第17回 マスフェスタ

＜全国数学生徒研究発表会＞

日時　令和７年８月 23 日(土)

場所　大阪府立大手前高等学校

令和７年度　マスフェスタ（全国数学生徒研究発表会）

日　時　令和７年８月 23 日（土）　10 時 15 分～16 時 00 分

場　所　大阪府立大手前高等学校（大阪市中央区大手前２－１－11）

目　的　数学に関する生徒の取り組み（課題研究、部活動等）の研究発表を行うことにより、数学に対しての興味・関心を高め、今後の数学分野の教育活動及び生徒研究の発展に資する。

内　容　生徒による数学研究（課題研究等）についての発表会

方　法　ポスターセッション

時　程

■8 月 23 日（土）

9:30～　受付開始

発表準備（発表会場にて）

10:15～10:30　開会式

校長挨拶

指導助言の先生方ご紹介

10:30～12:35　午前の部

①10:30～11:20　AC 発表（BD 見学）

②11:20～12:10　BD 発表（AC 見学）

12:10～12:35　自由交流

12:35～13:20　昼休み

13:20～15:25　午後の部

③13:20～14:10　AD 発表（BC 見学）

④14:10～15:00　BC 発表（AD 見学）

15:00～15:25　自由交流

15:25～15:40　ポスター撤収

15:40～16:00　閉会式

講評

写真撮影

16:00～　解散

※「自由交流」は、自由見学・発表の時間です。ポスターを自由に見学することができます。また、自由に発表することもできますので、多くの方に研究成果を発信し、意見交換・研究交流する場としてご活用ください。

●指導助言（敬称略）

伊師 英之　大阪公立大学大学院理学研究科 教授

菊池 和徳　大阪大学大学院理学研究科 講師

澤田 晃一郎　京都大学数理解析研究所 特定助教

塩見 準　大阪大学大学院情報科学研究科 准教授

篠田 正人　奈良女子大学理学部数物科学科 教授

鈴木 咲衣　東京科学大学情報理工学院 准教授

高橋 太　大阪公立大学大学院理学研究科 教授

藤田 岳彦　中央大学理工学部 教授

町頭 義朗　大阪教育大学教育学部 教授

松本 佳彦　大阪大学大学院理学研究科 准教授

室谷 岳寛　京都工芸繊維大学基盤科学系　助教

NO.	都道府県	学校名	発表タイトル	分野
1	北海道	市立札幌開成中等教育学校	Ramanujan Nagell Equation	1：代数
2			量子アルゴリズムを用いたリンク機構の軌跡最適合成	6：情報分野
3			取れる石の個数が残りの石の個数に応じて変わるニムについて	1：代数
4	茨城	清真学園高等学校・中学校	トランプのカードはいつ混ざる？	4：確率統計
5			素因数分解の簡易化	1：代数
6		茗渓学園高等学校	証明の厳密化	1：代数
7			四角形の物理的重心の作図について	2：幾何
8	栃木	栃木県立栃木高等学校	リュカ数列の初期条件を変えた際の平方数との関係について	1：代数
9			n次元立方体の切断面における規則性	2：幾何
10			k-ナッチ数列と初期条件(a,a+1)型k-ナッチ数列の性質の解析	1：代数
11		作新学院高等学校	エピサイクロイドを含む星形正多角形の性質	2：幾何
12			反パスカル的三角形の有限性について	1：代数
13			三角関数のグラフと原点との距離の最小値の求法	3：解析
14	埼玉	埼玉県立所沢北高校	桜の開花日の正確な推定方法	4：確率統計
15			初期条件を変えたペラン数列の組み合わせによる素数判定の精度の向上	1：代数
16	千葉	千葉県立佐倉高等学校	N 角形を正 N 角形に，分配する数列について	2：幾何
17		市川学園市川高等学校	平面上に相似な2つの多角形および三角形を配置したときに現れる性質	2：幾何
18			リフル・イン・シャッフルとヒンズー・シャッフルを交互に行ったときの初期配置に戻るまでの回数	5：応用数学
19			2次漸化式で与えられる数列の下一桁の周期性	1：代数
20	東京	筑波大学附属駒場高等学校	Diophantine m-tupleの一般化に対する考察	1：代数
21			Why pointの一般化について	2：幾何
22			最適輸送問題の貪欲性の精度評価	6：情報分野
23		東京学芸大学附属高等学校	三次元空間におけるユングの定理の考察	2：幾何
24	神奈川	横浜市立横浜サイエンスフロンティア高校	1次以外の分数関数に合成周期性はあるのか	3：解析
25			正四面体で構成された多面体を監視するために必要な監視カメラの個数	2：幾何
26	新潟	新潟県立長岡高等学校	トリリウムの定理に関する研究	2：幾何
27	富山	富山県立富山中部高等学校	コラッツ予想の類題とその研究	1：代数
28	石川	石川県立小松高等学校	９つの点問題の拡張	2：幾何
29			サイクロイド曲線の性質の拡張	3：解析
30			平面上の異なる5点に対する最小シュタイナー木問題について	2：幾何
31	山梨	北杜市立甲陵高等学校	ある自然数の倍数判定の簡略化	1：代数
32			高品質な音声合成システムの開発	6：情報分野
33	長野	長野県屋代高等学校	あみだくじの数学と方程式	1：代数
34			複素記数法が完全性と一意性を持つ条件の解明とその活用	1：代数
35			正方形ブロックの構造の考察	4：確率統計
36	静岡	静岡市立高等学校	二次無理数の奇数連分数展開の循環について	3：解析
37	愛知	愛知県立明和高等学校	反転変換を用いたフラクラル生成	2：幾何
38			スーパー〇×ゲーム	5：応用数学
39		名古屋市立向陽高等学校	粘菌アルゴリズムの拡張	6：情報分野
40			群、体を用いた代数方程式の考察	1：代数
41			4×4×4オセロとそのAIの設計	6：情報分野
42	滋賀	滋賀県立膳所高等学校	2回合成関数が一次関数になるf:N→N	1：代数
43	京都	京都府立嵯峨野高等学校	n 進法におけるx! の末尾の0 の数についての考察	1：代数
44			折り紙ユニットにおける多面体の配色について	5：応用数学
45			３倍積完全数の平行移動について	1：代数
46		立命館高等学校	複素フィボナッチ数列の生成と一般化	1：代数
47	大阪	大阪府立生野高等学校	役の完成が勝率に及ぼす影響in ポーカー	4：確率統計
48			一人ポーカーでフルハウスを出すための最適なアプローチ	4：確率統計
49		大阪府立四條畷高等学校	数理ゲームの作成及び必勝法の確立	4：確率統計
50			折り紙工学の応用	5：応用数学
51			四次元図形の可視化	6：情報分野
52			人工生命を用いたシアノバクテリアの細胞共生説の再現	6：情報分野
53			迷路における最短経路アルゴリズム	6：情報分野
54		大阪府立天王寺高等学校	ピックの定理を応用した曲線領域の求積法	2：幾何
55		大阪府立豊中高等学校	京大数とは何者か ～石取りゲーム上の陰謀≪ストラテジー≫～	1：代数
56			ボカロの数学　流行曲の傾向をさぐる	5：応用数学
57			ポーカーと数学	4：確率統計
58			コラッツ予想を解決！？	5：応用数学
59		大阪府立富田林高等学校	ビュフォンの針の実験から円周率を求める	4：確率統計
60			ウラムの螺旋を用いた素数と幸運数の関係を考察	5：応用数学
61			切手問題	1：代数
62		大阪府立東高等学校	エレベーター、エスカレーター、階段はどれが一番速いか。	5：応用数学
63		大阪府立大手前高等学校	奇数の完全数	1：代数
64			数学パズル	1：代数
65			ホップステップジャンプ数	1：代数
66			Pn循環節の長さについての考察	1：代数
67	兵庫	兵庫県立尼崎小田高等学校	オイラーの素数生成多項式について	1：代数
68			ペンローズタイルについて	2：幾何
69		神戸大学附属中等教育学校	超過剰数の諸性質と列挙アルゴリズムについて	1：代数
70			r(n)関数（剰余に関する数論的関数）とその周辺	1：代数
71			楕円上の一点における曲率円の中心の軌跡	2：幾何
72	広島	広島大学附属高等学校	テーマパークにおける最適巡回路の提案	6：情報分野
73	徳島	徳島県立脇町高等学校	極(A,B)と極線Ax+By=1の反転による考察	1：代数
74	香川	香川県立観音寺第一高等学校	バロンドールの選考基準と選手のプレーの関係	5：応用数学
75		高松第一高等学校	ごみ投げの達人～物体投射の最適な計算式の研究～	4：確率統計
76	愛媛	愛媛県立西条高等学校	様々な多項式を用いた近似	3：解析
77	大分	大分県立大分豊府高等学校	再帰構造をもつパズルの数学モデル	5：応用数学
78		大分舞鶴高等学校	n^2+1の形で表すことのできる素数は無限に存在するかの検証	1：代数

市立札幌開成中等教育学校

発表テーマ
Ramanujan Nagell Equation

Abstract

This paper explores elementary approaches to solving the Ramanujan–Nagell equation $2^n = 7 + x^2$ aiming to avoid advanced algebraic number theory. Three perspectives are presented: congruence analysis, prime-restricted cases, and transformation to a generalized Pell equation. While a complete solution is not obtained, each method reveals structural insights and potential for generalization to broader Diophantine equations.

１．目的

Ramanujan Nagell Equationは現在有理数の拡大体を用いた解法が一般的である。そのため、本稿ではより初等的、または簡易な解法を考え、（その方法で実際に私が解けたかどうかに関わらず）解法の一つとして提案することを目的とする。また、いくつかの特殊なケースに関しても議論を行う。

２．方法

方法1 modを使って問題を解く
方法2 nが素数である場合に関する平方剰余を用いた考察
方法3 一般化した$-7 = x^2 - 2m^2$というペル方程式に関する考察

３．結果

nが偶数の時、$7 = (2^{(n+2)/2} - x)(2^{(n+2)/2} + x)$と因数分解することで、解が$(n, x) = (2, 3)$に定まることがわかる。以下、nを奇数とする。

特にx≡3(mod 8)およびx≡5(mod 8)の2つの場合に分け、漸化式に基づく数列を構築して整数解の探索を試みた。そして数列の構造から「一般項が得られれば解全体の構造も判明する」可能性を示した点が成果。素数pに対して同様の方程式$2^{p+2} = 7 + x^2$を扱い、素因数の合同条件に関する解析を行った。Fermatの小定理やJacobi記号、平方剰余の性質から、関係する素因数qに厳しい合同条件を導出（例：q≡1(mod 3),(mod 8p),(mod 24p)）。数論的な条件の観察により、特定の形の素因数に絞り込める可能性を示した。元の方程式を変形し、一般化ペル方程式 $x^2 - 2m^2 = -7$として捉えることで、新たなアプローチを提案。解の生成法（再帰式）を導出し、解の列に関する母関数とその展開を用いて一般項を求めた。特に、得られた数列がフィボナッチ数列に類似しており、既知の結果「フィボナッチ数列のべき乗解は有限個」に基づき、有限性の証明可能性を示唆。

４．考察

本稿では、**Ramanujan Nagell 方程式**の整数解を求めるために、3つの異なるアプローチ（2.1～2.3）を試みた。**全ての整数解を導出することには成功しなかった**が、各手法は他の類似方程式やより一般的な問題に応用できる可能性を持っている。特に **2.3のアプローチ（一般化ペル方程式）**は、次のような方程式：$5^x = n^2 + 4$にも適用可能であることが示され、**フィボナッチ数列がべき乗になる条件**との関係を通じて解が得られる場合がある。

５．結論

よって、本稿の試みは部分的ではあるが、**Ramanujan Nagell型方程式全体に対する有力なアプローチを提案できた**と評価している。

６．参考文献

・Omer I. Eid (2015,November,07). Ramanujan-Nagell Equation: A Simple Solution. Retrieved May, 31, 2025, from https://citeseerx.ist.psu.edu/document?repid=rep1&type=pdf&doi=64a8faf495e6a109e8a1c8dfa3a403c01654e3ee
・T. Nagell (1961,April,06). Retrieved June, 01, 2025, from https://projecteuclid.org/journals/arkiv-for-matematik/volume-4/issue-2-3/The-Diophantine-equation-x2+7 = 2n x272n/10.1007/BF02592006.full
・Herbert S. Wilf (1989,September,01). generatingfunctionology. RetrievedJune, 01, 2025, from https://www2.math.upenn.edu/ wilf/gfology2.pdf
・ごちすう製作委員会 (2023,August,09). mod p 完全攻略-位数を中心に.Retrieved May, 31, 2025, from https://gochisuu.netlify.app/topics/orpr/
・Samir Siksek (2008,February,01). CLASSICAL AND MODULAR APPROACHES TO EXPONENTIAL DIOPHANTINE EQUATIONS I. FIBONACCI AND LUCAS PERFECT POWERS. Retrieved June, 01, 2025,from https://arxiv.org/pdf/math/0403046

７．キーワード

Ramanujan Nagell equation　整数論　初等的解法　代数

市立札幌開成中等教育学校
Sapporo Kaisei Secondary School

量子モンテカルロ法を用いたリンク機構に関する研究

Research on linkage mechanisms using the quantum Monte Carlo method

Abstract

This study proposes a novel method combining Markov Chain Monte Carlo (MCMC) and quantum algorithms to visualize four-bar linkage trajectories without solving nonlinear equations. It enables accurate trajectory generation and parameter estimation even for complex mechanisms and high-dimensional designs.

1. 目的

四節リンク機構は幅広く利用されているが、従来の方法では、その軌道を可視化するために非線形連立方程式を反復的に解く必要がある。また、指定した 9 点以上を通過するリンク設計は解析的に求めることができず、最適化手法を使っても、非凸・多峰性ゆえ局所解に陥る問題があった。本研究では、マルコフ連鎖モンテカルロ法（MCMC）と量子アルゴリズムを用いた新たな手法を提案し、これらの問題を解決する。

① MCMC による軌道生成：リンク構造を確率重みとして扱い非線形方程式を解かず coupler 軌道を可視化

② MCMC によるパラメータ推定：最適化を用いずリンク長を推定し複雑機構や高次元設計へ適用可能とする

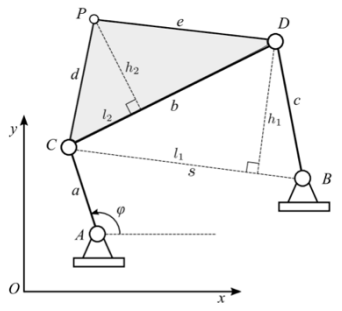
2. 方法

① 軌道生成：$\{D_x, D_y, P_x, P_y, \phi\}$を可変パラメータとし、各辺長が$b, c, d, e$に近いほど大きくなる重み w を設定する（gは適当な定数）

$$w(D_x, D_y, P_x, P_y, \phi) = \exp[-g[(|CD| - b)^2 + (|BD| - c)^2 + (|CP| - d)^2 + (|DP| - e)^2]]$$

これをメトロポリス法によってサンプリングし、平面上にプロットする。

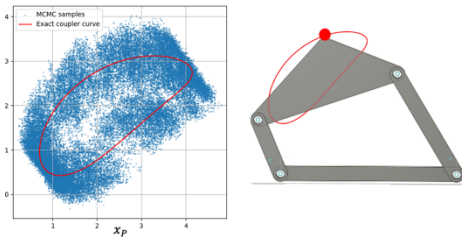
② パラメータ推定：$\theta = \{A_x, A_y, B_x, B_y, a, b, c, d, e\}$を可変パラメータとし、ループ閉鎖式、あるいは①の手法を使用し曲線をプロットする。$C(\theta)$を目標の曲線と計算された曲線の差と定義し、パラメータをランダムに変化させる。同様にメトロポリス法によってサンプリングし、値を求める。



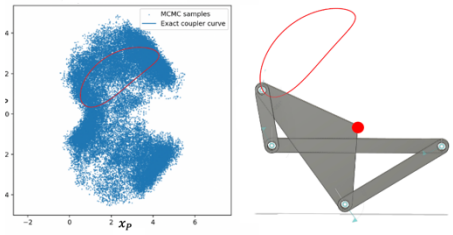
Romero et al (2019). SN Applied Sciences, 1504.

3. 結果

結果、右の図に示す結果が得られた。①軌道生成に関しては、正確な曲線に沿うように分布が得られた。②パラメータ推定に関しては、指定した点に類似した形を描くリンク機構のパラメータを求めることができた。



▲ 一般的な姿勢によって得られる軌道



▲ リンクを内側に折り込んだ時に得られる軌道

4. 考察

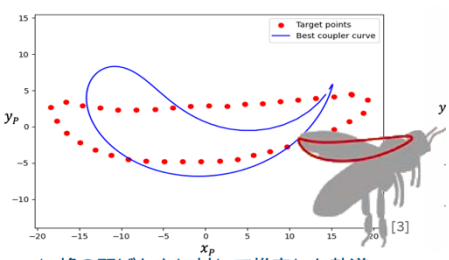
①軌道生成に関しては、条件によって軌道が上下に分離する現象が確認された。このことから、本手法はリンクの折り込み状態を同時に表現できる可能性が示唆される。一方で、局所解に陥るケースも見られたため、この問題の改善には量子 MCMC の導入が有効であると考えられる。

5. 結論

本研究では、モンテカルロ法と量子アルゴリズムを融合させた新規手法を提案した。今後は Jansen 機構・多節機構・3 次元運動への拡張に取り組みたい。

参考文献

[1]Bai, S., & Angeles, J. (2015). Mechanism and Machine Theory, 94, 177–187. [2]Hills, C. et al. (2024). Mechanism and Machine Theory, 196, 105628. [3]Romero, J. et al. (2019). SN Applied Sciences, 1504. [4]Layden, D. et al. (2023). Nature, 619(7969), 282–287. [5]Vance, J. T. et al. (2014). PBZ, 87(6), 870–881.



▲ 蜂の羽ばたきに対して推定した軌道

キーワード

四節リンク機構、モンテカルロ法、量子アルゴリズム、マルコフ連鎖

市立札幌開成中等教育学校
Sapporo Kaisei Secondary School

取れる石の個数が残りの石の個数に応じて変わるニムについて
About the Nim game, the choices are determined by the number of stones remaining.

Abstract
In the game of Nim, players take turns removing stones from a pile, and the player who removes the last stone wins. The purpose in this study is to reveal the relationship between the Nim games that the allowed moves depend on the number of remaining stones and not.

１．目的
ニムとは2人で行うゲームである。プレイヤーは自分の手番に、いくつかの石を含んだn個の山から山を一つ選び、そこから「石を許された数だけ取り除く」ということを1セット行う。これをお互いに繰り返し、最終的に相手が石を取れない状態で手番を渡した方が勝つというものである。この研究では、「石を取り除く個数として許された数」(以下、除去可能数)が残りの石の個数に応じて変動するニム(以下、ニムA)と、除去可能数がゲーム中常に一定であるニム(以下、ニムB)の関係性について考察する。

２．方法
ニムBのグランディ数列と、ニムBから派生してできたニムAのグランディ数列を比較して考察する。また、山が一つの場合に限って考える。
以下、残りの石の数を n とし、$n \equiv a\ (mod 3)$に対する除去可能数の集合を S_a と表記する。
ニムBの具体例として、ニムB.1 ： $S = S_0 = S_1 = S_2 = \{1, 2\}$ を考える。
また、ニムAの具体例として、以下のようなものなどを考える。
ニムA.1 ： $S_0 = \{1\},\ S_1 = S_2 = \{x \mid x \in N\}$

３．結果
(1)ニムAに応じて現れるグランディ数列の中にはニムBの下では絶対に現れないものがあるということが判明した。具体例：ニムA.1
(2)予想であるが、ある2つのニムX, Yを比較したときに、 $\forall n,\ Sx_n \subset Sy_n$ であるならば、
$\forall n,\ g_x(n) \geq g_y(n)$ である。
(ニムZの残りの石の数が n 個であるとき、除去可能数の集合を Sz_n 、グランディ数を$g_z(n)$と表記している)

４．考察
(1)ニムA.1のグランディ数列について、$n = 0, 1, 2, 3$ の場合について考えていけば、ニムBの除去可能数の集合を定めることができないと分かり、証明できる。
(2)後ほど、証明、反証する。

５．結論
(1)でニムBにはないグランディ数列がニムAには存在したことから分かるように、除去可能数という上辺だけではなく、グランディ数列という内部のことも、ニムBからニムAに拡張したときに同時に拡張されるのだということが分かった。

６．参考文献
佐藤文広（2014）．石取りゲームの数学 － ゲームと代数の不思議な関係．数学書房.

７．キーワード
組合せゲーム理論　排他的論理和　離散数学　ニム　グランディ数

清真学園高等学校・中学校

トランプのカードはいつ混ざる？

Abstract

Have you ever played cards? Most people probably have, but many may find it inconvenient when the cards are not shuffled properly, such as when numbers appear in consecutive order. In order to reduce such inconveniences, we will study efficient ways to shuffle cards.

１．目的

おそらくほとんどの人がトランプで遊んだことがあるだろうが、何回のシャッフルでそのトランプが混ざるのが考察し、一番効率よく混ざるシャッフルを考える。

２．方法

同じ記号のカード１３枚を用いて、それらをランダムに入れ替える。隣り合っている数の差の絶対値の平均をとり、その値の大きさで混ざり具合を定義する。比較のために、値の最大値、最小値を求める。値が大きいほど混ざったと考える。

３．結果

最大値は 6.5 となり、最小値は 1.0 となることがわかった。最小値となるときは数が小さい順から並べた場合、最大値は左から差の絶対値が１３から１まで段々と下がっていく場合となった。

４．考察

今回は最大値と最小値を求めたが、これだけだと混ざっているか混ざっていないかの境目がわからないので、複数回試行した後求まった値の平均を求めて、その平均との大小を比較することで混ざっているかどうかの区別がつきやすくなると考える。その後は、ランダムではなく規則的に動く混ぜ方でやってみようと思う。また、一部の数字だけ入れ替えても混ざったと視覚的に言える場合があるため、そこの程度をはっきりさせるためにどのような工夫が必要か思考する必要があると考える。

５．結論

混ざった状態の定義がまだまだ不十分である。また、単純な操作でも値の変動に大きな影響を与えることがわかった。

６．参考文献

なし

７．キーワード

トランプ　シャッフル

清真学園高等学校・中学校

Simplifying Prime Factorization

Abstract

Prime factorization is an operation that expresses a given natural number as a product of prime numbers. Prime factorization is not difficult for small numbers, but it becomes more difficult as the numbers get larger. Therefore, I investigated whether there is a way to simplify prime factorization.

１．目的

小さな素数から順番に割っていくという従来の方法より簡単に素因数分解をする方法があるのかどうか調べる。

２．方法

自然数Nに対し因数分解[$A^2-B^2=(A-B)(A+B)$]の形に変形し、それを利用して素因数分解をする。（例1）

Aの値を不等式や余りに着目して絞る。

Nが2つの平方数の和で表せるという条件を与える。

※Nが2,3,5の倍数の時、割り切れることが自明であるため考えない。

例1)

$2021=45^2-2^2$

$=(45-2)(45+2)$

$=43\times47$

３．結果

1. Nが自然数K以上に素因数がある時　$\sqrt{N}\leqq A\leqq(N+K^2)/2K$
2. Nの余りによってAの余りを求めた。（表1）
3. $N=C^2+D^2$の時　$A=l^2+m^2+n^2$　$B=2lm$　$C=l^2-m^2+n^2$　$D=2mn$ …Ⅰ

特に、$C=4c+1$　$D=8cde$　$2c+1=d^2+e^2$の時

$\rightarrow A=8c^2+4c+1$　$B=4c(d^2-e^2)$ …Ⅱ

$C=4cd+1$　$D=2(c^4-d^4)$の時

$\rightarrow A=2(c^2+d^2)^2+4cd+1$　$B=2(2cd+1)(c^2+d^2)$ …Ⅲ

表1)

$N\equiv1/3(\mathrm{mod}4)$	
→Aは奇数/偶数	
$N\equiv1/2(\mathrm{mod}3)$	
$\rightarrow N\equiv\pm1/0(\mathrm{mod}3)$	
$N\equiv1/2/3/4(\mathrm{mod}5)$	
$\rightarrow A\equiv1,0/1/-1/-1,0(\mathrm{mod}5)$	

４．考察

結果3のⅠにおいてl,m,nは整数でなくてもよいのでD＝2mnの式から直接m,nを求めることは難しい。そこで、C、Dに条件を与える形（Ⅱ、Ⅲ）でA,Bの値を調べた。ここで、Ⅱ、ⅢのAの値に着目すると、Dの因数の偶数倍とCの和で表されている。これより、一般のAに対しても同様のことが成り立つのではないかと感じた。

５．結論

一般の自然数Nに対しての素因数分解における、特殊な状況下に限り素因数分解は簡易化できたが、状況が限定的である為、改良がまだまだ必要だと感じた。

６．参考文献

https://sb7a0d723b74960e1.jimcontent.com/download/version/1519044047/module/12770143889/name/01_%E5%B9%B3%E6%96%B9%E6%95%B0%E3%81%AE%E5%92%8C.pdf

７．キーワード

素因数分解、素数の判定法

証明の厳密化

茗渓学園高等学校

1. Abstract　I investigated the logical foundations of a set-theoretic statement using natural deduction, and found that the phrase “for any” relies on specific inference rules. This led me to recognize that ambiguity in classroom proofs often comes from unclear distinctions between axioms, definitions, and theorems.

