com\)](http://nikkei-science.com)

7. [キーワード] ダイヤル 最小値 立方体

大分県立大分舞鶴高等学校
Oita Prefectural Oita Maizuru High School
RSA 暗号の暗号強度の向上
Improving the Security of RSA

Abstract

This research aims to improve the security aspects of the RSA encryption. From result 2, a large difference in decoding time emerged when the number of prime digits changed from 7 to 8. However, increased complexity may reduce the usefulness of encryption.

1. 目的

私たちが普段使用しているメッセージアプリは第三者からそのメッセージの内容を知られないように文章を送信の過程で暗号化することによって仮に第三者に覗かれたとしても内容が特定されないようになっている。本研究では、RSA暗号と呼ばれる素数の性質を利用した暗号の方式に着目し、より暗号の強度を向上させることを目標として研究を行った。

2. 方法

一般的な RSA 暗号の暗号化から復号化までの手順を素数の数を増やして行い、暗号として機能するのかを確認した後、素数の桁数や数によって暗号を解読するための時間にどれだけ変化が生まれるのかを調査した。

3. 結果

3個以上の素数を用いて暗号化から復号化までの手順を行うことが可能であった。時間を計測したことによってある特定の段階から解読時間が大きく変化した。

4. 考察

素数の数を増やし、解読時間を延ばすことは可能であるが、利便性が低下している可能性がある。

5. 結論

今回の研究によって、複数個の素数を用いて RSA 暗号の鍵作成から解読を行うことは可能であり、ある特定の段階から暗号の解読にかかる時間は大きく変化することが分かった。

6. 参考文献

1) 藤原良(1986).公開鍵暗号系計測と制御Vol.25, No.6p.530-534.

7. キーワード

RSA暗号 利便性 複雑化 通信技術 脆弱性