2. **動機**　授業での証明で腑に落ちないことが度々あった。集合論のテストでその思いが強まり、数理論理学の入門書を読んでみて、現代の数学は証明をどう扱っているのか調べることにした。

3. **目的**　「全体集合 U の部分集合 A,B について、任意の集合 C に対して、$A \cap C = B \cap C$ は A=B であるための十分条件である」ということを厳密に考察する。

4. **方法**　「任意の」と「十分条件」という語を定義し、自然演繹の導入図による証明を試みる。

5. **結果**　V を集合の集合の全体の集合,U を全体集合とする

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\forall C \in \mathrm{V}(A \cap C = B \cap C)}{A \cap U = B \cap U}}{A = B}}{(\forall C \in \mathrm{V}(A \cap C = B \cap C)) \Rightarrow A = B}}{\forall A \forall B \in \mathrm{V}\,[(\forall C\,(A \cap C = B \cap C)) \Rightarrow A = B]}$$

全称除去：$C := U$
集合の性質（全体集合による交）
含意導入
全称導入

6. **考察**　納得できなかったところは導入図の全称除去にあたり、「任意の」という語が全称除去という推論規則によって定義されていることが分かった。また集合を量化するのはパラドックスを引き起こしかねない危ういことだということも分かった。証明に曖昧さを感じていたのは、体系の公理は明示されていても、推論規則が明示されていなかった点と、定義と定理の区別が明確でないまま授業が進んでいくことにあったことだと思った。

参考文献　鹿島亮. 数理論理学. 朝倉書店,2014

キーワード　集合　述語論理　記号論理

茗溪学園高等学校

四角形の物理的重心の作図について

【Abstract】

This study is aimed at finally drawing the physical center of gravity of the polygon. Specifically, a method for drawing the physical center of gravity of a quadrilateral was studied along with proof.

【動機】

学校の授業で三角形の五心について学んだ。五心の中で、重心のみが多角形に拡張できるため、多角形の物理的重心の作図法を考えた。

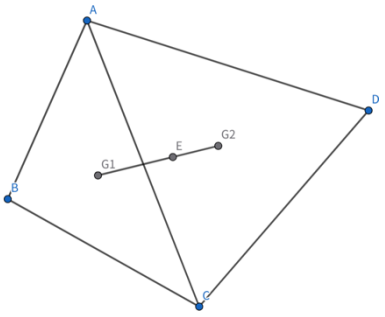
なお、物理的重心とは、その図形を板で作ったときに、1 点で釣り合いの取れる点を指す。三角形の頂点から対辺の中点を結んだ線分の交点を幾何的重心という。

三角形については、幾何的重心と物理的重心が一致することは証明なしで使う。

【目的】

その１：四角形の物理的重心を作図する。

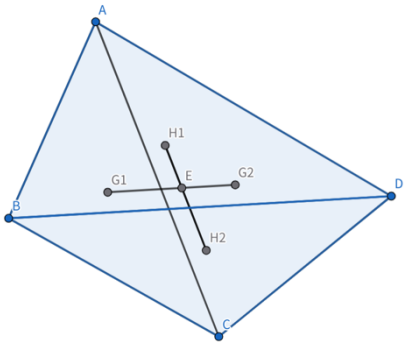
その２：N 角形の物理的重心の作図に拡張する。



【方法】

四角形の物理的重心の作図(右上図)

1. 物理的重心の定義に従って作図する。
   a. 四角形を⊿ABC と⊿ACD に分割する。
   b. それぞれの三角形の重心 G1，G2 を求める。
   c. 線分 G1G2 を⊿ACD：⊿ABC の比に内分する点を求める。
2. ⊿ACD と⊿ABC、⊿ABD と⊿BCD の二通りに分割する(右図)
   a. ⊿ACD と⊿ABC の重心 G1，G2 を求める。
   b. ⊿ABD と⊿BCD の重心 H1，H2 を求める。
   c. 直線 G1G2，H1H2 の交点を求める。



【考察】

物理的重心の定義に従った作図 1 は、明快でわかりやすいが、分割した三角形の面積を求めるという作業が必要になる。実際は底辺が等しいので、対角線の線分の比で代替できるが、分割の仕方によって、同じ点が作図されるかという疑問も残る。

作図 2 は、分割の仕方を変えて、交点を求めるだけなので、簡便な方法だが、作図 1 と一致することを証明する必要がある。

また、凹四角形の場合の作図法にも、若干の工夫が必要になる。

【参考文献】

特になし

栃木県立栃木高等学校
Tochigi High School

リュカ数列の初期条件を変えた際の平方数との関係について

The relationship with square numbers when changing the initial conditions of the Lucas sequence.

Abstract

In previous research, we discovered and proved the relationship between the Lucas sequence and square numbers. In this study, we changed the first term and the next term of the Lucas sequence. However, we have proven that similar properties do not hold for initial conditions other than the Lucas sequence.

1. 目的

リュカ数列とはn番目(nは0以上の整数)の項を L_n として $\boldsymbol{L_0 = 2}$，$\boldsymbol{L_1 = 1}$ と隣接3項間漸化式 $\boldsymbol{L_{n+2} = L_n + L_{n+1}}$ で与えられる数列であり、フィボナッチ数列の初項を2に変えた数列である。

リュカ数列の配列：2,1,3,4,7,11,18,29,47,76,123,199,322, …

以前の研究でリュカ数列の4k項目は(平方数－2)、4k+2項目は(平方数+2)の形で表せることを証明した。そこでリュカ数列の初期条件（$\boldsymbol{L_0}$，$\boldsymbol{L_1}$）を任意の自然数に変えて、同様の性質が成り立つような自然数の組が存在するか調べた。

2. 研究方法

リュカ数列とフィボナッチ数列の関係を調べて命題を整理した。その後リュカ数列をmod4で考えたときに現れる周期と、平方数をmod4で考えると0か1になる性質を利用した。

3. 結果

リュカ数列の初期条件($\boldsymbol{L_0}$，$\boldsymbol{L_1}$)を変えた時に、上記の性質が成り立つような初期条件は存在しない（$\boldsymbol{L_0 = 2}$，$\boldsymbol{L_1 = 1}$ のときのみ成り立つ） ことを背理法で証明した。

4. 考察

リュカ数列の平方数についての性質は初期条件を変えたときには見られなかった。

フィボナッチ数列型の数列と平方数の関係について調べる場合、最初の2項に着目して考えることが有効であると考えられる。

5. 結論

リュカ数列でみられた平方数についての性質は初期条件を変えると成り立たず、リュカ数列のみで成り立つことを証明した。

6. 参考文献

J. H. E. Cohn, "Square Fibonacci Numbers, Etc." *Fibonacci Quarterly* **2** 1964, pp. 109-113.

7. キーワード

リュカ数列　平方数

n 次元立方体の切断面における規則性

Regularity in the cross-sections of n-dimensional cubes

Abstract
Rules regarding the number of vertices of the cross-section of a hyperdimensional polyhedron by a hyperplane.

1， 目的

n 次元立方体について、頂点数は 2^n のように規則性がある
よって同様に n 次元立方体の n 次元超平面による切断面にも規則性があると考えた

2， 研究方法

n 次元超立方体：一辺が 1 であり原点と点 A(1,1,...1)を頂点に持つ
n 次元超平面：定数 p と軸に対応する定数 d を用いて $d_1+d_2+...+d_n=p$...①と表す
(0≦p≦n)
①の p 値を 0 から n まで変化させ、切り取る超切断面の頂点数を調べる

3， 結果

P が整数の時、頂点数は ${}_nC_p$ 個
頂点数の最大値は n が偶数の時、${}_nC_{n/2}$ 個
n が奇数の時、$n\times{}_{n-1}C_{(n-1)/2}$ 個

4， 考察

そこから、d の係数を a とした超平面 $a_1d_1+a_2d_2+...+a_nd_n$ で考えたときは係数 a の値も切断面に関わると考える

5， 結論

超平面 $d_1+d_2+...+d_n=p$ 場合の切断面についての規則性が発見できた

6， 参考文献

超立方体の基本単体の切断 https://ikuro-kotaro.sakura.ne.jp/koramu/1016_rr.htm
四次元立方体を切る - サイエンスとサピエンス

7， キーワード

n 次元立方体、超平面

栃木県立栃木高等学校

Tochigi High School

K－ナッチ数列と初期条件(a,a,,,a,a+1)型K－ナッチ数列の性質の解析

Analysis of the properties of K-bonacci sequences and the initial conditions of type a,a,,,a,a+1 K-bonacci sequences.

Abstract

In many traditional studies, the focus was on the components of the solution's influence in the characteristic equation and proofs were provided. In this study, we moved the initial values to analyze the structure of the limit 'function' and provided a proof.

1. 目的

K－ナッチ数列とは、フィボナッチ数列を一般化した数列のことで、n番目の項を$F_n^{(k)}$として、

$F_0^{(k)}=F_1^{(k)}=\cdots=F_{k-2}^{(k)}=0$、 $F_{k-1}^{(k)}=1$, $F_n^{(k)}=\sum_{i=1}^{k}F_{n-i}^{(k)}(n\geq k)$で与えられる数列である。

また、初期条件(a,a,,,a,a+1)型k－ナッチ数列とは、n 番目の項を$G_n^{(k)}$として、

$G_0^{(k)}=G_1^{(k)}=\cdots=F_{k-2}^{(k)}=a$、 $G_{k-1}^{(k)}=a+1$ $G_n^{(k)}=\sum_{i=1}^{k}G_{n-i}^{(k)}(n\geq k)$で与えられる数列である。

従来の多くの証明では、特性方程式での解の影響の成分に注目し証明をしていた。そこで、初期値を動かして極限の「関数」の構造の解析を行い、K－ナッチ数列の比の極限と初期条件(a,a,,,a,a+1)型k－ナッチ数列の比の極限が一致するかを調べた。

2. 研究方法

まず初めに数列$\{F_n^{(k)}\}$の一般項と数列$\{G_n^{(k)}\}$の一般項をそれぞれ導出した。そこで、数列$\{G_n^{(k)}\}$の初期条件を動かすために、数列$\{G_n^{(k)}\}$を以下のように線形結合した。

$G_n^{(k)}=a\cdot U_n+V_n$

ここで、a は正整数、 U_n:初期条件(1, 1,,,1, 1)のときの数列 V_n:初期条件(0,0,,,0, 1)のときの数列

＊このような結合が可能なのは、漸化式が線形であるためである。

求めた一般項を用いて、数列$\{F_n^{(k)}\}$と数列$\{G_n^{(k)}\}$のそれぞれの比の極限が一致することを確かめた。

3. 結果

数列$\{F_n^{(k)}\}$と数列$\{G_n^{(k)}\}$の比の極限が一致することが証明した。

4. 考察

数列$\{F_n^{(k)}\}$と数列$\{G_n^{(k)}\}$の比の極限が一致することを調べる場合、数列$\{G_n^{(k)}\}$を表現するとき線形結合をすることが有効であると考えられる。

5. 結論

数列$\{F_n^{(k)}\}$の初期値の差が1になるように初期条件を変えても、もとの数列である数列$\{F_n^{(k)}\}$の比の極限と一致することを証明した。

6. 参考文献

nナッチ数列の隣接する2項間の比の極限(岡山県立岡山一宮高等学校)、pp. 6

数列の定数係数線形漸化式について(新潟工科大学)pp. 4～5

7. キーワード

K―ナッチ数列　比の極限

作新学院高等学校
Sakushin Gakuin High School

エピサイクロイドを含む星形正多角形の性質
Properties of stellated regular polygons containing epicycloids

Abstract

To investigate the properties of the stellated regular n-angle. In addition, we will find the locus of the circle around the circumference of the stellated regular n-gon.

１．目的
星形正多角形の性質を調べる。加えて，星形正多角形の外周をまわる円の軌跡を求める。

２．方法
星形正多角形の性質について三角関数などを用いて調べる。グラフ描画アプリ「GeoGebra」を用いて星形正多角形の外周を滑らかにまわる円の様子を調べる。

３．結果
〈エピサイクロイド〉
GeoGebra を用いてサイクロイドの軌跡を表すことができた。

〈星形正多角形の面積と周の長さ〉

$$S_n = n\sin\frac{n-4}{2n}\pi\cdot\tan\frac{\pi}{n}\ ,\quad L_n = 2n\cdot\tan\frac{\pi}{n}$$

４．考察
星形正多角形の面積，外周の長さの公式は分かったが，星形多角形の面積，外周の長さの公式はまだ分かっていないので導出するのを今後のテーマとすることにする。また，エピサイクロイドも星形多角形の場合を考えていく予定である。

５．結論
星形正多角形の面積と周の長さについて n を用いて一般化することができた。また，サイクロイドの表す様子を知ることができた。

６．参考文献
GeoGebra（https://www.geogebra.org/graphing?lang），『大学への数学 2019 年 7 月号』．東京出版（https://mondai.sakura.ne.jp/column/star.pdf）

７．キーワード
極限，三角関数，相似，軌跡，星形正多角形，n 点飛ばし，エピサイクロイド

作新学院高等学校
Sakushin Gakuin High School

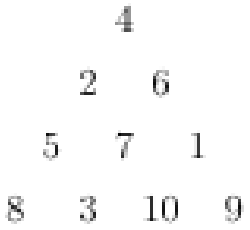
反パスカル的三角形の有限性について
Are Anti-Pascal Triangles Finite?

Abstract

We examine the existence of anti-Pascal triangles and determine that such structures only exist up to five levels. Through a combination of theoretical and computational methods, we confirm their finiteness and identify all possible configurations.

１．目的

反パスカル的三角形とは，一番下の行以外の数はそのすぐ下の 2 つの数の差の絶対値になるように正三角形上に数を並べた配列を指す。これは2018年の IMO で出題された。反パスカル的三角形が存在し得る最大の段数を明らかにし，全ての反パスカル的三角形を網羅的に列挙することを目的とする。



２．方法

n段の反パスカル的三角形を対象とし，nが偶数か奇数かによって分類して範囲を絞り込んだ上で，プログラムによる計算と手作業の検証を組み合わせることで，全ての反パスカル的三角形を網羅的に求める。

３．結果

反パスカル的三角形は 1 段から 5 段までにおいてのみ存在し，その総数は 12 個であることが確認された。一方，9 以上の奇数段および 10 以上の偶数段では存在しないことが理論的に証明され，6〜8 段についてもプログラムによる全探索により存在しないことが確かめられた。

段数N	1	2	3	4	5	6以上
存在数	1	2	4	4	1	無し

４．考察

反パスカル的三角形は段数に強い制約を受ける構造であり，段数が大きくなると急速にその存在可能性が失われることがわかった。これは，使用できる自然数の範囲や差分の構造上，上段に矛盾のない値を配置することが極めて困難になるためと考えられる。今後はより一般的な条件下での拡張可能性についても検討する余地がある。

５．結論

反パスカル的三角形は最大で 5 段までしか存在せず，全ての可能な形を列挙することでその有限性が明らかとなった。

６．参考文献

公益財団法人数学オリンピック財団，数学オリンピック 2017〜2021 日本評論社，2021.
神奈川県立横浜緑ヶ丘高等学校,”特定条件下における反パスカル的三角形は何段まで存在するか？”日本学生科学賞神奈川県作品展,2024,10/11~15,青少年センター

７．キーワード

反パスカル的三角形，有限性，絶対値，IMO，自然数

作新学院高等学校
Sakushin Gakuin High School

三角関数のグラフと原点との距離の最小値の求法

Calculation of the smallest distance between a graph of trigonometric function and the origin

Abstract

The graph of $y = a\sin x + b\cos x$ changes shape depending on a and b, which affects its distance from the origin. To find the minimum of all of such distances, we analyze the function analytically and differentiate it.

１．目的

$y = a\sin x + b\cos x$ 上のある点と原点との距離が最小となる場合を考える。

２．方法

原点と他の一点との距離 $D = \sqrt{x^2 + (a\sin x + b\cos x)^2}$ を 2 乗して $f(x)$ とする。ある区分に分け，解析的微分を用いて $f'(x) = 0$ での無限個の極小点の中から最も小さい点を見つけ，その点での値が求める最小値となる。

３．過程

$f'(x) = 2x + 2(a\sin x + b\cos x)(a\cos x - b\sin x)$

$f'(x) = 0$ より $x + (a\sin x + b\cos x)(a\cos x - b\sin x) = 0 \cdots$ ＊

→（Ⅰ） $\sin x$，$\cos x$ は代数関数ではなく超越関数である

（Ⅱ）リウヴィルの定理・超越方程式の非可解性より，一般には解を代数的に表せない

（Ⅲ）「$x =$ 解」の形で明示することは不可能（解析的には存在するが，代数的には不可能）

これらから，＊の解は，一般には代数的に解けない（初等関数での閉形式が存在しない）

よって，$y = a\sin x + b\cos x$と原点$(0, 0)$との距離の最小値は一般的に求めることはできず，近似解を出すことしかできない。ここからは，例外を考える。

$y = a\sin x + b\cos x = R\sin(x + \alpha)$ ただし， $R = \sqrt{a^2 + b^2}$ かつ $\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)$ かつ $a \neq 0$

$\alpha = n\pi$（n：整数）のとき，$y = R\sin(x + n\pi)$ と原点との距離の最小値は 0 となる。

４．考察

$y = a\sin x + b\cos x$ と原点$(0, 0)$との距離の最小値は，一般には近似解としてしか得られないが，三角関数の合成をした式においては例外も存在することが分かった。図で表すと明確に定まりそうな距離でも，代数的には解けない，というのは意外だった。

５．キーワード

三角関数，解析的微分，極小点，超越関数，超越方程式

埼玉県立所沢北高等学校
Saitama Prefectural TOKOROZAWA KITA Senior High School

桜の開花日の正確な推定方法

How to accurately estimate the cherry blossom blooming date

Abstract

I conducted a research to statistically analyze past data on cherry blossom blooming dates and temperatures, verify the accuracy of existing methods for estimating the date, and find an easier and more accurate way to predict the date.

1. 目的

気象庁が用いる DTS と呼ばれる方法よりもシンプルで、600℃の法則や 400℃の法則より正確に桜の開花日を推定する方法を統計的に見つけること。

2. 方法

仙台、東京、京都、鹿児島の 4 カ所の 1996 年から 2025 年までの 30 年間の桜の開花日と 2〜4 月の最高気温と平均気温を調べ、既に存在する 600℃の法則、400℃の法則の欠点を分析して、新たに開花日の推定方法を考える。そして、3 つの方法の推定日と実際の開花日を比べ、最も正確に桜の開花日を予測する方法を決める。

3. 結果

2 月 1 日から開花日までの 30 年間の最高気温の和の平均、平均気温の和の平均は地点ごとにばらつきがあり、精度はあまり高くないと分かった。また、400℃の法則では、0℃以上の気温のみを合計する方法の方が開花日と推定日の差の標準偏差が小さかった。そして、今回調べたどの地点でも 600℃の法則による予測よりも 400℃の法則による予測の方が推定日と開花日の差の標準偏差の方が小さかった。実際の開花日で平均気温の合計が 400℃になるためには、合計を開始する日付(休眠打破の日)を変えなければならない。休眠打破の日は 30 年間の 11 月〜1 月の平均気温の平均が高く、標準偏差が大きいほど遅くなると分かった。

4. 考察

推定日と開花日の日付の差の標準偏差が小さいほどより正確な推定方法だと考えられる。そして、桜が休眠する温度の基準が 8℃であることから地点ごとの休眠打破の日について次のような式を考えた。
1 月 25 日＋{(30 年間の 11 月〜1 月の平均気温の平均－8)×10^(30 年間の 11 月〜1 月の平均気温の標準偏差)}日

5. 結論

上記の休眠打破の日からの 0℃以上の平均気温を足していき 400℃になった時を桜の開花日として予測する方法がより正確に桜の開花日を推定する方法である。

6. 参考文献

気象庁 https://www.data.jma.go.jp/stats/etrn/index.php

7. キーワード

桜の開花日、600℃の法則、400℃の法則

埼玉県立所沢北高等学校
Saitama Prefectural TOKOROZAWA KITA Senior High School

初期条件を変えたペラン数列の組み合わせによる素数判定の精度の向上

Improving the accuracy of primality testing by combining Perrin sequences with different initial conditions

Abstract

By changing the initial conditions of the Perrin sequence, we discover properties that are useful for determining primality, and by combining these sequences we improve the accuracy of determining primality.

1. 目的

ペラン数列の初期条件を変えて素数判定に有用な性質を見出し、それらの数列の組み合わせによって素数判定の精度を高める。

2. 方法

ペラン数列はある自然数 n を素数とするとき、第 n 項が必ず n で割り切れるという性質を持つ。しかし、n が合成数であっても、第 n 項が n で割り切れる場合がある。この時の n を「ペラン擬素数」と呼ぶ。そこで、このペラン数列の性質をもつ他の数列をつくり、コンピュータを用いてそれぞれの数列における擬素数を求める。そこから、複数の数列を組み合わせて素数判定における精度を高める方法を見出す。

3. 結果

$P_n = \alpha_1 P_{n-1} + \alpha_2 P_{n-2} + \alpha_3 P_{n-3} + \cdots + \alpha_k P_{n-k}$　　($\{\alpha_k\}$は定数)

この漸化式によって与えられる数列$\{P_n\}$の一般項は、

$P_n = C_1 x_1^n + C_2 x_2^n + C_3 x_3^n + \cdots + C_k x_k^n$　　($\{x_k\}$は漸化式の特性方程式の解)

となる。ここで、$\{C_k\}$がすべて 1 とすると天下り的に初期条件が定まる。

このとき、$P_n - \alpha_1^n$で表される数列にペラン数列と同じ性質が見られた。特に、α_1が 1 や 0 のときは$P_n - \alpha_1^n$がそれぞれ、$P_n - 1, P_n$となり、計算が行いやすいので、以降はこの場合のみを扱う。

ペラン数列ではないもので擬素数の出現頻度が特に低かったものは、以下の 2 つである。

1　$P_0 = 3, P_1 = 1, P_2 = 3, P_n = P_{n-1} + P_{n-2} + P_{n-3}$　　100000 までに擬素数は 4 つ

2　$P_0 = 4, P_1 = 0, P_2 = 2, P_1 = 3, P_n = P_{n-2} + P_{n-3} + P_{n-4}$　　100000 までに擬素数は 3 つ

どちらの数列もペラン数列と比べると高い頻度で擬素数が発生するが、これら 2 つを組み合わせることで、少なくとも 330000 まで正しい素数の判定ができた。(ペラン数列の最小の擬素数は 271441)

4. 考察

初期条件を変えることによってペラン数列以上の精度を持つ数列は現れなかったが、複数の数列を組み合わせることで大きな精度を得られることが分かった。時間はかかるが、素数の判定に利用できると考えられる。

5. 結論

精度の最も高いペラン数列を除いても、複数の数列を組み合わせることで少なくとも 330000 までの素数を見つけ出すことができる。

6. 参考文献

https://manabitimes.jp/math/1322

7. キーワード

代数学　数列　ペラン数列　漸化式

千葉県立佐倉高等学校

N 角形を正 N 角形に，分配する数列について

Abstract

While using GeoGebra, we noticed that the triangle connecting the triangle's side points was approaching an equilateral triangle. We generalized this fact and attempted to prove that the N-angle formed by connecting the intersections of the bisectors of the exterior angles of the N-angle approaches a regular N-angle.

1. 目的

外角の二等分線の交点を結んで (大きさの調整をして) できる N 角形が正 N 角形に近づくことを証明し，近づく過程での性質なども考察する．

2. 方法

- GeoGebra を用いて図を描き，幾何学的性質から考察を行う
- 上の考察に基づき得られた式を解析的に考察する

3. 結果

角の大きさが同じ値に近づくことは 2 通りの証明が得られた．辺の長さについては漸化式は得られ，各辺の長さが収束するならばそれらはすべて同じ値に近づくことがわかった．また，角の大きさについて成り立つ漸化式を一般化することで，より一般の値を分配しあう数列についても平均値に指数収束するという結果が得られた．さらに，数列に対する操作を関数に拡張することができ，「値の分配」を行っても実数全体での積分値が保存されることが示せた．

4. 考察

辺の長さについて，角の大きさとある程度同様の挙動を示すだろうと予測できる．そこで，平均値からの差を Taylor 展開することで性質がわかるのではないかと考えた．

5. 結論

シンプルで直感的に分かりやすいが今まで提起されていなかった問題について一部を証明することができ，そこからより一般的な数列や関数の平均化という問題につなげることができた．

6.　参考文献

難波弘之.　高校数学の美しい物語. https://manabitimes.jp/math

7. キーワード

図形 数列 関数 平均

市川高等学校
Ichikawa Senior High School

平面上に相似な 2 つの多角形および 3 つの三角形を配置したときに現れる性質
Geometric properties arising from the arrangement of two similar polygons and three triangles on a plane

Abstract

In this study, I investigated whether Echols Theorem can be extended to similar polygons and triangles. I also examined the properties of the figures generated by repeatedly applying the operations in Echols Theorem.

１．目的

エコルスの定理には 2 つの主張があり，1 つ目は「正三角形△ $A_1A_2A_3$,△ $B_1B_2B_3$に対し, A_iB_iの中点をC_iとする. △ $C_1C_2C_3$は正三角形である」, 2 つ目は「正三角形△ $A_1A_2A_3$, △ $B_1B_2B_3$, △ $C_1C_2C_3$に対し, △ $A_iB_iC_i$の重心をD_iとする. △ $D_1D_2D_3$は正三角形である」というものである. 本研究では正三角形から相似な多角形への拡張と複数回の操作によりできた図形がもつ性質について研究した.

２．結果

定理 1 を拡張して,「相似な多角形$A_1A_2\cdots\cdots A_n$, $B_1B_2\cdots\cdots B_n$に対し, A_iB_iの分点をC_iとする. $C_1C_2\cdots\cdots C_n$は元の図形と相似である（図 1）」という定理が成り立った. また, 定理 2 を拡張して「相似な多角形A, B, Cに対し, 対応する頂点から作られる△ $A_iB_iC_i$の重心をD_iとする. D_iを順に結んでできる多角形DはA, B, Cと相似である（図 2）」という定理が成り立った. さらに定理 2 の操作をn回繰り返すときのもとの 3 つの正三角形を△ A_n △ B_n △ C_nとし, その 3 つからできる正三角形を△ D_nとすると「nの値にかかわらず, △ D_nが一致する」,「nの値にかかわらず, △ A_n △ B_n △ C_nのそれぞれの重心を結んだ三角形の重心が一致する（この重心を点Oとする）」,「△ D_nの重心と点Oが一致する」ことが分かった. 加えて「△ A_n △ B_n △ C_nの対応するすべての頂点はnの値が変わってもそれぞれ同一直線上に存在し, △ D_nの対応する頂点もその直線上に存在する」,「△ A_n △ B_n △ C_nの重心はnの値が変わってもそれぞれ同一直線上に存在し, 3 本の共線は点Oで交わる」こともわかった（図 3）.

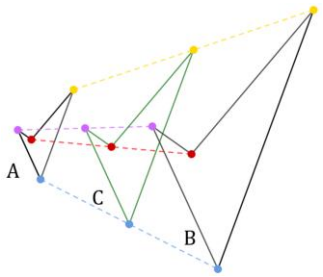


図 1 エコルスの定理 1 の拡張

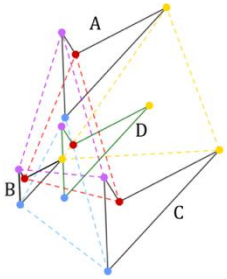


図 2 エコルスの定理 2 の拡張(1)

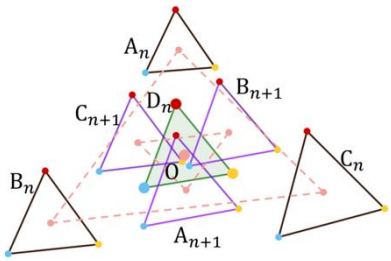


図 3 エコルスの定理 2 の拡張(2)

３．参考文献

矢野健太郎　数学ワンポイント双書 幾何の有名な定理　　共立出版

４．キーワード

エコルスの定理　相似　多角形　平面

市川高等学校
Ichikawa Senior High School

リフル・イン・シャッフルとヒンズー・シャッフルを交互に行ったときの初期配置に戻るまでの回数

The number of shuffles required for a deck to return to its original order when alternating between a Riffle-In-Shuffle and a Hindu-Shuffle

Abstract

I researched the number of shuffles required for a deck of 2^n cards to return to its original order when alternating between a Riffle-In-Shuffle and a Hindu-Shuffle. I found that the deck returns to its original order after $2n$ shuffles.

１．目的

リフル・イン・シャッフルとは，$2n$枚の山札をn枚ずつ A と B に分け, B の1番上のカードが1番上にくるように A, B から交互に1枚ずつカードを1つの山札に戻すシャッフルのことで，2^n枚の山札に対して$2n$回シャッフルを行うことで山札が初期配置に戻ることが知られている[1].ヒンズー・シャッフルとは$2n$枚の山札をn枚ずつ A と B に分け, A と B の位置を入れ替えるシャッフルのことで，2回の操作で山札が初期配置に戻る.本研究ではリフル・イン・シャッフルとヒンズー・シャッフルを交互に行ったときの山札が初期配置に戻るまでのシャッフル回数を調べることを目的とした.

２．結果

2^n枚の山札においてリフル・イン・シャッフルとヒンズー・シャッフルを交互に繰り返すと$2n$回で山札が初期配置に戻ることがわかった.また，2つのシャッフルをまとめて1つの置換とし巡回置換の積として表現すると，それぞれの巡回置換(長さ1のものを含む)はカードの循環的な動きを表し，カードが前半にあれば白玉,後半にあれば黒玉とすることで白玉と黒玉を用いたn個の円順列のそれぞれの並べ方とそれぞれの巡回置換の数字の並びは$1:1$で対応することがわかった.この円順列の場合の数は

$$\frac{1}{n}\sum_{d|n}\varphi(d)\cdot 2^{\frac{n}{d}}$$

であることが知られている.($\varphi(d)$はオイラー関数)

３．結論

2^n枚の山札においてリフル・イン・シャッフルとヒンズー・シャッフルを交互に行ったとき，初期配置に戻るまでの回数が$2n$回であることがわかった.今後は2つのシャッフルの組み合わせ方を変え，初期配置に戻るまでの回数がnの式でどのように表せるか調べていきたい.

４．参考文献

1.Persi Dianis, R. L. Graham and William M. Kantor, The Mathematics of Perfect Shuffle, Advances in Applied Mathematics, 1983, Vol.4, 175-196.

５．キーワード

リフル・イン・シャッフル

市川高等学校
Ichikawa Senior High School

２次漸化式で与えられる数列の下一桁の周期性
Periodicity of the last digit of the sequence given by the quadratic recurrence relation

Abstract

I consider two recurrence relations. I researched the length of the number of repeated numbers and which term it starts from. Then I found some regularity.

１．目的

１次の隣接m項間漸化式で与えられる数列の各項の下一桁について，すべてのmについて周期性があり，周期の長さと周期が始まる項に関して明らかになっている．本研究では，２つの２次漸化式

$$1,\ a_{n+1} = sa_n{}^2,\ a_1 = a$$
$$2,\ a_{n+1} = sa_n{}^2 + ta_n,\ a_1 = a$$

において，１以上９以下の整数 a,s,t の値を定めることで得られる数列の下一桁の周期の長さと周期が始まる項を明らかにした．

2. 結果

１の漸化式について，以下のような命題が成り立つ．

・すべての場合は第１項，第２項，第３項のいずれかから周期が始まる．

・周期の長さはすべて１である．

２の漸化式について，以下のような命題が成り立つ．

・すべての場合は第１項，第２項，第３項のいずれかから周期が始まる．

・$s \neq 5$，$t = 1,6$ のとき，周期の長さは２となり，そのときの a の値は$t = 1$ のときと$t = 6$ のときとで一致する．

下表のローマ数字は周期が始まる項を表し，網掛けのマスは周期の長さが２，白は周期の長さが１であることを表す．

表１　１の漸化式の周期が始まる項

a \ s	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Ⅱ	Ⅲ	Ⅲ	Ⅱ	Ⅱ	Ⅱ	Ⅲ	Ⅲ	Ⅱ
2	Ⅲ	Ⅱ	Ⅰ	Ⅲ	Ⅱ	Ⅲ	Ⅱ	Ⅰ	Ⅲ
3	Ⅲ	Ⅱ	Ⅱ	Ⅲ	Ⅱ	Ⅲ	Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ
4	Ⅱ	Ⅲ	Ⅲ	Ⅰ	Ⅱ	Ⅱ	Ⅲ	Ⅲ	Ⅰ
5	Ⅰ	Ⅱ	Ⅰ	Ⅱ	Ⅰ	Ⅱ	Ⅰ	Ⅱ	Ⅰ
6	Ⅰ	Ⅲ	Ⅲ	Ⅱ	Ⅱ	Ⅰ	Ⅲ	Ⅲ	Ⅱ
7	Ⅲ	Ⅱ	Ⅰ	Ⅲ	Ⅱ	Ⅲ	Ⅱ	Ⅱ	Ⅲ
8	Ⅲ	Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ	Ⅱ	Ⅲ	Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ
9	Ⅱ	Ⅲ	Ⅲ	Ⅱ	Ⅱ	Ⅱ	Ⅲ	Ⅲ	Ⅰ

表２　２の漸化式の$s = 3$における周期が始まる項と周期の長さ

a \ t	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Ⅱ	Ⅱ	Ⅱ	Ⅲ	Ⅲ	Ⅱ	Ⅱ	Ⅰ	Ⅲ
2	Ⅰ	Ⅲ	Ⅲ	Ⅱ	Ⅰ	Ⅰ	Ⅲ	Ⅲ	Ⅱ
3	Ⅱ	Ⅰ	Ⅱ	Ⅱ	Ⅱ	Ⅱ	Ⅰ	Ⅱ	Ⅱ
4	Ⅰ	Ⅲ	Ⅱ	Ⅰ	Ⅲ	Ⅰ	Ⅲ	Ⅱ	Ⅰ
5	Ⅱ	Ⅰ	Ⅱ	Ⅰ	Ⅱ	Ⅰ	Ⅱ	Ⅰ	Ⅱ
6	Ⅱ	Ⅱ	Ⅰ	Ⅲ	Ⅲ	Ⅱ	Ⅱ	Ⅰ	Ⅲ
7	Ⅱ	Ⅲ	Ⅲ	Ⅱ	Ⅱ	Ⅰ	Ⅲ	Ⅲ	Ⅱ
8	Ⅱ	Ⅰ	Ⅱ	Ⅱ	Ⅱ	Ⅱ	Ⅰ	Ⅱ	Ⅱ
9	Ⅱ	Ⅲ	Ⅱ	Ⅰ	Ⅲ	Ⅰ	Ⅲ	Ⅱ	Ⅱ

3. 参考文献

田中義久・上山健太・山上佳男，隣接m項間漸化式の定める数列の下一桁の周期性，
日本数学教育学会誌，103，1，2-10，2021

4. キーワード

数列 漸化式 周期性

筑波大学附属駒場高等学校
Senior High School at Komaba, University of Tsukuba

Diophantine m-tupleの一般化に対する考察

On Generalizations of Diophantine m-tuples

Abstract

I investigate a generalization of Diophantine m-tuples and introduce the concept of $D_f(m,n)$. I study this new structure by focusing on the properties of certain quadratic polynomials.

1. 目的

Diophantine m-tuple と呼ばれる数学的対象（後述）は古くから著名な数学者たちによって研究されてきた。本研究ではこの対象の新たな拡張を提案し、それを調べる過程で得られた二次式の性質について述べる。

2. 方法と定義

本研究は、古くから研究されている数論的対象である Diophantine m-tuple に着目し、その拡張として新たな構造 $D_f(m,n)$ を導入する。以下に両者の定義を示す。

m 元集合 $S \subset \mathbb{Z}$（または $\mathbb{Q}$）が Diophantine m-tuple であるとは、S の任意の異なる 2 元 s_1, s_2 に対し、$s_1 s_2 + 1$ が平方数となることである。

一方、m 元集合 $S \subset \mathbb{Z}$（または $\mathbb{Q}$）が $D_f(m,n)$ であるとは、S の任意の相異なる n 元 $s_1, \ldots, s_n$ に対し、ある $a \in \mathbb{Z}$（または $\mathbb{Q}$）が存在して $\prod s_i = f(a)$ を満たすことである。

本稿では、特に f を 2 次の整数係数多項式に限定して研究を進める。

3. 主結果

monic な 2 次の整数係数多項式 f に対して、次の 4 つが成り立つ。

(i) $f(x)f(x+t) = t^2 f\left(x + \frac{f(x)}{t}\right)$

(ii) $f(x)f(ax) = (a-1)^2 f\left(x^2 + \frac{f(x)}{a-1}\right)$

(iii) 整数範囲で $D_f(3,2)$ が無限に存在する。

(iv) 有理数範囲で $D_f(4,3)$ が無限に存在する。

4. 考察と展望

2 次式の根に注目することで、monic な f に対し、f 同士の積が f の定数倍として表せることが分かった。さらに、monic でない 2 次多項式についても、monic の場合の結果を応用することで、$D_f(3,2)$ の無限性を示せる例があった。一方、$D_f(3,2)$ が存在しない例（例：$f(x) = 3x^2 + 2$）も見つかっており、$D_f(3,2)$ の存在性・無限性の必要十分条件について今後さらに探究したい。

また、3 次以上の多項式については、同様に根を利用する方法では、左辺と右辺の f の項数にずれを生じさせることができなかった。これに対しても、より定性的な取り扱いの方法を確立したい。

5. 参考文献

- A. Dujella, L. Szalay: "Four squares from three numbers", https://arxiv.org/abs/2506.14013
- ぴー氏「2 次式に関する面白い性質」 https://mathlog.info/articles/ppLu0I2UA8EO44luDUql

6. キーワード

Diophantine m-tuple、monic 2 次式、整数係数多項式、ディオファントス方程式、数論

筑波大学附属駒場高等学校
Senior High School at Komaba, University of Tsukuba

Why point の一般化について
One generalization of Why-points

Abstract

The point which appeared in ISL 2011 G4, narrowly called “Why point” has special properties. I will show other properties about this point which are unknown. Also, I will present one generalization of this point and show the properties of this one.

１．目的

Why point の一般化に相当する点についての性質を探す。また、3 頂点における Why point の相互関係について考察する。

２．方法

X_A を、A’ D と円 ABC が再び交わる点とし、X_A, X_B, X_C を、GeoGebra を用いて作図し、その関係について考察する。また、その一般化に相当する点を考え、その点の性質を探す。

３．結果

X_A の一般化として、A 中線上に点 G を取り、A’ G と円 ABC が再び交わる点を X とする。この時、次を得ることができた。

(1)図 1 において、次が成り立つ：

- 円 MNX と円 ABC は 1 点で交わる
- MN, A’ X, BC の垂直二等分線は 1 点で交わる
- MQ=NP

(2)図 2 において、次が成り立つ：

- AX_A, BX_B, CX_C は⊿ABC のオイラー線上で交わる

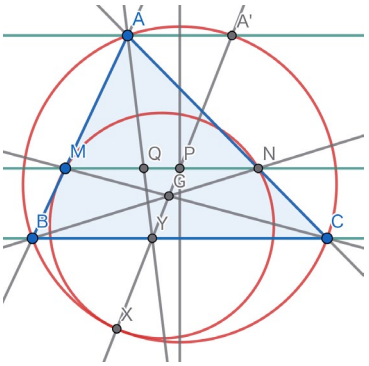


図 1

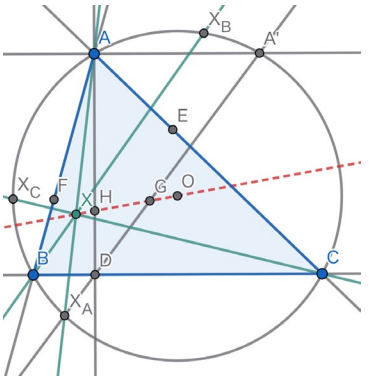


図 2

４．考察

オイラー線上の点ということは、X にはさらなる性質があるのではないかと期待できる。

５．結論

Why point の一般化について、元の点と同じような性質が保たれることが分かった。また、各点の相互関係についても、いい結果を得ることができた。

６．参考文献

i3435「Muricaaaaaaa」https://www.scribd.com/document/500536246/Muricaaaaaaa

７．キーワード

初等幾何　オイラー線　接円　ISL

筑波大学附属駒場高等学校
High School at Komaba, University of Tsukuba

コスト行列が Monge 性を満たさない時の最適輸送問題の貪欲法の精度評価
Accuracy Analysis of Greedy Algorithms for Optimal Transport Problems with Non-Monge Cost Matrices

Abstract

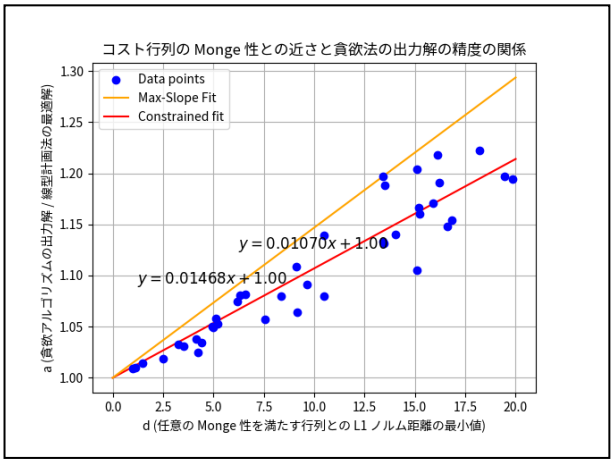
Optimal transport problems can be solved efficiently by greedy algorithms when the cost matrix has the Monge property. However, it is not clear how accurate a greedy solution is when the Monge property only holds approximately. We compare greedy and linear programming solutions using randomly generated supply, demand, and nearly-Monge cost matrices. Our results show a rough proportional relationship, but also that the error of the greedy algorithm increases significantly as the cost matrix moves further from the Monge property.

１．目的

供給ベクトルと需要ベクトルとコスト行列が与えられた際に，物資の最適な輸送を計算する問題を最適輸送問題と呼ぶ．この問題は，一般には線型計画法を用いる必要があるため，問題のサイズが巨大になると計算するのに長い時間を必要とするが，コスト行列が Monge 性という性質を満たす際にはシンプルな貪欲(Greedy)法で解くことができる．ここでコスト行列がおおまかに Monge 性を満たすが，厳密にはそうでないときについて貪欲なアルゴリズムは真の最適解からどれほど離れた解を出力するか．また，数学的な厳密さを持って精度が保証されるか．

２．方法

実際に計算機上で最適輸送問題を設計し，貪欲アルゴリズムによる出力と線型計画法による最適解とを比較した．具体的には，20x20 の Monge 性を満たす行列を生成し，一様ランダムなノイズを加えて正規化した．また供給ベクトルと需要ベクトルをランダムに生成し，最適輸送問題として貪欲アルゴリズムと線型計画法で計算を進め出力を比較した．



３．結果

図 1 は横軸に d:=(任意の Monge 性を満たす行列との L1 ノルム距離の最小値）をとり，縦軸に a:=(貪欲アルゴリズムの出力解 / 線型計画法の最適解）をとったものである．また赤の線が点（0，1）を通るような近似直線，オレンジの線が「精度」が最も悪くなった点と点（0，1）を通るような直線である．その傾き 0.01468 はこの実験において得られた，この Monge 性からの距離の範囲での貪欲アルゴリズムの精度とみなせる．

４．考察

比例関係は確認できるが，Monge 性からの距離が大きくなると精度の保証も難しくなる．また，今回の実験で得た「精度」 = 0.01468 について数学的に評価できるかはまだ研究できていない．

５．結論

Monge 性との距離と貪欲アルゴリズムの解の精度についておおまかな比例関係は確認できた． Monge 性との距離が相対的な L1 ノルム距離 0.05 以下の範囲では，実験によって「精度」0.01468 を得た．この値の数学的な評価や，コスト行列のサイズとの関係についてより研究を深めたい．

６．参考文献

[1] R. E. Burkard, B. Klinz, and R. Rudolf, ″Perspectives of Monge properties in optimization,″ Discrete Applied Mathematics, vol. 70, no. 2, pp. 95- 161, 1996.

７．キーワード

Monge property optimal transport greedy algorithm accuracy analysis cost matrix robustness approximate Monge matrices sensitivity

東京学芸大学附属高校
Tokyo Gakugei University Senior High School

三次元空間におけるユングの定理の考察
Considerations on Jung's Theorem in Three-Dimensional Space

Abstract

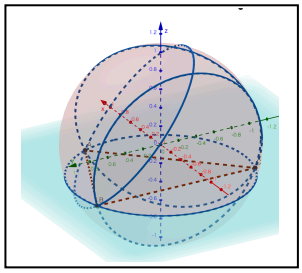
Prove Jung's theorem, which states that the range of the radius of the smallest enclosing sphere of a set of points can be expressed as a linear function of the maximum distance d between two points in the set, in high school mathematics.

１．目的

ユングの定理の三次元の場合を示す。

２．方法

単位球面上の同一平面上にない四点 A,B,C,D の異なる三点からなる四つの面のうち、球と交わっている円の半径が最大のものを面 ABC としても、一般性を失わない。補題を四つ証明し、面 ABC と球の中心との距離を 1/3 とし、それ以上距離を大きくすると最小包囲球にはならないことを示し、ユングの定理を示す。



３．結果

予想 A：上記の条件を満たす面 ABC と球の中心との距離が 1/3 のとき、ABCD は正四面体をなす。

A,B,C の座標を設定すると、D の座標が定められる式を導けたが、結果が煩雑になり、計算ソフトでも最後まで計算しきれなかった。予想 A が一意の位置になることは示せなかったものの、△ABC を正三角形とするときには、D が一意に定まることが計算ソフトで分かった。三角関数で変数変換すると多少は綺麗な式になった。

４．考察

今計算が終わっている限りでは予想に矛盾はない。数値を代入しても誤りがなく、ソフトウェアで点を動かした際には面 ABC と球の中心との距離を 1/3 以上にすると最小包囲球ができなかったので計算は正しいと考えられる。

５．結論

面 ABC と球の中心との距離を 1/3 で、△ABC が正三角形のときは、D は一意に定まるという限定的な結論を得ることができた。

６．参考文献

「数と図形」H・ラーデマッヘル、O・テープリッツ(1989)

７．キーワード

最小包囲球

Yokohama Science Frontier High School

1次以外の分数関数に合成周期性はあるのか

On the Compositional Periodicity of Non-Linear Rational Functions

Abstract

A fraction function of degree one returns to the original function itself when composed with itself. Is there any function that satisfies this condition, even if it is not of the first degree? In conclusion,such a function does not exist.

１．目的

分子が0次式で、分母が1次以外での分数関数でも合成周期性を持つものが存在するかを明らかにする。

２．方法

任意の2次分数関数に対して具体値で実験する。
いくつかの関数で合成しないことが明らかになった場合、合成周期性を持つものは存在しないことを証明する。周期することが明らかになった場合、一般式で表す。
2次分数関数の後は、随時任意次の分数関数でどうなるか調べる。

３．結果

任意の2次分数関数$f(x) = \frac{1}{ax^2+bx+c}$ $(a \neq 0,\ \ a,b,c \in R)$について、
この関数が逆関数を持たないことを証明する。

$$x_0 = \frac{-b}{2a} + \delta,\quad x_1 = \frac{-b}{2a} - \delta\ (\delta \neq 0,\ \delta \in R)$$

となるx_0, x_1をとると、
$f(x_0) = f(x_1)$となり、 $x_0 \neq x_1$より$f(x)$は単射ではない。
よって$f(x)$は全単射ではなく、逆関数を持たない。
したがって、$f(x)$は合成周期性を持たない。

４．考察

偶数次の分数関数は正の無限大の極限、負の無限大の極限をとると0に収束するため途中で値が一致するxの組が存在する。このことを利用すると偶数次の分数関数は合成周期性をもたないことは証明できると考えた。

５．結論

任意の2次分数関数は合成周期性を持たない　　。

６．参考文献

木村一輝(2022).全単射と逆写像の存在が同値であることの証明、応用

2025年6月26日アクセス. https://math-fun.net/20220131/21891/

７．キーワード

合成周期性、分数関数、写像

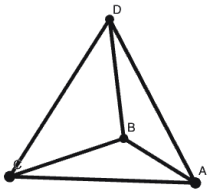
横浜市立横浜サイエンスフロンティア高等学校
Yokohama Science Frontier High School

正四面体で構成された多面体を監視する為に必要な監視カメラの個数
Number of Surveillance Cameras Required to Monitor A Polyhedron Composed of Regular Tetrahedron

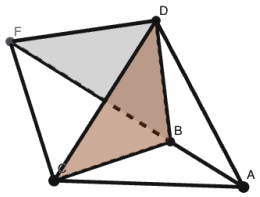
Abstract
As a partial solution to the problem of "How many surveillance cameras are required to monitor an entire polyhedron whose vertices are not all orthogonal?", we will examine the number of surveillance cameras required to monitor an entire polyhedron that can be considered to be composed of regular tetrahedrons.

１．目的
「全ての頂点が直交していない多面体全体を見回すために最低限必要な監視カメラの個数はいくつか」という問題の部分的解決として、正四面体で構成されているとみなせる多面体全体を見回す為に最低限必要な監視カメラの個数を考察する。

２．方法
正四面体、図形 α で構成される多面体におけるそれぞれの図形の個数を調べる。

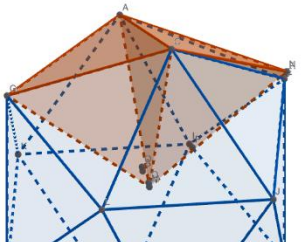


正四面体



図形 α

３．結果
図のように正二十面体のある一つの面を選び、それを一つの面とした図形 α を描画すると、正二十面体内から少し「はみ出る」ことが分かった。これを考慮して同様に図形 α を配置すると、正二十面体は 8 つの図形 α と 2 つの正四面体で満たすことができると確認された。


正二十面体

４．考察
正二十面体の面と面の角度は約 138° であるが、図形 α の面と面の角度のうち最大のものは約 140° となるため、結果のようなことが起きると考えられる。また、正二十面体を図形 α と正四面体計 10 個で満たすことができるため、正二十面体の頂点を選ぶことで内部に作られる多面体全体は最低 10 個のカメラで見回すことができると考えられる。

５．結論
全ての頂点を正二十面体の頂点と共有する場合の多面体の監視に最低限必要なカメラの個数は 10 であると分かった。次はカメラの数が 10 未満で監視できる多面体の特徴について考えたい。

６．参考文献
Jefri Marzel .The three-dimensional art gallery problem and its solutions.(2012)
https://researchportal.murdoch.edu.au/esploro/outputs/doctoral/The-three-dimensional-art-gallery-problem-and/991005541831107891. 5 月 21 日閲覧

７．キーワード
美術館定理　空間図形　正二十面体　３次元への拡張

新潟県立長岡高等学校
Niigata Prefectural Nagaoka High school

トリリウムの定理に関する研究
A study on the Trillium Theorem

Abstract

We became interested in Trillium's Theorem, which holds true for two-dimensional triangles, and conducted research to determine whether it could also be applied to three-dimensional tetrahedrons.

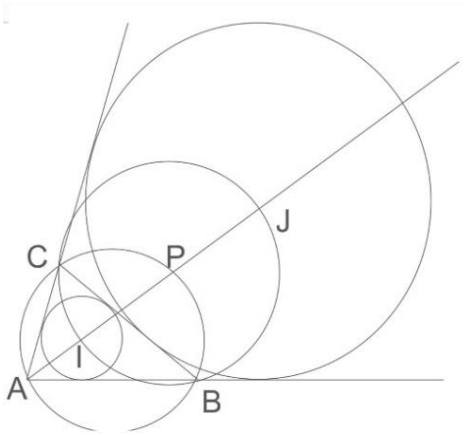
１．目的

平面において成り立つトリリウムの定理が空間に拡張した際に成り立つかどうかを調べる。

２．方法

空間に拡張したトリリウムの定理を定義する。

まず具体的な四面体において空間に拡張したトリリウムの定理が成り立つかを調べ、一般化に向けて方針を立てる。一般の四面体の各点を座標空間に文字でおくことで研究する。



３．結果

どのような四面体においても空間に拡張したトリリウムの定理を満たさないと仮説を立て、グラフを用いた検証によってそれを裏付けることに成功した。しかし、それを証明するには至っておらず今後の研究課題だ。

４．考察

グラフを用いた検証により、任意の四面体において空間に拡張したトリリウムの定理を満たすものは存在しないと予想される。

５．結論

空間に拡張したトリリウムの定理は正四面体、底面が正三角形、直角二等辺三角形で他の一点が底面の外心を通る法線上に存在する四面体では成り立たない。また、どのような四面体においても成り立たないことが今回のグラフを用いた検証から予想される。

６．参考文献

リュイリエの定理・トリリウムの定理 - GeoGebra,About: トリリウムの定理 (dbpedia.org)

７．キーワード

トリリウムの定理 傍心 傍接球

富山県立富山中部高等学校
Prefectural Toyama Chubu High School

コラッツ予想の類題とその研究

Variants of the Collatz Conjecture and Their Analysis

Abstract

This study investigates generalizations of the Collatz conjecture by defining a new class of transition functions. Numerical experiments for various parameters revealed complex behaviors and surprising patterns. We also proposed simplified representations of these functions and analyzed their properties.

１．目的

コラッツ予想とは、すべての自然数 x に対して以下の遷移関数 f を有限回適用することでいずれも 1 にすることができるという予想である。（現在未解決で、1 億 2000 万円の賞金が懸けられている）

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x}{2} & (x\equiv 0\ mod\ 2)\\ 3x+1 & (otherwise)\end{cases}$$

この研究の目的は、コラッツ予想の類題を一般化した式に様々な値を代入し、また、ショートカットされた形へと変形することで、それらの特徴や法則を掴もうと試みることである。

２．方法

コラッツ予想の遷移関数について、引数が奇数である場合に値が偶数となるのは明らかであるため、$3x+1$の部分を$\frac{3x+1}{2}$、そして$\lceil\frac{3x}{2}\rceil=x+\lceil\frac{x}{2}\rceil$としても結果は変わらない(ただし、$\lceil a\rceil$とは実数 a に対してそれぞれ、自身以下の最大、自身以上の最小の整数)。後者の表現をした関数の係数を $n\in N(n>1)$ で一般化した以下の遷移関数について、性質や特徴を様々な n に対して調べ、実験した。また、これ以上にコラッツ予想の遷移関数をショートカットした表現が可能かを考えた。

$$f_n(x)=\begin{cases}\dfrac{x}{n} & (x\equiv 0\ mod\ n)\\ x+\lceil\dfrac{x}{n}\rceil & (otherwise)\end{cases}$$

３．結果

(1) 様々なnに対する実験結果

$2\le n\le 100$の範囲の n を、$1\le x\le 1\,000\,000$の範囲でループが存在するか調べた。

結果の一部を右の表に示す。

n	各ループにおける最小値
2	1
3	1, 7
4	1, 23
5	1
6	1, 23, 88
7	1
8	1
9	1, 35
10	1, 42
11	1, 642
12	1, 1010, 1348
13	1
14	1
15	1, 53
16	1, 178
17	1, 79
18	1
19	1
20	1, 71, 141

(2) 異なる表現での遷移関数

詳しい証明や説明は長くなるので割愛するが、遷移関数は関数 $P_n(x):=(x\text{が}n\text{で割り切れる回数})$ を用いて以下のように書くことができる。これは既存の関数において、「奇数の連続」「偶数の連続」の部分をそれぞれ一つにまとめたものに相当する。

$$f_n(x)=\begin{cases}x-n\lceil\dfrac{x}{n}\rceil\left(1-\left(\dfrac{1}{n}\right)^{P_n\left(n\lceil\frac{x}{n}\rceil\right)}\right) & (x\equiv 0\ mod\ n)\\ x-n\lceil\dfrac{x}{n}\rceil\left(1-\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{P_n\left(n\lceil\frac{x}{n}\rceil\right)}\right) & (otherwise)\end{cases}$$

４．考察

(1) とても法則性があるとは思えない結果が得られた。この結果は $n=2$ のときにほとんどループが発生しないのは何らかの偶然であると示唆しているように思える。ただ、発散はしないようである。これは n が大きくなるにつれて、遷移によって値が大きくなる時の幅が小さくなっていくことに起因すると思われる。

(2) $\frac{x}{2}$ 、$3x+1$といった非対称な式が、遷移に大幅なショートカットを加えたことにより一つの$+1$のみの違いとなった。ここから更に踏み込んだ表現を検討したが、これまでに有意義なものは得られていない。

５．結論

今回の一般化の方針ではこれといった手掛かりは得られなかった。また、遷移関数のショートカットされた表現は予想と裏腹にただ煩雑なだけのものにはならず、個人的に美しく感じられる表現ができ、こちらはある程度満足のいく結果となった。

６．参考文献

山中 陽子, コラッツ予想の変形について(https://www.lab2.toho-u.ac.jp/sci/is/shirayanagi/lab/dl/2014/yamanaka.pdf)

７．キーワード

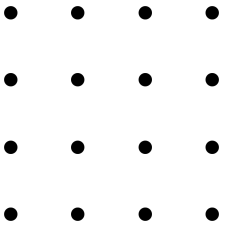
コラッツ予想　数列

石川県立小松高等学校
Ishikawa Prefectural Komatsu High School

9つの点問題の拡張

Abstract

We thought we wanted to research using “the nine dots question” which involves connecting nine dots arranged in a 3x3 square with four straight lines. We expanded nine dots to sixteen dots, and connected sixteen dots with the least straight lines.



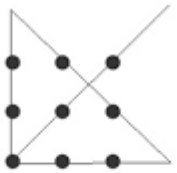
1. 目的

9つの点問題を拡張し、16点を右図のようにおいたときに、すべての点を一筆書きで書くときに必要な最少の直線の本数を求める。

(図1　16個の点)

2. 方法

9つの点(3×3)すべてを通る最少の直線の本数は、4本である。(図2)
16点(4×4)では、必要な最少の直線の本数を6本と仮定し、5本以下ではすべての点を通ることができないことを証明する。

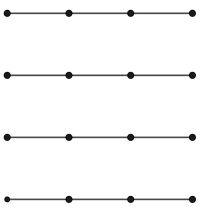


(図2)

3. 結果

この証明において以下のことがわかった。

① 5本での作図には4本の平行線が必要
② 4本の平行線がある場合、15通りに分けられる
③ ②で述べた15通りのいずれも完全な一筆書きは不可能



(図3)

4. 考察

先行研究から、n≧3のとき、n^2個の点は、(2n-2)本以下で作図することが可能だと示されている。n=3,4のときに(2n-2)本が最少本数だと分かった。

n=m（mはある自然数）のときに、最少本数が2m-3になれば、n≧mのときに、最少本数が2n-3となる。今後、これが成り立つmの値を求めたい。

5. 参考文献

・高志中学校「『9つの点の問題』の拡張」
https://www.koshi-h.ed.jp/wp-content/uploads/2018/01/H29_13_9_dots.pdf

6.キーワード

9つの点問題とは

3x3に配置された9つの点が与えられ、ペンを紙から離さずに全ての点を通るように描くために、最少で何本の線が必要かを考える問題。
9点問題や、ナインドットパズルとも呼ばれている。

石川県立小松高等学校
Komatsu High School

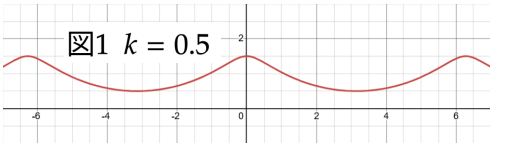
サイクロイド曲線の性質の拡張
Expanding the Properties of Cycloid Curves

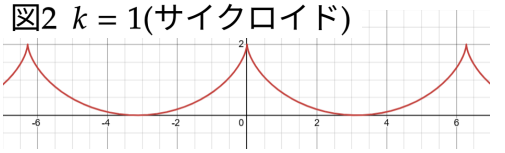
Abstract
Cycloid curves have some interesting properties, such as being the curve of fastest descent and being isochronous[^2][^3][^4]. We studied the family of cycloids, focusing in particular on the trochoid. A trochoid is the locus of a point on or around a rotating circle and is similar to a cycloid[^1][^5]. We examined the descent time of a mass point along a trochoid and compared it to that of a cycloid, under the condition that there is no friction or air resistance.

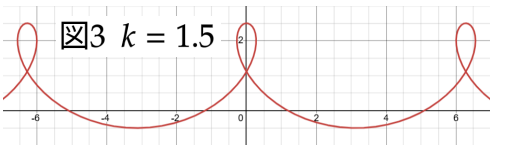
目的
トロコイド上で質点を降下させたときにかかる時間を求め、最速降下曲線であるサイクロイドと比較する。

方法
1.円が回転した角度 θ [radian] を媒介変数として半径が 1 m の上下逆さのトロコイドを表す。
また、着目する点と円の中心の距離を k [m] ($0 < k \leq 10$) とする。
2.円の回転角 θ を $0 \leq \theta \leq \pi$ とし、質量 m [kg] の質点の降下時間 $T(k)$ [s] を求める。また重力加速度を g [m/s²] とする。
3. $T(k)$ をサイクロイドの降下時間と比較する。

それぞれのkの値における上下逆さまのトロコイド(desmos)







結果・考察・結論
1.媒介変数表示は次のようになった。

$$x = \theta - k\sin\theta$$
$$y = \theta + k\cos\theta$$

2.降下時間 $T(k)$を求める。
(1)回転角 θ における質点の速度 v [m/s] は力学的Eが保存されるので

$$v = 2\sin\frac{\theta}{2}\sqrt{gk}$$

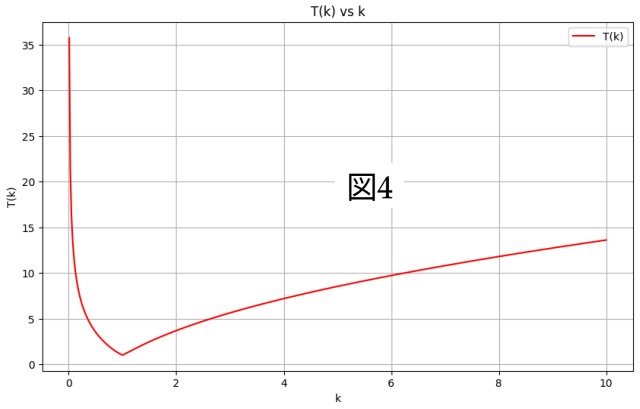
(2)回転角 θ における微小な曲線の長さは

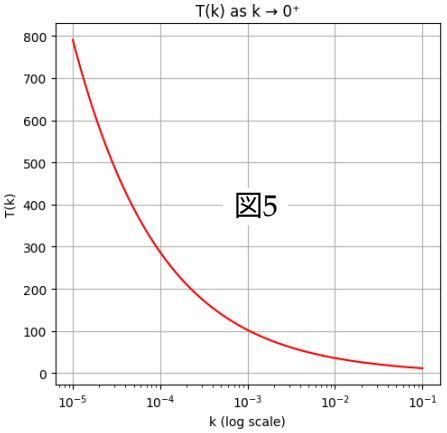
$$ds = \sqrt{(1-k)^2 + 4k\sin^2\frac{\theta}{2}}\,d\theta$$

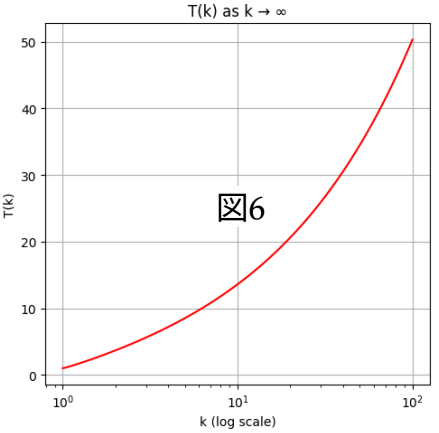
(3)降下時間は(1),(2)より

$$T(k) = \int_0^{\pi}\frac{ds}{v} = \frac{1}{\sqrt{g}}\int_0^{\pi}\sqrt{\frac{(1-k)^2}{2k(1-\cos\theta)} + 1}\;d\theta$$

3.サイクロイドの降下時間との比較をする。$T(k)$ を変形すると楕円積分になり初等関数では表せないことが知られている[^7] 。そこで、プログラミングによる数値解析を行うことにした。Google ColaboratoryでScipyライブラリのquadを用いた。
サイクロイドとなる $k = 1$ で $T(k)$ は最小値をとった(図4)。また $k < 1$ のとき $k > 1$ よりも明らかに傾きが急である(図4)。
そして $k \to +0$, $k \to \infty$ とすると、$T(k)$ は無限大に発散する(図5,6)。







今後の展望
トロコイドにおける等時性や摩擦、空気抵抗力を考慮した場合も研究したい。

参考文献
[1]MATH Mine「いろいろなサイクロイド曲線」https://www.youtube.com/watch?v=L0d4c0Gnglg(2025/8/4)
[2]Wikipedia「サイクロイド」https://ja.wikipedia.org/wiki/サイクロイド(2025/8/4)
[3]Wikipedia「最速降下曲線」https://ja.wikipedia.org/wiki/最速降下曲線(2025/8/4)
[4]Wikipedia「等時曲線」https://ja.wikipedia.org/wiki/等時曲線(2025/8/4)
[5]Wikipedia「トロコイド」https://ja.wikipedia.org/wiki/トロコイド(2025/8/4)
[6]物理のかぎしっぽ「最速降下曲線」https://hooktail.sub.jp/mathInPhys/brachisto/ (2025/8/4)
[7]高校数学の美しい物語「原始関数の定義といろいろな例」https://manabitimes.jp/math/1346 (2025/8/4)
[8]Qiita @nuo_t「Pythonを用いた数値積分」https://qiita.com/nuo_t/items/d3f61f55ef5ba689dab4(2025/8/4)

平面上の異なる5点に対する
最小シュタイナー木問題について

On the Euclidean shortest Steiner tree problem with different 5 points on a plate

abstract
Developing a minimum steiner tree of different 3 and 4 points on a plate, we'd like to get the minimum steiner tree of different 5 points on a plate through geometric consideration.

1.目的
最小シュタイナー木問題は物の配置を考えるとき、資源の最小化の観点から注目されている。とくに3点の場合のシュタイナー点はフェルマー点として知られている。5点に対する最小シュタイナー木問題の解を得る。

2.方法
初等幾何的考察を行い、凸五角形を作る5点に対する最小シュタイナー木を探す。

3.結果
現在調査中
4.考察
現在調査中
5.結論
現在調査中
6.参考文献
Z.A. Melzak, On the Problem of Steiner, Canadian Mathematical Bulletin, 2018
7.キーワード
最小シュタイナー木，フェルマー点，初等幾何

北杜市立甲陵高等高校
Hokuto Municipal Koryo High School

ある自然数の倍数判定の簡略化
Simplification of divisibility tests for a natural number

Abstract
For example, a natural number such as 3,5 and so on have a ease way to check whether a natural number is divisible by that number. This research provides divisibility tests of every number which use congruence modulo and how to simplify it. In addition, this shows the drawback that these tests have.

１．目的
３や５のような自然数はそれぞれ倍数判定法を持つ。合同式を用いて計算することで任意の自然数においても倍数判定法を考えられるのではないかと考えたため、任意の自然数での倍数判定法を作るため。

２．方法
倍数判定する数を素因数分解し、それぞれの素因数で１０のｎ乗割り、割った余りと倍数判定される数をｎ＋１桁ずつに区切っていった各項に注目していくことで倍数判定できるかどうかを確かめられる方法を考える。また、その方法が実際に有用性なものかどうかを考察する。

３．結果
倍数判定する数を素因数分解をし、それぞれの素因数で１０のｎ乗を割った余りを、倍数判定される数をｎ＋１桁ずつに区切っていった各項のｍ項目には、余りのｍ－１乗をかけて、最終的にすべての項で行い和をとり、それが倍数判定したい数で割り切れるかどうかを確かめることで判断できるとわかった。また、全ての自然数で用いることができると証明できた。

４．考察,結論
今回の方法を用いることで、どのような自然数においても倍数判定することができると証明できたが、この方法を使うには、倍数判定したい数の素因数分解、それぞれの素因数で１０のｎ乗を割った余り、また倍数判定される数に余りをかけて和をとる、ということを計算する必要があるため、実際に割り算を行ったほうが早いという場合も考えられる。しかし、比較的単純な数で倍数判定する場合は、この方法を用いて、計算するほうが楽に計算することができる。簡単に計算できる数を覚えておけば、計算は早くできると考えられる。

６．参考文献
ありません。

７．キーワード
倍数判定、合同式

北杜市立甲陵高等学校
Hokuto Municipal Koryo High School

高品質な音声合成システムの開発
Development of high-quality speech synthesis systems

Abstract

In contrast to high-quality speech synthesis systems that use AI to learn human voices, this research verified how a classical, non-human voice method can be used to synthesize a voice that is similar to a human voice.

１．目的

既存の高品質な音声合成システムのほとんどは、人の声を録音したものを AI に学習させている。一方、人の声を用いず音声合成する方法でも、工夫することで人の声に近い音声が生成できないか検証するため。

２．方法

サンプルとして友人(女性)の「あ」という声を録音し、それを母音によって特徴が出る成分(フォルマント)と個人によって異なる声帯の成分 B に分離する。次に、フォルマントの代わりに正弦波の重ね合わせで近似したフォルマント[1]を用意し、それと成分 B を組み合わせ出力する。元々の音声と出力した音声を比較することで、声の一部を機械的に生成したものに置き換えても高品質な音声が得られるか考察する。実装にあたっては Python を使用する。

３．結果

元々の音声は問題なく 2 つの成分に分離することができ、フォルマントは平均的な女性のものと概ね一致した。分離したもう片方の成分と、正弦波の重ね合わせで近似したフォルマントを合成し出力した音声は、ノイズのように聞こえたりして、人間の声とは遠いものになった。

４．考察, 結論

人間の声をフォルマントとそれ以外の成分に分離することはでき、母音による特徴を概ね捉えることができた。最終的な音声がノイズのように聞こえたことについては、音声処理や音声合成の方法を学びながら行ったので、合成の方法が不整合であったり保存方法に誤りがあったりしたことが考えられる。今後の研究では更に知識量を増やし正確な検証をすることを目標とする。

６．参考文献

1. zzzyyyzzz56, “声(母音)は三角関数(sin)の足し算で簡単に作れます”. *ニコニコ動画*, 12 Jan. 2011, https://www.nicovideo.jp/watch/sm13283644.

７．キーワード

音声合成　フーリエ変換　ケプストラム　フォルマント

長野県屋代高等学校
Yashiro High School

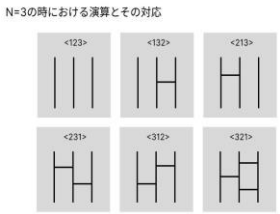
あみだくじの数学と方程式
Mathmatics of Amidakuji game and Formula

Abstract
This study explores the mathematical properties of the Amidakuji game through group theory, showing it forms a non-commutative permutation group, capable of generating any desired permutation without overlap.

１．目的
ガロア理論を学ぶ中で、群の具体例として「あみだくじ」が登場した。その数学的性質を集合論と群論の視点から明らかにする。

２．方法
1.要素数 N が小さい場合（例：N=3）の置換を表や図として視覚化。
2. N を増加させた際の変化を観察。
3.上記を踏まえ、任意の N におけるあみだくじの数学的特性を一般化。

３．結果
N=3 では、演算表と図によって操作が視覚的に確認できた。



	<123>	<132>	<213>	<231>	<312>	<321>
<123>	<123>	<132>	<213>	<231>	<312>	<321>
<132>	<132>	<123>	<312>	<321>	<213>	<231>
<213>	<213>	<231>	<123>	<132>	<321>	<312>
<231>	<231>	<213>	<321>	<312>	<123>	<132>
<312>	<312>	<321>	<132>	<123>	<231>	<213>
<321>	<321>	<312>	<231>	<213>	<132>	<123>

（右図は演算表）

N=4 については、24 個の演算が存在し、各演算に対し<1234>となる演算が存在した。（逆の操作をすれば元に戻るため当然であるが）
演算表については、24×24 の煩雑なものになってしまうため省略した。

４．考察
以下の三つの仮説を立てた。
任意のあみだくじについて行き先が重複せず（1）、任意の順列を作成できる（2）ことが証明できるだろう。
あみだくじは要素と演算を持つ集合とみなすことができ、可換群として捉えることができる。（3）

５．結論
(1)…横棒の本数について数学的帰納法を用いることで証明できた。
(2)…任意の要素を左端に下ろすことができるため、明らかであった。
(3)…群であるための四つの要件を満たしていた。しかし可換ではなく、置換群、対称群であった。
さらに、あみだくじの操作は回転や巡回置換としても捉えることができ、特に N=4 では部分集合に注目することで性質が明確になった。

６．参考文献
結城浩:数学ガール　ガロア理論，2012,ソフトバンククリエイティブ株式会社
小林雅人:あみだくじの数学,2011,共立出版

７．キーワード
あみだくじ　ガロア理論　群　可換

長野県屋代高等学校
Yashiro High School

複素記数法が完全性と一意性を持つ条件の解明とその活用

Conditions for completeness and uniqueness of positional notation with a complex base and digit values

Abstract

To the best of my knowledge, it was previously unknown how to define digit value sets for complete, unique complex-base positional notation. In this research, I used a nonstandard definition of division with remainder in $\mathbb{Z}[i]$ and proved a sufficient condition for complete, unique notation in $\mathbb{Z}[i]$.

１．目的

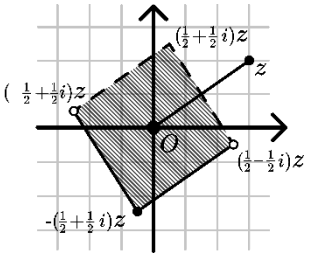
ガウス整数を底や仮数に持ち、ガウス整数を表記する位取り記数法が完全性や一意性を持つ条件の解明を目指した。

２．方法

$a, b \in \mathbb{Z}[i]$について、aをbで割った余りを $a - b\left(\left\lfloor real\left(\frac{a}{b}\right)\right\rfloor + i\left\lfloor imag\left(\frac{a}{b}\right)\right\rfloor\right)$と定義し、一意性と完全性をもつ記数法の仮数を底で割った余りの性質を調べた。それらを踏まえ、一般の底について、一意性と完全性を満たす仮数の条件を調べた。

３．結果

一意性と完全性を満たす記数法について、仮数を底zで割った余りは、互いに異なること、$\{sz + tiz | 0 \leq s, t < 1\}$上のすべてのガウス整数をとることが分かった。このことより、仮数は$|z|^2$個であることも分かった。仮数に0が含まれることも分かった。逆にこれらの性質を満たすとき、記数法が一意性をもつことも示した。$\left\{sz + tiz - \frac{1+i}{2}z \middle| 0 \leq s, t < 1\right\}$(右図網掛け)上のガウス整数の集合はこのような仮数の選び方の一つであるが、$|z| \geq 3$のときは完全性も満たすことを示すことができた。



４．考察

底の絶対値が3以下の場合の調査は継続中である(一意性と完全性をもつ記数法が存在できない底の存在も示唆されている)。必要十分条件の解明も目指したい。

５．結論

上記のような仮数の選び方により、一般の底について完全かつ一意な記数法を考えることができた。

６．参考文献

ガウス整数の商と余り(普通とは異なる定義)
るんるん氏　2021/8/17 投稿　2024/4/8 更新　mathlog.info/articles/2544
位取り記数法の性質の良さ　仮称氏　2023/2/17 投稿　mathlog.info/articles/4000

７．キーワード

記数法　複素数　ガウス整数　一意性　完全性　拡張

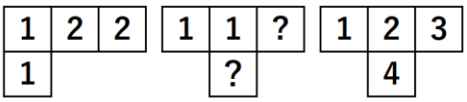
長野県屋代高等学校
Yashiro High School

正方形ブロックの構造の考察
Consideration of the Structure of n-Omino

Abstract
In this study of our mathematics, we want to know the proportion of desk shapes that can be grouped together. We used omino to define desk arrangements and groups.We also used a matrix and graphs in our research.

１．目的
授業でグループワークをする際に何人かで机をつけてグループを作るケースが多い．そこで机の配置とグループ分けがうまくできるかという，2 つの関係に着目して法則などを探そうと研究を始めることにした．

２．方法
n 個の机の並べ方を n-Omino（Polyomino）として考え，n-Omino をいくつかの k-Omino で組み合わせて表せる（n-k-分割可能）かどうかを考える．

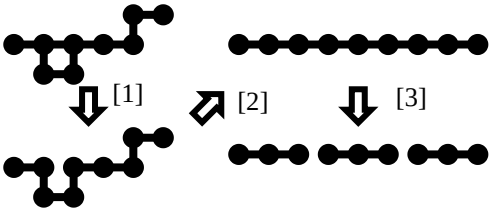


【左】4-2-分割可能
【中】4-2-分割可能でない
【右】4-1-分割可能

$p_n(k) = \frac{\#\{n\text{-}k\text{-分割可能である}\ n\text{-}Omino\}}{\#\{n\text{-}Omino\ 全体\}}$と定める$p_n(k)$について考える．ここでは回転や反転を考えないで数えることとする．

３．結果
自明な結果として以下を得る．$k \nmid n$ とは，k が n を割り切らないことを表す．

- $p_n(1) = p_n(n) = 1$
- $k \nmid n \Rightarrow p_n(k) = 0$



また，グラフを用いて以下の変形を考える．
[1]環となっている部分の辺を消して環を断つ
[2]折れ曲がっている部分を伸ばしてまっすぐにする
[3]次数が小さい頂点から順に，頂点の個数が k 個になるように辺を消す
このような変形を考えることによって，n-Omino を分類することができる．

４．考察
n が大きくなると，n-Omino 全体の個数は爆発的に大きくなるが，それに伴って n-k-分割可能な個数も増え，$p_n(k)$の変化は割と小さいものになると思われる．
グラフでの変形において，[3] の変形でうまく k 個ずつに分けられることは，変形前のグラフの元の n-Omino が n-k-分割可能であることの十分条件であるように思われる．

５．結論
グラフの変形 [1],[2] によって，同じ形に変形されるものを同じとみなして n-Omino を分類すると，とても少ない種類に分類される．
少なくとも $n \leq 6$ において，変形後の分類で同じように分類される n-Omino どうしは，任意の $1 \leq k \leq n$に対して n-k-分割可能 であるかどうかが完全に一致する．そして，変形後の分類で一直線型の n-Omino と同じ分類に入る n-Omino は全て，任意の n を割り切る k に対して n-k-分割可能である．

６．キーワード
Omino　Polyomino　グラフの変形　Omino の分割　Omino の組合せ　Omino の分類

静岡市立高等学校
Shizuoka Municipal High School

二次無理数の奇数・偶数連分数展開の周期及びその傾向
The Cycle and Tendencies of Odd and Even Continued Fractions

Abstract

We made odd- and even- continued fractions. Odd-continued-fraction expansions of quadratic irrationals seem to always have cycles of a multiple of 6. To prove this, we have proven that irrational numbers can be expanded into odd continued fractions. However, we are yet to prove our conjecture.

１．目的

私達が発見した「二次無理数の奇数連分数展開の周期はすべて 6 の倍数である」という傾向を証明する。

２．方法

二次無理数の奇数連分数の周期が 6 の倍数であることを証明するために、まず「無理数は無限の奇数・偶数連分数に展開される」そして「二次無理数の奇数・偶数連分数展開は循環する」ことを証明する。

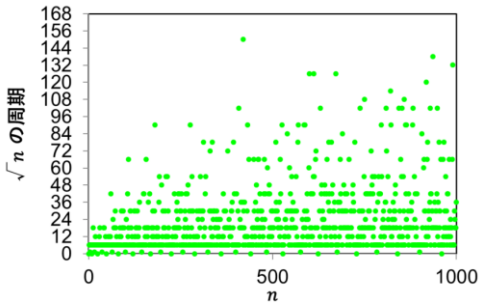


Fig. 1 奇数連分数展開の周期

３．結果

奇数・偶数連分数について、それぞれ異なる方法で「無理数は無限の奇数・偶数連分数に展開される」ことを証明することができた。「二次無理数の奇数・偶数連分数展開は循環する」ことはまだ証明できなかった。

４．考察

「二次無理数の奇数・偶数連分数展開は循環する」ことは、通常の場合と似た方法で証明できると思われる。

５．結論

奇数・偶数連分数は一般的な連分数と同様に無限の連分数に展開される。「二次無理数の奇数・偶数連分数展開は循環する」ことの証明、「二次無理数の奇数連分数展開の周期はすべて 6 の倍数である」ことの証明は完了していない。

６．参考文献

［１］中島匠一，et al. 偶数展開連分数の研究. 学習院大学学術成果リポジトリ. 2015.
［２］高木貞治. 初等整数論講義. 1971.
［３］糸健太郎. 数学展望 I-連分数, フォードの円, 双極幾何. 2015.

７．キーワード

連分数　奇数連分数　偶数連分数　循環連分数　二次無理数

愛知県立明和高等学校
Aichi Prefectural Meiwa High School

反転変換を用いたフラクタル生成
Generation of fractals using inverse transformation

Abstract

The goal of this study is to create a new fractal (a shape with self-similarity) by using an inverse transformation as a mapping, and to investigate its characteristics.

１．目的

複数の写像を用いて生成されるフラクタル(自己相似性を持つ形状）について,反転変換を写像として用いて新たなフラクタルを作り,その特徴を調べる.

２．方法

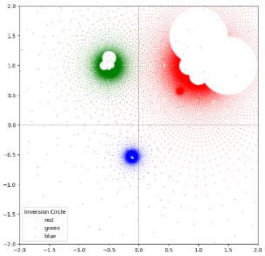
Python を用いて,平面上の規則的に配置した初期点に反転変換の変換式

$$x' = a + \frac{r^2(x-a)}{(x-a)^2+(y-b)^2+10^{-20}}, \quad y' = b + \frac{r^2(y-b)}{(x-a)^2+(y-b)^2+10^{-20}}$$

を,中心(a, b)=(1.0,1.0),(−1.0,1.0),(0.0,−1.0),半径 1.0 の円を反転円として適用し,導かれた点を表示する(各反転円で変換した場合,点の色をそれぞれ赤,緑,青色にする).また以下の①から④の条件を変えて点群を生成し,点群の特徴を調べる.

① 反転円の中心, ②半径, ③反転回数, ④任意の初期点の色

３．結果



図のような点群が得られた.また①から④では次の結果となった.

① 円の中心を原点から離していくと,赤,緑の点群は裏返すような変化が起こり,青の点群は形状は保ちながら徐々に縮小していった.

② 半径を長くしていくと,各点群が大きくなっていき,ある長さで各点群が混ざり合った.短くしていくと各点群が縮小していった.

③ 反転回数を増やすと一部が濃くなったが,形状はほぼ変化しなかった.

④ 確認できた特定の点の軌跡は全て,6 回目以降の軌跡がほぼ一致した.また最も外側にある点は点群の白い空洞の縁を通り,反転円の内側にあった点は,変換後にその円付近で点が広がった形状を見せた.

４．考察

複数の反転写像の繰り返しによって生成されたフラクタルは,初期点を裏返した形状を持ち,一意のアトラクターに収束すると考えられる.

５．参考文献

「初めてのフラクタル 数学とプログラミング」（Hans Lauwerier 著 西川利男訳）

６．キーワード

フラクタル　反転

愛知県立明和高等学校
Aichi Prefectural Meiwa High School

スーパー〇×ゲームについて

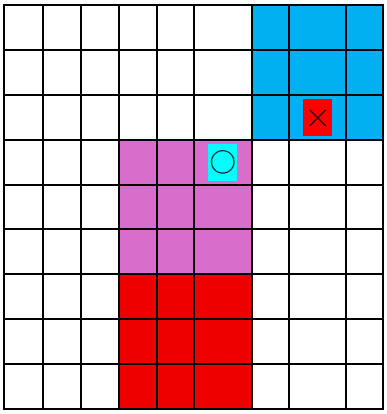
Abstract

(In English, within 4 lines)

We are interested in “ultimate tic-tac toe”. This game is an expanded one of tic-tac toe. It is a very interesting game. However, we wonder whether both players are equal, so we are going to consider the equality of this game.

１．目的

スーパー〇×ゲームは既存の戦略性のあるゲームであるが, 先手後手の勝率が対等でないと考えられる。これについて考察する.



２．方法

Google Collaboratory で先手の初手を決定し, 残りの各プレイヤーの手をランダムに打つプログラムを作成し、先手と後手の勝率の変化を調べる.

３．結果

先手の勝率が全体的に高くなり, 特に中央に初手を打ったときには先手の勝利と後手の勝利回数の比が約 2:1 となった.

４．考察

先手の勝利回数が圧倒的に多くなるような初手があるため, 先手が有利にゲームを行われ, パイルールの追加など改良の余地があると考えられる． また, 勝敗を大きく決める中央のマスをなくしたルールでは勝率が約 1:1 で対等となったが、ルールが難解かつ, ある戦法で先手必勝であることから目的にそぐわないと考えられる.

５．結論

スーパー〇×ゲームは, 先手が有利にゲームを行うことができる. そして， さらなる改良が必要である.

６．参考文献

Ultimate Tic-Tac-Toe – Math with Bad Drawings

７．キーワード

スーパー〇×ゲーム

名古屋市立向陽高等学校
Koyo High School

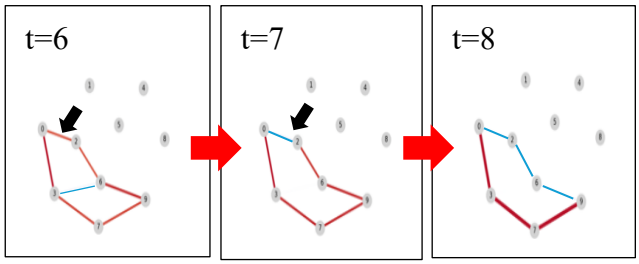
粘菌アルゴリズムの拡張
Expansion of Slime Mold Algorithm

Abstract
We are studying pathfinding using the Slime Mold Algorithm.
This algorithm is inspired by the characteristics of slime mold and is designed to find an optimal path. While the conventional Slime Mold Algorithm focuses on static environments, our research explores how the algorithm performs in time-varying environments.

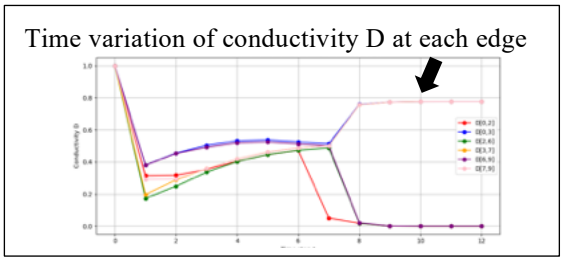
１．目的
洪水時にどのような避難経路が最適なのかを調べるために粘菌アルゴリズムを活用する。

２．方法
時間変化する環境下でアルゴリズムを実行し、従来の粘菌アルゴリズムとどのような共通点、相違点があるかを調べる。今回は、「道を通る“危険度”を人為的に変える」ことに取り組んだ。

３．結果
図１より、一部分の道にかかる危険度を上げると、
その道を通る経路は消滅し、もう片方の経路がより濃くなった。
（赤く太い部分は通りやすい、青く細い部分は通りにくいことを表している。）
さらに、図２より残った経路は導電率 D が大きくなったことが分かった。



（図１）



（図２）

４．考察
粘菌アルゴリズムは最短経路を探るだけでなく、仮にその経路が通れなくなった場合に別の選択肢を提示することができると考えられる。

５．結論
今回私たちが提案した動的環境に粘菌アルゴリズムは対応できる。そして、即時に状況が変わる災害時（例：水害）に最適な避難経路を調べることができると期待できる。

６．参考文献
https://www.jstage.jst.go.jp/article/jjsai/26/5/26_482/_pdf
中垣俊之著　粘菌　その驚くべき知性
https://qiita.com/STInverSpinel/items/8ced06ea7881613a3e2c

７．キーワード
粘菌アルゴリズム　経路探索

名古屋市立向陽高等学校
Nagoya City Koyo High School
affiliation

群、体を用いた代数方程式の考察

Consideration of algebraic equations using groups and fields

中林　優大　　村上　功治
Yudai Nakabayashi　　Koji Murakami

Abstract

This equation has a discriminant, it is not obvious whether it can be solved. Therefore, we will prove its solvability with Galois theory using fields. We will prove this by showing that polynomials can be expressed in terms of elementary symmetric formulas and then showing that when the Galois group is isomorphic to the symmetric group and has degree 5 or greater, it is not solvable.

1.　目的

判別式ではわからない方程式の解ける条件を与えられた方程式の係数を用いた条件にしたい。

2.　方法

方程式の解に関連するガロア理論を学び、方程式の構造を理解し、解から解ける条件を求めるガロア理論を参考に調べる。

3.　結果

・kを標数0の体として、一般的なn次式f（x）＝x^{n}＋$b_{1}x^{n-1}$＋・・・＋b_{n}を体K＝k（b_{1}，b_{2}，・・・，b_{i}）上の多項式捉えることができる。

・f＝（x－u_{1}）（x－u_{2}）・・・（x－u_{n}）と分解されb_{i}は基本対称式で表される。

・Kを対象有理式全体が作るEの部分体とするとき、a_{1}，a_{2}，・・・，a_{n}を有理式体の基本対称式とすれば、$\overline{K}$＝k（$a_{1}a_{2}$・・・a_{n}）である。

4.　考察

・体K＝k（b_{1}，b_{2},・・・b_{i}）から体$\overline{K}$＝k（a_{1}，a_{2}，・・・，a_{n}）へうつす同型写像σが得られた。

・ガロア群$G_{E/K}$はn次の対称式S_{n}と同型でありn≧5の時、S_{n}は可解ではない。

・“f∈K［x］がべき根で解けるならば、fのK上のガロア群は可解”の対偶が成り立つ
⇒5次以上の代数方程式が必ず解ける普遍的な式はない。

5.　結論

ガロア理論における解ける条件は示せたが、係数を用いたものはまだわからない。係数の情報だけで解けるかどうか判別できないかと考えている。

6.　参考文献

・結城浩　数学ガール　ガロア理論、
・松坂和夫　数学入門シリーズ　代数系入門3

7.　キーワード

体、ガロア群、自己同型写像、アーベルの定理

名古屋市立向陽高等学校
Nagoya Koyo Senior High School

4×4×4 オセロとその AI の設計
4×4×4 Othello and Development of its AI

Abstract

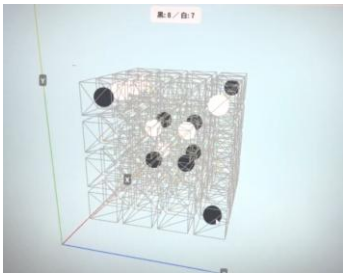
We have designed and developed a 4×4×4 three-dimensional Othello game. We are currently developing two AIs: one for playing and one for learning from game records. Our goal is to gather user gameplay data to identify winning strategies and key moves and ultimately uncover patterns unique to 3D.

１．目的

3 次元に拡張した 4×4×4 オセロにおいて、3D 特有の戦略や必勝法を求めることを目的に、ゲーム盤と対戦用・解析用の AI を作成する。

２．方法

JavaScript でゲーム盤、操作、棋譜の送信に関するプログラムを作成した。対戦用 AI の探索アルゴリズムはαβ法と df-pn で、評価関数の要素は、自分の角・確定石、フロンティア石、相手の確定石・合法手の 5 種類とした。GitHub で本オセロを公開し、Firebase の realtime database に棋譜を保存する。



３．結果

4×4×4 オセロの盤面表示・操作機能を実装できた。また、αβ法と df-pn を組み合わせた対戦用 AI を起動して対戦を行うことができた。一方で、AI の読み込み時間などのプレイアビリティ上の問題点や、いくつかのバグが確認された。

４．考察と対応方法の検討

AI の応答遅延について、探索の負荷が想定より重かったのか、通信の問題か不明である。コンソール出力や処理時間の計測を通じて対処する。バグについては対戦する上で影響の大きい、パスに関するバグを優先的に挙動検証し、デバッグする。

５．結論と今後の展望

いくつか課題があるものの、4×4×4 オセロとその対戦用 AI の実装ができた。今後はこれらの課題を対処しつつ、解析用 AI を実装し、棋譜解析を行って 3D 特有の戦略やパターンを明らかにしていきたい。

６．参考文献

山名琢翔 .”オセロ AI の教科書”. 2021.
https://note.com/nyanyan_cubetech/m/m54104c8d2f12 .（参照 2025-04-15）

７．キーワード　4×4×4 オセロ　αβ法　df-pn　GitHub　Firebase

滋賀県立膳所高等学校
Zeze High School

2 回合成関数が一次関数となる離散単調増加関数について
On Discrete Monotonic Increasing Functions For Which the Second Composition Becomes A Linear Function

Abstract
The aim of this study is the monotonic increasing function from N to N of which the second composition f◦f becomes a linear function.For give integers b and c,if f(f(x))=bx+c for each x,f has some regularities.Besides,this indicates a general term of f(x) and a relationship between f(x) and Padovan Sequence.Also,the study shows a Python source code which calculates f(x).

１．目的
f(f(x))が 1 次関数となる、単調増加な自然数から自然数への関数について考える。

２．方法
f(x)の規則性を発見してそれを証明し、一般項を得る。また、各整数 b,c に対して f(f(x))=bx+c が成立し得る f(x)の個数については、Python ソースコードを書いて、こちらも規則性を見出して証明する。

３．結果
各整数 b,c に対応する f の個数について、表は以下の通り。縦が b,横が c。（各 f の一般項は割愛する）

	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
7	1	0	1	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
6	0	1	0	1	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
5	0	0	1	0	1	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
4	0	0	0	1	0	1	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
3	0	0	0	0	1	0	1	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
2	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	2	2	3	4	5	7	9	12	16	21	28	37	49	65	86	114	151
1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1

４．考察
b=1 のときは 0 と 1 が交互に繰り返される。b=2 のときはパドヴァン数列と一致する。
パドヴァン数列は、P(0)=P(1)=P(2)=1,P(n+2)=P(n)+P(n−1)と帰納的に定義する
(n は自然数)。なお、f の合成回数を増やすと違う数列が出現する。

５．結論
{f(x)}(x=1,2,3…)の一般項及びパドヴァン数列などの重要な数列との関連性を証明に成功した。

６．参考文献
PadovanSequence,wolframmathworld,https://mathworld.wolfram.com/PadovanSequence.html
(23July2025)

７．キーワード
関数方程式　パドヴァン数列　パスカルの三角形　行列の対角化

京都府立嵯峨野高等学校
Sagano High School

n進法における$x!$の末尾の0の数についての考察

Consideration of the number of trailing zeros in $x!$

Abstract
The number of trailing zeros in factorials written in base 10 and base 9 is often very similar. In this study, I explored which number bases give similar results for the number of trailing zeros in factorials, and looked into why these similarities happen.

１．目的

$2025_{(10)}!$ は10進法でも9進法でも末尾の0の数は505個である。他の数の階乗についても10進法と9進法の末尾の0の数に大きな差は見られなかった。そこで、末尾の0の数が大体同じになる進法の組とその理由を明らかにすることを目的とした。

以下、$x,\ a$ は自然数、$p,\ q$ は素数とし、$\lfloor x \rfloor$ は x を超えない最大の整数とする。

２．方法

p^a 進法における $10000_{(10)}!$ の末尾の0の数が大体同じ進法の組を見つける。また、p^a 進法における $x!$ の末尾の0の数の範囲から「大体同じ」の差を評価する。

３．結果

$10000_{(10)}!$ の末尾の0の数が大体同じになる p^a の組として、$(2^4,\ 3^2,\ 5)$ や$(2^{12},\ 3^6,\ 5^3,\ 7^2,\ 13)$ などが見つかった。このことから、ある q について $\frac{q-1}{p-1}$ が自然数となる p において $p^{\frac{q-1}{p-1}}$ 進法の末尾の0の数が大体同じになると予想できた。また、

p^a 進法における $x!$ の末尾の 0 の数 $\left\lfloor \frac{1}{a}\sum_{k=1}^{\lfloor \log_p x \rfloor} \left\lfloor \frac{x}{p^k} \right\rfloor \right\rfloor$ について、$x-1 < \lfloor x \rfloor \leq x$ である

ことを用いると、$\left\lfloor \frac{x}{a}\cdot\frac{1-\left(\frac{1}{p}\right)^{\lfloor \log_p x \rfloor}}{p-1} - \frac{\lfloor \log_p x \rfloor}{a} \right\rfloor \leq \left\lfloor \frac{1}{a}\sum_{k=1}^{\lfloor \log_p x \rfloor} \left\lfloor \frac{x}{p^k} \right\rfloor \right\rfloor \leq \left\lfloor \frac{x}{a}\cdot\frac{1-\left(\frac{1}{p}\right)^{\lfloor \log_p x \rfloor}}{p-1} \right\rfloor$ である。

４．考察

$p^{\frac{q-1}{p-1}}$ 進法の組で末尾の0の数が大体同じになる理由は、$\left\lfloor \frac{x}{p^k} \right\rfloor = \frac{x}{p^k}$ とすると

$\left\lfloor \frac{1}{a}\sum_{k=1}^{\infty} \left\lfloor \frac{x}{p^k} \right\rfloor \right\rfloor = \left\lfloor \frac{p-1}{q-1}\sum_{k=1}^{\infty} \left\lfloor \frac{x}{p^k} \right\rfloor \right\rfloor = \left\lfloor \frac{p-1}{q-1}\sum_{k=1}^{\infty} \frac{x}{p^k} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{x}{q-1} \right\rfloor$ となり、末尾の 0 の数が p によらず q のみで決まるからだと考えられる。

５．結論

p^a 進法において末尾の0の数が大体同じになる進法の組を見つけることができた。また、「大体同じ」は p に対して $\frac{\lfloor \log_p x \rfloor}{a}$ 以下の差だと評価できた。

６．キーワード

ルジャンドルの公式　階乗　n 進法　素因数

京都府立嵯峨野高等学校
Sagano High School

折り紙ユニットにおける多面体の配色について

On the Color Scheme of Polyhedra in Unit Origami

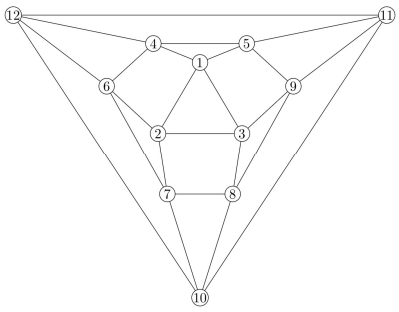
Abstract
This study was done in order to determine the minimum number of colors needed to construct a polyhedron from origami units, disallowing insertion between units of the same color. Modeling the structure as an undirected graph shows that a 12-unit polyhedron needs at least three colors.

１．目的

折り紙ユニットで作ることのできる多面体で、同じ色のユニットを同じ色の別のユニットに差し込まないように作る時、最低何色で可能かを調べる。

２．方法

多面体を無向グラフとして表すことによって調べる。右の図はユニットを頂点とした、ユニット数 12 の多面体を無向グラフとして表したものである。



３．結果

頂点に対して色を塗り分けていく方法を全て調べることによって、ユニット数 12 の多面体の場合では最低 3 色で配色可能であることがわかった。

４．考察

ユニットの数が増加しても、最低 3 色で配色可能なのではないかと考えられる。

５．結論

今回の結果からユニット数 12 の多面体では最低 3 色で塗り分けが可能であることがわかった。先行研究により、ユニット 30 組の多面体は 3 色で配色可能であることが明らかになっており、それ以外の多面体が 3 色で配色可能かはまだわかっていない。

６．参考文献

南部友見, 金正道(2012)． 折り紙ユニットで作る多面体の配色について． 商経学叢, 58(3), 197-212

７．キーワード

塗り分け　折り紙　多面体　グラフ

京都府立嵯峨野高等学校
Sagano High School

3 倍積完全数の平行移動について
On parallel translation of triple perfect number

Abstract
The aim of this research was to discover the regularity of multiply perfect numbers. We especially considered numbers obtained by translating 3-perfect numbers using a power number.

１．目的

$\sigma(a)$ は整数 a の正の約数の総和と定義する（約数関数）。$\sigma(a)=2a$ を満たす a は完全数、$\sigma(a)=ka$ (k は自然数) を満たす a は倍積完全数と呼ばれている。本研究の目的は、倍積完全数に関する規則性を見つけ、証明することである。

２．方法

m は整数とする。$\sigma(a)-3a=-m$ …… $(*)$ とし、これを「3 倍積完全数の平行移動」と呼ぶことにする。まず、m が累乗数となる a について、規則性を見つけることを試みた。

３．結果

m が累乗数となる a は、$a=5,\ 8,\ 13,\ 26,\ 41,\ 51,\ 61,\ 90,\ \cdots$ であった。例えば $a=5$ のとき、$\sigma(5)-3\times5=6-15=-9=-3^2$ である。

４．考察

m が累乗数となる a について、規則性を見つけることはできなかった。

$m=n^2$ (n は自然数) とすると、$a=p$ (p は素数) の場合は $(*)$ より $p=\frac{n^2+1}{2}$ となる。$a=pq$ ($p,\ q$ は素数) の場合は$(*)$ より$(2p-1)(2q-1)=2n^2+3$ となる。これらの式から m が累乗数となる a を見つけることができる。

５．結論

$p=\frac{n^2+1}{2}$ よりm が累乗数となる a が素数の場合は n は奇数に限られることがわかった。

$(2p-1)(2q-1)=2n^2+3$ より $a=pq$ の場合は $2n^2+3$ は合成数であることがわかった。

６．参考文献

飯高茂(2016)．数学の研究をはじめよう(I)，現代数学社
飯高茂(2017)．数学の研究をはじめよう(Ⅳ) 完全数の新しい世界，現代数学社

７．キーワード

倍積完全数　約数の和

立命館高等学校
Ritsumeikan High School

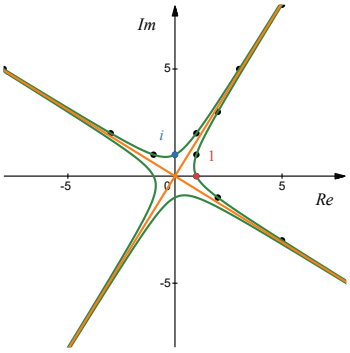
複素フィボナッチ数列の生成と一般化
Generation and Generalization of the Complex Fibonacci Sequence

Abstract
The Fibonacci sequence is one of the most famous sequences, but its relationship with complex numbers is hardly researched. Hence, the goal is to make the foundation for future research of the complex Fibonacci sequence. Properties, such as the general terms and location in the complex plane, were obtained.

１．目的
フィボナッチ数列は自然界と深く関係している一方で，複素数との関係は殆ど調べられてこなかった．本研究ではこれからの研究の土台となることを目的とした．

２．方法
フィボナッチ数列$\{f_n\}$，及び複素フィボナッチ数列と名付けた，初項，第二項が任意の複素数であり同様の漸化式を持つ数列$\{F_n\}$，また$\{F_n\}$の隣接項比の数列$\{G_n\}$を定め，これらの数列の性質について調べた．

３．結果
数列$\{F_n\},\{G_n\}$について，$\{F_n\}$とフィボナッチ数列$\{f_n\}$との関係性，一般項，$\{F_n\}$の母関数，極限など，代数的な基本的性質に加え，複素数列特有の複素平面上での点列の配置など幾何的な性質も得た．



４．考察
ここまでの結果で得られた性質のほか，$\{G_n\}$の母関数，$\{G_n\}$が存在する曲線，$\{F_n\}$が双曲線を成すか，$\{F_n\}$についての級数の収束値など，様々な予想が存在する．

５．結論
本研究では複素フィボナッチ数列についての基礎的な性質の研究について，土台となれるような十分な結果が得られたと考える．一方で，この数列についての予想や，定義を拡張した関数としての扱い，関連する数列の性質などについても調べていきたい．また，これらの性質を用いた実社会での応用なども模索する．

６．参考文献
遠藤一成．(2002)．複素フィボナッチ数列．数研通信，45(3)．
https://www.chart.co.jp/subject/sugaku/suken_tsushin/45/45-3.pdf

７．キーワード
フィボナッチ数列　複素数　黄金数　複素解析　数列

大阪府立生野高等学校
Osaka Prefectural Ikuno High School

役の完成が勝率に及ぼす影響 in ポーカー

The influence that win rate in Texas Hold'em

Abstract

We analyzed the factors that influence win rate in Texas Hold'em.

１．目的

大阪には、2030 年にカジノが開業する見込みである。カジノで遊べるゲームの中で、個人的にはポーカーが一番面白いと考えている。そこで、自分の勝率がどのような要因で変化するのかを分析し、カジノでポーカーをプレイする際に自分の勝率がどうなっているのかを把握することで、ゲームで有利に立ち回れるようにする。

２．ポーカーのルール

今回は海外のカジノで広く行われているテキサスホールデムを採用した。自分の手札 2 枚と共通カード 5 枚の組み合わせで役を作る。段階が分かれておりそれぞれの段階で賭けるかを決める。最終的に一番強い役を作ったプレイヤーの勝ち。

３．方法

自作のツールを用いた。勝率の計算はシミュレーション回数 1000 回により行っている。役が自分にとって新しく完成したときと完成しなかったときに着目した。ツールのリンクと、ツールのコードのリンクは下部にある。

４．結果

結果の表はここには収まらないため、結果の一部を載せる。完全版は下部リンクにある。なお、下の表の「～０％」などの下の数字はその役の完成した回数を表す。また、表２の完成特徴とはボードにできた特徴を表す。

表１　役完成時

完成役	~0%	0~10%	10~20%	20~30%	30%~	平均変動	標準偏差	平均勝率
ワンペア	8445	3898	1368	1840	3271	7.36	18.72	42.33
フラッシュ	659	270	328	326	1872	26.75	24.85	81.44
フルハウス	180	931	855	464	345	14.79	12.54	90.21

表２　役は新しく完成せずボードに特徴が完成

完成特徴	~-15%	-15~-10%	-10~-5%	-5~0%	0~5%	5~10%	10~15%	15%~	平均変動	標準偏差	平均勝率
3 連数字	2638	2876	3121	2521	1578	419	103	293	-7.7	10.81	47.02
4 枚同絵柄	1644	337	226	121	125	28	29	79	-15.31	12.01	41.38

単峰分布と二極化の、2 通りの分布が見られた。二極化が見られたのは、ワンペアやツーペアなどの比較的弱い役や、フラッシュなどが完成したときであった。ボードに特徴が完成したときや、フルハウスが完成したときは単峰分布が見られた。

５．考察

二極化が見られる理由は、完成した役が自分のハンド主導なのかボード主導なのかで勝率が大きく変わるからではないかと考える。

６．結論・展望

この結果から、単峰分布が見られた役や特徴では今回算出した平均変動が参考になるのではないかと考える。二極化が見られた役では、この結果だけでは実際のゲームの場面で勝率が上昇したか下降したかは判断できない。よって、考察で述べた仮説を検証するために、役が完成したときはその役がどれだけボードに依存しているのかを判定する仕組みを導入しようと考えている。

７．キーワードとリンク

https://docs.google.com/document/d/1-7qfbfZx4bM0P-ifhNSa-CsuSPrd83wVUDokCsR0a5A/edit?usp=sharing

ポーカー　テキサスホールデム　勝率　統計

生野高校
Affiliation

一人ポーカーでフルハウスを出すための最適なアプローチ
The easiest way to get a full house in single-player poker

Abstract
We calculated the probability of getting a full house in single-player poker and find out which is the most likely to get a full house.

１．目的
一人ポーカーをするときにフルハウスが一番出やすいアプローチを考えること。

２．方法
ジョーカーを抜いた５２枚のトランプから５枚のカードを引きそれぞれの役から最低２回交換してフルハウスが出る確率を手計算と google のスプレッドシートで求めどのアプローチが一番確率が高いかを求める。また１枚のカードを交換するときは他に同じ数字のカードがないカードを交換する。２枚以上のカードを交換するときは交換するカードの数字はすべて違うものとする。

３．結果
①52 枚のトランプから５枚引きそれぞれの役になる確率%
②１回の交換でフルハウスになる確率%

②

	ブタ	ワンペア	ツーペア	スリーカード	フォーカード
１枚交換			8.33	6.25	6.25
２枚交換		0.765		6.12	6.12
３枚交換	0.0918	0.244			
４枚交換	0.0576				
５枚交換	0.14				

①

ブタ	50.7%
ワンペア	42.3%
ツーペア	1.18%
スリーカード	0.528%
フルハウス	0.14%
フォーカード	0.024%

４．考察
結果より１回の交換でフルハウスになる確率ではブタ以外では交換する枚数が小さいほど確率が大きくブタがそうでない理由は交換する枚数が多く３枚や４枚交換する場合交換しないカードの数字と同じ数字がでなければいけけないからだと考えられる。

５．結論
結果より最適なアプローチは１回目の交換では５枚のカードの役が
ブタのとき５枚交換、ワンペアのとき２枚交換、ツーペアのとき１枚交換、スリーカードのとき１枚交換、フォーカードのとき１枚交換することである。１回交換すると役はフルハウス、ブタ、ワンペア、ツーカード、スリーカード、フォーカードのいずれかになるので２回目の交換でも同様である。

６．参考文献
なし

７．キーワード
一人ポーカー

大阪府立四條畷高等学校
Osaka Prefectural Shijonawate High School

数理ゲームにおけるプログラミングを用いた解析
Analysis using programming in mathematical games

Abstract

The “Second Best” is a game that aims to achieve the winning conditions with the second best choice. We are interested in the strong competitive AI that exists in Shogi and Othello. Our goal is to make the same in this Second Best.

１．目的

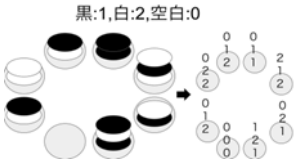
セカンドベストとは勝利条件の達成を次善手で目指すボードゲームである。将棋やオセロなどに存在する強い対戦 AI に興味を惹かれた私たちは、このセカンドベストというゲームにおいても、盤面を数理的に解析することで同様に作ることを目的としている。

２．方法

盤面を３進数で表現をして、後退解析により勝敗確定局面をすべて列挙し、それを用いて任意の局面において常に次善手を打つプログラムを作成する。

３．結果

この要旨を作成している時点では、セカンドベストをプログラミングで表すという段階にはまだ至っていない。



４．展望

まずはセカンドベストをコンピュータ上で表すようにプログラミングをすることから始めていきたい。そして、たくさんの人に興味を持ってもらうためにもこのセカンドベストというゲームの対戦 AI のソフトを作りたいと考えている。

５．参考文献

廣瀬豪（2021）『Python で作って学べるゲームのアルゴリズム入門』ソーテック社

６．キーワード

セカンドベスト　ゲーム理論　組合せ論　プログラミング　数理ゲーム

大阪府立四條畷高等学校
Osaka Prefectural Shijonawate High School

折り紙を用いた螺旋構造の組み合わせ
Combination of spiral structures using Origami

Abstract

The goal of our research is to create a compact structure by combining origami with each other in a spiral structure. We measure the surface area before and after they are combined to determine the shrinkage rate of the structure. We would like to clarify how to combine them in future studies.

１．目的

本研究は、折り紙を用いた螺旋構造を組み合わせてコンパクトな構造になるものを作り、その構造が宇宙工学などの工学分野に応用されることを目指すものである。

２．方法

螺旋折り円筒等の螺旋構造を持つ折り紙どうしを組み合わせて 1 つの構造を作り、構造が組み合わさる前後の折り紙の上から見た面積を測定し、構造の変化を確認する。

３．結果

現在は、螺旋構造を持つ折り紙を折ることはできているが、それらを組み合わせた構造は作成途中であり、十分な成果を示すことはできていない。

４．考察

螺旋構造を持つ折り紙の構造は複雑であるが、折り畳まれる前後の体積の圧縮率は大きく、組み合わせることで、その性質をより活かすことができると推測される。

５．結論・展望

螺旋構造を持つ折り紙どうしを組み合わせた構造はできていない。

今後の活動では、ナットとボルトの構造を参考にして、螺旋構造どうしを組み合わせていきたいと考えている。

６．参考文献

古谷寛,「折紙工学の宇宙構造物への応用」, 日本機械学会誌,
vol. 119, no. 1175, p570-571

７．キーワード

折り紙幾何学　折紙工学　螺旋構造

大阪府立四條畷高等学校
Osaka Prefectural Shijonawate High School

四次元図形の可視化
visualizing four-dimensional figure

Abstract

Designing four-dimensional figures using quaternions, convex hull and vectors.

１．目的

Unity を用いて四次元図形を画面上に投影する。

２．方法

Unity で C#言語を用いて、3 次元上での回転をクォータニオンを利用しコーディングし、それを４×４の回転行列に変換して四次元図形の回転を可能にし、さらに４×４の回転行列を５×５の回転行列に拡張して、四次元図形の移動を可能にする。また、Unity には Vector5 が存在しないので自作のコードを書き、mesh を自動でつけるコードを書く。それについては点の集合の凸包をもとめるアルゴリズムの「ギフト包装法」もしくはベクトルの内積の公式を利用してコサインを求め小さい順に点に順番をつけ、時計回りに点を３つずつ選び三角形を作り面がつけられるようにする。描写した図形は VR を使い動かしたり、切断ができるようにしたい。

３．結果

自作クォータニオンの回転は Unity 上で動作することを確認できた。クォータニオンは主に３次元の図形の回転に使うが、ジンバルロックを防ぐことができるので使用することにした。

５×５の回転行列のコードまでは作成できた。

４．考察

三次元図形の切断処理を追加した際、Unity のヒエラルキーの情報がすべて消えてしまう現象が発生した。コードの行数が多く、Vector を多用してしまったことが原因でパフォーマンスに悪影響を及ぼした可能性があると考えた。そのため、効率的で Vector を最低限使用するコードを設計したい。

５．結論・展望

ギフト包装法とベクトルの内積の両方を作成し、より効率的に動作するアルゴリズムを選択したい。また、VR で物を持つ動作を実装する際、遠くのものが取れる RayInteractor を使用したい。

６．参考文献

Interface 2024 年４月号　数学 100[すぐに使える数式&プログラム付き！].Interface 編集部
Unity で超立方体の投影・回転・切断してみた話
(https://qiita.com/Rijicho_nl/items/a0810bbfbb98d5706968)　2025 年 7 月 17 日閲覧

７．キーワード

迷路　アルゴリズム　難易度の数値化

大阪府立四條畷高等学校
Osaka Prefectural Shijonawate High School

softALife で植物の一次共生の再現をシミュレーションする
Simulating the reproduction of primary symbiosis with softALife

Abstract

We are conducting research on primary symbiosis using computer simulations. Primary symbiosis refers to the process in which eukaryotic cells incorporate cyanobacteria. We aim to reproduce this phenomenon and calculate the probability of collisions between cells. Based on these probabilities, we plan to develop a program in which virtual organisms evolve.

１．目的

Unity を利用して光依存性運動や細胞運動を組み込んだシアノバクテリアと同じくプログラムを組み込み再現した真核細胞のモデルを作り、植物の一次共生をコンピュータ上に再現すること。

２．方法

まずシアノバクテリアと真核細胞のモデルを Unity 内のオブジェクトとして導入する。従来の Boids アルゴリズムに新たなルールを追加してそれぞれの動きを再現し、それらのモデルを量産して同時にシミュレーションする。シミュレーションをして得た結果から共生が起こった割合を返すようにする。そこからよりその割合の精度を高くするために動きの関数に含まれる定数を変更することを繰り返す。

３．結果

それぞれの動きを荒く再現することはできたので、ここからシミュレーション結果の値を返し、自動的に学習していくようにしたい。

４．考察

Boids を用いることで、個々で簡単なルールを持ち、集団で複雑な動きをするという softALife の特性を保ったまま一次共生を再現することができる。

また、プログラム内の定数を変更することで逆算的にシアノバクテリアや真核細胞の詳細な動きを知ることができる。

５．参考文献

伊庭 斉志+MIT/Mind Render 開発グループ(2022).『Unity シミュレーションで学ぶ人工知能と人工生命』.壮光舎印刷

BNN,Inc.（2025）「書籍『processing で作って学ぶ、コンピューターシミュレーション入門紹介動画/part2 chapter 13　鳥の群れボイドモデル（前編）」https://youtu.be/rf5tYI0JItM?si=covLG-tHMARqFiop （2025/07/26 閲覧）

６．キーワード

人工生命　一次共生　Boids アルゴリズム プログラミング　softALife

大阪府立四條畷高等学校
Osaka Prefectural Shijonawate High School

構造的指標に基づく迷路の難易度の数値化
Quantifying the difficulty of mazes based on structural indicators

Abstract

The goal of our research is to quantify the difficulty of mazes. To achieve this, we have considered several aspects. In the future, we plan to achieve our goal and generalize the difficulty.

１．目的

迷路の難しさには明確な基準がないため、本研究ではその観点を指標化し、難易度を数値化することを目的とする。

２．方法

市販の迷路における難易度がなぜその難易度に設定されているのかを考察するために、分岐点の数や解答経路の長さといった構造的な要素に着目し、それらを組み合わせて分析を行う。その結果をもとに、難易度を数値化するためのプログラムを作成する。さらに、それを適切な数式として一般化する。最後に、その数式を用いて迷路の難易度を数値化・可視化する。

３．結果

現時点では、設定された迷路の難易度について分析したものの、迷路の難易度を数値化するためのプログラムは作成途中である。分析の例を示すと、右の迷路において、分岐点の個数は 2 個(緑点)で、解答経路の長さは点 23 個分である。

４．考察

今回の実験では、「分岐点の数」と「解答経路の長さ」を組み合わせて迷路の難易度について考察し、それらはある程度、指標として妥当性があると考えた。しかし、これらの指標の選び方や組み合わせ方については、今後更なる検討が必要であると考えられる。また、数式としての一般化、数値の可視化についても今後の課題として残されている。

５．結論・展望

本研究では、難易度別に設定された迷路がどのような根拠に基づいて作られているのかについて、構造的な指標に着目し、それらの妥当性を考察することができた。今後は、迷路を画像認識させ、分岐点の数や解答経路の長さなどの指標を画像のみから抽出し、それらの情報をもとに難易度を判定するシステムを構築する予定である。その上で、自作のアルゴリズムに結果を反映させ、難易度を数値化・一般化し視覚的にわかりやすく表現できるようにしていきたい。

６．参考文献

ヒトを対象にした迷路課題の難易度を定量的に決定するパラメータの検討
(https://www.jstage.jst.go.jp/article/jsmbe/57/2-3/57_58/_pdf/-char/ja)、2025 年 7 月 29 日閲覧

７．キーワード

迷路　アルゴリズム　難易度の数値化

大阪府立天王寺高等学校
Osaka Prefectural Tennoji High School

ピックの定理を応用した曲線領域の求積法

Abstract

$S(P)$ of the region bounded by the curve $y = ax^m$, the line $x = n$, and the x-axis using Pick's theorem. Since the theorem applies only to polygons with lattice vertices, we subdivide the lattice by scaling, apply Pick's theorem to the enlarged region, and recover the exact area through similarity and limits:$S(P) = \frac{a}{m+1}n^{m+1}$.The approach extends to real values of a and n, providing a framework that generalizes Pick's theorem to curved regions.

1. 目的

実数a, nと正の整数mに対し，関数$y = ax^m$，x軸，および直線$x = n$のグラフに囲まれた領域をPとする．その面積$S(P)$の値をピックの定理を用いて求める．

2. 方法

領域Pは境界に曲線を含み得るため，ピックの定理を直接適用できないが，格子点の細分化を行い，$S(P)$を近似する．それから極限をとることで，より正確な値を求められる．

3. 結果

$S(P)$の値を，ピックの定理を用いて，以下のように求めることができた．

$$S(P) = \frac{a}{m+1}n^{m+1}$$

ただし，a, nは実数，mは正の整数である．

4. 考察と結論

ピックの定理を直接適用できない曲線に囲まれた領域に対しても，格子点の細分化と極限操作を用いて曲線で囲まれた領域の面積を求めることが可能である．

本研究では，曲線がm次の項のみで，陽関数かつxの指数が正の整数であるという強い条件のもとで行ったため，今後は陰関数やxの指数が正の整数でない関数にも適用する方法を研究していきたい．

5. 参考文献

https://manabitimes.jp/math/2842
「ベルヌーイ数とゼータ関数」　荒川恒男・伊吹山知義・金子昌信　著

6. キーワード

ピックの定理

大阪府立豊中高校1班

京大数とは何者か～石取りゲーム上の陰謀≪ストラテジー≫～

Abstract
Explore the stone-catching game problem from Kyoto University's entrance exam.

1. 目的
2016年の京大特色入試問題において、石取りゲームに関する問題が出題された。
①台の上にn個の石を置く
②二人が交互に自然数の2乗個の石を取っていく
③台の上に石がない状態にした方を勝者としてゲームを終了する
どの自然数nに対しても、このゲームは先手必勝または後手必勝のいずれか一方である。
後手必勝となる自然数nを「京大数」とする。京大数の出現の法則性を探る。

2. 手法
(京大数) + (自然数の二乗) = (先手必勝) を利用して、地道に京大数を調べ上げる。

3. 結果
700まで調べると、下一桁が1と6の数に京大数は見られなかった。
下一桁が1と6の数は5を法として合同であるため、このことを利用する。

m	0	1	2	3	4
m^2	0	1	4	4	1

(mod5)では自然数mとm^2は右の図のように分類できる。
m^2には0,1,4(mod5)しかないため、n≡1(mod5)(n>1)のとき、先手は4(mod5)を取って2(mod5)で相手に返すことができる。
次に後手がどのように手を打っても先手には1,2,3(mod5)で返ってくるため、先手は2(mod5)で相手に返し続けることができる。互いにこの行動を繰り返すと先手は2で相手に返すことができ、先手勝利となる。しかし、これは後手が0(mod5)を取らない場合は常に成り立つが、後手が0(mod5)を取って2(mod5)で返し続けてくる場合、先手も2(mod5)で返し続けても取る数によって先手敗北となる場合もある。さらに、41は最初に36(≡1(mod5))を取った場合にのみ先手が勝利するため、このように勝利するために必ず2を返す必要があるわけではない。

4. 考察
後手が0(mod5)を取って2(mod5)で返し続けてくる場合も、合同数を工夫して組み合わせることで証明できるのではないかと考えられる。また、nが2だけでなく5や7も後手必勝であることを利用することで証明に近づくと考えられる。

5. 結論
n≡1(mod5)のときは先手必勝であると考えられるが、まだ証明は不完全であるため、合同数の利用や別の視点からの証明を検討して証明することが今後の課題である。

6. 参考文献
・2017年度京都大学理学部特色入試第3問
・なかけんの数学ノート <https://math.nakaken88.com/problem/kyoto-u-t-2017-3/>

7. キーワード
入試問題　石取りゲーム　必勝法　合同数

大阪府立豊中高等学校数学2班

ボカロと数学
「YouTube」再生数上位のボカロ楽曲の特徴

Abstract：There are many songs which use synthesized voices as vocals. In this study, we are trying to collect statistics of 100 of them which are viewed the most in “Youtube”, a video uploading website: which key do the 100 songs use in their catchy part?

1.目的

合成音声がボーカルとして使われている楽曲の魅力の源泉を知りたい。そのために動画投稿サイト「YouTube」における再生数が上位のものの共通点をさぐる。いわゆるサビの部分にどの調を使うものが多いのか、前後のコード進行がどうなっているのかを調べる。人気曲の共通性を図形化・数値化することを目指す。

2.方法

「Vocaloard Charts YouTube ボカロ™ ランキング」の情報を基に、合成音声がボーカルとして使われている楽曲のうち動画投稿サイト「YouTube」における再生数が多い順に100曲を選び、サビの調で分類して考察する。

所謂「原曲」のみを調査対象とするため「カバー曲」を除外する。

調はメロディーを電子ピアノと聞き比べて構成音を書き出した上でメロディーの最終音や曲調の変化や前後のコード進行をもとに決定する。

3.結果

サビの調が途中から変わる曲などの集計方法が未定のため結果は出せていない。

4. 考察

もともと予定していたテーマは「音楽と幾何学」というタイトルだった。これはピタゴラス音階の考察などを含む大きな構想だった。音楽を図形化して比較対照するものだったが、7月後半に行き詰ってしまった。発表を前にテーマを急遽変更したため、8月はじめの本稿提出締め切り段階では十分な考察ができていない。8月23日のマスフェスタ当日にはたたき台としての考察を間に合わせて発表する予定である。

5. 結論

8月23日発表予定。

6. 参考文献

”YouTube ボカロランキング（再生数順, オリジナル曲・リメイク曲）2025年6月”.
Vocaloard Charts YouTube ボカロ™ ランキング.
https://vocaloard.injpok.tokyo/?d=2025-06&k=1&p=0&t=1,2 ,(2025年7月16日)
”YouTube ボカロランキング（再生数順, オリジナル曲・リメイク曲）2025年6月 [2]”.
Vocaloard Charts YouTube ボカロ™ ランキング.
https://vocaloard.injpok.tokyo/?d=2025-06&k=1&p=0&t=1,2&g=2 ,(2025年7月16日)

7. キーワード

音楽の幾何学、合成音声、調、コード進行

大阪府立豊中高等学校数学3班

ポーカーと数学

Abstract : In this study, we will investigate draw poker with rules that eliminate all elements of bluffing and the like. We will investigate what cards can be exchanged to make it easier to win.

1，目的

本研究では、ブラフなどの要素を全て排除したうえで新たにルールを定めたドローポーカーにおいて、どのような条件で、どのようなカードを交換すれば勝ちやすくなるのかを調べる。最も勝ちやすいと考えられるカードの替え方を検討し、その交換によるそれぞれの役の出現確率を求める。確率的に最も勝ちやすいといえる交換の仕方を考察する。

2. 方法

上記の「特定の状況」を具体的に考え、それぞれについて最も勝ちやすい替え方を検討する。確率の求め方については、ChatGPTを用いて作成したPythonのコードを使用して求める。また、そのPythonのコードが、正しく確率を求められるかどうかを検証する。
加えて、ChatGPTを用いて作成したPythonのコードを使用して、相手の手札を考慮したうえで、捨て方の違いによる勝率の変化について検証する。

3. 結果

役ができる確率や勝率の算出はまだあまり出来ていない。試しに、一つの「特定の状況」について考え、カードを替える方法に対応したそれぞれの役ができる確率を、手計算とPythonのコードによってそれぞれ求めた。以下にその結果を示す（ポスターで発表）。

4.考察

　手計算によって求めた数学的確率とPythonを用いて求めた統計的確率がどの項目でもほぼ等しいものであった。今後はPythonのプログラムをもとに考えを深めたい。勝率についても、Pythonを用いて求めることができるか検証していきたい。

5.結論

まだ何らかの結論を出すところまでは至っていない。

6. 参考文献

「ポーカーの種類とルール」
＜https://h-eba.jp/heba/gamble/poker.html＞（2025/05/26 16:20閲覧）

ABEMA　TIMES 「ポーカーの役一覧・早見表｜強い順・確率を解説」
＜https://times.abema.tv/articles/-/10152873＞　（2025/05/26 16:16閲覧）

キーワード　確率　ポーカー　役

大阪府立豊中高等学校数学4班

コラッツ予想を解決!?

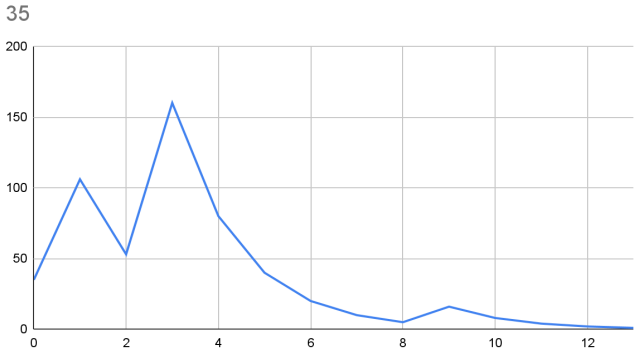
Abstract：We would like to solve The Collatz Conjecture, which was proposed by Lothar Collatz in 1937 and remains unsolved to this day, using a method that even high school students can handle.

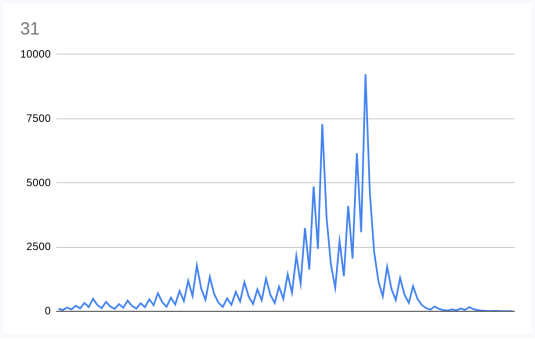
1. 目的

コラッツ予想とは、任意の正整数に対して「偶数の場合は2で割り、奇数の場合は3倍して1を足す」という操作を繰り返すと、最終的に必ず1になるという予想のことだ。
1937年にローター・コラッツによって提起され、現在でも未解決であるこの予想を高校生でも扱える手法で解決したい。

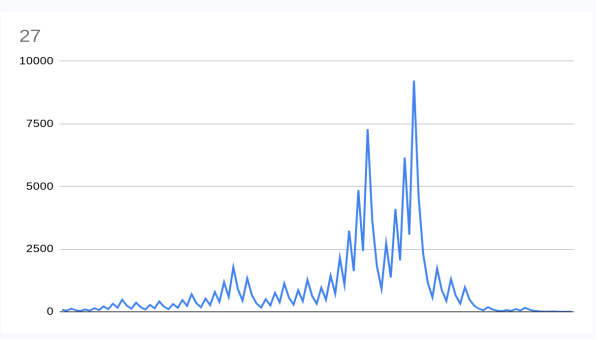
2. 方法

google spread sheet を利用して、コラッツ数列の初項と1が現れるまでの項数の関係をグラフ化し法則を探す。まず、1から10000までの数を
google spread sheet を用いて調査した。
任意の整数nでコラッツ予想を計算したときの、
1になるまでの試行回数（横軸）と計算の過程で現れる整数（縦軸）とをグラフ化し、縦軸の数が共通している部分や類似の経過を辿っている部分などを見つけてその原理を調べる。
右は、35に対する試行のグラフである。





27での試行のグラフ



31での試行のグラフ

5. 結論

現在、1～10000の数のグラフ化を行った。コラッツ予想の直接的な証明をすることはできていない。「素数」との関係性のような違った視点での研究を進めていきたい。

6. 参考文献

「数学の景色」<https://mathlandscape.com/collatz/>(2025/05/26アクセス)

キーワード
コラッツ予想　実験数学　帰納的推論

大阪府立富田林高等学校

Tondabayashi

ビュフォンの針と正多角形への応用

Needle problem and its application to regular polygons

Abstract

To determine whether pi is still involved in the probability or expectation of an edge intersecting an interval line when the Needle problem experiment is extended to regular polygons.

1. 目的
   ビュフォンの針の実験を、正多角形に拡張したときにも、辺が間隔線と交差する確率や期待値に円周率が関わるのかどうかを調べること。

2. 方法
   できるだけ、高校数学の知識のみを使い証明することを目的としたい。
   また、証明方法と解が正しいかどうかを精査するために我々は複数の方法で証明することにした。

   ① 空間の確率密度関数を利用し、導出する方法。
   まず、ビュフォンの針の実験での、針と間隔線の交差する確率を導出するに必要な変数は間隔線の間隔の大きさ l、針の長さ d、針と間隔線が交差する角度 θ である。
   ここで、l=2d のとき交差する確率は $1/\pi$ に収束することから、そのように設定し、xy 座標で考えるとき、 x 軸に平行に間隔線を引くことで、針の長さ d を y 座標の変数とおけるから、必要な変数は d と θ の 2 つである。
   針の中点の y 座標 d を 0 →2d に、交差する角度 θ を 0 → π へ徐々に変化させていき、確率密度関数を近似して積分し、確率と期待値を求める。

   他に複素数平面で座標を θ で表し導出する方法や、複素数平面における ω の図形的意味を持ち込んで導出する方法なども模索している。

3. 参考文献
https://manabitimes.jp/math/1065
https://manabitimes.jp/math/917
https://manabitimes.jp/math/875

大阪府立富田林高等学校
Osaka Prefectural Tondabayashi High School

ウラムの螺旋による幸運数と素数の関係

Relationship between lucky numbers and prime numbers through the Ulam Spiral

Abstract

The Ulam spiral is well known for its beautiful patterns. Inspired by this, we wondered whether lucky numbers with a distribution similar to prime numbers might also exhibit distinctive patterns.The aim of this study is to investigate the relationship between lucky numbers and prime numbers.

1. 目的

素数分布を可視化したウラムの螺旋は美しい模様で知られている。そこで、素数定理と似た現れ方をする幸運数にも特徴的な模様が現れるのではないかと考えた。前回の研究では、幸運数をウラムの螺旋構造で可視化するプログラムの作成や数学的な美の考察を行った。本研究では、視覚的な面に加え数学的に幸運数と素数の関係を調査することが目標である。

2. 方法

前回の研究を深めるために再び考察した。

①幸運数と素数の共通な数列についてウラムの螺旋構造で表示し、幸運数、素数とその共通部分の三者を比較する。表示にはプログラム(C#)を使用した。

②幸運数の規則(以下記載)を、除く数列と除かれた数列に分けて考える。

自然数の数列→2n番目を除く→2番目の数字3を幸運数として選ぶ→(除かれた数列から)3m番目を除く→3番目の数字7を幸運数に→7p番目を除く→……と続く

3. 結果と考察

①共通部分の表示では、間隔が広く表示された。両者は異なる数列であることを意味する。

②規則の二周目に課題が確認された。除くことを繰り返すことで捉えづらいと予想される。

4. 結論

類似する模様を見せながら、幸運数と素数は異なる数列であることを意味した。また、今後は、新たな課題である幸運数の仕組みを中心に研究を進めていきたい。

5. 参考文献

The OEIS Foundation Inc . “A000959 - OEIS” . The On-Line Encyclopedia of Integer Sequences . July 16 23:31 EDT 2025 . https://oeis.org/A000959 , (参照 2025-07-17) .

6. キーワード

ウラムの螺旋　幸運数　素数　C#　プログラミング

富田林高校

郵便切手問題

Abstract
We challenged to solve the unsolved “recurrence formula of stamp folding problem”. The goal of this problem is to find all the ways to fold a certain number of stamps lined up. Then, we are trying to find the regularity of these sequences of numbers using data from previous studies and other sources.

１．はじめに
郵便切手問題とは「一列に並んだn枚の切手を、一番左の表の面が一番上になるように折りたたむとき、何通りの折り方があるか求めよ。」という未解決問題。我々は引き継ぎとして先行研究者からデータを譲り受けるという形でこの研究に取り組んだ。

２．研究方法
先行研究データやネット上の文献などを用いて、数列に対する規則性や漸化式を求める試行を行う。

３．先行研究
同じ折り目でも複数折り方が存在する場合があり、折り方の総数の変化の規則性が見えづらいことから、漸化式ではなく一部のnについて成立し、nがある自然数を超えると式からの値が実際の折り方の総数より常に小さくなる、”基礎評価式”と呼ばれる式を求めた。そこから、それぞれの折り目に対して2進数を用いて通し番号を割り振り、不確定な増え方をするところを抑え込もうとした。

４．結果、考察
調査を進めていくと、先行研究では第10項までしか求まっていなかった数列が第45項まで計算されている文献を発見したため、それらを用いて隣接項との関係を調べた。
現在時点では、これらの数列の関係性として、隣接項の商、差分、絶対値において、商は振動しながら増加傾向にあり、それらの差分は完全に単調ではないものの、減少している。差分・絶対値は振動しながらも同様に全体的に減少傾向にあり、差分は減少していることがわかった。これらから、隣接項の商、差分、絶対値は収束するのではないかと考えられる。

５．課題、展望
さらに様々な手法を用いて隣接項との関係を探り、差分の減少の規則性や、実際にこれらの値が収束しているかどうかなどの面から、この数列の漸化式や規則性を改めて求めていきたい。

６．参考文献
(引き継ぎ)　和歌山県立向陽台高等学校　郵便切手問題　西村波宏　田岡尚人
高津高校　郵便切手の問題の解決に迫る　北村奈菜子
The University of Tokyo　Reccurence Formula of Stamp Folding Problem　By Shintaro Sakai
OEIS　the Online Encycropedia of Integer Sequences A000682 https://oeis.org/A000682
I. Jensen, Table of n, a(n) for n = 1..45　https://oeis.org/A000682/b000682.txt

７．キーワード　数列　漸化式　未解決問題　　郵便切手問題

大阪府立東高等学校
Osaka Prefectural Higashi High School

エスカレーター・エレベーター・階段はどれが最速か
Which is the fastest：escalator,elevator,or stairs?

Abstract

We were interested in which is the fastest way to go to the fourth floor, so we conducted this study.The purpose of this study is to find out which is the fastest way to get up to the fourth floor, and to save time on moving.

1.目的

エスカレーター・エレベーター・階段の中で最速の移動手段を検証する。

2.方法

実際に実験での計測、および計測不可なものは計算にて、1階から4階まで登る時間の比較を行う。
なお、エレベーターについては各階での停止時間を一律で4秒と定義した。

3.結果

エスカレーターは常に安定している。また、階段については登る人により速度が違うため結果に幅がでる。エレベーターは初期の停止階や停止する回数により時間に幅が大きく安定しないものの時間としては一番早く4階に到達した。

表1　エレベーターの初期停止階による比較

エレベーター	43.5s
1F(20.9s)	×
2F(29.2s)	×
3F(35.1s)	×
4F(41.8s)	×

表2　階段とエスカレーターの比較

階段	43.5s
高校生　45.8m/s(36.8s)	×
成人　38.9m/s(41.3s)	×
高齢者　32.7m/s(47.0s)	○

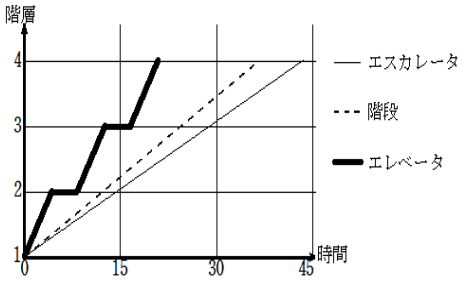


図　3方法の時間の比較

4.考察

エレベーターは初期の停止階数が高くなるごとに、待ち時間が発生するので移動時間の安定性が損なわれる。よって時間の振れ幅がより大きくなる。また、エスカレーターや階段は常に一定の速度のため安定した移動ができると考えられる。

5.今後の展望

今回の検証の結果、エレベーターが一番速かったが実生活の中では常にエレベーターが一番速いとは感じない。これは、実際の待ち時間等が一定でない等、さまざまな要因が考えられるため、今後、考察要素を追加してさらに検証を進めていく。

6.参考文献

デイリーポータルZ 「エスカレーターは何階までならエレベーターより速いか」
https://dailyportalz.jp/

UDエスカレーター「身近なエスカレーター、速度が違うその理由とは」
https://www.udescalator.co.jp/

7.キーワード

速度　エレベーター　エスカレーター　階段　人数　階数　距離

大阪府立大手前高等学校
Otemae high school

奇数の完全数
Odd perfect number

Abstract
Since only even perfect numbers have been discovered so far, we assume that no odd perfect numbers exist and attempt to prove this.
(This study is limited to odd numbers from 1 to 100.)

1.目的
現在は偶数の完全数しか見つかっていないため、奇数の完全数が存在しないと仮定して、それを証明する。（本研究は1から100の奇数に限って行ったものである。）

2. 方法
完全数である条件 $\sigma(n)=2n$かつ$2n\not\equiv 0 \pmod 4$ 【$\sigma(x)$は約数の総和数であり、nは任意の奇数】を使い1から100の奇数が完全数でないことを証明する。

3.結果
素数、平方数、累乗数は「偶数にならない」、素数×素数は「4の倍数になる」、素数^a×素数^bは「その数自身の2倍よりも小さい」ことから完全数にならないことが証明できた。

4.考察
数論におけるオイラーの定理から奇数の完全数の条件は素因数を3つ以上持つことと証明されているため、本研究で用いた集合のほとんどはこの定理に裏付けられていると考えられる。

5.結論
本研究では1から100までの奇数がすべて完全数ではないということを証明した。
証明が完了したのは1から1000までの奇数のうち89%、1から10000までの奇数のうち75%となりまだ完全であることがわかった。奇数の完全数が存在しないと証明するには、もっと多くの数に当てはまる集合が完全数にならないという証明をする必要があることがわかった。

6.参考文献
特になし。

7.キーワード
完全数 約数の総和 オイラーの定理

大阪府立大手前高等学校
Otemae high school

数学パズル
math puzzles

Abstract

This is a study of whether there is a regularity in the mathematical puzzle called ″Make numbers from 1 to 9 using the same number (2 to 9) 5 times, four-rule operation, and brackets″.

1. 目的
「同じ数字（２～９）を５回、四則演算、かっこを使って１～９の数字をつくる」という数学パズルにおいて規則性があるのかを研究する。

2. 方法
私たちの定義する数学パズルのルールに従って、２～９の数字を５回使う場合に１～９の数字を作れるか全て調べる。

3. 結果
同じ数字を５回使う場合、２～９全ての数字で１～９の数字をつくることができ、その中からいくつかの規則性を見つけた。

4. 考察
数学的帰納法によって同じ数字を６回以上使う場合も同様のことが言えると証明できるのではないかと考えた。
さらに、文字がn個(n>＝4)のとき、すべての数字で同じ形を使って作れる数はn-2までなのではないかと考察した。

5. 結論
考察の通り、すべての数において、n>＝4の時につくれる数はn-2までだと証明できた。

6. 参考文献
特になし

7. キーワード
メイクテン　規則性

大阪府立大手前高等学校
Otemae high school

ホップステップジャンプ数
Hop-Step-Jump Number

Abstract
In this study, we find integers x, y and z excluding 0 that satisfy x^2+y^3=z^4. This we define as a Hop-Step-Jump number. We will use expression transformations to find the way to find them.

1. 目的
x^2+y^3=z^4 を満たす 0 ではない整数 x.y.z の組み合わせを求める。この整数の組を見つけるための条件を導く。

2. 方法
y^3=z^4-x^2=(z^2+x)(z^2-x)というように式変形してホップステップジャンプ数を見つけやすい形を探す。また、(z^2+x)(z^2-x)が立法数になることに着目して k などの文字に置き換えて考える。

3. 結果
(z^2+x)=k^2, (z^2-x)=k (k は整数)とすると z^2=k(k+1)/2,
x=k(k-1)/2 とおける。z が整数であることに着目すると、k(k+1)は
平方数の 2 乗になる。

4. 結論と考察
x^2+y^3=z^4 を満たす整数 x, y, z の組を見つけるためには、
連続する整数の積が平方数になっているものに注目すれば良い,。

5. 参考文献
特になし

6. キーワード
ホップステップジャンプ数

大阪府立大手前高等学校
Osaka Prefecture Otemae High School

$\frac{1}{p^n}$の循環節の長さについての考察

Considerations on the length of the $\frac{1}{p^n}$ cycle

Abstract

In this study, assuming that p is a prime number and denoting the length of the cyclic section of $\frac{1}{k}$ as $l(k)$, we hypothesized that there is a relationship between $l(p)$, and $l(p^n)$. We proved that$l(p^n) = l(p) \times p^{n-1}$, but some numbers doesn`t match it.

1. 目的

kを2, 5以外の素因数を少なくとも1つはもつ自然数とする.
以下、$\frac{1}{k}$を10進数表記した場合の循環節の長さを$l(k)$と表記する.
nを自然数として, 素数pについて$l(p^n) = l(p) \times p^{n-1}$となることが予想できたのでこれを数学的に証明する.

2. 方法

$\frac{1}{p}$, $\frac{2}{p}$, $\frac{3}{p}$, ... , $\frac{p-1}{p}$ の10進数表記において, 循環節の数字の並びが同じものを1つのグループとし, 異なるグループの数をpのグループ数と呼ぶことにする.
$l(p)$と$l(p^n)$にまつわる以下の4個の補題を証明することで$l(p^n) = l(p) \times p^{n-1}$を示した.
補題1. $a \equiv b \,(mod\, p) \Rightarrow a^{p^{n-1}} \equiv b^{p^{n-1}} \,(mod\, p^n)$
補題2. $l(p) \times A = (p-1)$, $l(p^n) \times B = (p-1)p^{n-1}$ となる自然数A, Bが存在する.
補題3. AとBはそれぞれpとp^nのグループ数に一致する.
補題4. pとp^nのグループ数は一致する.

3. 結果

$l(p^n) = l(p) \times p^{n-1}$になることが証明できた.

4. 考察

具体的な素数に関して実験してみると$p = 3$, $p = 487$のとき上式が成り立たなかった.
また, オイラー関数についての式$\varphi(p^k) = p^{k-1}(p-1)$と酷似しており, これらの関連性が推測された.

5. 結論

$l(p^n) = l(p) \times p^{n-1}$が部分的に成り立つことが証明できたが, 例外が存在する理由については分からなかった.

6. 参考文献

西来路文朗, 清水　健一　素数はめぐる　循環小数で語る数論の世界　ブルーバックス　2017年2月25日　240ページ

7. キーワード

循環節　グループ数

兵庫県立尼崎小田高等学校
Hyogo Prefectural Amagasakioda High School

オイラーの素数生成多項式を超える
Beyond Euler's prime-generating polynomial

Abstract

We love prime numbers. You might have heard of Euler's prime-generating polynomial. In this study, we used Ulam spiral to visualize Euler's prime generating polynomial. We also examined other polynomials through numerical experimentation.

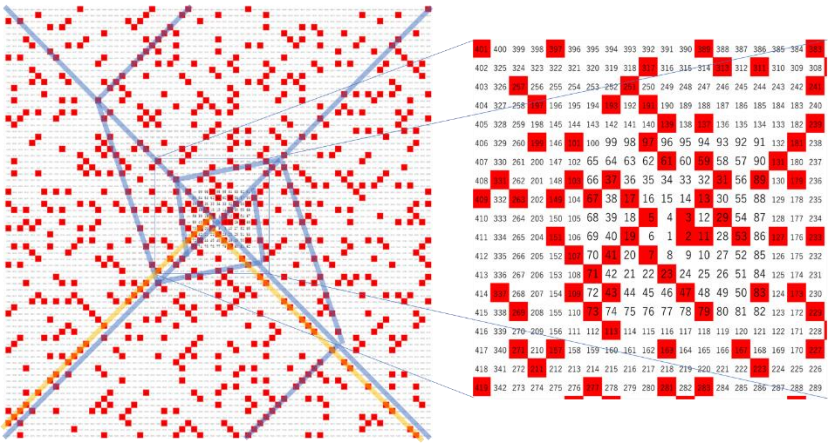
１．目的

自然数をらせん状にならべ、素数のみを塗りつぶすと、素数が直線上に見つけられる（ウラムの螺旋）。それに興味を持ち、その中にオイラーの素数生成多項式 n^2+n+41 の可視化を行った。そしてオイラーの素数生成多項式を超える多項式を探すことができるのではないかと考えた。

２．方法・結果

ウラムの螺旋でオイラーの素数生成多項式 n^2+n+41 を可視化すると図のようになる。また、図の中の素数が多い直線として可視化された直線の式は次のようになった。

7, 23, 47, 79, … : $4n^2+12n+7$、5, 19, 41, 71, … : $4n^2+10n+5$



計算ソフト「PARI/GP」で n^2+n+k（k:整数）（−415≦k≦415）を、n を 1≦n≦10000 まで探索し、式が素数となる n の個数を調べた。素数となる個数が 3000 個を越えるものが下の表である。

k=	素数となる個数	k=	素数となる個数	k=	素数となる個数
41	4148	-169	3301	221	3111
-283	3658	107	3240	377	3066
-109	3440	227	3162	-73	3059
-313	3401	101	3126	389	3011

３．考察・結論

n^2+n+k の式は、素数である個数が多くなるとき、k が素数であることが多い。オイラーの素数生成多項式を超えることはできていないが、素数を多く含む多項式を発見した。

４．参考文献

素数が描く美しい螺旋～数学の難問 YouTube https://www.youtube.com/watch?v=OWkY1p9uPgU
計算ソフト「PARI/GP」 https://pari.math.u-bordeaux.fr/

５．キーワード　オイラーの素数生成多項式(n^2+n+41)　ウラムの螺旋

兵庫県立尼崎小田高等学校
Hyogo Prefectural Amagasakioda High School

ペンローズタイルのマッチングルールについて
The matching rules of Penrose tilling

Abstract

I have conducted research on the Penrose tiling. Penrose tiling is an example of non-periodic tiling invented by Roger Penrose in the 1970s. Penrose tiling uses quadrilaterals called the “kites” and “darts”. In this study, I will discuss the ratio of the number of kites to the number of darts. I will also consider specific examples of tile division.

１．目的

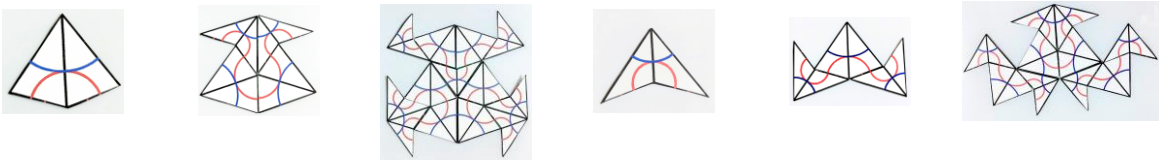
ペンローズタイルとは、ロジャー・ペンローズが考案した非周期タイリングである。カイトとダートを、マッチングルールに従って並べる。これを細分化則で分割していくことで、タイル比について、黄金比となることが分かった。次の世代でもマッチングルールが成立するか、実際に細分化則でどのような図形となるかを考えていく。

２．方法・結果

カイトとダートは次のようなものである。マッチングルールとは、図の曲線を合わせるようにしか、タイルを配置できないというものである。またカイトとダートの細分化則を用いて、次の世代に分割する。次の世代でもマッチングルールが適用できることが確かめられた。

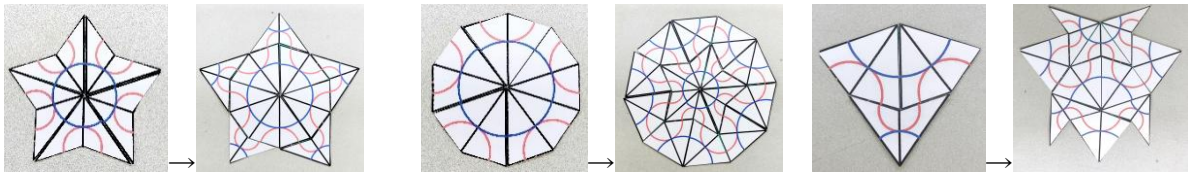
カイト　　ダート

第 0 世代　第 1 世代　第 2 世代…　第 0 世代　第 1 世代　第 2 世代



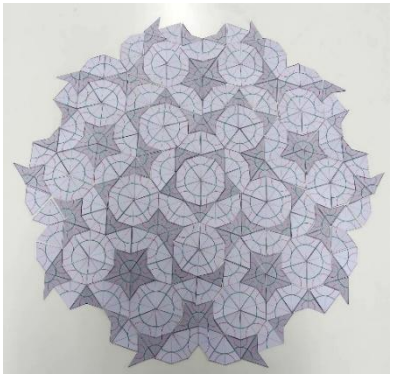
カイトとダートのタイルの個数を a_n、b_nとして（重なる部分に注意すると）、漸化式は $a_{n+1}=2a_n+b_n$、$b_{n+1}=a_n+b_n$ となり、結果 $a_n/b_n \to (1+\sqrt{5})/2$ $(n\to\infty$のとき$)$ となる。

また、サンやスター、エースと呼ばれる図形から始めると、次のようになる。



３．考察・結論

サンやスターから始めるタイリングを細分化則でずっと続けていくと右図のようになる。これ以外にもマッチングルールに従う五回回転対称性をもたないタイリングがあることも分かった。



ペンローズ・タイル - Wikipedia
マーチン・ガードナーの数学ゲーム３新装版
（別冊日経サイエンス 190）

５．キーワード　ペンローズタイル　マッチングルール

神戸大学附属中等教育学校
Kobe University Secondary School

超過剰数の諸性質と列挙アルゴリズムについて
The Properties and Enumeration Algorithm of Superabundant Numbers

Abstract

I proposed a new algorithm to enumerate superabundant (SA) numbers efficiently. To support it, extended superabundant (eSA) numbers are defined and analyzed. The algorithm outperforms existing methods in experiments. Its complexity and future potential are also discussed.

１．目的

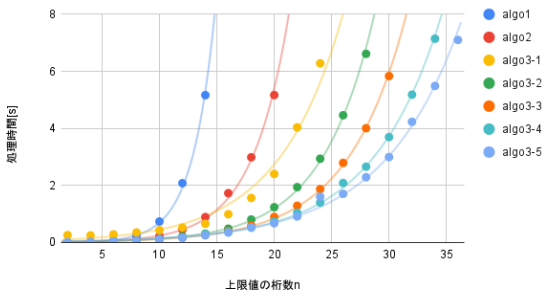
超過剰数およびその周辺の性質を調べるとともに, それらの効率的なアルゴリズムの提案を行う.

２．方法

超過剰数やその周辺についての先行研究を調べ, それをもとにそれらの性質を調べた. また, 超過剰数の拡張した数を導入し, それらについての性質も調べた. 次に超過剰数の列挙アルゴリズムの先行研究を調べ, 調べた超過乗数らの性質を用いて, アルゴリズムの改良, 実装を行った. また, そのアルゴリズムの評価を行った.

３．結果

超過剰数を拡張した eSA 数を導入し, その性質を調べた. また, その性質を用いたアルゴリズムが従来のものに比べ, 超過剰数の探索の計算時間ができていることを確かめることができた.



10^n 以下の超過剰数の各アルゴリズムの処理時間

４．考察

eSA(k)数からアルゴリズムの探索を開始すると, 超過剰数の列挙の計算時間が最も短くなるような k が存在するだろうと, 考えられた.

５．結論, 展望

eSA 数の性質の調査とアルゴリズムの改良を行うことができた. アルゴリズムの根本的な解決に導けていないので, それに取り組みたい.

６．参考文献

Keith, Briggs. 2005. Abundant Numbers and the Riemann Hypothesis
G, H, Hardy and E, M, Wright. 1960. AN INTRODUTION TO THE THEORY OF NUMBERS

７．キーワード

数学, 整数, 超過剰数, アルゴリズム

神戸大学附属中等教育学校

r(n)関数（剰余に関する数論的関数）とその周辺（分野：１代数）

Abstract
I suggested the new definition of number-theoretical function – r(n), involved in the reminder of natural numbers,in order to add a novel fashion to the proposition perfect numbers.In this research,I revealed the relation with other functions, the recurrence relation with itself,and the approximation as a polynomial.

１．目的

完全数の問題に新しい解法を提案すること。正整数nを1からnまでで割った余りの和である関数r(n)を独自に定義し、その性質を明らかにし、従来の完全数の定義式の変換の幅を広げることが目的である。

２．方法

今回の研究では目的の第一段階としてr(n)の有用性を調べた。そのため、他の数論的関数との関係性、r(n)の漸化式での表現、多項式での近似を求めた。以下はr(n)の定義式である。

$$r(n) = \sum_{k=1}^{n} n \pmod{k}$$

３．結果

ⅰ. $r(n+1) = r(n) + 2n + 1 - \sigma(n+1)$

ⅱ. $\lim_{n\to\infty} \frac{r(n)}{n^2} = 1 - \frac{\pi^2}{12}$

ⅲ. $r(N) = r(N-1) - 1$

ⅰが漸化式での表現、ⅱが多項式での近似の結果である。ⅱは漸化式での表現としての結果とともに、σ(n)との関係を示している。ⅲは以上の２式等を用いて導かれる等式である。Nが完全数のとき、r(n)に関して成立するものである。

４．考察

関数の特徴を大まかにつかむことができた。そして、この結果を用いて約数の和が元の数になるという定義を書き換えることができた。しかしr(n)の値の挙動の様子が未知のため、完全数を直接導くという大志の実現には程遠い。今後は具体数での挙動を調べるために、r(n)の乗法性について調べる。

５．結論

r(n)の諸性質を明らかにすることができた。また、それにより完全数の定義式を書き換えることができた。

６．参考文献

[1] 小林一章, 鈴木普一.2010.” 数論の精選 104 問”. 朝倉書店[2] 著 G.HHardy,E.M.Wright/訳 示野信一, 矢神毅. 令和 4 年.” 数学クラシックス第 8 巻一数論入門I一原書 6 版”. 丸善出版[3] 著 R.K.guy/訳 金光滋.2010.” 数論〈未解決問題〉の事典”. 朝倉書店[4] 西山力也.2023.2 フーリエ級数を使って 1 + 4 + 9 + . . . =π^2/6 を証明したい!”. 芝浦工業大学数理科学研究会[5] 飯高茂.2018.” 数学の研究をはじめようV一オイラーをモデルに数論研究”. 現代数学社

７．キーワード

完全数　正論的関数　剰余の和　r(n)　バーゼル問題　リーマンゼータ関数

神戸大学附属中等教育学校
Kobe University Secondary School

楕円上の一点における曲率円の中心の軌跡

Locus of the center of the circle of curvature at a point of the ellipse

Abstract

In this study, I researched the locus of the center of the circle of curvature and found out that the graph of the locus is the same graph as the super ellipse.

1. 目的

楕円の一点における曲率円の中心が描くグラフとスーパー楕円（ラメ曲線）との関係を調査することで楕円に関連した曲線の研究を行う。

2. 方法

パラメータ表示された一般の曲線$c(t)=(f(t),g(t))$の一点における曲率円の中心の座標をまず求めた。すると求める座標は$\left(f(t)\pm\frac{(f\prime(t)^2+g'(t)^2)g\prime(t)}{f'(t)g''(t)-f''(t)g'(t)}\ ,g(t)\mp\frac{(f\prime(t)^2+g'(t)^2)f\prime(t)}{f'(t)g''(t)-f''(t)g'(t)}\right)$（複号同順）

となった。これに楕円の方程式$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$のパラメータ表示である$f(x)=a\cos t,\ g(x)=b\sin t$とその一階微分及び二階微分を代入した。

3. 結果

楕円の中心の座標は$\left(\frac{a^2-b^2}{a}\cos^3\theta\ ,\frac{b^2-a^2}{b}\sin^3\theta\right)$と表され、軌跡のグラフをxy座標平面上に描くと図 1 の緑線部になった。

4. 考察

楕円上の一点における曲率円の中心の軌跡の方程式を求めると、$\left|\frac{ax}{a^2-b^2}\right|^{\frac{2}{3}}+\left|\frac{by}{a^2-b^2}\right|^{\frac{2}{3}}=1$になり、これはラメ曲線（スーパー楕円）の一般式$\left|\frac{x}{a}\right|^n+\left|\frac{y}{b}\right|^n=1$（今回は$n=\frac{2}{3}$）と非常に類似した式であるなおかつラメ曲線のグラフ（図 2）と形状も一致している。

5. 今後の展望

今回は楕円上での曲率円を考えたが二次曲線に拡張してみて楕円と関係があるのかを考えたい。

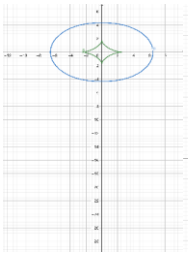


図 1

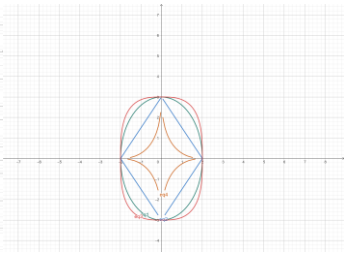


図 2

広島大学附属高等学校
Hiroshima University High School

テーマパークにおける最適巡回路の提案

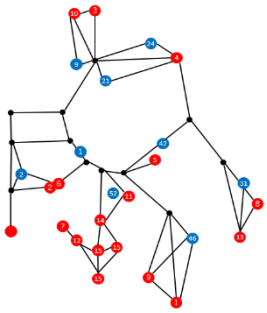
How can the best route in a theme park be decided?

Abstract

Theme parks are always crowded.USJ is an example.We wonder if we can visit more popular attractions by finding the best route.We set up formulas using data such as our wait time, travel time, and attraction score.We put these data and formulas into the program.We were able to find two routes from each program.

１．目的

テーマパークにおいて、人気順位からアトラクションの満足度を定義し、制限時間内でより満足度が高くなる最適巡回路を提案すること。



２．方法

滞在時間は 780 分とする。アトラクションの満足度は、最も人気のあるものを 100 点とし、順位が 1 つ下がるごとに 5 点ずつ減らす。平均待ち時間は 2024 年 5 月のアトラクション待ち時間データに基づいた。アトラクション間の移動距離は地理院地図の計測機能を用いて求めた。これらの設定をもとに、動的計画法と線形計画法の２つの方法を用いて、制限時間内で最も満足度が高くなるような巡回路を調べた。

３．結果

動的計画法を用いた場合、制限時間を最大限に利用し、計 14 個のアトラクションと 2 個のレストランを訪問し、満足度も最大化させることができた。線形計画法を用いた場合、計 11 個のアトラクションと 3 つのレストランを訪問する巡回路を得た。

４．考察

円形ではなく、同エリア内のアトラクションを回っていた。これは、待ち時間に比べて移動時間が考慮されにくいからだと考えられる。また、待ち時間の長いアトラクションは早朝か夜に訪れるべきである。そして、満足度によってルートが変わり得るので、１つ当たりの満足度の得点だけでなくアトラクションの個数も重要視された。線形計画法において、3 つのレストランを訪問した理由は、レストランの満足度を時間によって変動させなかったからだと考えられる。

５．結論

動的計画法と線形計画法の２つの方法を用いて、制限時間内により満足度が高くなるようなテーマパークにおける巡回路を二つ提案することが出来た。

６．参考文献

［1］古澤 祥多, 橋本 有香, 中島 大輔, 「USJ における最適巡回路」, 2007 年度南山大学数理情報科学部数理科学科卒業論文要旨集
https://www.st.nanzan-u.ac.jp/info/gr-thesis/ms/2007/04mm010.pdf
［2］【人気投票】USJ のアトラクション人気ランキング！ユニバーサルスタジオジャパンのおすすめは？ https://ranking.net/rankings/best-usj-attractions
［3］ユニバーサルスタジオジャパン待ち時間・混雑情報
https://usjinfo.com/wait/sp/dateSelect.php

７．キーワード

テーマパーク　USJ　プログラミング　情報

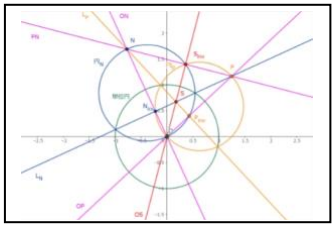
徳島県立脇町高等学校
Tokushima Prefectural Wakimachi High School

極(A,B)と極線$Ax+By=1$の反転による考察
Inversion with Respect to Pole (A,B) and the Polar Line $Ax+By=1$

Abstract
This study focuses on geometric relationships between the pole (A,B) and the polar line $Ax+By=1$ in terms of ``inversion'' in a unit circle, by virtue of renewing a classical characterization of polar lines. We show that two poles and their inversions on a circle whose diameter is a line segment between two poles.

１．目的
反転によって極線に対する極の定義可能な範囲を円外部の点から任意の点に拡張する. また極線と極の位置関係を，それらに反転を施して考察する.

２．方法（結果に対する設定）
任意の極Nとその極線l_Nに対し，極線l_N上にあるようなもう一つの極Pとこの極線l_Pを考える. これら 2 つの極と 2 つの極線に反転を施し， 行き先を調べる. 点の反転は添え字 $_{inv}$ で表す.



３．結果
極線l_Nとl_Pの交点Sの反転S_{inv}は直線NP上にある.
4 点N， N_{inv}， P， P_{inv}は直径NPの円上にある.

４．考察
反転変換と, $\overrightarrow{ON} \perp Ax+By=1$という関係がうまく結びついて以上の結果が成立している.（Nの座標は(A,B)）

５．結論
極(♡， △)と極線♡x +△ $y=1$には， 一見座標と方程式の係数が対応しているという以上の関係は見られないように思われる． しかし反転によって， 極と極線の位置関係を見ることができる.

６．参考文献
J. L. Ramírez, Inversion in an Ellipse, 2014, Forum Geometricorum

７．キーワード
極　極線　円の反転　楕円の反転

高松第一高等学校

ごみ投げの達人　～物体投射の最適な計算式の研究～

Abstract

The purpose of our research is to create a formula for accurate trash throwing. We thought that if we could consistently throw trash into the bin from far away, we could save trouble walking to it.

１．目的

ごみを捨てるとき、ごみ箱まで遠いと面倒に感じる。それを解消するため、ごみをどんな条件でも確実に投げ入れることを目標に、最適な条件を見つけること。

２．方法

ルーズリーフをくしゃくしゃに丸めたごみを量産したのち、３ｍの地点からごみをごみ箱に向かって投げ入れる。その様子を撮影した動画を「Tracker」を用いてトラッキングし、距離、初速、角度、高さの値を得る。読み取った値を Excel に代入し、重回帰分析によって式を作成する。

３．結果

【利き手：右手】上投げ

角度[°]＝－12×初速(m/s)＋12×距離(m)－23×高さ(m)＋60

初速[m/s]＝－0.02×角度(°)＋0.6×距離(m)－1.8×高さ(m)＋4.9

【利き手：左手】上投げ

角度[°]＝－9.0×初速(m/s)＋9.6×距離(m)－5.0×高さ(m)＋30

初速[m/s]＝－0.02×角度(°)＋0.59×距離(m)＋3.0

４．考察

重回帰分析で得られた、有意 F、P-値、t 値から考察すると、有用な回帰式が得られたことが分かる。また、初速を目的変数としたほうが、角度を目的変数としたときよりも有意性が高かった。高さの有意性には個人差があった。

５．結論

求められた式に初速または角度を代入すれば、ごみ箱へ正確に投げ入れるための条件が得られる。今後の研究では、試行回数を増やし、式の精度を高める。

６．参考文献

「投げの正確性に関わる上肢キネマティクス」ダーツ熟練者にみられる異なる方略間の比較

７．キーワード

ごみ投げ　　Tracker　　ロジスティック回帰分析　　統計

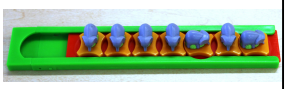
大分県立大分豊府高等学校
Oita Hofu Hight School

再帰構造をもつパズルの数学モデル
A Mathematical model of pazzles with a recursive structure.

Abstract
In this study, we examined the Tower of Hanoi with an infinite number of disks. We constructed a mathematical model called "N^+ Hanoi" and found a new formula for the solution. Furthermore we found that reachable arrangements of disks form equivalence classes. Currently we are attempting to construct the "λHanoi," a model of the Tower of Hanoi with an uncountable number of disks.

1．目的
ハノイの塔は再帰構造をもつパズルの典型である。その数学モデルを構成し、理論展開するとともに、新たな問題を見出し、それらの解決を目指す。

●スピンアウト



●ハノイの塔

2．方法
① 先行研究「Spin-out(2024)」を基にハノイの塔の数学モデル「N^+ Hanoi」を構成し、理論展開する。
② 「N^+ Hanoi」を極限順序数上に拡張した「λHanoi」を構成する。
③ 「λHanoi」と「λSpin-out」に共通する数学的構造について調べる。

3．結果（2025 年 7 月末時点）
① N^+ Spin-out に沿う形で N^+ Hanoi を構成し理論展開できた。
② N^+ Hanoi の解 H_n および任意の（到達可能な）円板配置までの解 $E_{\ll\alpha\gg}$ を構成できた。

・ n が奇数のとき　$M_n = a_n^{-1}$ ， $\tilde{M}_n = b_n$ ， $d_n = R$ ， $\tilde{d}_n = L$

・ n が偶数のとき　$M_n = b_n$ ， $\tilde{M}_n = a_n^{-1}$ ， $d_n = L$ ， $\tilde{d}_n = R$　とするとき

$$H_n = \begin{cases} a_1^{-1} & (n=1) \\ H_{n-1} M_n H_{n-1}^{d_n} & (n>1) \end{cases}, \quad \tilde{H}_n = \begin{cases} b_1 & (n=1) \\ \tilde{H}_{n-1} \tilde{M}_n \tilde{H}_{n-1}^{\tilde{d}_n} & (n>1) \end{cases}$$

また　$E_n = H_{n-1} M_n H_{n-1}^{-1}$ ，　$\tilde{E}_n = \tilde{H}_{n-1} \tilde{M}_n \tilde{H}_{n-1}^{-1}$　とし

$$\mathbf{E}_n = \begin{cases} E_n & (n \in Odd \cap N_1 \text{ または } n \in Even \cap N_3 \text{ のとき}) \\ \tilde{E}_n & (n \in Even \cap N_1 \text{ または } n \in Odd \cap N_3 \text{ のとき}) \end{cases}$$ とすると

任意の円板配置　$N=(N_1, N_2, N_3)$ ，　$\alpha = N_1 \cup N_3$　に対し

$0 < |\alpha| < \infty$　ならば　$N_0^{\mathrm{E}\ll\alpha\gg} = N$　（N_0 は円板の初期配置）

③ 有限高の N^+ Hanoi では任意の円板配置が初期配置から到達可能であることが証明できた。
④ 無限高の N^+ Hanoi において、円板配置同士が到達可能になるための必要十分条件を得た。

4．考察
極限順序数上のλHanoi とλSpin-out を比較することにより、新たな発見が得られることが期待できる。

5．結論
Hanoi と Spin-out には予想以上の類似性があった。また順序数の生成過程や Gray code との関連性もあり、今後の「λHanoi」の展開には期待できるものがある。

6．参考文献
Spin-out（2024）小池徹治　https://kou.oita-ed.jp/oitahoufu/school/4258/

7．キーワード
パズル、数理モデル、ハノイの塔、スピンアウト、再帰構造、位相構造、可算、非可算、順序数

大分県立大分舞鶴高等学校
Oita Prefectural Oita Maizuru High School

n^2+1で表せる素数は無限に存在するか?

Are there infinitely many prime of the from n^2+1?

Abstract

We are researching an open problem called *Landau's 4th Problems*. We compared the values of the counting function for primes of the form n^2+1 with the counting function for all primes, determined the proportionality constant based on numerical data, and performed an approximation. As a result, it was suggested that there is a high possibility that infinitely many primes of the form n^2+1 exist.

１．目的

Landau's 4th Problems は素数に関する代表的な問題の 1 つであり、未だ真偽は不明である。素数についての研究は、RSA 暗号をはじめとした日常的に利用されている技術の発展、素数の分布の解明やリーマンゼータ関数など、他の未解決問題の証明に貢献できると考えた。

２．方法

- 近似式の決定
  1. コンピュータによる、素数計数関数$(\pi(x))$、n^2+1型素数計数関数$(\tau(x))$間における比例定数の計算及び決定
  2. 数回にわたる、誤差項と$\pi(x)$間における比例定数の計算及び決定
- 証明
  1. $\forall n \in \mathbb{N},\ \exists m \in \mathbb{Z}_{\geq 0},\ n^2+1 \mid 4m+3$
  2. $\forall n \in \mathbb{N},\ \exists a, n \neq 1,2, n \equiv a (mod\ 10),\ a \in \{4,6,0\},\ \exists m \in \mathbb{P}, n \neq m, n \mid m$

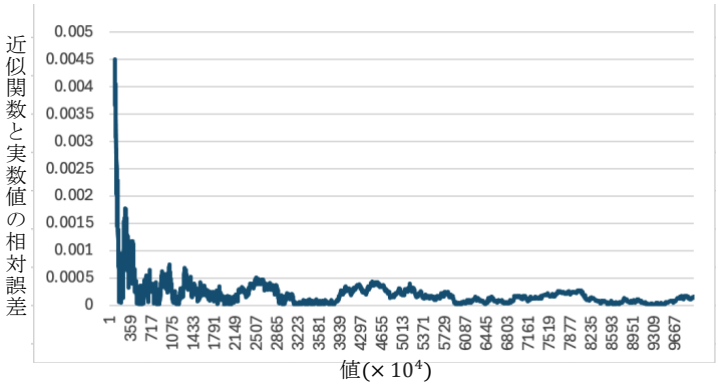


図 1 近似関数と実数値の相対誤差

３．結果

比例定数を最小二乗法で求めたところ、$\tau(x^2+1) \approx \pi(x) \cdot 0.686420859$ の関係をおおよそ満たすことが判明した。その近似式の誤差は図 1 より、$n > 5 \times 10^5$で0.1%未満、$n > 1.5 \times 10^7$で0.05%未満であり、$n = 10^8$時点で0.0152%程度であった。

４．考察

近似式より、n^2+1型素数と素数は共通の性質を持っていること、すなわちn^2+1型素数は無限に存在することが示唆された。

近似式より、nはn^2+1よりも$\frac{1}{0.686420859}(\sim 1.456832185)$倍程度素数になりやすいことが示された。素数定理と合わせて考えるとn^2+1型の数は素数定理を用いて計算できる素数へのなりやすさとは$n=10$程度の時同じで、そこを超えるとn^2+1のほうが大きくなり、およそ1.372841718倍に収束するため、n^2+1型の数はその大きさから考えると素数になりやすいと言える。

５．結論・展望

コンピュータを用いて、2 つの関数の近似を行うことができた。

今回の近似精度は結果に示したとおりであり、素数定理自体の誤差は$\frac{x}{\log(x)}$を用いた近似では$n=10^8$時点で6%程度、指数積分$li(x)$を用いた近似では$n=10^8$時点で0.013%程度となるため、素数定理と比較してもとても正確であることがわかった。

考察より、今後はより細分化したn^2+1型の数についての素数の法則についての研究、背理法や関数を用いた数学的帰納法などによる数学的な証明、この関係式が成り立つことの証明を行いたい。

６．参考文献

IVAN DAMGARD, PETER LANDROCK, CARL POMERANCE (1993). AVERAGE CASE ERROR ESTIMATES FOR THE STRONG PROBABLE PRIME TEST. MATHEMATICS OF COMPUTATION, 61, 203, 177-194.
最小二乗法のアルゴリズムを理解したのでメモ。そして Python で書いてみた。. Qiita. https://qiita.com/ishizakiiii/items/72be4ce16a10f97d6183.(2025.07.16).
素数判定いろいろ - フェルマーテスト・ミラーラビン素数判定法. Qiita. https://qiita.com/srtk86/items/609737d50c9ef5f5dc59.(2025.07.03).
Selberg, Atle(1949-04),An Elementary Proof of the Prime Number Theorem.,Annals of Mathematics, Second Series (Mathematics Department, Princeton University)305-313
W.R.Alford, A.Granville and C.Pomerance, On the difficulty of finding reliable witnesses, in: Algorithmic Number Theory, First International Symposium, Proceedings (L. M. Adleman, M.-D. Huang, eds.), LNCS 877, Springer-Verlag, 1994, 1-16.
Ribenboim, Paulo (2004). The Little Book of Bigger Primes. New York: Springer-Verlag.188.
Michael O. Rabin (1980), Probabilistic algorithm for testing primality, Journal of Number Theory 12,1,128-138.

７．キーワード

素数　素数計数関数　純粋数学　ランダウの問題